

## 非繰返し型同定手法の適用性に関する検討

## An Application of Non-Iterative Identification Method to Structural Parameter Estimation

松井邦人\* ・ 栗田哲史\*\* ・ 新延泰生\*\*\* ・ 山本和也\*\*\*\*

Kunihito MATSUI, Tetsushi KURITA, Yasuo NIINOBE and Kazuya YAMAMOTO

\*フェロー Ph.D. 東京電機大学教授 理工学部建設環境工学科 (〒350-0394 埼玉県比企郡鳩山町石坂)

\*\*正会員 工博 東電設計株式会社 地震技術部 (〒110-0015 東京都台東区東上野 3-3-3)

\*\*\*正会員 工博 東洋大学教授 工学部環境建設学科 (〒350-0815 埼玉県川越市鯨井 2100)

\*\*\*\*学生会員 東京電機大学大学院 理工学研究科建設工学専攻 (〒350-0394 埼玉県比企郡鳩山町石坂)

This paper proposes a non-iterative identification method to estimate the structural parameters of existing structure subject to seismic loading. The generalized inverse matrix obtained from singular value decomposition was employed to identify the unknown parameters in frequency domain. Because of non-iterative analysis, it requires neither the initial estimate nor the calculation of Jacobean matrices. Thus, it can reduce the CPU time. In this paper, the numerical simulation was carried out to verify the validity and to grasp the basic characteristics of proposed method. Furthermore, this method applied to the observed data of shaking table model tests. From the both investigations, the validity of proposed method was confirmed for the structural parameter identification.

**Key Words :** parameter identification, Fourier transform, singular value decomposition, generalized inverse matrix, shaking table model test

## 1. はじめに

兵庫県南部地震における甚大な被害を契機に、土木および建築構造物に対する耐震補強の必要性が緊急課題として指摘されたのを受け<sup>例えは1)2)</sup>、既存の構造物の耐震性評価、または地震後の被災度評価を目的とした、構造物の損傷度評価(ヘルスマニタリング)技術への関心が高まっている。このような目的に適う最も有効な手法は、パラメータ同定の考え方である。

以下に、構造パラメータ同定に基づく構造物の損傷度評価に関する既往の研究を幾つか概観する。Agabian *et.al.*<sup>3)</sup>は、時間領域で剛性と減衰を同定する手法を用いて、その変化から被害を検出している。この時、観測量を加速度としているため、未知パラメータは加速度応答に対して非線形の関係となるが、数値積分によって変位と速度を求め、運動方程式に代入する事によって、線形の最小二乗モデルに変換している。

近藤・濱本<sup>4)</sup>は、三段階損傷検出法を提案している。第一段階は、構造物のランダム応答を観測データとして、モード特性の変化から全体損傷検出を行う。モード特性は、多変量 ARMA モデルを用いて求めている。第二段階は、モード形の2階微分で求められる曲率の変化から損傷層の推定を行っている。第三段階では、損傷層を対象に限定して、モード特性の変化から各部材の力学特性の変化率を同定している。また、模型振

動実験を行って同手法の有効性を検証している。

曾根等<sup>5)</sup>は、強震時に構造物の剛性変化に伴った加速度応答波形に含まれる異常信号をウェーブレット変換によって検知する手法を提案している。この時、健全な状態での動特性が初期値として必要となる。この推定は、常時微動記録(入力および出力)のウェーブレット変換から、最小二乗法によって行うとしている。

中村・安井<sup>6)</sup>は、構造物の常時微動を測定して、層間変位、層間速度、層間復元力を求めて運動方程式に代入し、層間剛性と層間減衰定数を未知量として、最小二乗法によりこれらのパラメータを推定している。測定対象は、兵庫県南部地震で構造被害を被った2例の鉄骨造建物としている。被害補修前後の常時微動計測に基づいて、剛性低下の評価を行っている。

これらの手法は、それぞれに高い精度を追求しており、計算手続きが複雑なものとなっている。著者等は複雑な手法を否定する立場をとるものではないが、一方で緊急を要する問題に対処する時、或いは一定期間内に非常に多くの対象物を処理しなくてはならない場合などは、若干の精度低下を許しても簡便な方法を採用したいとの要求もあり、それに応えるべきと考えている。そこで、本研究ではランダム加振データを用いて繰返し計算を行うことなく構造パラメータを同定する手法を提案する。本手法は繰返し計算を行わないため、非線形最小二乗法で常に問題となる、解の初期

値依存性への対策を必要としない。実問題における非線形最小二乗法の初期値依存性は大きな問題であり、その回避のために多くの労力を費やす事となる。著者等<sup>7)</sup>は、この問題を解決する方法として、大域探索型の遺伝的アルゴリズムと勾配法とのハイブリットを提案し、有効性を確認している。また本提案手法の場合、勾配法に必要な、応答値の未知パラメータに関する微分係数（ヤコビアン行列）を計算する必要がなく、プログラミングの容易さおよび計算時間短縮の両面で利点がある。

本論文では、非繰返し型同定手法の理論を示し、数値シミュレーションによって理論の妥当性、同手法の基本的性質の把握および観測ノイズの影響に関する検討を行った。次に、3層および5層の鋼製模型を用いた振動台実験の記録に本手法を適用し、推定精度等の確認を通じて同手法の適用性に関する検討を行った。

## 2. 非繰返し型同定手法

線形多自由度系に強制力として地震動が作用した場合の運動方程式は次式のように導かれる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{y}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{1}\ddot{\mathbf{z}}(t) \quad (1)$$

ここに、 $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$  は質量、減衰、剛性マトリックス、 $\ddot{\mathbf{y}}(t), \dot{\mathbf{y}}(t), \mathbf{y}(t), \ddot{\mathbf{z}}(t)$  は時刻歴の相対加速度応答、相対速度応答、相対変位応答ベクトルおよび地震動加速度を表すスカラーである。また、 $\mathbf{1}$  は全ての成分が1.0のベクトルである。式(1)をフーリエ変換して整理すると次式のようになる。

$$\frac{1}{\omega} \mathbf{C}\ddot{\mathbf{Y}}(\omega)i + \frac{1}{\omega^2} \mathbf{K}\ddot{\mathbf{Y}}(\omega) = \mathbf{M}\{\ddot{\mathbf{Y}}(\omega) + \mathbf{1}\ddot{\mathbf{Z}}(\omega)\} \quad (2)$$

ここに、 $\omega$  は円振動数、 $\ddot{\mathbf{Y}}(\omega), \ddot{\mathbf{Z}}(\omega)$  は周波数領域における相対加速度ベクトルおよび地震動加速度を表すスカラーである。また、 $i$  は虚数単位( $=\sqrt{-1}$ )である。式(2)を書き改めると

$$\left[ \frac{1}{\omega} \ddot{\mathbf{Y}}(\omega)i \quad \frac{1}{\omega^2} \ddot{\mathbf{Y}}(\omega) \right] \begin{Bmatrix} \mathbf{c} \\ \mathbf{k} \end{Bmatrix} = \mathbf{M}\{\ddot{\mathbf{Y}}(\omega) + \mathbf{1}\ddot{\mathbf{Z}}(\omega)\} \quad (3)$$

$\{\mathbf{c} \quad \mathbf{k}\}^T$  は、式(2)の $\mathbf{C}$  と  $\mathbf{K}$  の中の未知パラメータをベクトルの形で表記したものである。式(3)をマトリックス表示すると

$$\mathbf{S}(\omega)\mathbf{x} = \mathbf{F}(\omega) \quad (4)$$

ここで、例えば  $N$  自由度系の全パラメータが未知の場合、 $\mathbf{x}$  は次式の通りとなる。

$$\mathbf{x} = \{c_1, c_2, \dots, c_N, k_1, k_2, \dots, k_N\}^T \quad (5)$$

時間領域においてデータ数  $N_t$ 、時間間隔  $\Delta t$  の加速度応答は、フーリエ変換により振動数間隔  $\Delta f$  ごとに  $N_f$  個の周波数に分解されるため、式(4)を円振動数に関する離散化により次式のように書き改める。

$$\mathbf{S}(\omega_j)\mathbf{x} = \mathbf{F}(\omega_j) \quad , \quad (j=1, \dots, N_f) \quad (6)$$

ここに、 $\Delta f = \frac{1}{N_t \cdot \Delta t}$ 、 $N_f = \frac{N_t}{2} + 1$  である。

式(6)を振動数ごとに縦に並べると

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}(\omega_1) \\ \mathbf{S}(\omega_2) \\ \vdots \\ \mathbf{S}(\omega_j) \\ \vdots \\ \mathbf{S}(\omega_{N_f}) \end{bmatrix} \mathbf{x} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}(\omega_1) \\ \mathbf{F}(\omega_2) \\ \vdots \\ \mathbf{F}(\omega_j) \\ \vdots \\ \mathbf{F}(\omega_{N_f}) \end{Bmatrix} \quad (7)$$

ただし、 $\mathbf{S}(\omega_j)$ 、 $\mathbf{F}(\omega_j)$  はそれぞれ複素数からなるマトリックスおよびベクトルであるため、さらに実数部と虚数部に分けて次式のように縦に並べる。

$$\begin{bmatrix} \text{Re}[\mathbf{S}(\omega_1)] \\ \text{Im}[\mathbf{S}(\omega_1)] \\ \text{Re}[\mathbf{S}(\omega_2)] \\ \text{Im}[\mathbf{S}(\omega_2)] \\ \vdots \\ \text{Re}[\mathbf{S}(\omega_j)] \\ \text{Im}[\mathbf{S}(\omega_j)] \\ \vdots \\ \text{Re}[\mathbf{S}(\omega_{N_f})] \\ \text{Im}[\mathbf{S}(\omega_{N_f})] \end{bmatrix} \mathbf{x} = \begin{Bmatrix} \text{Re}[\mathbf{F}(\omega_1)] \\ \text{Im}[\mathbf{F}(\omega_1)] \\ \text{Re}[\mathbf{F}(\omega_2)] \\ \text{Im}[\mathbf{F}(\omega_2)] \\ \vdots \\ \text{Re}[\mathbf{F}(\omega_j)] \\ \text{Im}[\mathbf{F}(\omega_j)] \\ \vdots \\ \text{Re}[\mathbf{F}(\omega_{N_f})] \\ \text{Im}[\mathbf{F}(\omega_{N_f})] \end{Bmatrix} \quad (8)$$

式(8)をマトリックス表示すると結局、次のような連立方程式になる。

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{B} \quad (9)$$

式(9)を解くことにより未知の構造パラメータベクトル  $\mathbf{x}$  が得られる。しかし、 $\mathbf{A}$  は矩形行列となり正則な正方行列ではないため、逆行列を計算することができない。そこで、本研究では一般逆行列を用いて  $\mathbf{x}$  を求める<sup>8)</sup>。式(9)の  $\mathbf{A}$  を特異値分解すると

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^T \quad (10)$$

$\mathbf{A}$  が  $m \times n$  の矩形行列であるとする、 $\mathbf{U}$  は  $m \times n$  の矩形行列、 $\mathbf{D}$  は  $n \times n$  で特異値の対角行列、 $\mathbf{V}^T$  は

$n \times n$  の正方行列である。  $\mathbf{U}$  と  $\mathbf{V}^T$  は次のような特徴がある。

$$\mathbf{U}^T \mathbf{U} = \mathbf{V} \mathbf{V}^T = \mathbf{I} \tag{11}$$

ここに、  $\mathbf{I}$  は  $n \times n$  の単位行列である。式(10)、(11)より次式が得られる。

$$\mathbf{A}^+ = \mathbf{V} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{U}^T \tag{12}$$

$\mathbf{A}^+$  は Moor-Penrose の一般逆行列である。Moor-Penrose の一般逆行列は一意に定められる<sup>9,10)</sup>。よって、  $\mathbf{x}$  は次式より求められる。

$$\mathbf{x} = \mathbf{V} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{U}^T \mathbf{B} \tag{13}$$

### 3. 数値シミュレーションによる検証

#### 3.1 基本的性質の把握

本論で提案する手法の妥当性および基本的性質を数値シミュレーションにより確認する。

まず、全ての構造パラメータに真値を用いて Newmark  $\beta$  法により応答解析を行う。次に、応答解析で得られた加速度応答から本手法により減衰係数と剛性を同定する。本研究で提案する“非繰返し法”の精度が確かなものであれば、同定結果は真値と一致するであろう。

対象としたモデルは、図-1 に示すようなせん断変形する3自由度系のモデルである。入力波は時間刻み0.002[s]、総数16384のランダム波とした。表-1に、構造パラメータの真値、式(6)において全周波数の方程式を用いた場合および1次、2次、3次の固有振動数近傍の方程式のみを用いた場合の同定結果を示す。固有振動数は、基盤に対する質点1の伝達関数のピークから読み取った。また、固有振動数近傍とは、各次のピーク周波数およびその前後各1点、即ち計9点のデータを使用している。表-1より固有振動数近傍のみを用いた場合、同定結果はほぼ真値と一致していることが分かる。一方、伝達関数の谷の部分に相当する振幅が小さい領域の方程式を使用すると良い結果は得られない。その理由として、式(3)の係数行列の値が非常に小さい場合に問題を生じる事は明らかである。また、ここでは応答解析を Newmark  $\beta$  法により時間領域で行っているが、式(2)を用いて周波数領域で行った場合、全周波数の方程式を用いても同定結果は真値と完全に一致することを確認している。応答解析手法の違いによる若干の差異が表-1の同定結果(全周波数)に影響を及ぼしている事が分かる。従って、式(6)の係数が大きい、即ち  $\ddot{\mathbf{Y}}(\omega)$  が大きい周波数帯の方程式を用いて計算する時に安定した解が得られるものと思われる。

表-2には各固有振動数近傍の方程式のみを使用

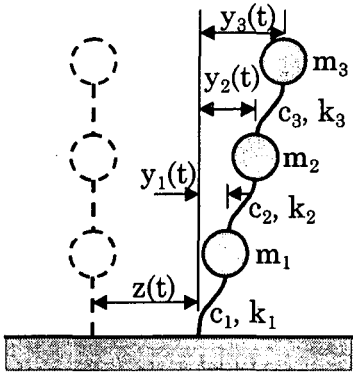


図-1 3自由度系解析モデル

表-1 3自由度系の同定結果  
(数値シミュレーション)

| 構造<br>パラメータ   | 真値    | 同定結果<br>(全周波数) | 同定結果<br>(固有振動数近傍) |
|---------------|-------|----------------|-------------------|
| $c_1$ [N・s/m] | 5.0   | 7.3            | 5.0               |
| $c_2$ [N・s/m] | 5.0   | 4.7            | 5.0               |
| $c_3$ [N・s/m] | 5.0   | 2.9            | 5.0               |
| $k_1$ [N/m]   | 12000 | 2714           | 11996             |
| $k_2$ [N/m]   | 12000 | 2754           | 11996             |
| $k_3$ [N/m]   | 12000 | 2877           | 11996             |

表-2 各固有振動数近傍アータによる同定結果  
(数値シミュレーション)

| 構造<br>パラメータ   | 1～3次  | 1次    | 2次    | 3次    |
|---------------|-------|-------|-------|-------|
| $c_1$ [N・s/m] | 5.0   | 5.0   | 5.1   | 4.9   |
| $c_2$ [N・s/m] | 5.0   | 5.0   | 4.9   | 5.0   |
| $c_3$ [N・s/m] | 5.0   | 5.0   | 5.0   | 4.9   |
| $k_1$ [N/m]   | 11996 | 11997 | 11974 | 11952 |
| $k_2$ [N/m]   | 11996 | 11997 | 11978 | 11951 |
| $k_3$ [N/m]   | 11996 | 11997 | 11977 | 11948 |
| 条件数           | 114.7 | 116.6 | 417.6 | 556.1 |

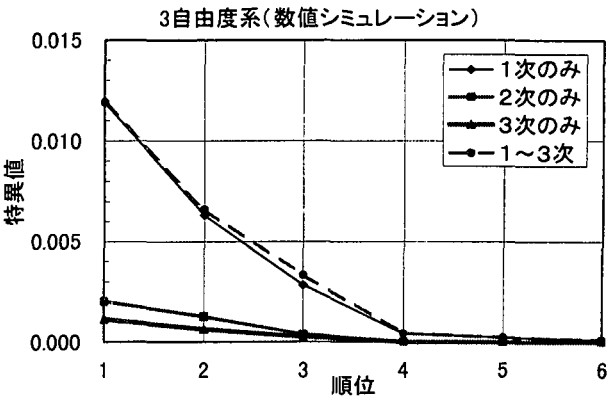


図-2 3自由度系の特異値の比較

した時の同定結果の比較を示す。表中の条件数は、式(9)の係数行列  $\mathbf{A}$  の特異値から計算した値を示している。表より、固有1次振動数近傍の方程式のみを使用した場合に条件数が良くなり、且つ真値に最も近い同定結果が得られた。2次、3次と高次になるに従って条件数が悪くなり、同定結果も真値から離れていくことが分かる。従って、観測量に含まれる誤差のレベルが低い状況では、本提案手法は固有1次振動数近傍の方程式のみで全体系の構造パラメータを同定することが可能であると言える。

図-2 に各固有振動数近傍の方程式を用いて同定を行った時の、係数行列の特異値を最大値から最小値まで示す。1次のみを用いた時と1次～3次までを用いた時との特異値の分布は類似しているが、2次以上の固有振動数近傍のみを用いた場合には、特異値が非常に小さくなり前者と異なる傾向を示している。これより、1次～3次までの固有振動数近傍のデータから構成される係数行列において、1次近傍のデータが支配的であることが分かる。従って、構造パラメータの同定にあたっては、1次固有振動数近傍のデータを含めることが重要であると言える。但し、後述の検討で明らかになるが、実データを用いてパラメータ同定を行う際には、1次近傍のみでなく高次までの固有振動数近傍のデータを使用することが望ましい。

### 3.2 観測ノイズの影響

本提案手法は式(3)からも明らかな通り、観測データから直接パラメータを求めているため、観測データに含まれるノイズが同定結果に大きな影響を及ぼすことが懸念される。そこで、観測ノイズが同定結果に及ぼす影響について検討を行った。検討では、先の数値シミュレーションで用いた加速度応答値に人工的に作成したノイズを加えて観測量とした。観測ノイズには、1Hz～250Hzの有帯域ホワイトノイズを用い、SN比5%、10%、20%の3種類を用意した。ここで、SN比は応答時刻歴とノイズ時刻歴それぞれの振幅の標準偏差の比と定義した。

位相が異なるノイズを含む1000組の観測量を作成して、各観測量の1次～3次固有振動数近傍のデータから、構造パラメータを同定した結果の平均値±標準偏差を表-3に示す。表より、全ての平均値はほぼ真値に一致している。しかし、SN比が大きくなると同定結果のばらつきが大きくなることが分かる。また、減衰係数と剛性を比較すると、減衰係数の方が観測ノイズの影響を受けやすい事が分かる。更に、上層のパラメータ程ばらつきが大きくなる傾向が見られる。

表-4には、同じ観測量の1次固有振動数近傍3点のデータから同定した結果の平均値±標準偏差を示す。1次固有振動数近傍の3点のデータから同定した結果は、1次～3次までの固有振動数近傍のデータか

ら同定した結果と殆ど変わらない事が分かる。

表-5には、同じ観測量の1次固有振動数近傍10点のデータから同定した結果の平均値±標準偏差を示す。1次固有振動数近傍の3点のデータを用いた場合と比較して、標準偏差に大きな違いは見られないが、SN比が大きい時の平均値が真値から若干遠ざかる傾

表-3 3自由度系同定結果の平均値±標準偏差  
(1次～3次, 数値シミュレーション)

| 構造<br>パラメータ   | SN比:5%   | SN比:10%  | SN比:20%   |
|---------------|----------|----------|-----------|
| $c_1$ [N·s/m] | 5.0±0.3  | 5.0±0.5  | 5.0±1.0   |
| $c_2$ [N·s/m] | 5.0±0.6  | 5.0±1.2  | 5.0±2.4   |
| $c_3$ [N·s/m] | 5.0±1.0  | 5.0±2.0  | 5.1±4.0   |
| $k_1$ [N/m]   | 11995±7  | 11992±14 | 11981±28  |
| $k_2$ [N/m]   | 11995±15 | 11991±30 | 11976±60  |
| $k_3$ [N/m]   | 11995±32 | 11992±64 | 11976±128 |

表-4 3自由度系同定結果の平均値±標準偏差  
(1次近傍の3点, 数値シミュレーション)

| 構造<br>パラメータ   | SN比:5%   | SN比:10%  | SN比:20%   |
|---------------|----------|----------|-----------|
| $c_1$ [N·s/m] | 5.0±0.2  | 5.0±0.5  | 5.0±1.0   |
| $c_2$ [N·s/m] | 5.0±0.5  | 5.0±1.1  | 5.0±2.1   |
| $c_3$ [N·s/m] | 5.0±1.3  | 5.1±2.5  | 5.1±5.0   |
| $k_1$ [N/m]   | 11996±7  | 11993±14 | 11981±28  |
| $k_2$ [N/m]   | 11995±14 | 11992±29 | 11976±59  |
| $k_3$ [N/m]   | 11997±33 | 11993±66 | 11976±132 |

表-5 3自由度系同定結果の平均値±標準偏差  
(1次近傍の10点, 数値シミュレーション)

| 構造<br>パラメータ   | SN比:5%   | SN比:10%  | SN比:20%   |
|---------------|----------|----------|-----------|
| $c_1$ [N·s/m] | 5.0±0.2  | 5.0±0.4  | 4.9±0.9   |
| $c_2$ [N·s/m] | 5.0±0.5  | 5.0±0.9  | 5.1±1.9   |
| $c_3$ [N·s/m] | 5.0±1.1  | 5.0±2.2  | 4.9±4.4   |
| $k_1$ [N/m]   | 11993±6  | 11983±13 | 11939±27  |
| $k_2$ [N/m]   | 11992±13 | 11978±26 | 11924±54  |
| $k_3$ [N/m]   | 11993±30 | 11977±60 | 11910±119 |

表-6 3自由度系同定結果の平均値±標準偏差  
(全周波数, 数値シミュレーション)

| 構造<br>パラメータ   | SN比:5%  | SN比:10% | SN比:20% |
|---------------|---------|---------|---------|
| $c_1$ [N·s/m] | 7.3±0.1 | 7.4±0.1 | 7.3±0.2 |
| $c_2$ [N·s/m] | 4.7±0.1 | 4.6±0.2 | 4.3±0.3 |
| $c_3$ [N·s/m] | 2.8±0.1 | 2.7±0.2 | 2.3±0.5 |
| $k_1$ [N/m]   | 2643±8  | 2460±25 | 1986±53 |
| $k_2$ [N/m]   | 2669±10 | 2447±31 | 1878±65 |
| $k_3$ [N/m]   | 2761±14 | 2463±45 | 1710±91 |

向が認められる。従って、使用するデータ数を多くすることによって逆に精度を低下させる可能性が有ることを指し示している。

全周波数のデータから同定した結果の平均値±標準偏差を表-6 に示す。ノイズを含めないデータを用いたときと同様、平均値は真値から大きくかけ離れた結果となっている。表-3～表-6 に共通して、同定結果の標準偏差が SN 比にほぼ正比例している。ノイズレベルが比較的小さい時に、ノイズレベルと同定結果のばらつきが線形関係で表されることは、著者等<sup>11)</sup>が既に同定パラメータの観測ノイズに対する感度を用いて表しており、本研究に見られる現象は既往の知見と調和している。

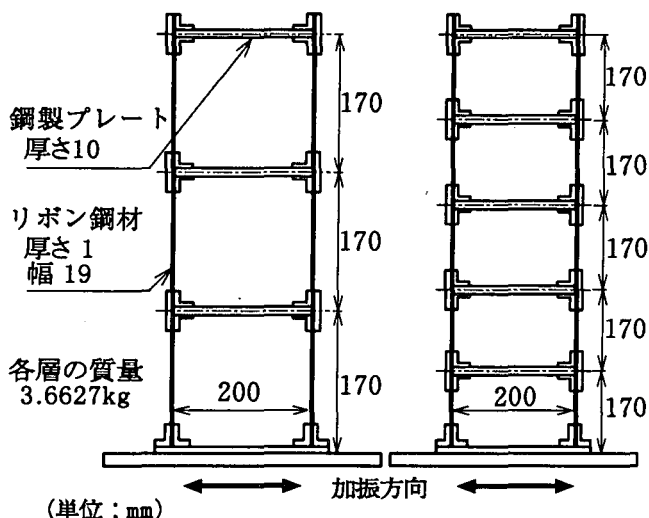
解析に使用するデータ数に関しては、固有振動数の1点のみを用いると、誤差の影響を直接受けるため妥当ではない。幾つかの検討を行った結果、固有振動数近傍の3点のデータを使用する時が最も安定していることが分かった。

以上の検討結果より、観測ノイズが提案手法による同定結果に及ぼす影響はさほど大きくないと言える。一般に、地震観測記録に含まれるノイズがホワイトノイズに近い場合、本研究ではホワイトノイズによる検討を行った。尚、仮に周波数特性を有するノイズが含まれ、その卓越周波数と系の固有振動数が近接している場合を想定すると、同定結果に影響を与えることも予想される。

## 4. 模型振動実験データへの適用

### 4.1 模型振動実験の概要

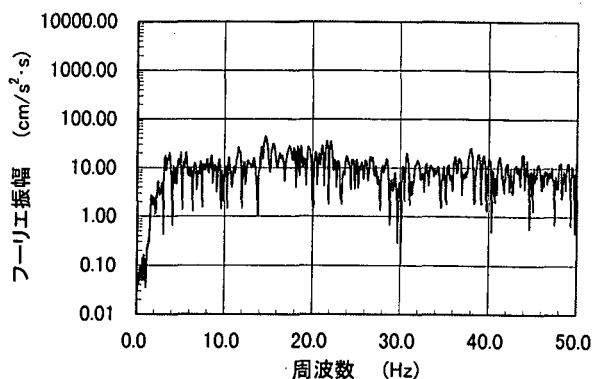
模型振動実験の対象としたモデルは図-3 に示す通り、水平力に対してせん断変形する3層および5層のフレーム構造である。各層は柱材を厚さ1mm、幅19mm



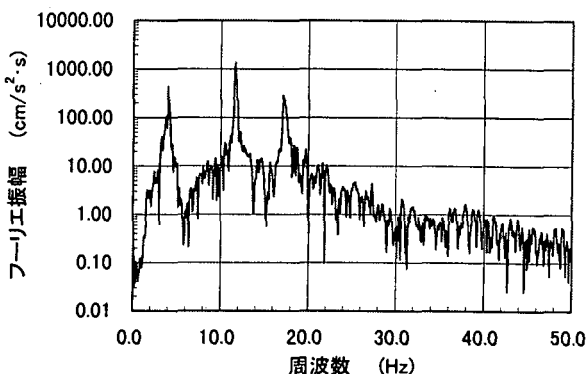
(1) 3層モデル

(2) 5層モデル

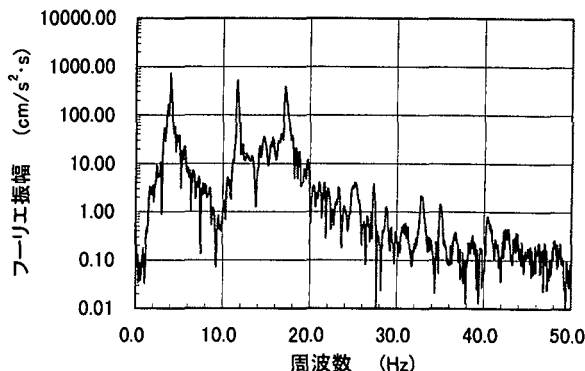
図-3 振動実験モデル



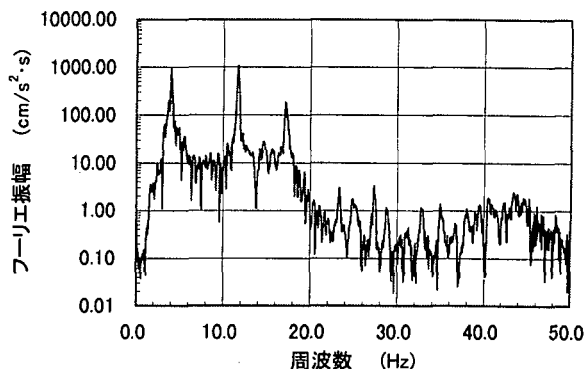
(1) 振動台 (入力)



(2) 第1層の絶対加速度応答



(3) 第2層の絶対加速度応答



(4) 第3層の絶対加速度応答

図-4 3層モデル観測記録のフーリエスペクトル

のリボン鋼、床材を厚さ 10mm の鋼製プレートとし、両者の質量比を十分大きくして振動時に柱の質量の影響が表れないようにした。また、各層の質量、剛性が均一となるように設計している。

振動台による加振実験は、入力地震波として時間縮尺および最大加速度を調整した El Centro 波の NS 成分を用いた。観測記録は、各層中央部と振動台の水平加速度を記録した。図-4 に 3 層モデルの観測記録のフーリエスペクトルを示す。各層の応答は絶対加速度で表している。振動台の記録と各層応答記録とのフーリエスペクトル比から求めた固有振動数は、1 次：4.0Hz、2 次：11.6Hz、3 次：17.1Hz であった。図より、固有振動数に対応する周波数で、応答が大きく増幅していることが分かる。

また、モデルのせん断剛性を把握するために静的な水平載荷試験を行った。水平載荷試験では、載荷点を最上層として、ロードセルにより荷重を計測した。3 層モデルの載荷は約 5[N]刻みで最大約 80[N]まで、5 層モデルの載荷は約 2[N]刻みで最大約 100[N]まで行った。各層の平衡状態からの水平変位は、光学的変位計により計測した。各層のせん断剛性は、力の釣り合い式を荷重—変位関係に当てはめて最小二乗法により求めた。

模型振動実験に関する詳細な内容に関しては参考文献 7) を参照されたい。

## 4.2 パラメータ同定

### (1) 3 層モデル

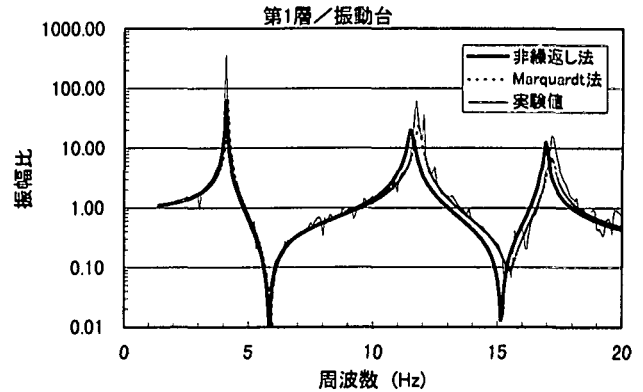
表-7 に 3 層モデルを対象として、1 次～3 次までの固有振動数近傍のデータから提案手法（非繰返し法）により減衰係数および剛性を同定した結果、および繰返し法である Marquardt 法をベースとした手法による同定結果  $\eta$  を示す。また、静的な水平載荷試験の結果から求めた剛性も同表に併記する。

本提案手法において減衰係数が 0.0 の層が存在している。これは、この層に対応する減衰係数の同定結果がマイナスとなったため仮定的に 0.0 とみなして再計算を行ったものである。以降の検討においても、同様の処理方法を用いている。非繰返し法では  $c_1$  と  $c_3$ 、Marquardt 法では  $c_3$  のみが値を有しており、両者の同定結果は対応していない。しかし、それら減衰係数の値は非常に小さい。減衰係数の値がマイナスとなった層があることから、モデルの全層の減衰係数が極めて小さいことが分かる。模型モデルに関するこの特性は、実験データの分析からも確認している。

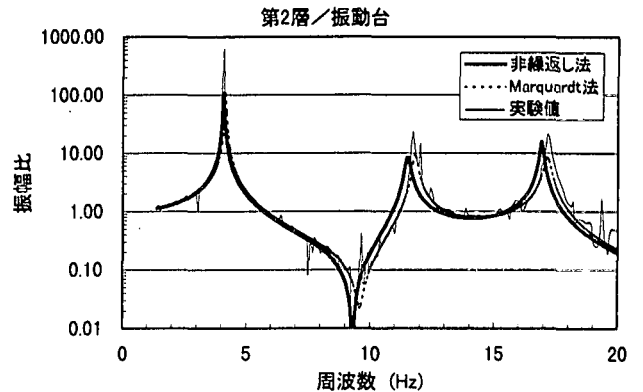
非繰返し法および Marquardt 法による剛性の同定結果は、静的な水平載荷試験から求めたものに比べ若干大きな値となった。本提案手法と Marquardt 法による結果を比較すると、本提案手法の同定結果の方が水平

表-7 3 層モデルの同定結果（実験データ）

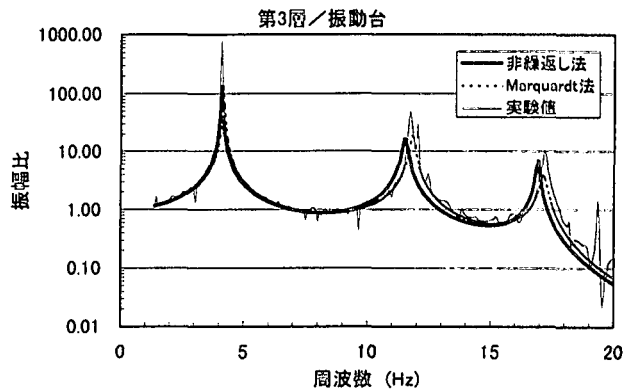
| 構造<br>パラメータ   | 同定結果<br>(非繰返し法) | 同定結果<br>(Marquardt 法) | 静的水平<br>載荷試験 |
|---------------|-----------------|-----------------------|--------------|
| $c_1$ [N·s/m] | 7.3             | 0.0                   | —            |
| $c_2$ [N·s/m] | 0.0             | 0.0                   | —            |
| $c_3$ [N·s/m] | 0.5             | 4.9                   | —            |
| $k_1$ [N/m]   | 11661           | 12330                 | 11220        |
| $k_2$ [N/m]   | 13075           | 13100                 | 11572        |
| $k_3$ [N/m]   | 12551           | 13317                 | 11808        |



(1) 第 1 層／振動台



(2) 第 2 層／振動台



(3) 第 3 層／振動台

図-5 観測記録のフーリエスペクトル比と同定結果から求めた理論伝達関数との比較

載荷試験の結果に近くなっている。Marquardt 法および水平載荷試験から求めた剛性は、上層ほど大きくなるという傾向が見られる。しかし、本提案手法の同定結果からはこのような傾向は見られない。各方法による統一的傾向は見られないが、ほぼ同様の値であることから、本提案手法を用いてもモデルの剛性は充分把握できると言える。

また、同定結果が実験データをどの程度再現できるかを確認するために、提案手法および Marquardt 法による同定結果から理論伝達関数を求め、実験値との比較を行った。図-5 には、観測記録のフーリエスペクトル比と理論伝達関数との比較を示す。Maerquardt 法による結果は、実験値と非常に良く一致している。提案手法による結果は、1 次固有振動数では実験値と良く一致しているが、2 次および 3 次固有振動数近傍では、低周波数側への若干のずれが見られる。しかし、実用上大きな問題にはならない程度であると考えられる。

尚、繰返し法と非繰返し法との CPU 時間を比較すると、繰返し法は数十倍～数百倍の時間を要している。倍率に開きがあるのは、繰返し法は収束判定の方法によって CPU 時間が変動するからである。更に、繰返し法では遺伝的アルゴリズム (GA) と Marquardt 法のハイブリッド同定手法を用いており、GA の結果を Marquardt 法の初期値としている。従って、GA の個体数、総世代数などによっても CPU 時間は大きく変動する。そのような事情を勘案しても、計算効率に関する非繰返し法の優位性は疑うべくもない。

表-8 には、3 層モデルの実験データから、本提案手法を用いて同定解析を行った時、取り扱う方程式の周波数帯を変化させた場合の比較を係数行列の条件数と共に示している。ここで、“1 次のみ”とは 1 次のピーク周波数とその前後各 1 点の計 3 点のデータから同定した結果、“1 次～3 次”とは同様の方法で 1 次～3 次までの 9 点のデータから同定した結果、“2～18Hz の全データ”はこの周波数帯の全データを使用して同定した結果を表している。2Hz～18Hz のデータは、構造物の応答に関する信号が含まれる領域であり、それ以外の領域は SN 比の状態が悪くなっているため除いている。試みに、全周波数のデータを用いて同定を行った結果、負の剛性が表れるなど、他の手法から得られる解と大きく異なり、不自然なものとなった。これは、数値シミュレーションと同様、振幅が小さくなる部分のデータを含めると、同定の精度が大幅に低下することを示している。表より、条件数および構造パラメータの間に大きな差異は認められない。この時、各ケースの係数行列の特異値を図-6 に示す。使用するデータ数が多くなるほど、特異値が大きくなることが分かる。特異値の構成は、“1 次～3 次”と“2～18Hz”が比較的類似しており、“1 次のみ”だ

表-8 3 層モデルの周波数帯別同定結果の比較 (実験データ)

| 構造<br>パラメータ   | 1 次のみ | 1 次～3 次 | 2～18Hz の<br>全データ |
|---------------|-------|---------|------------------|
| $c_1$ [N・s/m] | 10.9  | 7.3     | 7.0              |
| $c_2$ [N・s/m] | 0.0   | 0.0     | 0.0              |
| $c_3$ [N・s/m] | 15.5  | 0.5     | 0.6              |
| $k_1$ [N/m]   | 11257 | 11661   | 11692            |
| $k_2$ [N/m]   | 12498 | 13075   | 13123            |
| $k_3$ [N/m]   | 11365 | 12551   | 12585            |
| 条件数           | 78.1  | 66.2    | 88.3             |

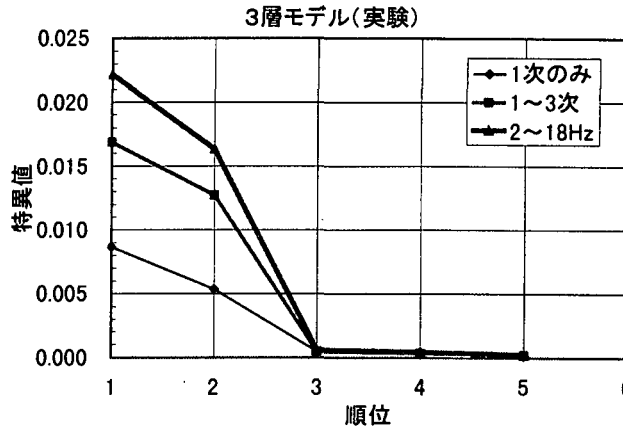


図-6 3 層モデル特異値の比較 (実験データ)

けが異なった傾向を示している。1 次固有振動数近傍のデータのみを使用した場合、特異値は比較的緩やかな変化を見せている。その他のケースでは、3 番目の特異値から急激に小さくなっている様子が見られる。しかし、この程度の特異値の差異では、同定結果に大きい影響を与えないことが分かる。

なお、式(9)の係数行列の非ゼロ最小特異値が同定結果の共分散に大きい影響を与えることは既知である<sup>12),13)</sup>。この問題の解決策の一つは、小さな特異値を切り捨てることであるが、その閾値の決定法が難しい。また、この操作により誤差の影響が鈍感になる一方で、モデルとデータの解像度に関しては悪くなる<sup>13)</sup>。両者は、この様なトレードオフ関係にあるため、本研究では小さい特異値の切り捨ては行っていない。

(2) 5 層モデル

表-9 に 5 層モデルの固有振動数近傍のデータから非繰返し法を用いてパラメータ同定した結果、繰返し法 (Marquardt 法) による同定結果、および水平載荷試験の結果を示す。ここで、非繰返し法は、1 次～5

次までの固有振動数近傍のデータのみを使用している。減衰係数については、Marquardt 法に比べてやや大きな値となって、更に値を有する層が異なっている。第2層と第3層の減衰係数が0.0となった事のみが一致している。剛性に関しては、第1層および第2層の結果は手法に係わらず良く対応しているが、上層ほど手法間の差異が大きくなる傾向が認められる。提案手法は、第5層の値が小さくなる点において、Marquardt 法と比べて水平載荷試験の結果に近いと言える。

表-10 には、5 層モデルの実験データから、本提案手法を用いて同定解析を行った時、取り扱う方程式の周波数帯を変化させた場合の比較を係数行列の条件数と共に示している。表より、1 次固有振動数近傍のデータのみ使用した場合には、剛性の差異は比較的小さいが、減衰係数に大きな差異が生じている。一方、1 次～5 次の固有振動数近傍のデータを用いた場合と1Hz～19Hz までの全データを使用した場合とは、条件数、同定結果共に比較的近い値になっている。数値シミュレーションでは、1 次固有振動数近傍のデータのみを使用して精度良い同定が可能であったが、実験データを用いた場合には1 次～5 次までの固有振動数近傍のデータを用いないと十分な精度が保てないことが分かる。従って、実問題への適用にあたっては、1 次～高次までの固有振動数近傍のデータを使用する事が望ましいと思われる。

表-10 における各ケースの係数行列の特異値を図-7 に示す。図より3 層モデルの時と同様、使用するデータが多いほど、最大特異値が大きくなることが分かる。また、1 次固有振動数近傍のデータを用いた場合には、比較的緩やかな変化を見せている。その他のケースでは、3 番目の特異値から急激に小さくなっている。表-10 および図-7 の結果より、1 次固有振動数近傍のデータのみ使用した場合、最大特異値は最も小さくなるが、条件数は悪くなっている。これは、最小特異値が非常に小さい事を示している。従って、同定結果は誤差の影響を受けやすくなるものと思われる。

表-9 5 層モデルの同定結果 (実験データ)

| 構造<br>パラメータ   | 同定結果<br>(非繰返し法) | 同定結果<br>(Marquardt 法) | 静的水平<br>載荷試験 |
|---------------|-----------------|-----------------------|--------------|
| $c_1$ [N・s/m] | 6.2             | 0.0                   | —            |
| $c_2$ [N・s/m] | 0.0             | 0.0                   | —            |
| $c_3$ [N・s/m] | 0.0             | 0.0                   | —            |
| $c_4$ [N・s/m] | 22.4            | 3.4                   | —            |
| $c_5$ [N・s/m] | 0.0             | 4.0                   | —            |
| $k_1$ [N/m]   | 10489           | 10598                 | 10201        |
| $k_2$ [N/m]   | 11664           | 11664                 | 11639        |
| $k_3$ [N/m]   | 11573           | 12876                 | 10116        |
| $k_4$ [N/m]   | 13944           | 12418                 | 10381        |
| $k_5$ [N/m]   | 9365            | 12067                 | 9771         |

表-10 5 層モデルの周波数帯別同定結果の比較 (実験データ)

| 構造<br>パラメータ   | 1 次のみ | 1 次～5 次 | 1～19Hz の<br>全データ |
|---------------|-------|---------|------------------|
| $c_1$ [N・s/m] | 62.3  | 6.2     | 5.0              |
| $c_2$ [N・s/m] | 59.1  | 0.0     | 0.0              |
| $c_3$ [N・s/m] | 81.7  | 0.0     | 0.0              |
| $c_4$ [N・s/m] | 132.3 | 22.4    | 18.1             |
| $c_5$ [N・s/m] | 0.0   | 0.0     | 0.0              |
| $k_1$ [N/m]   | 9948  | 10489   | 10163            |
| $k_2$ [N/m]   | 11075 | 11664   | 11075            |
| $k_3$ [N/m]   | 10797 | 11573   | 10935            |
| $k_4$ [N/m]   | 13251 | 13944   | 12625            |
| $k_5$ [N/m]   | 6422  | 9365    | 9545             |
| 条件数           | 117.6 | 67.4    | 62.7             |

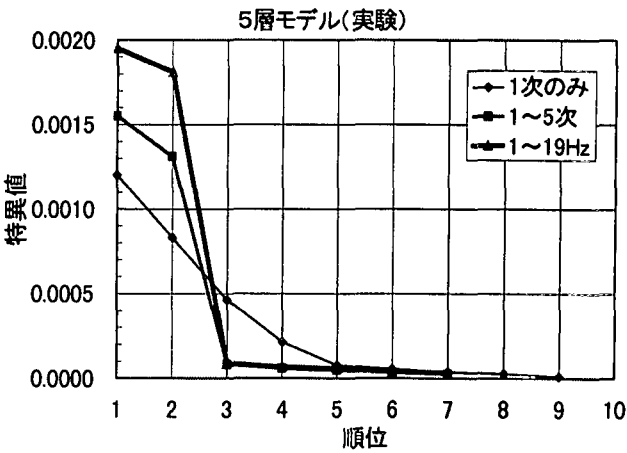


図-7 5 層モデル特異値の比較 (実験データ)

## 5. まとめ

本論文は、地震荷重が作用する構造物の構造パラメータを推定する手法として、非繰返し型同定手法を提案した。また、数値シミュレーションによって提案手法の妥当性の検証と、本手法の有する基本的性質の把握を行った。更に、提案手法を模型振動台実験のデータに適用し、その適用性に関する検討を行った。理論提案および上記検討の結果得られた結論を以下にまとめる。

- ・提案手法はデータを周波数領域で取り扱う事により直交化させ、特異値分解から一般逆行列を求める方法を用いて、繰返し計算を行う事なく解を得ている。
- ・提案手法は非繰返し型であるため、一般に同定手法として用いられる非線形最小二乗法に不可欠な

未知パラメータの初期推定値とヤコビアン行列の計算を必要とせず、更に計算時間も短縮される利点がある。

- ・観測量として、固有振動数近傍のデータを用いることによって精度良い解が得られる。特に、1次から最高次までの各固有振動数近傍のデータを使用することにより安定化する。
- ・振幅が非常に小さくなる周波数帯のデータを含めると、同定結果の精度は低下する。
- ・観測ノイズが同定結果に及ぼす影響は比較的小さい。また、剛性よりも減数係数に影響を与え易い。
- ・提案手法を模型振動台実験のデータに適用し、繰返し法である Marquardt 法および静的水平載荷試験より得られた値と良く対応する同定結果が得られた。これより、提案手法が構造パラメータの同定手法として適切であることが確認できた。

#### 謝辞

模型振動実験を行うにあたり、(有) SK エンジニアリングの小山幸作氏および中村勝利氏の御助力を得た。ここに記して謝意を表します。

#### 参考文献

- 1) 家村浩和：土木構造物の被害の特徴と復旧・補修，阪神・淡路大震災と地震の予測，岩波書店，pp.55-63，1996年8月。
- 2) 中島正愛：建物被害の分布、特徴、そして今後の課題，阪神・淡路大震災と地震の予測，岩波書店，pp.64-69，1996年8月。
- 3) Agbabian, M. S., Masri, S. F. and Miller, R. K. : System identification approach to detection of structural changes,

Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.117, No.2, pp.370-390, February 1991.

- 4) 近藤一平・濱本卓司：振動台実験のランダム応答データを用いた多層建築物の損傷検出，日本建築学会構造系論文集，第473号，pp.67-74，1995年7月。
- 5) 曾根彰・山本鎮男・増田新：常時微動と強震記録のウェーブレット解析による構造物の動特性推定とその変化の推定，日本建築学会構造系論文集，第490号，pp.65-72，1996年12月。
- 6) 中村充・安井譲：微動測定に基づく地震被災鉄骨建物の層損傷評価，日本建築学会構造系論文集，第517号，pp.61-68，1999年3月。
- 7) 栗田哲史・松井邦人・新延泰生：模型振動実験データを用いたせん断多層モデルの構造パラメータ同定，応用力学論文集，土木学会，Vol.1，pp.75-82，1998年8月。
- 8) 中川徹・小柳義夫：最小二乗法による実験データ解析，東京大学出版会，1982年5月。
- 9) 柳井晴夫・竹内啓：射影行列・一般逆行列・特異値分解，東京大学出版会，1983年7月。
- 10) 岡本良夫：逆問題とその解き方，オーム社，1992年3月。
- 11) Kurita, T. and Matsui, K. : Sensitivity analysis on measurement noise in the identification of soil properties from vertical array observation data, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 26, pp.951-965, September 1997.
- 12) 久保司郎：逆問題，培風館，1992年5月。
- 13) W.メンケ：離散インバース理論 逆問題とデータ解析，古今書院，1997年4月。

(1999年4月23日 受付)