

拡張目的関数によるモデル化誤差の影響を考慮した逆解析

Inverse Analysis Considering the Effect of Modeling Error
by Extended Objective Function

吉田郁政*・佐々木卓也**・星谷勝***

Ikumasa YOSHIDA, Takuya SASAKI and Masaru HOSHIYA

*正会員 工博 東電設計(株) 原子力土木部(〒110-0015 東京都台東区東上野3-3-3)

**正会員 前田建設工業(株) 中部支店(〒460-0008 名古屋市中区栄5-25-25) (前武蔵工業大学大学院)

***正会員 Ph.D. 武蔵工業大学 工学部土木工学科 教授(〒158-8557 東京都世田谷区玉堤1-28-1)

The covariance matrix of observation error is very important to estimate the credibility of the updated model. Besides the accuracy of the measurement devices, modeling error is also very important as a factor of observation error. However, it is very difficult to consider every factor of the modeling error. In order to determine the level of the observation error from observation data statistically, the objective function for the inverse analysis is extended based on the maximum likelihood method. As an example, we discuss the identification problem of dynamic soil properties, in which the estimation of observation error and model selection by using information criteria such as AIC are demonstrated.

Key Words : inverse analysis, modeling error, extended objective function, hyper parameter, observation error

1. はじめに

一般には、事前に与えられる情報からモデルを作成し、応答値の予測を行うことによって種々の設計が行われる。その際、モデルの信頼度から応答値の信頼性を評価して設計に反映することもできる。すなわち、信頼性設計である。さらに観測情報が与えられることにより向上するモデルの信頼度を評価することができれば、観測情報を考慮した信頼性設計が可能となる。その概念的なフローを図-1に示す。こうした背景の基で逆解析を確率論からとらえ、モデルのパラメタを推定するだけでなく、推定値の信頼度も評価できる方法についてこれまで検討を行ってきた^{1),2)}。

このような観測情報を考慮した信頼性評価を行うためには、観測量誤差のレベルを適切に想定することが重要となる。なぜなら、更新されるモデルパラメタの信頼度は想定する観測量誤差のレベルによって大きく左右されるため、それを不当に想定してしまうと更新されたモデルの信頼度も不当に評価することになってしまうからである。AICを用いたモデル選択^{3),4)}も最近のトピックの1つであるが、その場合も観測量誤差の適切な評価が不可欠となる。

簡単な例題を図-2に示す。真のモデルによるスペクトル比に標準偏差0.5の誤差を加えたものを観測量として、地盤のせん断波速度を推定するための最

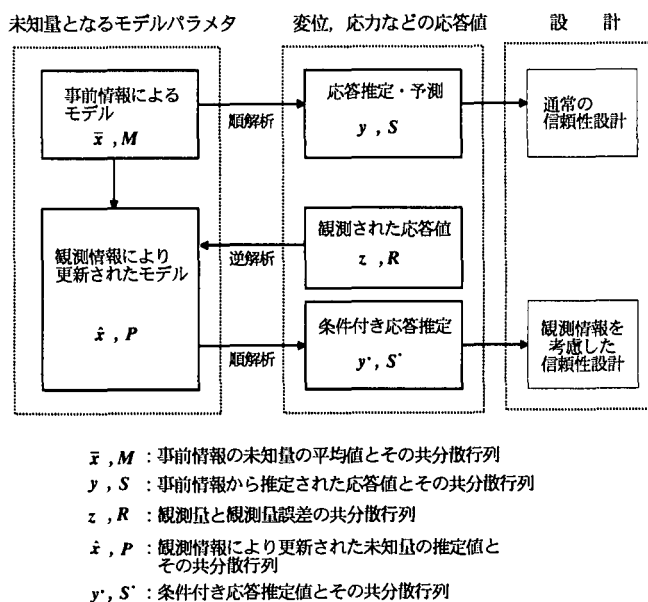


図-1 観測量誤差を考慮した信頼性設計の概念

適モデルを選択する問題について考える。問題設定の詳細については3節で後述する。逆解析を行う際に観測量誤差の標準偏差を0.05, 0.5, 5.0と想定したときに最適となるモデルをAIC(後述のAIC₄)によって評価すると、図-3に示すように標準偏差が0.05, 5.0としたときに観測量を作成したモデル(4層モデル)が選択されないことが分かる。つまり観測量誤差の想定が適切でないとして正しくモデルが

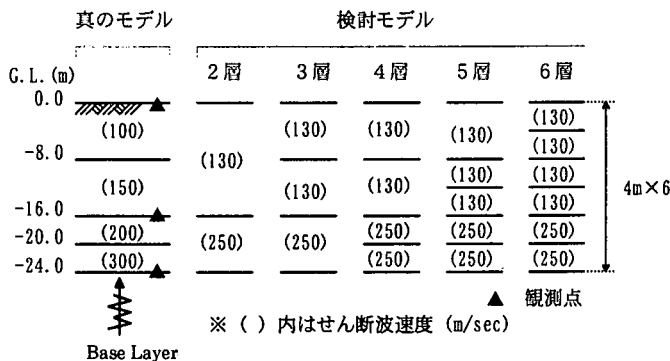


図-2 解析モデル，真のせん断波速度と逆解析のための初期値

選択されないことになる。

このように，観測量誤差のレベルを適切に想定することは大変重要なことである。観測量誤差は計測器の精度もその要因の1つであるが，後述するようにモデル化誤差からの変換分の影響を無視することができない。しかし，モデル化誤差の要因1つ1つについて積み上げ，定量化していくことは現実には困難である。

そこで本論文では，こうした誤差レベルを観測情報から統計的に決めることができるよう最尤法の考え方に基づいて目的関数の拡張を行った。また，拡張した目的関数を用いて図-2の例題について観測量誤差の標準偏差を推定した例，さらにAICなどの情報量規準の考え方をを用いたモデル選択の例について示した。

2. モデル化誤差を考慮した逆解析

2.1 逆解析の基本的定式化

確率論から定式化を行う逆解析の基本的な考え方を文献 5),6)より抜粋して以下に示す。未知パラメタの確率変数ベクトル x について平均とその共分散行列が事前情報として与えられているとする。

$$\bar{x} = E[x], M = E[(x - \bar{x})(x - \bar{x})^T] \quad (1)$$

観測量 z は次式で与えられる。

$$z = H(x) + v \quad (2)$$

ただし v は観測量誤差を表し，その共分散行列が式(3)によって与えられるものとする。

$$R = E[vv^T] \quad (3)$$

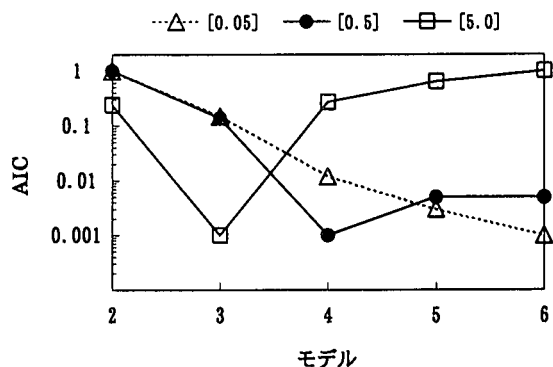


図-3 想定する観測量誤差の標準偏差による最適モデルの比較（最大・最小値で基準化）

未知パラメタと観測量誤差が互いに独立な正規分布に従うという仮定の下で逆解析の目的関数は次のように求めることができる。

$$J_1 = \frac{1}{2} \{ (x - \bar{x})^T M^{-1} (x - \bar{x}) + (z - H(x))^T R^{-1} (z - H(x)) \} \quad (4)$$

式(4)に示した目的関数の最小化には多くの方法が適用可能であり，基本的にはどの方法を用いてもよい。本論文では目的関数の最小化に DFP 法⁷⁾を用いている。また，未知量に関する事後の推定誤差の共分散行列は次式より近似的に求めることができる。

$$P_{xi} = (H_{xi}^T R^{-1} H_{xi} + M^{-1})^{-1} \quad (5)$$

ここで， H_{xi} はヤコビアン行列，観測量ベクトルを未知パラメタベクトルで微分した行列である。

単純なモデル化誤差として，既知条件としたモデルパラメタに誤差 w が含まれる場合について考える⁸⁾。この既知パラメタベクトルを p とおくと，式(2)の観測方程式は次式のように表すことができる。

$$z = H(x, p) + v \quad (6)$$

既知パラメタベクトル p の平均値ベクトルを $\bar{p}$ とし， $p = \bar{p} + w$ とおいたものを式(6)に代入して， w に関するテーラー展開を行い，1 次の項までの近似を考えると式(7)が得られる。

$$z = H(x, \bar{p}) + r \quad (7)$$

ここで， $r = H_p(x, \bar{p}) \cdot w + v$ ， $H_p(x, \bar{p}) = \partial H(x, p) / \partial p|_{p=\bar{p}}$

r は x の関数となるが，近似的に次式が成立し， x によらないと仮定する。

$$r = H_p(\bar{x}, \bar{p}) \cdot w + v \quad (8)$$

w が x に独立な正規分布とすれば、 r も x に独立な正規分布となり、観測量と未知量の関係を表す式(2)は、観測量誤差 v を r に変えるだけで、式(5)までの議論が全て成立することになる。従って、このときの観測量誤差の共分散は次式によって求めることができる。

$$R^* = R + H_p(\bar{x}, \bar{p}) R_w H_p(\bar{x}, \bar{p})^T \quad (9)$$

ここで、 R_w : w の共分散行列

このようにして、モデル化誤差は観測量誤差に変換される。より複雑なモデル化誤差として、例えば2次元モデルに対する3次元効果、線形モデルに対する非線形効果、定常モデルに対する非定常効果など他にも様々なものが考えられるが、これらの要因を1つ1つ分析して定量化したものを積み上げていくことは現実的に困難である。そこで、観測量から統計的に観測量誤差のレベルを評価できるように目的関数の拡張を行う。

2.2 最尤法による目的関数の拡張

逆解析において、与えられた情報から観測量誤差の標準偏差などの統計量も推定できるように、式(4)に示した目的関数の拡張を行う。

まず、事前情報も観測情報の一部⁹⁾とみなすことによって観測方程式を拡張する。未知量に関する事前の平均値 $\bar{x}$ を観測量、事前情報の曖昧さを表す w_b を観測量誤差として扱い、この関係と式(2)と合わせると、観測方程式は式(10)のように表わすことができる。

$$\begin{Bmatrix} \bar{x} \\ z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x \\ H(x) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} w_b \\ v \end{Bmatrix} \quad (10)$$

観測量誤差である w_b と v がそれぞれ独立であると仮定すれば、観測量誤差の共分散行列は式(11)によって表すことができる。

$$E \left[\begin{Bmatrix} w_b \\ v \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} w_b \\ v \end{Bmatrix}^T \right] = \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix} \quad (11)$$

式(10)の拡張した観測方程式の左辺を Z とおき、その成分を式(12)に示す。ただし、 n_p は未知パラメタベクトル x の大きさ、 m は事前情報以外の観測量ベクトル z の大きさを表している。

$$\begin{aligned} Z &= [Z_1 \ Z_2 \ \cdots \ Z_{n_p+m}]^T \\ &= [\bar{x}_1 \ \bar{x}_2 \ \cdots \ \bar{x}_{n_p} \ z_1 \ z_2 \ \cdots \ z_m]^T = \begin{Bmatrix} \bar{x} \\ z \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

ここで、置き換えた観測量 Z の確率密度関数を考

える。式(10)右辺の w_b, v が正規分布に従うとすると、 Z は多変量正規分布の式(13)で表すことができる。

$$P(Z; x, \epsilon) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n_p+m}{2}} \begin{vmatrix} M & 0 \\ 0 & R \end{vmatrix}^{\frac{1}{2}}} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{x} - x \\ z - H(x) \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} M^{-1} & 0 \\ 0 & R^{-1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \bar{x} - x \\ z - H(x) \end{pmatrix} \right\} \quad (13)$$

ϵ は統計量を表しており、たとえば観測量誤差や事前情報の標準偏差などが考えられ、 M や R に関連した量となる。ここで、未知パラメタ x だけでなく統計量 ϵ も推定できるように最尤法の考え方を導入する。確率密度関数 P と尤度関数 L は式の形では同じであるが、式(13)に示したように確率密度関数は未知パラメタ x や統計量 ϵ が与えられたときの Z の関数であるのに対し、尤度関数は Z が与えられたときの x や ϵ の関数である。ここでは式(14)のように表記する。

$$L(x, \epsilon; Z) = P(Z; x, \epsilon) \quad (14)$$

最尤推定法ではこの尤度関数を最大にする x や ϵ を推定値と考える。推定の対象とする統計量 ϵ を以下超パラメタと呼び、未知パラメタ x とは区別する。尤度関数の対数をとったものを対数尤度と呼び、これを-2倍したものを拡張した目的関数 J_2 と呼ぶことにする。この拡張した目的関数 J_2 を式(15)に示す。

$$J_2 = (\bar{x} - x)^T M^{-1} (\bar{x} - x) + (z - H(x))^T R^{-1} (z - H(x)) + (n_p + m) \ln(2\pi) + \ln|M| + \ln|R| \quad (15)$$

最尤法では尤度関数を最大にするパラメタを推定値と考えるので、式(15)によって逆問題が目的関数の最小化問題として定式化されたことになる。この拡張された目的関数では未知パラメタ x だけでなく、観測量誤差の標準偏差などの超パラメタの推定も行うことができる。超パラメタの推定を行わない場合は式(15)の第3項以降は定数となるため、式(4)に示した目的関数 J_1 と実質的に同じになる。

超パラメタの推定を行う場合には、もはや最小二乗問題とはならないためMarquardt法などの非線形最小二乗法を使うことはできない。ただし、事前情報がなく、超パラメタが式(16)に示すような c ($c > 0$) で表すことができる場合には、式(4)に示した目的関数 J_1 の最小化の結果から簡単に求めることができる。以下、それについて述べる。

$$R = c R_0 \quad (16)$$

ここで、 R_0 は基準化された共分散行列であり、 c はその基準値と解釈することができる。例えば、各観測量誤差が同程度である場合は R_0 を単位行列とすることができ、 c は誤差の分散の大きさを表すことになる。

J_1 と J_2 において、事前情報を考慮していないことと式(16)の関係をを用いることによって、それぞれ以下のように表すことができる。

$$J_1 = \frac{1}{c} (z - H(x))^T R_0^{-1} (z - H(x)) = \frac{1}{c} J_1' \quad (17)$$

$$J_2 = \frac{1}{c} J_1' + m \ln(2\pi) + m \ln c + \ln |R_0| \quad (18)$$

$$\text{ここで、} J_1' = (z - H(x))^T R_0^{-1} (z - H(x))$$

超パラメタ c について J_2 を最小化する条件、すなわち、式(19)から式(20)の関係を導くことができる。

$$\frac{\partial J_2}{\partial c} = -\frac{J_1'}{c^2} + \frac{m}{c} = 0 \quad (19)$$

$$c = \frac{J_1'}{m} \quad (20)$$

式(20)の関係を式(18)に代入すれば次式が求まる。

$$J_2 = m + m \ln(2\pi) + m \ln\left(\frac{J_1'}{m}\right) + \ln |R_0| \quad (21)$$

式(21)において推定したいパラメタに関係するのは J_1' だけであり、 $\ln(\cdot)$ が単調増加の関数であることを考えると、 J_1' が最小化されていれば J_2 も最小化されることになる。以上より、最小二乗問題 J_1' を解けば、式(20)の関係から超パラメタ c の値が、さらに、式(21)から最小化された J_2 が求められる。

3. 観測量誤差の推定に関する数値計算例

3.1 問題設定

逆解析における観測量誤差の推定について、図-2 に示したように逆解析によってせん断波速度を推定する問題を考える。逆解析手法の詳細については文献 10) を参照されたい。

推定を行うパラメタは各層のせん断波速度 V_s (m/sec) と観測量誤差の標準偏差とし、せん断波速度に関する事前情報は用いない。また、観測量はスペクトル比の対数振幅とし、振幅のピークだけでなく、スペクトル比全体の形状が合うことを重要視し

表-1 その他の物性値

減衰定数	0.02
密度 (g/cm ³)	1.70

表-2 観測量に含まれるホワイトノイズの標準偏差

スペクトル比	観測量 A	観測量 B
Surface/G.L.-16m	0.5	0.5
Surface/G.L.-24m	0.5	1.5

た。その他の物性値については表-1 に示した値を用い、全層が一定であることを仮定した。

逆解析に用いる観測量を作成するために、図-2 に示した真のモデル（ターゲットとなるモデル）を用いて一次元波動解析を行った。図-2 に「▲」で示した 3 つの観測点から得られる応答加速度波形より算出した 2 つのフーリエスペクトル比（Surface/G.L.-16m, Surface /G.L.-24m）の対数振幅に対して、ホワイトノイズを混入させたものを観測量とした。その際、表-2 に示したように加えるホワイトノイズの標準偏差を一定とした観測量 A、スペクトル比ごとに標準偏差を変えた観測量 B の 2 組を作成した。図-4 は作成した観測量 A、B を比較したものである。

目的関数の最小化には DFP 法⁹⁾を用いた。図-2 の中には収束計算のためのせん断波速度の初期値を示しているが、各モデルとも条件を同じにするために対応する層では同じ初期値とした。

3.2 モデル選択の評価規準

AIC (Akaike Information Criterion)^{3),11)} は想定したモデルと真のモデルの近さを与えられたデータのもとで相対的に測定できる、情報エントロピーに準じた尺度であり、式(22)のように表される。なお、AIC が小さいモデルほど好ましいと判断される。

$$AIC = -2 \times (\text{最大対数尤度}) + 2 \times (\text{自由パラメタ数}) \quad (22)$$

式(22)の解釈としては⁹⁾、第1項がモデルのデータへの当てはまりの良さを表し、第2項はモデルのパラメタ数を増やすことに対するペナルティを意味している。一般にパラメタ数が多い複雑なモデルは自由度が高いため、データへの追従性も高くなり、第1項は小さくなる。従って、第2項で評価するモデルの複雑化に伴うペナルティを課した上でAICを減少出来ない限り、それ以上、モデルを複雑にすべきでないと判断していることになる。通常のAICの他に、ペナルティの重みを変えたAIC_cや異なった

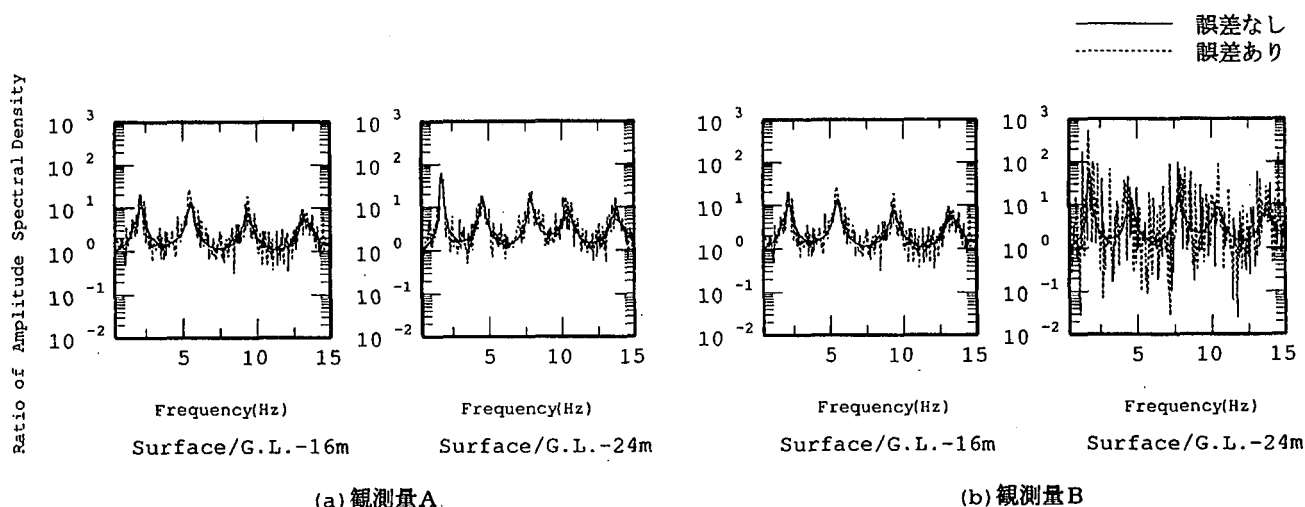


図-4 逆解析に使用する観測量の誤差レベルの比較

理論背景をもつMDLなどの情報量規準もある。これらを式(23), (24)に示す。詳細は片山による文献12)を参照されたい。

$$AIC_4 = -2 \times (\text{最大対数尤度}) + 4 \times (\text{自由パラメタ数}) \quad (23)$$

$$MDL = -2 \times (\text{最大対数尤度}) + \ln m \times (\text{自由パラメタ数}) \quad (24)$$

これらの式の違いはいずれも第2項のモデルの複雑さ(推定するパラメタの数)に対するペナルティ一項だけである。以下、 AIC_4 と明確に区別するため式(22)で表される通常のAICを AIC_2 と記述する。

本例題では未知パラメタに関する事前情報を考慮していないので、目的関数 J_2 、すなわち、最大対数尤度の-2倍は簡略化され、式(25)によって表すことができる。

$$-2 \times (\text{最大対数尤度}) = (z - H(x))^T R^{-1} (z - H(x)) + m \ln(2\pi) + \ln|R| \quad (25)$$

最大対数尤度の-2倍はAICの第1項に当たるので AIC_2 は式(26)によって求めることができる。

$$AIC_2 = (z - H(x))^T R^{-1} (z - H(x)) + m \ln(2\pi) + \ln|R| + 2n_p + 2n_h \quad (26)$$

ここで、 n_p は通常の未知パラメタの、 n_h は超パラメタの数である。

同様に AIC_4 やMDLも以下のように求めることができる。

表-3 検討ケースの一覧

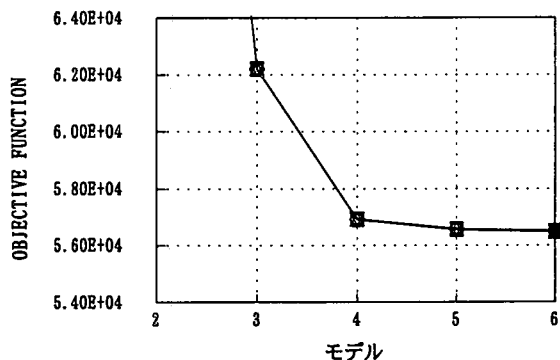
観測量	想定する誤差レベル 又は最適化の初期値		超パラメタ数	ケース番号
	Surface/ G.L.-16m	Surface/ G.L.-24m		
A	0.05		-	ケース1
	0.5		-	ケース2
	5.0		-	ケース3
	1.0		1	ケース4
B	0.5	1.5	-	ケース5
	2.0		1	ケース6
	1.0	3.0	2	ケース7

$$AIC_4 = (z - H(x))^T R^{-1} (z - H(x)) + m \ln(2\pi) + \ln|R| + 4(n_p + n_h) \quad (27)$$

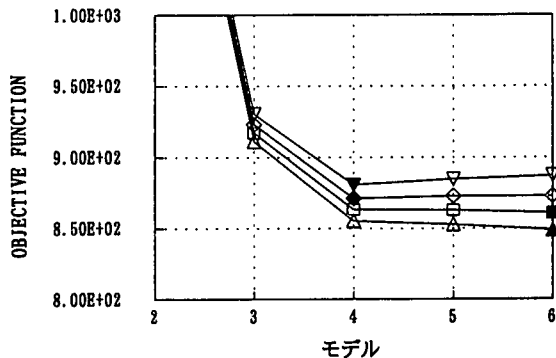
$$MDL = (z - H(x))^T R^{-1} (z - H(x)) + m \ln(2\pi) + \ln|R| + (n_p + n_h) \ln m \quad (28)$$

3.3 数値解析結果と考察

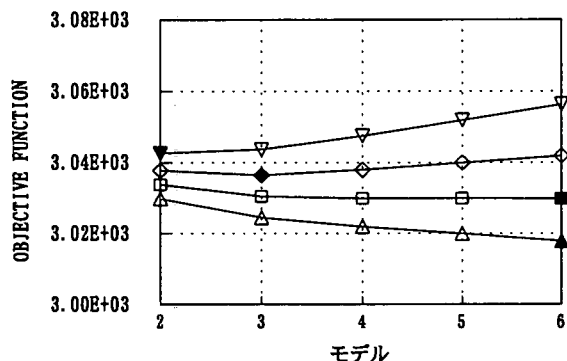
観測量は図-2に示した4層モデル(真のモデル)を用いて算定したものであるが、図-2の2層モデルから6層モデルまでの計5つのモデルを用いて逆解析を行った。その結果、得られた最大対数尤度から AIC_2 、 AIC_4 、MDLを求め、図-5、図-6に示した。図中には最大対数尤度を-2倍したものも示したが、全てのケースで6層モデルが最小となっている。この量はモデルとデータの適合度を表しており、値が小さいほどそれらの適合度が高いことを意味している。そのため、自由度の高いモデルほど値が小さくなるのは当然であろう。AICやMDLはそれに加えてモデルの複雑さに対するペナルティ一項を合わせ



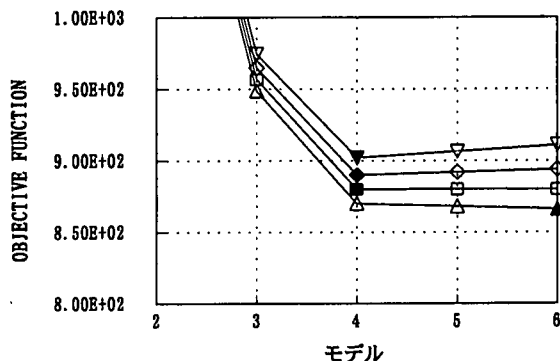
(1) ケース 1 のモデル選択結果 (観測量 A)
真の誤差レベル(0.5)>想定誤差レベル(0.05)



(2) ケース 2 のモデル選択結果 (観測量 A)
真の誤差レベル(0.5)=想定誤差レベル(0.5)



(3) ケース 3 のモデル選択結果 (観測量 A)
真の誤差レベル(0.5)<想定誤差レベル(5.0)



(4) ケース 4 のモデル選択結果 (観測量 A)
真の誤差レベル(0.5)→超パラメタによる推定

∇ MDL $\square$ AIC₂
 $\diamond$ AIC₄ $\triangle$ -2(最大対数尤度)

※ ただし、黒いシンボルは選択されるモデルを意味する。すなわち最小値

図-5 観測量 A に関するケースのモデル選択結果

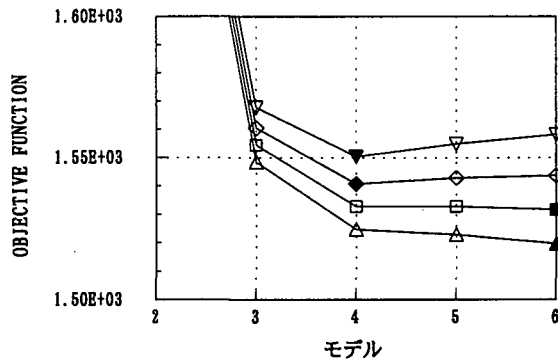
た形で計算される。観測量Aに対しては表-3に示すケース1から4の検討を、観測量Bに対してはケース5から7の検討を行った。

まず、観測量Aを用いた場合の結果について述べる。ケース1は想定した誤差レベルが0.05であり、実際の誤差レベルよりも一桁小さく評価したケースである。各情報量規準とも最小となったのは6層モデルであった。すなわち、真のモデルが選択されていない。次にケース2として誤差レベルを正しく評価した場合について同様の計算を行った。図-5(2)において、MDLとAIC₄の場合に正しく4層モデルが選択されているが、AIC₂では6層モデルが選択されている。ただし、その値は4、5、6層モデルでほとんど差がない。さらに想定する誤差のレベルを5.0と実際よりも1桁大きくしたケース3について、同様の計算を行った。図-5(3)において、MDLやAIC₄では2層モデルや3層モデルが選択され、AIC₂では6層モデルが選択されている。つまりいずれの情報量規準においても正しいモデルが選択さ

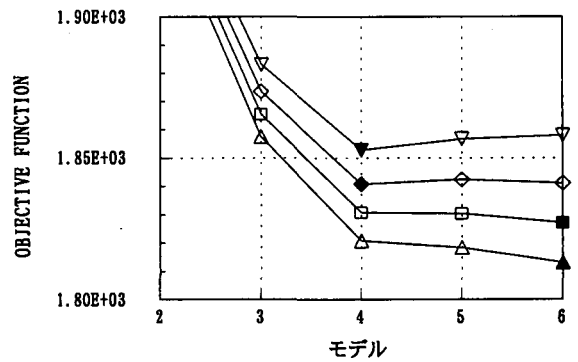
れていない。

ケース4では観測量誤差の標準偏差を超パラメタとして推定を行っている。図-7(1)に推定された観測量誤差の標準偏差を示す。2、3層モデルでは実際よりも大きな誤差レベルが推定されており、モデル化誤差分が評価されていることが分かる。それに対して、4層よりも細かいモデルでは正しい誤差レベルが評価されている。また、モデル選択を表す図-5(4)ではMDL、AIC₄、AIC₂の全てにおいて正しく4層モデルが選択されている。以上より、観測量誤差を過小評価あるいは過大評価すると情報量規準から正しくモデル選択できないことが分かる。誤差レベルを過小評価すると複雑なモデルが選択され、過大評価すると単純なモデルが選択される傾向にある。また、観測量誤差の標準偏差も未知パラメタとすると正しいモデルが選択され、未知量とした標準偏差も適切に評価される結果となった。

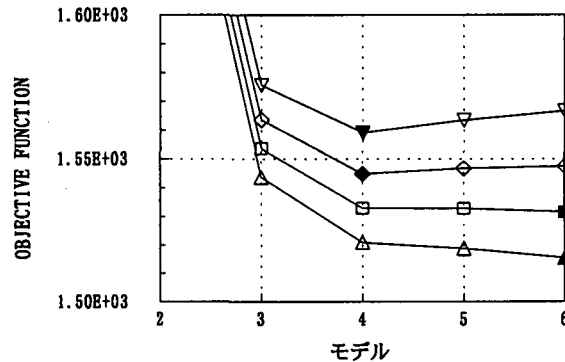
観測量Bを用いた場合の結果についても同様に述べる。真の誤差レベルを想定したケース5のモデル



(1) ケース 5 のモデル選択結果 (観測量 B)
真の誤差レベル(0.5, 1.5)=想定誤差レベル(0.5, 1.5)



(2) ケース 6 のモデル選択結果 (観測量 B)
真の誤差レベル(0.5, 1.5)→超パラメタ 1 つ



(3) ケース 7 のモデル選択結果 (観測量 B)
真の誤差レベル(0.5, 1.5)→超パラメタ 2 つ

▽ MDL
 ◇ AIC_4
 □ AIC_2
 △ $-2(\text{最大対数尤度})$

※ ただし、黒いシンボルは選択されるモデルを意味する。すなわち最小値

図-6 観測量 B に関するケースのモデル選択結果

選択では、図-6(1)に示すように、MDL、 AIC_4 の場合には、正しく4層モデルが選択されているが、 AIC_2 ではケース2の場合と同様に6層モデルが選択されている。ケース6は観測量誤差の標準偏差を1つの超パラメタを用いて推定した場合である。図-7(2)は推定された観測量誤差の標準偏差である。推定された誤差レベルは、観測量Bを作成したときの2つの誤差レベルの間の値となった。また、ケース4の場合と同様に真のモデルよりも粗い2、3層モデルで大きな値を示している。このときのモデル選択は、図-6(2)に示すように、MDL、 AIC_4 を用いた場合に真のモデルが選択され、 AIC_2 を用いた場合には6層モデルが選択されている。さらにケース7では観測量誤差の標準偏差をスペクトル比ごとに2つの超パラメタを用いて推定を行った。図-7(3)に示すように2、3層モデルでは実際よりも大きな誤差レベルが推定されているが、4層モデルよりも細かいモデルでは正しく評価されている。このときのモデル選択の結果はケース5、6と同様であり、図-6(3)に示すようにMDL、 AIC_4 を用いた場合に真のモデルが、 AIC_2 を用いた場合には6層モデルが選択されている。

以上より、観測量誤差の標準偏差も未知パラメタとすると、誤差レベルを評価することができ、MDLや AIC_4 によって相対的にモデルの優劣を比較できることが分かる。しかし、本計算例では AIC_2 は観測量A、Bいずれのケースでも実際より自由度の高いモデルを選択する傾向を示した。

4. 結論

本研究では、逆解析によって求められるモデルの信頼度を議論するために不可欠となる、観測量の誤差レベルの評価方法について述べ、表層地盤の振動問題を例題として検討を行った。その主な成果は次のようにまとめることができる。

- 1) 未知パラメタだけでなく、観測量誤差の標準偏差などの統計量も推定できるように最尤法に基づいて逆解析の目的関数の拡張を行った。
- 2) 観測量誤差を過小評価あるいは過大評価すると、情報量規準から正しくモデル選択を行うことができない。誤差レベルを過小評価すると複雑なモデルが選択され、過大評価すると単純なモデルが選択される。

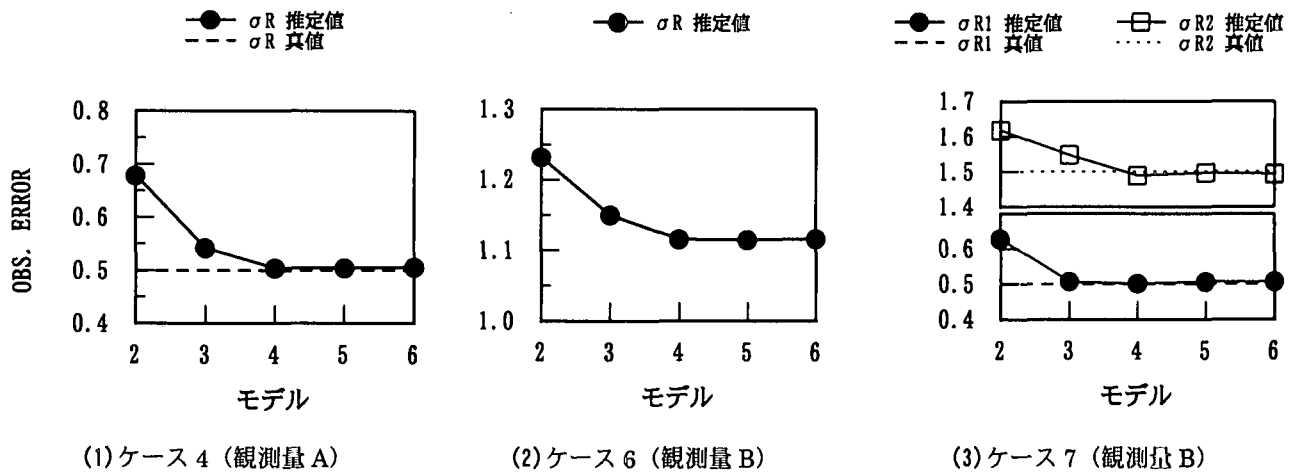


図-7 超パラメタとして推定された観測量誤差の標準偏差

ルが選択される傾向にある。

- 3) 本計算例では観測量誤差の標準偏差も拡張した目的関数の最小化から適切に推定することができた。
- 4) AICやMDLの情報量規準を用いてモデル選択を行ったところ、観測量誤差を正しく設定した場合、あるいは推定パラメタとした場合に適切なモデル選択がなされた。
- 5) 数値計算例ではAIC₂よりもAIC₄やMDLの方が適切にモデル選択を行うことができた。

情報規準によるモデル選択の方法は構成則の異なるモデルの比較や仮定の異なるモデルの比較を行うことができるため、大変有益である。計算例では説明のために単純な層分割に関する比較を行っており、比較の対象としたモデルは適当に定めたものである。モデルの層分割（空間分割）に関しては未知パラメタ空間の基底変換をおこなう逆解析⁹⁾が有効であり、今後は基底変換を行った空間における拡張目的関数の検討を行う予定である。なお、例題には示していないが、拡張した目的関数を用いれば事前情報を考慮する場合にも超パラメタの推定が可能である。ただし、ここで示した定式化では事前情報も観測方程式に含めるため、未知量の数を変えると定式化上の観測量の数も変わってしまい、モデル選択に用いることができない。これについても今後の課題としたい。

参考文献

- 1) 吉田郁政：未知パラメタ空間の基底変換を用いた逆解

析，土木学会論文集，No.577/I-41，pp.205-215，1997。

- 2) 吉田郁政・佐々木卓也・星谷勝：逆解析によって推定されたモデルの信頼度と最適観測点位置，応用力学論文集Vol.1，pp.109-116，1998。
- 3) 坂本慶行，石黒真木夫，北川源四郎：情報統計学，共立出版，1983。
- 4) 本城勇介：講座・地盤工学における逆解析・5. 逆解析における事前情報とモデルの選択，土と基礎，43-7，pp.63-68，43-8，pp.51-56，1995。
- 5) 吉田郁政，黒瀬浩公，福井史朗：確率論に基づく逆解析手法の基礎研究，土木学会論文集，第483号/I-26，pp.61-68，1994。
- 6) 吉田郁政，豊田耕一，星谷勝：2次元FEMを用いた確率論に基づく逆解析の定式化とその解法，土木学会論文集，No.507/I-30，pp.129-136，1995。
- 7) 佐藤忠信：講座・地盤工学における逆解析・4. 最適化手法，土と基礎，43-4，pp.55-56，1995。
- 8) 吉田郁政，星谷勝：既知条件の不確定性を考慮した逆解析，土木学会論文集，No.501/I-29，pp.213-216，1994。
- 9) 中川徹，小柳義夫：最小二乗法による実験データ解析，東京大学出版会，1982。
- 10) 吉田郁政：講座・地盤工学における逆解析・14. 動的問題，土と基礎，44-6，pp.45-50，1996。
- 11) 赤池弘次：情報量基準AICとは何か，数理科学，No.153，ARCH，1976。
- 12) 片山徹：モデル次数の選択，コンピュータール，23，コロナ社，pp.39-45，1988。

(1999年4月23日受付)