

クラックによる散乱波動エネルギーの解析

Analysis of Scattered Wave Energy by Cracks

北原道弘*・岸 典之**

Michihiro KITAHARA and Noriyuki KISHI

*正会員 工博 東北大学教授 大学院工学研究科土木工学専攻 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 06)

**学生員 東北大学 工学部土木工学科 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 06)

The scattering problem for cracks in the three-dimensional elastic body is formulated by the boundary integral equations. The process to solve the boundary integral equations is briefly summarized and the expression of the scattering cross-section is shown for the scattering problem by cracks. In the numerical analysis, the frequency property of the scattering cross-section is considered for planar configurations of cracks. The multiple scattering effect is investigated for the scattering cross-section and the influence of the crack distance is discussed.

Key Words : scattering cross-section, cracks, integral equation, multiple scattering

1. はじめに

材料中にボイドやインクルージョン等の不均質部が分布して存在している場合、超音波を利用してこれら不均質部の分布密度を推定する方法の一つとして、不均質部を含む材料中を伝播する波動の散乱により生じた減衰の周波数特性を利用する方法¹⁾がある。この方法をクラックが材料内に分布している場合に拡張するためには、クラックによる散乱減衰の周波数特性が明らかになっている必要がある。この散乱減衰はクラックにより散乱された波動エネルギーの総量に関係していることから、クラックによる散乱波動エネルギーの周波数特性を明らかにしておくことが重要となる。本論文では、境界要素法と散乱波の積分表現を利用して、3次元弾性体中に存在するクラックによる散乱波動エネルギー解析を行うための基本関係式を整理し、クラックによる散乱波動エネルギーに関するいくつかの数値解析結果を示す。

不均質部の分布密度、散乱エネルギー総量、散乱減衰の間に存在する最も簡単な関係式は、各散乱体間の多重散乱の影響を無視した独立散乱体理論により得られ、定数を除き、散乱減衰は一つの散乱体による散乱エネルギー総量と不均質部の分布密度の積として表される²⁾。不均質部の形状が球形に近い形であれば、各不均質部間の間隔が比較的接近していても散乱エネルギー総量に対する多重散乱の影響は比較的小さいことが報告されている³⁾。一方、個々の散乱体がクラックである場合、3次元散乱波動エネルギーの観点からクラック間の多重散乱の影響について点検した研究は著者の知る限りないのが現状である。このため、本論文ではクラック間の距離に着目して、散乱波動エネルギーに対する多重散乱の影響について数値解析的に検討を加

える。

境界要素法によるクラックの動的3次元解析はNishimuraとKobayashi⁴⁾により、またNiwaとHirose⁵⁾により行われている。非破壊評価への応用を意図して3次元クラックによる散乱波動解析を行ったものにBudreckとAchenbach^{6),7)}の研究がある。平面上に並んだ2個の円形クラックの干渉問題を応力拡大係数に着目して解析したものにChenとGross⁸⁾の研究がある。また、クラックの数が増えた場合に本論文で採用するボルン級数解法についてはKitaharaとNakagawa⁹⁾に詳しい。

2. 境界積分方程式

クラックが2個存在する場合について積分方程式の定式化を要約する。クラックが多数存在する場合に拡張する場合も要点は同じである。図-1にクラックが2個存在する場合の散乱問題の概要を示す。入射波 u^{IN} が与えられたとき、クラックによる散乱波 u^{SC} を算定するために、クラックの開口変位を求めることが当面の問題となる。以下、2つのクラック面 S_{C1} と S_{C2} 上の応力は零とする。

いま、クラック面 S_{C1} が $x_3 = 0$ 面上に位置するように局所座標系 (x_1, x_2, x_3) を選ぶと、散乱波 u_k^{SC} に対する積分表現は次のように書ける。

$$u_k^{SC}(x) = \int_{S_{C1}} \Xi_{km3}(x, y) \Delta u_m(y) dS_y + \int_{S_{C2}} \Xi_{kmn}(x, y) n_n(y) \Delta u_m(y) dS_y \quad (1)$$

ここで、 Δu_m は開口変位、 Ξ_{kmn} は応力に関する基本解である。上式(1)の両辺で応力に関する微分 $\sigma_{ij}^{SC} =$

$C_{ijkl}\partial u_k^{SC}/\partial x_l$ を行って、散乱応力場 σ_{3j}^{SC} を得る。

$$\begin{aligned}\sigma_{3j}^{SC}(x) = & C_{3jkl} \int_{S_{C1}} \Xi_{km3,l}(x, y) \Delta u_m(y) dS_y \\ & + C_{3jkl} \int_{S_{C2}} \Xi_{kmn,l}(x, y) n_n(y) \Delta u_m(y) dS_y\end{aligned}\quad (2)$$

クラック面上の積分方程式を構成するために、ここでは、以下のような正則化を行う。まず、式(2)の右辺第1項で、微分に関する添字 l の和を $\alpha = 1, 2$ と3の和に分ける。さらに、応力基本解 Ξ_{kmn} を特異項 Ξ_{kmn}^0 と正則項 $\sum_p \Xi_{kmn}^p$ に分離する。即ち

$$\Xi_{kmn} = \Xi_{kmn}^0 + \sum_p \Xi_{kmn}^p \quad (3)$$

と置く。ここで、 Ξ_{kmn}^0 は Ξ_{kmn} のテイラー展開の第0次項、 Ξ_{kmn}^p は残りの $p(=1, 2, 3, \dots)$ 次項であり、 $\sum_p \Xi_{kmn}^p$ は p 次項に関する和を意味する。いま、式(2)は次のようになる。

$$\begin{aligned}\sigma_{3j}^{SC}(x) = & \int_{S_{C1}} C_{3j\alpha} \Xi_{km3,\alpha}^0 \Delta u_m(y) dS_y \\ & + \int_{S_{C1}} C_{3jk3} \Xi_{km3,3}^0 \Delta u_m(y) dS_y \\ & + \sum_p \int_{S_{C1}} C_{3j\alpha} \Xi_{km3,\alpha}^p \Delta u_m(y) dS_y \\ & + \sum_p \int_{S_{C1}} C_{3jk3} \Xi_{km3,3}^p \Delta u_m(y) dS_y \\ & + \int_{S_{C2}} C_{3jkl} \Xi_{kmn,l}(x, y) n_n(y) \Delta u_m(y) dS_y\end{aligned}\quad (4)$$

ここで、 $\alpha = 1, 2$ であり、 $\Xi_{km3,\alpha}^0$ の微分 $(\cdot)_{,\alpha}$ は点 x に関するものである。

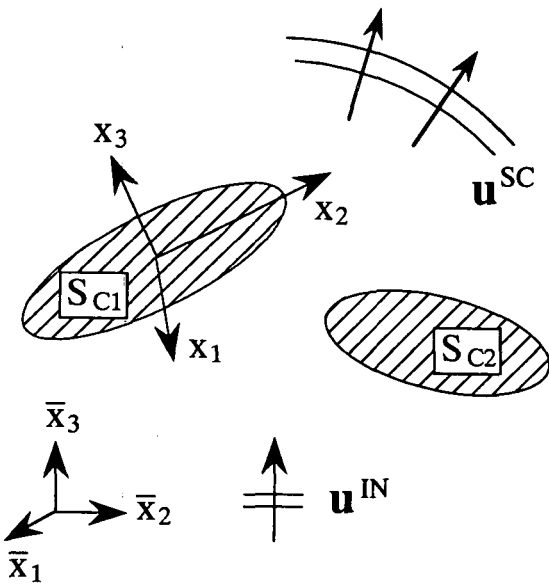


図-1 クラックによる散乱問題と座標系

式(4)において超特異項は右辺第1項と第2項である。これらの項を正則化するために、右辺第1項に発散定理を適用して部分積分を行う。また、第2項に関しては、第0次項は静弾性応力場であることから、 $\Xi_{km3,3}^0 = 0$ より $\Xi_{km3,3}^0 = -\Xi_{km\alpha,\alpha}^0$ となる。この関係を利用して部分積分を行う。結果は以下のようになる。

$$\begin{aligned}\sigma_{3j}^{SC}(x) = & \int_{S_{C1}} C_{3j\alpha} \Xi_{km3,\alpha}^0 \Delta u_m(y) dS_y \\ & - \int_{s_1} C_{3j\alpha} \Xi_{km3,\alpha}^0 n_\alpha \Delta u_m(y) ds_y \\ & - \int_{S_{C1}} C_{3jk3} \Xi_{km\alpha}^0 \Delta u_{m,\alpha}(y) dS_y \\ & + \int_{s_1} C_{3jk3} \Xi_{km\alpha}^0 n_\alpha \Delta u_m(y) ds_y \\ & + \sum_p \int_{S_{C1}} C_{3j\alpha} \Xi_{km3,\alpha}^p \Delta u_m(y) dS_y \\ & + \sum_p \int_{S_{C1}} C_{3jk3} \Xi_{km3,3}^p \Delta u_m(y) dS_y \\ & + \int_{S_{C2}} C_{3jkl} \Xi_{kmn,l}(x, y) n_n(y) \Delta u_m(y) dS_y\end{aligned}\quad (5)$$

上式における微分は点 y に関するものである。また、境界 s_1 はクラック面 S_{C1} のクラック端であり、 n_α はクラック端周上における (x_1, x_2) 面内の外向き法線ベクトルである。クラック端周上で開口変位は $\Delta u_m = 0$ であるから、上式の右辺第2項と第4項は零となる。

一方、クラック面上で応力は零であるから、散乱波による応力 σ_{3j}^{SC} は次のように書ける。

$$\sigma_{3j}^{SC}(x) = -\sigma_{3j}^{IN}(x) \equiv -f_j^{IN}(x) \quad (6)$$

ここで、 $f_j^{IN}(x)$ は入射波による応力である。上式(6)に式(5)の表現を代入して、クラック面 S_{C1} 上の積分方程式を得る。

$$\begin{aligned}-f_j^{IN}(x) = & \int_{S_{C1}} C_{3j\alpha} \Xi_{km3,\alpha}^0 \Delta u_m(y) dS_y \\ & - \int_{S_{C1}} C_{3jk3} \Xi_{km\alpha}^0 \Delta u_{m,\alpha}(y) dS_y \\ & + \sum_p \int_{S_{C1}} C_{3j\alpha} \Xi_{km3,\alpha}^p \Delta u_m(y) dS_y \\ & + \sum_p \int_{S_{C1}} C_{3jk3} \Xi_{km3,3}^p \Delta u_m(y) dS_y \\ & + \int_{S_{C2}} C_{3jkl} \Xi_{kmn,l}(x, y) n_n(y) \Delta u_m(y) dS_y\end{aligned}\quad (7)$$

上式右辺の最終項はクラック面 S_{C2} から S_{C1} への寄与を表している。クラック面 S_{C1} 上の局所座標系 (x_1, x_2, x_3) から全体座標系 $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3)$ に変換すれば、全体座標系における積分方程式を得る。また、クラック面 S_{C2} 上の積分方程式も同様にして定式化できる。

3. 積分方程式系とボルン級数型解法

3.1 積分方程式系

全体座標系において、2個のクラックによる多重散乱問題に対する境界積分方程式を整理すると次のようになる。

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

ここで、 Δu_I ($I = 1, 2$) はクラック面 S_{CI} 上の開口変位、 K_{IJ} はクラック面 S_{CJ} から S_{CI} への影響を表すマトリックス、 f_I はクラック面 S_{CI} 上の入射波による応力項である。

式(8)に示した境界積分方程式の数値解析においては8節点2次の形状関数を導入し、クラック端を含む要素については中間節点をクラック端側に1/4だけずらせた1/4要素¹⁰⁾を配置して解析を行っている。

3.2 ボルン級数型解法

式(8)を直接解くことは可能である。実際、後に示す数値解析例において、2個のクラックに対しては式(8)を直接解いている。使用する計算機にもより一概に言えない面はあるが、クラックの個数が増加した場合、より少ない容量で解析を進めたい場合がある。このとき、ここでは次に示す方法を採用する。この方法はクラックの個数が増加した場合に容量の観点から有効となるが、手法の要点自体はクラックの個数が増えても同じであるので、ここでは2個のクラックに対する積分方程式(8)についてボルン級数型解法を要約する。

式(8)の係数行列を次のように対角項と非対角項に分離する。

$$\begin{bmatrix} K_{11} & 0 \\ 0 & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -K_{12} \\ -K_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

簡単のため、上式を次のように書く。

$$(A - B) \Delta u = f \quad (10)$$

ここに、 $A, B, \Delta u, f$ は次のようである。

$$A = \begin{bmatrix} K_{11} & 0 \\ 0 & K_{22} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & -K_{12} \\ -K_{21} & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\Delta u = \{\Delta u_1, \Delta u_2\}^T \quad f = \{f_1, f_2\}^T \quad (12)$$

式(10)において、 A^{-1} を両辺に作用させて次式を得る。

$$(I - C) \Delta u = A^{-1} f \quad (13)$$

ここに、 C は次のように実質的には1個のクラック面上の配列を有する K_{IJ} の積演算で定まるマトリックスである。

$$C = A^{-1} B = \begin{bmatrix} K_{11}^{-1} & 0 \\ 0 & K_{22}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -K_{12} \\ -K_{21} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -K_{11}^{-1} K_{12} \\ -K_{22}^{-1} K_{21} & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

いま、 C に対して

$$\|C\| = \frac{\|B\|}{\|A\|} < 1 \quad (15)$$

が成り立てば、式(13)より解 Δu は次のように級数表現できる。

$$\Delta u = (I - C)^{-1} A^{-1} f = \sum_{k=0}^{\infty} C^k A^{-1} f \quad (16)$$

これが解 Δu のボルン級数表現である。ここで、この級数の第1項を解 Δu の第0次近似として次のように置く。

$$\Delta u_0 = A^{-1} f \quad (17)$$

上式(17)はクラック間の相互作用を無視してクラックの開口変位 Δu_0 を入射波による応力で表現しており、この意味において式(17)は開口変位のボルン近似式となっている。同様に、第1、第2、…第 n 次近似は次のように書ける。

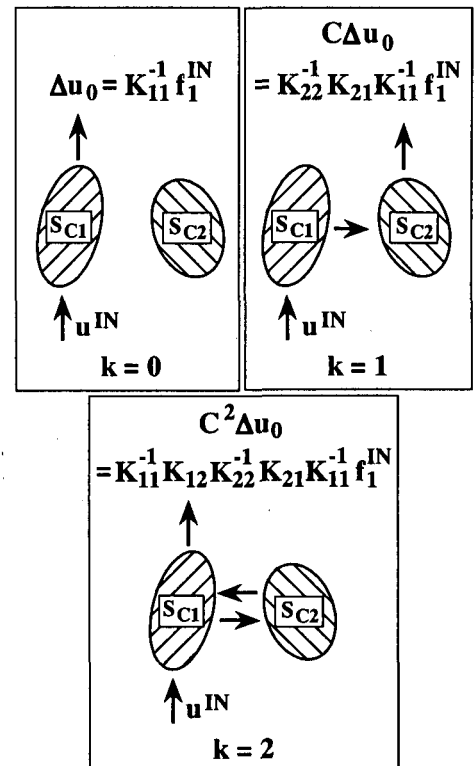


図-2 ボルン級数の各 $k (= 0, 1, 2, \dots)$ 項

$$\Delta u_1 = \Delta u_0 + C\Delta u_0$$

$$\Delta u_2 = \Delta u_0 + C\Delta u_1 = \Delta u_0 + C\Delta u_0 + C^2\Delta u_0$$

•

•

$$\Delta u_n = \Delta u_0 + C\Delta u_{n-1} = \sum_{k=0}^n C^k \Delta u_0 \quad (18)$$

式(14)に示したマトリックス C の構造からわかるように、この近似解表現はクラック間の多重散乱効果を順次取り込む構造になっている。図-2は式(18)の各項の意味をクラック間の相互作用の回数に着目して説明したものである。

いま、ボルン級数の収束判定パラメータを次のように定義する。

$$E^n = \frac{\|C^n \Delta u_0\|}{\|\Delta u_n\|} \quad (19)$$

上記 E^n は、第 n 次近似解 Δu_n に対する第 n 項 $C^n \Delta u_0$ の寄与率を表している。この寄与率が小さくなったとき級数和、実際には C の積演算、を打ち切ることとする。

4. 弾性散乱断面積

後に、複数のクラックにより散乱された波動エネルギーを表す散乱断面積に着目した数値解析例を示す。ここでは、本論文における散乱断面積の計算手順を要約しておく。

弾性体に対する散乱断面積 $P(\omega)$ は次のように定義される¹¹⁾。

$$P(\omega) = \frac{\langle P^S \rangle}{\langle I \rangle} \quad (20)$$

ここに、 $\langle \bullet \rangle$ は時間平均を表す。また、 ω は角振動数、 P^S はクラックの存在により生じた散乱波 u_i^{SC} が有する単位時間当たりのエネルギー

$$P^S = \int_A \hat{x}_i \sigma_{ij}^{SC} \dot{u}_j^{SC} dA \quad (21)$$

であり、 A に関する積分は全てのクラックを含む閉曲面上の積分、 $\hat{x}_i$ はこの閉曲面上の単位法線である。また、式(20)における I は入射波 u_i^{IN} が有する単位面積、単位時間当たりのエネルギー

$$I = p_i \sigma_{ij}^{IN} \dot{u}_j^{IN} \quad (22)$$

であり、 p_i は入射波の伝播方向である。定義式(20)より、散乱断面積 $P(\omega)$ はクラックにより散乱された波動エネルギーの総量を断面積に換算表現したものであることがわかる。また、散乱断面積 $P(\omega)$ が計算できておれば、散乱波が有する単位時間当たりの平均エネルギー

$\langle P^S \rangle$ は散乱断面積と入射波が有する平均インテンシティー $\langle I \rangle$ の積として評価できる。

散乱断面積の実際の計算においては、式(21)の閉曲面を無限遠方の球面に選び、面積素の表現 $dA = x^2 d\Omega$ (Ω は立体角)を利用して、微分断面積 $dP/d\Omega$ を先に考えておくのが便利である。時間因子を $\exp(-i\omega t)$ とする定常波動場における微分断面積は、関係式

$$\begin{aligned} & \langle \text{Re}[\sigma_{ij}^{SC}(x, t)] \text{Re}[\dot{u}_j^{SC}(x, t)] \rangle \\ &= -\frac{\omega}{2} \text{Im}[\sigma_{ij}^{SC}(x, \omega) u_j^{SC*}(x, \omega)] \end{aligned} \quad (23)$$

を利用すると、式(20)と(21)から次のように表現できる。

$$\frac{dP(\omega)}{d\Omega} = \lim_{x \rightarrow \infty} -\frac{\omega}{2} \frac{\text{Im}[x^2 \hat{x}_i \sigma_{ij}^{SC}(x, \omega) u_j^{SC*}(x, \omega)]}{\langle I \rangle} \quad (24)$$

ここで、 u_j^{SC*} は散乱波 u_j^{SC} の複素共役である。

いま、入射波を次のような単位振幅の平面縦波

$$u_i^{IN} = p_i e^{ik_L \mathbf{p} \cdot \mathbf{x}} \quad (25)$$

とすると、入射波のインテンシティー $\langle I \rangle$ は次のようになる。

$$\langle I \rangle = -\frac{1}{2} \omega k_L (\lambda + 2\mu) \quad (26)$$

このとき、微分断面積(24)は次のように表される。

$$\frac{dP(\omega)}{d\Omega} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 \text{Im}(\hat{x}_i \sigma_{ij}^{SC} u_j^{SC*})}{k_L (\lambda + 2\mu)} \quad (27)$$

上式(27)の計算に必要な散乱波の遠方表現は散乱波の表現式(1)において、 $x = |\mathbf{x}| \rightarrow \infty$ の極限として得られ、結果を整理して微分断面積の表現として示すと次のようになる。

$$\frac{dP(\omega)}{d\Omega} = |A^L|^2 + \frac{k_L}{k_T} (|A^T|^2 + |A^H|^2) \quad (28)$$

ここで、 A^L は縦波の散乱振幅、 A^T と A^H は横波の散乱振幅であり、現問題に対して具体的には次のようになる。

$$A_i^\alpha = ik_\alpha f_i^\alpha f_m^\alpha I_m^\alpha(\hat{x}) \quad (29)$$

上式において、 $\alpha = L, T, H$ であり、 f^α は各モードの波動の偏方向を表す単位ベクトルである。また、 $I_m^\alpha(\bullet)$ はクラック面上の開口変位と次のように関係している。

$$I_m^\alpha(\hat{x}) = -\frac{C_{kjm_l} \hat{x}_l}{4\pi \rho c_\alpha^2} \int_{S_{C1} + S_{C2}} n_k(\mathbf{y}) \Delta u_j(\mathbf{y}) e^{-ik_\alpha \hat{x} \cdot \mathbf{y}} dS_y \quad (30)$$

いま、散乱断面積は次のように単位球面上の積分として計算できる。

$$P(\omega) = \iint \frac{dP}{d\Omega} \sin\theta d\theta d\phi \quad (31)$$

上式の実際の積分においては、単位球面上を分割し、数値的にガウス積分を実行する。

5. 解析結果

5.1 散乱断面積の精度確認

3次元弾性体中に1個の円形クラックが存在している場合の散乱断面積は、半解析的方法により Martin と Wickham¹²⁾、Krenk と Schmidt¹³⁾ によって計算されている。ここでは、1個のクラックによる散乱断面積を本論文の2.と4.で要約した方法により計算し、Martin 等の結果と比較することにより、本論文における計算過程の精度確認を行う。

図-3は半径 a の円形クラックに対し、クラック面に垂直な x_3 軸方向に沿って縦波が入射した場合の散乱断面積を Martin と Wickham の結果¹²⁾と比較したものである。縦軸が散乱断面積 P をクラックの面積 πa^2 で無次元化した値 $P/\pi a^2$ 、横軸が入射縦波の波数 k_L をクラックの半径 a で無次元化した ak_L である。関係 $ak_L = a\omega/c_L$ (c_L は縦波の波速)より、図は1個のクラックによる散乱断面積の周波数特性を表している。図中の四角(□)が散乱断面積 $P/\pi a^2$ の値である。式(28)に見るように、本論文における散乱断面積の計算過程においては、散乱波の縦波成分と横波成分からの寄与が計算されており、図にはこれら縦波成分(○)と横波成分(△)からの寄与も示している。散乱断面積に関する Martin と Wickham の結果¹²⁾を記号◎で示しており、本論文の結果は Martin と Wickham の結果と良く一致していることがわかる。

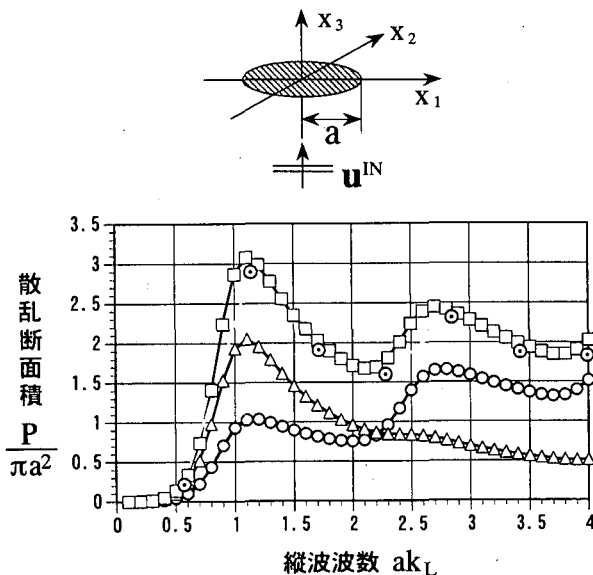


図-3 1個のクラックによる散乱断面積

□：散乱断面積，○：縦波成分，△：横波成分
◎：Martin&Wickham¹²⁾

図の見やすさの都合上載せていないが、Krenk と Schmidt の結果¹³⁾も同様である。なお、この計算を含めた以下の全ての計算において、母材のポアソン比は $\nu = 1/4$ である。

5.2 散乱断面積の周波数特性

散乱断面積の周波数特性をクラックの個数との関係において調べた結果を図-4, 5, 6に示す。図-4が2個、図-5が4個、図-6が9個のクラックによる散乱断面積の周波数特性である。これらの図において、クラックは全て水平面(x_1-x_2 面)内に配置されており、各クラック間の端と端の距離 d は $d = a/2$ 、入射波はクラック面に垂直な x_3 軸方向に沿って伝播する縦波である。なお、ここで示したクラックの個数が4個、9個の場合の計算には、本論文の4.で述べたボルン級数による解法を採用しているが、これは今回の計算に使用したパソコンの容量上の都合である。

図-3に示した1個のクラックに対する結果も含めて、図-4, 5, 6における散乱断面積 $P/\pi a^2$ とクラックの個数 n との関係に着目すると、クラックが水平に配置された場合、 n 個のクラックに対する散乱断面積の値は1個のクラックに対する散乱断面積のほぼ n 倍という関係が近似的に成立していることがわかる。例えば散乱断面積のピーク値に着目すると、1個のクラックに対する散乱断面積のピーク値はほぼ3、2個の場合は6、4個の場合は12、9個の場合は27という関係である。上記数値は全て大凡の値であり、ここでは大雑把な特徴を近似的に記述しているにすぎないことに注意する。クラック間の距離 d を変化させた場合のより詳しい解析結果については、後の5.3において検討する。ここで述べた散乱断面積の値とクラックの個数に関する近似的関係は、縦・横各々の散乱波動モードのエネルギー成分については成立していないことにも注意を要する。これは、散乱断面積がピークを示す波数 $ak_L = 1.2$ 付近の縦波成分(○)と横波成分(△)の散乱断面積への寄与率に着目するとわかる。クラックの個数が増えるにつれて、散乱断面積への縦波成分の寄与が増加し、横波成分の寄与率が相対的に減少しており、散乱エネルギー総量への縦・横散乱波動モードの寄与形態が順次変化している様子がうかがえる。

入射縦波の伝播方向をクラック面に平行な x_2 軸方向に選んだ場合の結果の一例を図-7と図-8に示す。図-7は1個、図-8は2個のクラックに対する散乱断面積である。この場合にも、2個のクラックに対する散乱断面積の値は1個のクラックに対する散乱断面積の値のほぼ2倍という傾向が認められる。また、図-3, 4と図-7, 8に示した結果のオーダー的な比較という観点からは、入射縦波がクラック面に対して平行に伝播している場合の散乱断面積の値は垂直に伝播している場合の散乱断面積の値の1割程度であると言える。

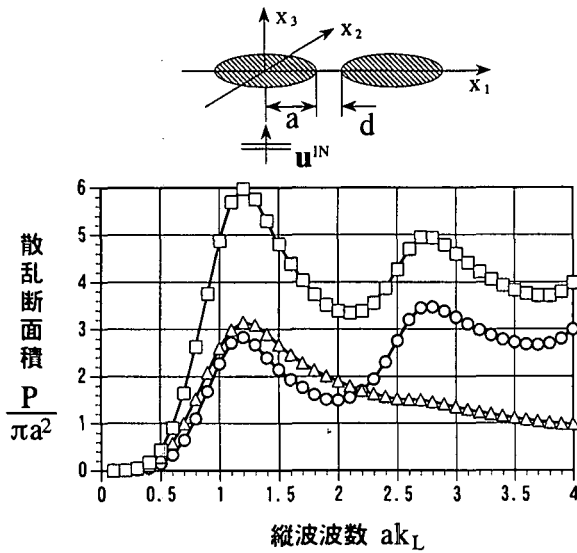


図-4 2個のクラックによる散乱断面積
(入射波方向： $p=(0, 0, 1)$, クラック間隔： $d = a/2$)

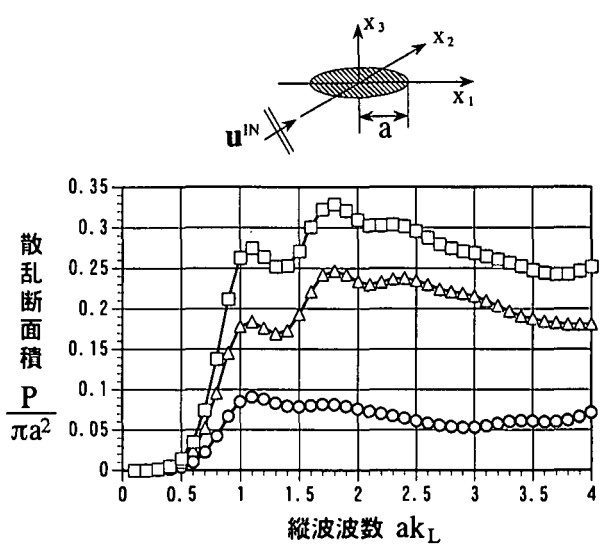


図-7 1個のクラックによる散乱断面積
(入射波方向： $p=(0, 1, 0)$)

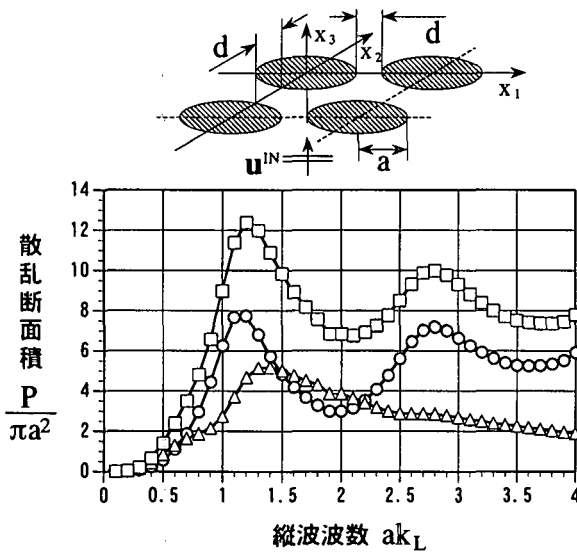


図-5 4個のクラックによる散乱断面積
(入射波方向： $p=(0, 0, 1)$, クラック間隔： $d = a/2$)

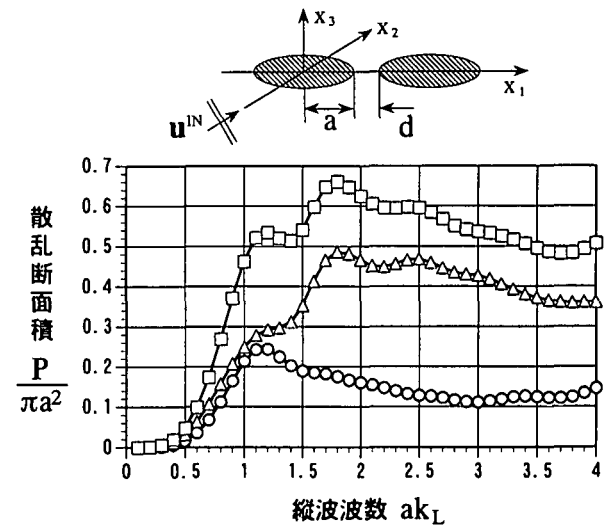


図-8 2個のクラックによる散乱断面積
(入射波方向： $p=(0, 1, 0)$, クラック間隔： $d = a/2$)

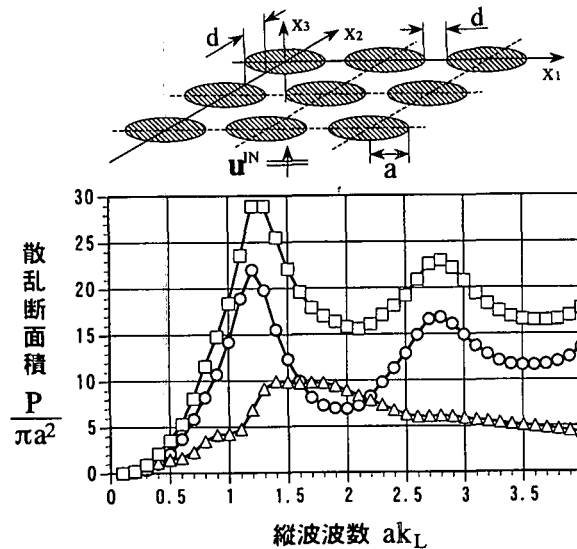


図-6 9個のクラックによる散乱断面積
(入射波方向： $p=(0, 0, 1)$, クラック間隔： $d = a/2$)

5.3 多重散乱効果

散乱エネルギー総量の観点から多重散乱効果についてより詳しく調べるために、半径 a の円形クラックの数が2個の場合について、クラック間距離 d と散乱断面積 $P/\pi a^2$ の関係をまとめたものが図-9から図-13である。全ての図において、入射縦波の無次元化波数は $ak_L = 1.0$ と固定している。

図-9, 10, 11はクラックが x_1 軸方向に距離 d 離れて水平配置された場合に対する結果である。入射縦波の進行方向 p が異なっており、それぞれ x_3 軸, x_2 軸, x_1 軸方向に伝播している。図中の黒丸が2個のクラックによる散乱断面積の値であり、比較のため、1個のクラックによる散乱断面積の値を2倍した値を白丸で挿入してある。散乱エネルギー総量を表す散乱断面積に対する多重散乱の影響はどのようなクラック間距離 d に対

しても存在しているが、その影響は比較的小さいことがわかる。ただ、図-11のように、入射波の進行方向に見て裏側にクラックが存在している場合には、クラック間距離 d が小さくなると多重散乱の影響が高まる傾向にあるので注意を要す。

図-12と図-13はクラックが鉛直方向に2個水平配置された場合、散乱断面積とクラックの鉛直距離 d の関係を示したものである。クラックが鉛直配置された場合、クラック間距離 d がクラックの半径 a の5倍程度までは多重散乱の影響は比較的大きいと言える。

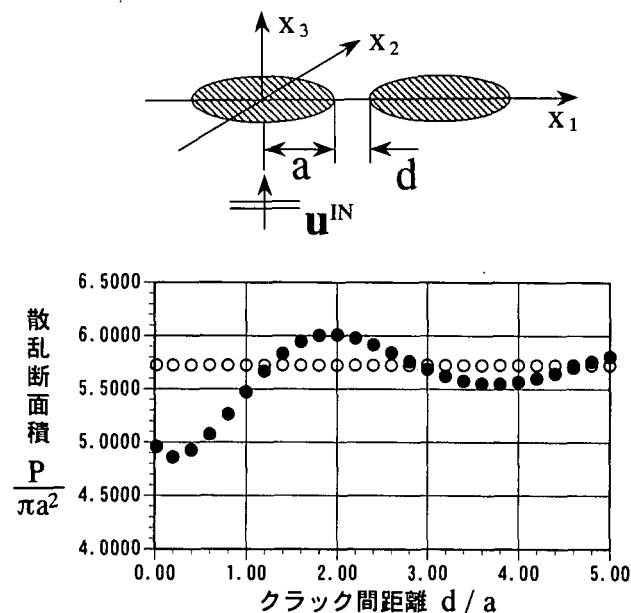


図-9 水平2個配置 ($p = (0, 0, 1), ak_L = 1.0$)
(● : 2個に対する $P/\pi a^2$, ○ : 1個の値の2倍)

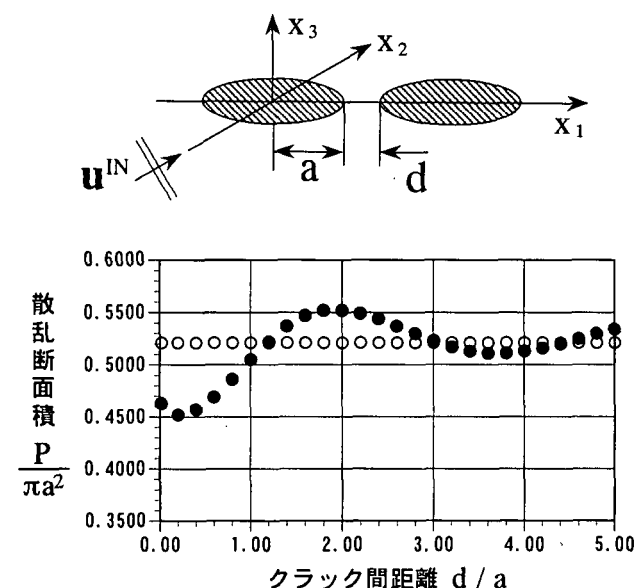


図-10 水平2個配置 ($p = (0, 1, 0), ak_L = 1.0$)

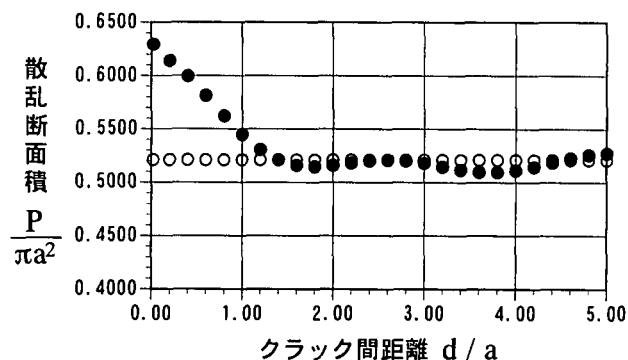
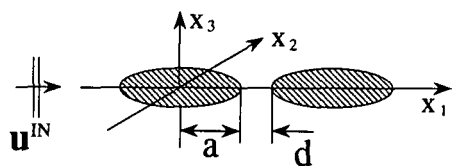


図-11 水平2個配置 ($p = (1, 0, 0), ak_L = 1.0$)

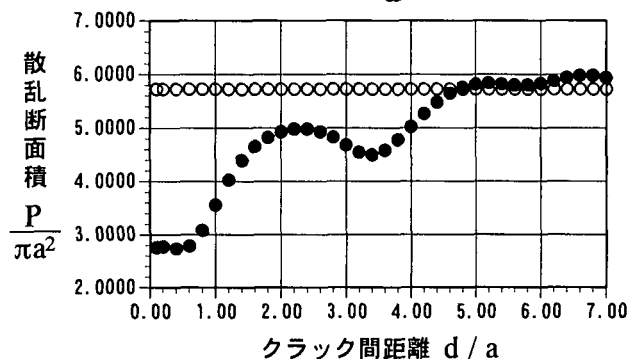
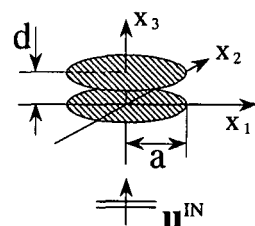


図-12 鉛直2個配置 ($p = (0, 0, 1), ak_L = 1.0$)

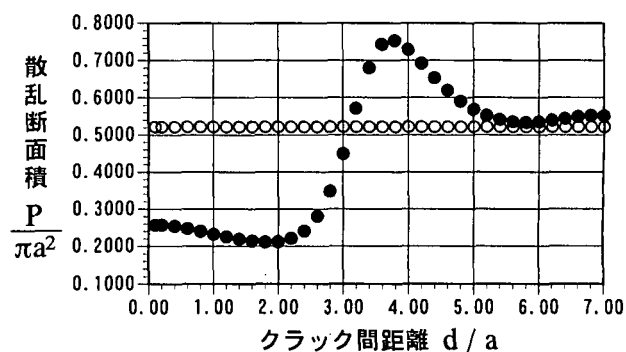
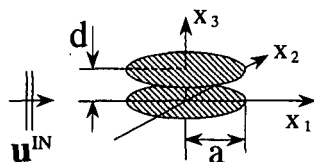


図-13 鉛直2個配置 ($p = (1, 0, 0), ak_L = 1.0$)

6. まとめ

3次元弾性体内に存在するクラックによって散乱された散乱波動エネルギー量を計算するために、クラック開口変位に関する境界積分方程式を定式化・整理し、散乱波動エネルギー総量を表す散乱断面積の計算過程を要約した。数値計算においては、円形クラックが水平面に配置された場合について、クラックの個数と散乱断面積の関係に着目して周波数特性を調べた。この結果、ある個数のクラックに対する散乱断面積の値は1個のクラックに対する散乱断面積のクラックの個数倍という関係が近似的にはあるが成立していることがわかった。散乱断面積に対する多重散乱の影響をより詳細に調べるために、2個のクラックについてクラック間の距離を変化させて散乱断面積を計算した。この結果、クラックが水平面に配置された場合にはクラック間の多重散乱効果は比較的小さいが、クラックが鉛直方向に水平配置された場合にはクラック間の距離がクラックの半径の5倍程度までは多重散乱効果は比較的大きいことが明らかとなった。

ここでは、クラックが水平に配置された場合について、クラックの個数と散乱断面積の値に関する近似関係について述べたが、クラックが鉛直に配置された場合については現時点では計算していない。多重散乱効果の項で示したように、近似関係が成立するクラック間距離は鉛直配置されたほうが水平配置された場合よりも長いことが予想され、より注意深い検討を要し、これは今後の課題である。

参考文献

1) Nair, S.M., Hsu, D.K. and Rose, J.H.: Porosity estimation using the frequency dependence of the ultrasonic attenuation, *J. Nondestr. Eval.*, Vol.8, pp.13-26, 1989.

- 2) Beltzer, A.I.: *Acoustics of Solids*, Springer-Verlag, 1988.
- 3) Kitahara, M., Nakagawa, K. and Achenbach, J.D.: Scattering cross-sections in elastodynamics, *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, Vol.13, pp.45-52, Plenum Press, 1994.
- 4) Nishimura, N. and Kobayashi, S.: An improved boundary integral equation method for crack problems, *Advanced Boundary Element Methods*, pp.279-286, Springer-Verlag, 1988.
- 5) Niwa, Y. and Hirose, S.: Application of the BEM to elastodynamics in a three dimensional half space, *Recent Applications in Computational Mechanics*, pp.1-15, ASCE, 1986.
- 6) Budreck, D.E. and Achenbach, J.D.: Scattering from three-dimensional planar cracks by the boundary integral equation method, *J. Appl. Mech.*, Vol.55, pp.405-412, 1988.
- 7) Budreck, D.E. and Achenbach, J.D.: Three-dimensional elastic wave scattering by surface-breaking cracks, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol.86, pp.395-406, 1989.
- 8) Chen, B. and Gross, D.: Interaction of two coplanar penny-shaped cracks with transient elastic waves, *Wave Motion*, Vol.26, pp.69-83, 1997.
- 9) Kitahara, M. and Nakagawa, K.: Multiple scattering calculations by Born series integral equations, *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, Vol.17, pp.33-40, Plenum Press, 1998.
- 10) 結城良治, 木須博行: 境界要素法による弾性解析, 培風館, 1987.
- 11) Gubernatis, J.E., Domany, E. and Krumhansl, J.A.: Formal aspects of the theory of the scattering of ultrasound by flaws in elastic materials, *J. Appl. Phys.*, Vol.48, pp.2804-2811, 1977.
- 12) Martin, P.A. and Wickham, G.R.: Diffraction of elastic waves by a penny-shaped crack: analytical and numerical results, *Proc. R. Soc. Lond.*, Vol.A390, pp.91-129, 1983.
- 13) Krenk, S. and Schmidt, H.: Elastic wave scattering by a circular crack, *Phil. Trans. R. Soc. Lond.*, Vol.A308, pp.167-198, 1982.

(1999年4月23日 受付)