

## 鉄筋コンクリート梁内のき裂の進展挙動と破壊モードに関する研究

On Extension Behavior of Cracks and Its Fracture Mode  
in Reinforced Concrete Member

橋本堅一\*・鱸 洋一\*\*・矢富盟祥\*\*\*

Ken-ichi HASHIMOTO, Yoichi SUZUKI and Chikayoshi YATOMI

\*正会員 博士(工学) 徳山工業高等専門学校助教授 土木建築工学科(〒745-8585 徳山市久米高城 3538)

\*\*正会員 博士(工学) 金沢大学助手 工学部土木建設工学科(〒920-8667 金沢市小立野二丁目 40-20)

\*\*\*正会員 Ph.D. 金沢大学教授 工学部土木建設工学科(〒920-8667 金沢市小立野二丁目 40-20)

Considering the cracks which are related to shear failure in reinforced concrete member model subjected to four point bending, we discuss the extension behavior of fracture cracks by using the maximum energy release rate criterion. For the calculation of energy release rate, we use E-integral method by the finite element method. The numerical analyses for some ratios of shear span to effective depth ( $a/d$ ) are examined. The numerical results are represented in the relationship between the energy release rate of shear crack and bending crack for several  $a/d$ . It becomes clear that there are two areas which either the energy release rate of shear crack or of bending crack is dominant. The detailed fracture modes of shear failure are also examined for several  $a/d$ .

**Key Words :** RC member, shear failure, bending failure, energy release rate, crack extension, fracture mode

## 1. まえがき

鉄筋コンクリートのいわゆるせん断破壊に対しては現在でも活発な議論がなされている。鉄筋コンクリート梁の破壊を理論的に考察する場合、鉄筋コンクリートの構成関係は非常に複雑であるため、多くの仮定を用いた数値解析に頼ることになる。現在のところ、実験結果の説明を主として、有限要素法を用いて、応力の評価点でき裂の表現ができる構成関係を導入する方法<sup>1)</sup>や、き裂面を仮定してそこに非線型ロッド要素を考えることにより、き裂面の破壊を論じる方法<sup>2)</sup>などが有力な方法として用いられている。

鉄筋コンクリートの解析への破壊力学の適用はコンクリートの破壊靱性の評価に始まったが、現在は破壊エネルギーをコンクリートの破壊現象の数値解析へ取り入れる手法の利用がその中心となっている。破壊力学は本来、き裂の進展を扱う学問であり、材料内のき裂進展パラメータ(たとえば応力拡大係数やエネルギー解放率)がその限界値(破壊靱性値)を超えた時、き裂が進展して破壊に至ると考える。したがって、このような破壊力学的立場から破壊を考察することも一つの考え方として興味のあるところである。

そこで本研究では、図-1のように、鉄筋コンクリート梁が4点曲げ載荷を受けるような境界条件の

もと、供試体の破壊を決定付けるき裂を仮定し、最大エネルギー解放率破壊規準を用いて、き裂の進展挙動を考察した。仮定したき裂は、供試体中央に1本の梁軸方向に垂直なき裂(以下、「曲げき裂」と呼ぶ)と、左右に2本の梁軸方向から45度傾いたせん断破壊に関係するき裂(以下、「せん断き裂」と呼ぶ)である。(ただし、この両者の名前は「破壊モード」とは直接には関係なく、コンクリート梁の破壊を論ずるとき、単に、梁の曲げモーメントやせん断力に起因するということから、そう呼ばれているにすぎないことに注意したい。)それらのき裂のどのき裂先端から、どの方向にき裂が進展するかを議論することにより、いわゆるせん断破壊(特に斜め引張り破壊)が破壊力学的にどのような破壊モードで起こるのかについて言及した。用いるき裂進展パラメータはエネルギー解放率であるが、塑性の構成式を考えるとエネルギー解放率としての意味を失ってしまう。したがって材料は単純に線形弾性体を仮定している。また、初期き裂の発生を議論することは非常に重要ではあるが、破壊力学は欠陥からの、き裂の進展を扱う立場であるので、初期き裂の発生に関しては議論を行っていない。しかし、コンクリート等の材料は、形成時より多くの欠陥(不連続面)が含まれていると考え、そのどれが卓越するかといった問題や、全体的な破壊に至る際には数個の不連続面が支

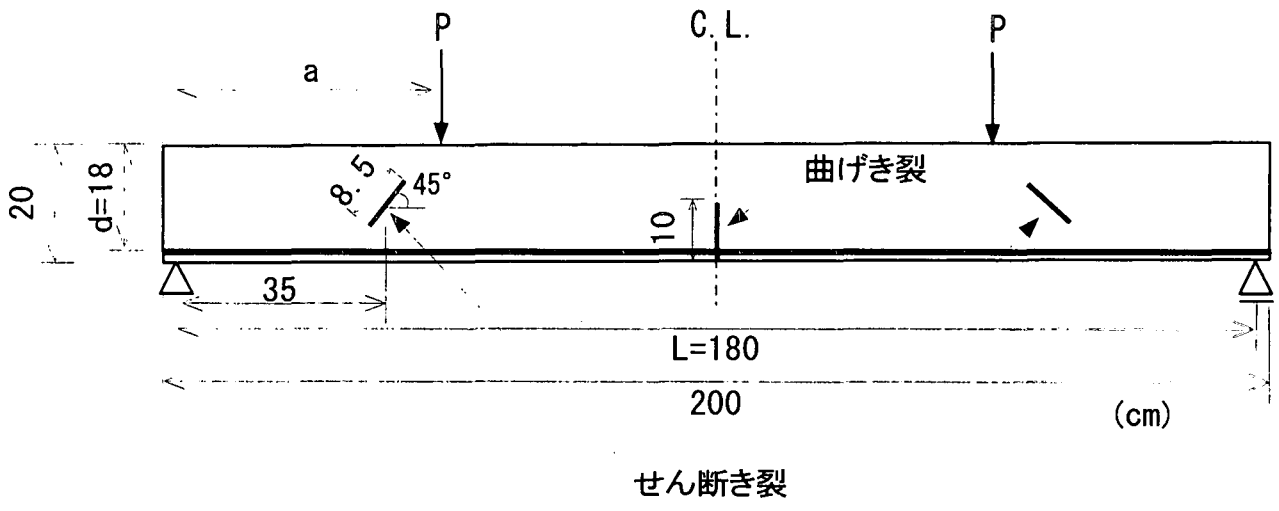


図-1 解析モデル概要図

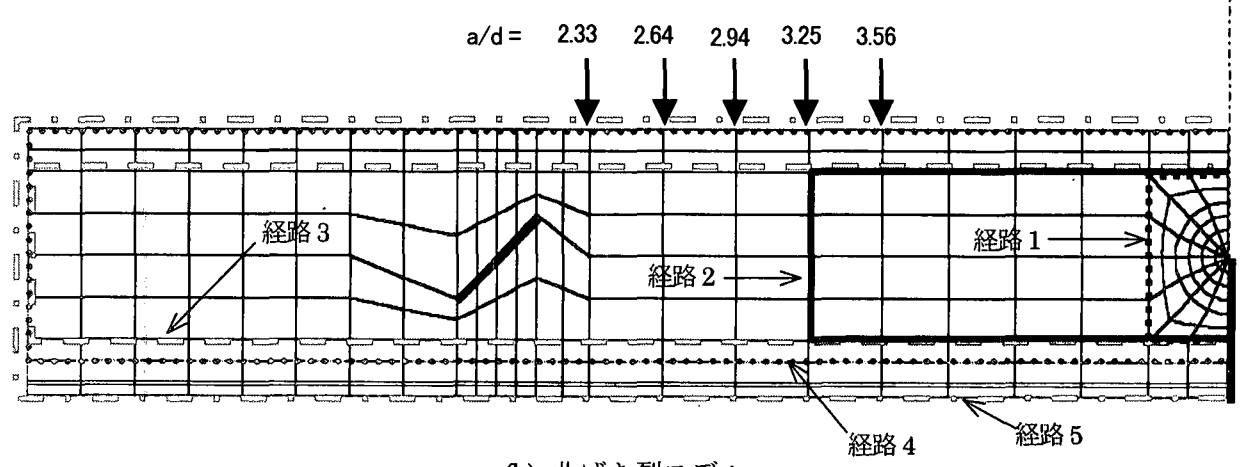
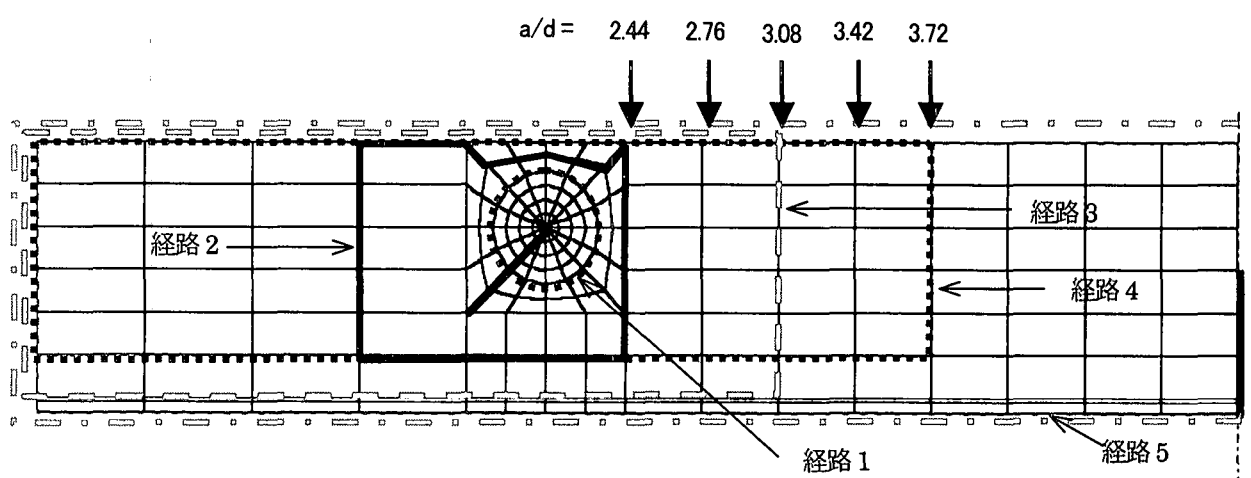


図-2 有限要素モデル

配的となることを考慮すると、本研究のような破壊力学的な立場は有効かつ重要となると考える。なお、解析では載荷位置を変化させて、曲げき裂およびせん断き裂のエネルギー解放率と共に、せん断き裂の破壊モードに関して詳細に検討している。

## 2. 解析モデルおよび解析方法

図-1 に本研究で解析したモデルの概要を示す。梁の寸法は 20cm×200cm で有効高さ  $d$  を 18cm、支点間距離  $L$  を 180cm とした。また引張鉄筋比を 1.2% とし、せん断補強は考えず、せん断スパン  $a$  をパラメータとして解析した。供試体下部に配置した鉄筋とコンクリートとの境界は完全付着であると仮定し、一体で挙動すると考えた。仮定したき裂は、曲げき裂が長さ 10cm として梁の中央に、またせん断き裂は長さ 8.5cm として梁軸から 45 度傾けてその中央を支点から 35cm のところに配置した。用いた有限要素モデルを図-2 に示す。解析は左右の対称性を考慮して左半領域を解析対象とした。要素は 8 節点アイソパラメトリック要素を基本的に用いて要素分割を行い、三角形となるところは 6 節点のアイソパラメトリック要素を用いた。本研究ではき裂面に接触問題を考慮した E 積分法<sup>3) 4)</sup> を用いるため、き裂を微小長さ進展させたモデルの解析が必要となり、き裂先端近傍をかなり細かいメッシュとしなければならない。え、接触条件を導入すると剛性マトリクスが非対称となり、さらに接触節点で接触状態を判定するための繰り返し計算が必要になるため、節点数が増えると著しく計算時間を要す。そのため、せん断き裂の解析モデルと曲げき裂の解析モデルを個々に解析した。それぞれ解析に使用した有限要素モデルは、せん断き裂右上先端近傍を細かく分割した、図-2(a)のせん断き裂モデルと、曲げき裂先端近傍を細かく分割した、図-2(b)の曲げき裂モデルである。せん断き裂モデルにおいては、せん断スパンと有効高さの比  $a/d$  (この比はしばしば「せん断スパン比」と呼ばれる) が 2.44, 2.76, 3.08, 3.42, 3.72 となるような計 5 箇所の位置に集中荷重  $P$  を載荷し、曲げき裂モデルにおいては  $a/d$  が 2.33, 2.64, 2.94, 3.25, 3.56 となる計 5 箇所の位置に集中荷重  $P$  を載荷した。なお荷重  $P$  としては基本的に 9.8kN を与えた。き裂面が接触した際の摩擦条件としては Coulomb の摩擦条件を仮定し、摩擦係数は 0.3 とした。コンクリートは弾性体を仮定したため、き裂先端では応力に特異性を有するので、その精度の向上を図るため、き裂先端には特異要素<sup>5) 6)</sup> を使用した。

エネルギー解放率を計算する評価式には次式に示す、補ひずみエネルギー型の E 積分公式<sup>4)</sup> を用いた。

$$E(\ell) = \frac{\partial}{\partial \ell} \left[ \int_{\Gamma \cap C^+} \left( \frac{1}{2} \mathbf{s} \cdot \mathbf{u} \right) ds \right] - \int_{\Gamma \cap C^+} \left( \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \ell} \cdot \mathbf{u} \right) ds \quad (1)$$

ここで  $\ell$  はき裂長さ、 $\Gamma$  はき裂先端を含む閉領域の境界、 $C^\pm$  は閉領域内のき裂上下面である。また  $\mathbf{s}$  および  $\mathbf{u}$  はそれぞれ表面力ベクトルと変位ベクトルである。この式を数値解析して計算する場合、き裂長さ  $\ell$  のモデル (以下、基本モデルと呼ぶ) と、き裂が微小長さ  $\Delta \ell$  伸びたモデル (以下、き裂進展モデルと呼ぶ) の 2 つのモデルの解析を行い、き裂長さによる偏微分項は 2 点差分近似することにより、また経路積分は表面力と変位をそれぞれ離散化した等価節点表面力  $\mathbf{s}_i$  と節点変位  $\mathbf{u}_i$  を用い、積分経路上の全節点で和をとることにより求めた。すなわち次式を解析に用いた。

$$E = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{\mathbf{s}_i(\ell + \Delta \ell) \cdot \mathbf{u}_i(\ell + \Delta \ell) - \mathbf{s}_i(\ell) \cdot \mathbf{u}_i(\ell)}{2 \Delta \ell} - \frac{\mathbf{s}_i(\ell + \Delta \ell) - \mathbf{s}_i(\ell)}{\Delta \ell} \cdot \mathbf{u}_i(\ell) \right\} \quad (2)$$

ここで  $n$  は積分経路上の節点数であり、 $(\ell)$  および  $(\ell + \Delta \ell)$  はそれぞれ基本モデル、き裂進展モデルの物理量であることを示している。それぞれのモデルの節点数は、せん断き裂モデルで 668 と 670 であり、曲げき裂モデルでは拘束を解除することにより、き裂進展モデルをモデル化したため、基本モデルとき裂進展モデルの節点数は同数の 916 である。要素数はせん断き裂モデルが 208、曲げき裂モデルが 280 である。き裂進展長さと、き裂長さの比は経験上 0.0011 とした。また、き裂進展方向は 15 方向に変化できるようにしているが、曲げき裂モデルは理論的に直進するため (以下、元のき裂面と同方向に進む場合に、き裂が「直進する」という語を用いる。) その方向のみを、また、せん断き裂モデルについては、き裂先端を上下 2 つ有すが、下方のき裂先端に比べて上方のき裂先端の方が拘束の関係で大きなエネルギー解放率を示すため、上方のみを扱った。積分経路については図-2 に示したように、せん断き裂モデル、曲げき裂モデルのそれぞれのモデルで、進展き裂先端を囲むように計 5 本設定した。

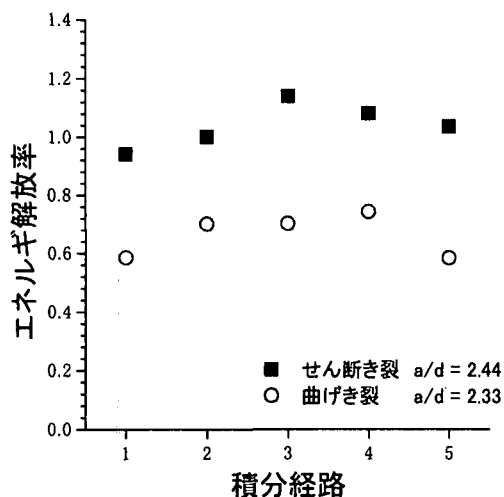


図-3 積分経路とエネルギー解放率の関係 ;  
a/d=2.44(せん断き裂モデル), a/d=2.33(曲げ  
き裂モデル)

### 3. 解析結果

図-2(a)のせん断き裂モデルにおいて、 $a/d$  が 2.44 の場合に、せん断き裂右上先端が直進進展する場合、積分経路ごとのエネルギー解放率を示したものが図-3 中の■である。また同図の○は図-2(b)の曲げき裂モデルにおいて、 $a/d$  が 2.33 の場合の曲げき裂先端のエネルギー解放率である。この図のエネルギー解放率はせん断き裂の経路 2 の値で無次元化してある。どちらのモデルにおいても荷重载荷点や支点で応力集中が起きるためと推測される原因により若干、経路誤差が含まれているようであるが、この論文の主な趣旨がせん断き裂と、曲げき裂のどちらが優先するかということや、せん断き裂がどのような破壊モードで進展するかを解明することにあるので、問題にはならない誤差であると考えた。そこでどちらのモデルにおいても、なるべく荷重载荷点や支点を含まない経路 2 の値を持って以下議論を進めることとする。

図-4 に  $a/d$  が 2.44 の場合のせん断き裂先端でのエネルギー解放率とき裂折れ曲がり角度、すなわち、き裂の進展方向の関係を示す。ここで、き裂折れ曲がり角度は、き裂の直進方向から時計回りを正としている。またこの図のエネルギー解放率は直進する場合のもので無次元化してあり、以後、ことわらない限りエネルギー解放率はこの  $a/d$  が 2.44 の場合の、せん断き裂が直進する場合の値を基準値として無次元化した。

図-4 より  $0.0\pi$  方向のエネルギー解放率が最大を示しており、最大エネルギー解放率破壊規準に従う

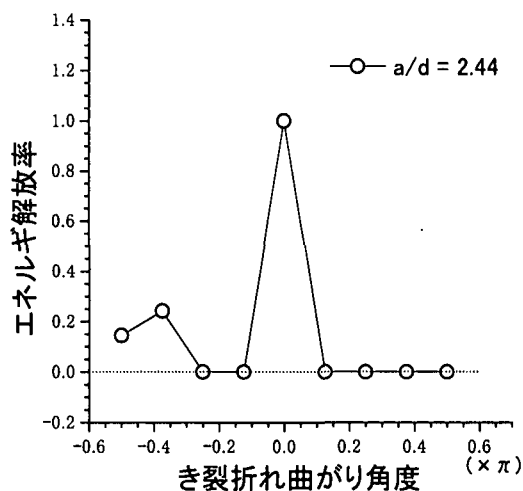


図-4 き裂折れ曲がり角度とエネルギー解放率の関係 ;  
a/d=2.44

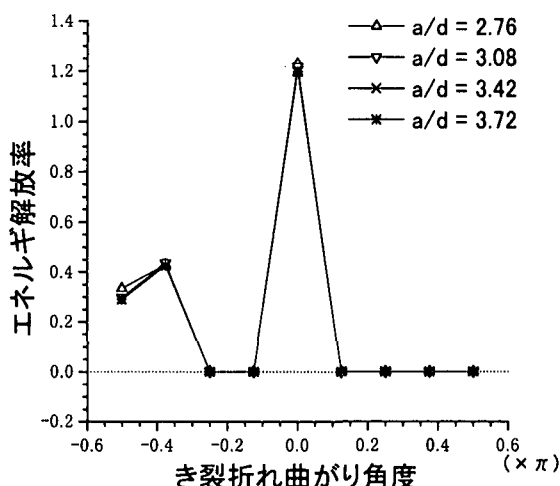


図-5 き裂折れ曲がり角度とエネルギー解放率の関係 ;  
a/d=2.76, 3.08, 3.42, 3.72

とすると、せん断き裂は直進して進展することが分かる。脆性的な物質で、き裂が元のき裂面と同方向に進む現象が、純開口モード（モード I のみの変形が生じているモード）でなく、このような混合モードの下で現われる（混合モードである事に関しては後で詳述する。）ことは、破壊力学的には非常に興味ある現象である。

図-4 と同様に、図-5 に  $a/d$  が 2.76, 3.08, 3.42, 3.72 の場合の、せん断き裂先端でのエネルギー解放率とき裂折れ曲がり角度の関係を示す。

この 4 つの  $a/d$  で結果は図のように、ほぼ一致しており、すべての場合で直進進展する場合のエネルギー解放率が最も大きく、そのそれぞれの最大値は  $a/d$  が 2.44 の場合にせん断き裂が直進進展する際のエネルギー解放率の約 1.2 倍であった。

図-6 は図-4 の  $a/d$  が 2.44 の場合において、

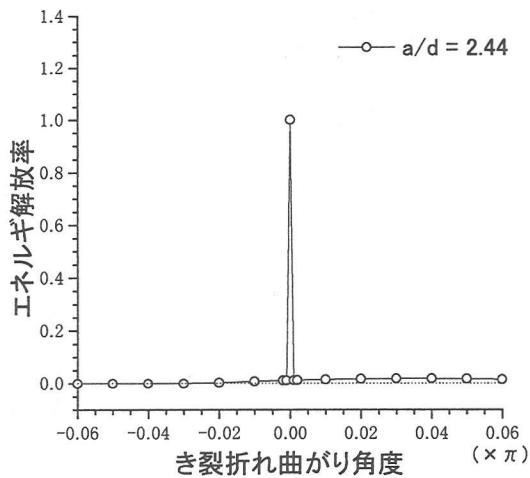


図-6 き裂折れ曲がり角度とエネルギー解放率の関係；  
 $a/d=2.44$

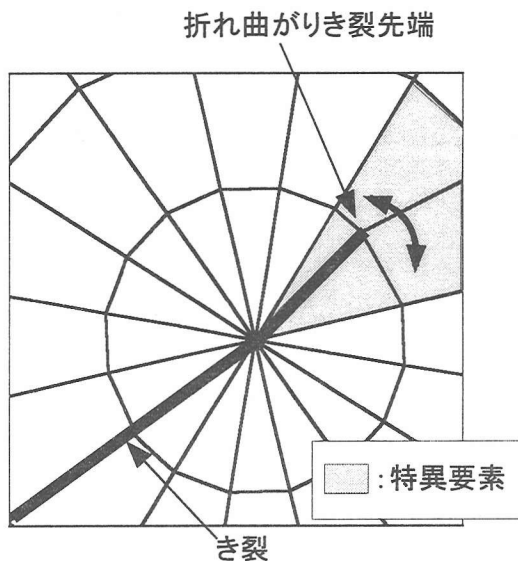
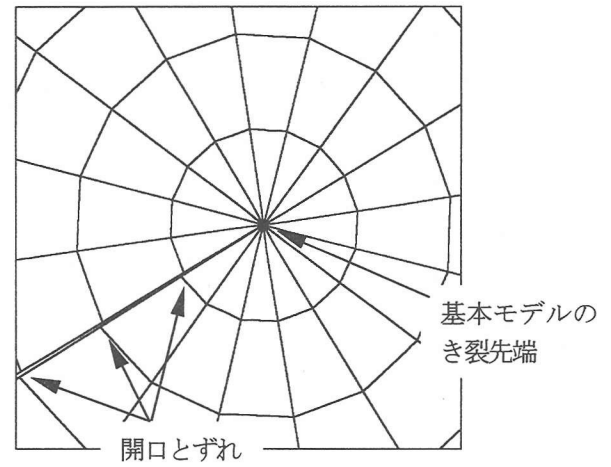


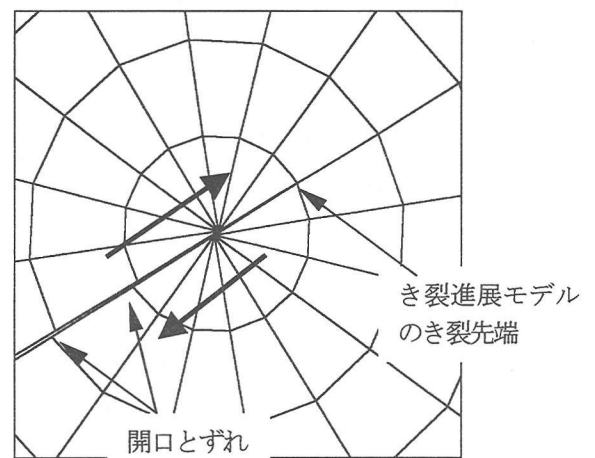
図-7 き裂折れ曲がり角度を少し変化させる方法  
(き裂進展モデル)

き裂折れ曲がり角度をさらに細かく変化させた場合のエネルギー解放率である。解析では図-7のように、き裂進展モデルにおいて折れ曲がりき裂先端の特異要素の節点をずらすことにより、節点数を増やすことなく、き裂の小さな折れ曲がりモデル化した。±0.001 $\pi$ まで0.0 $\pi$ に近づけたが、図-6のように0.0 $\pi$ だけが飛び抜けて大きく、少しでも折れ曲がるとエネルギー解放率は極端に小さくなった。すなわち、せん断き裂は完全に直進して進展することが最も安定的であり、非常に折れ曲がりにくいことが示されている。

図-8 は  $a/d=2.44$  の場合の基本モデルと、き裂進展モデルのせん断き裂右上先端付近の変形図で



a) 基本モデル (変位 15 倍拡大)



b) き裂進展モデル (変位 15 倍拡大)

図-8  $a/d=2.44$  の場合のせん断き裂先端付近の変形図

ある。図中の初期き裂面の部分を横切る有限要素辺の食い違いより、き裂面は開口してずれていることが分かる。したがって、き裂の変形モードは開口とせん断の混合モードであり、純せん断モードではない。

図-9 は  $a/d$  が 2.44 の場合の基本モデルでの、せん断き裂上下面の接線方向と法線方向の相対変位を表わしている。横軸が左下側のき裂先端からの距離で、矢印の位置が右上進展側のき裂先端の位置を表わしている。図中の■は接線方向の相対変位でモードII型（せん断型）の変形を表わしており、図中○が法線方向の相対変位でモードI型（開口型）の変形を表わしている。図のようにモードI型の変形とモードII型の変形が中央付近で折り返したような左右反対称形をしており、左下き裂先端はモードI状態、右上き裂先端はモードII状態にあると推測できる。

図-10 は  $a/d$  を変化させた場合の、同様なせん

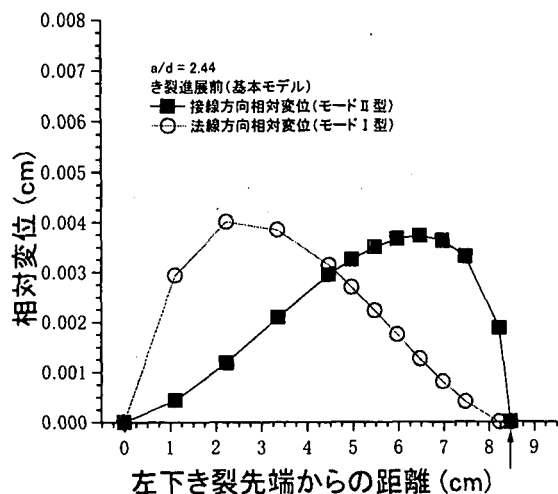


図-9 き裂面上の接線方向・法線方向の相対変位;  $a/d = 2.44$

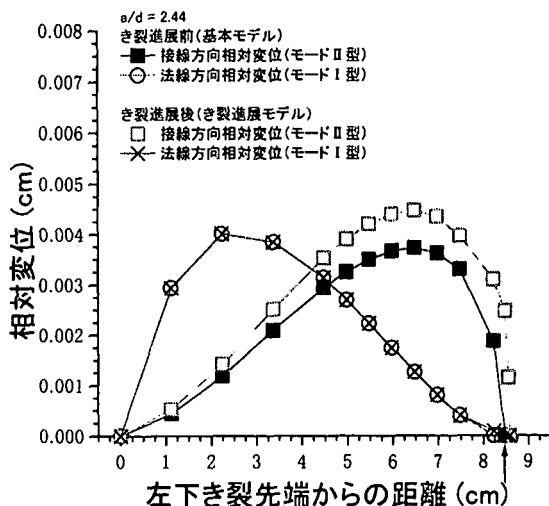


図-12 き裂進展前後のせん断き裂面上の接線方向・法線方向の相対変位;  $a/d = 2.44$

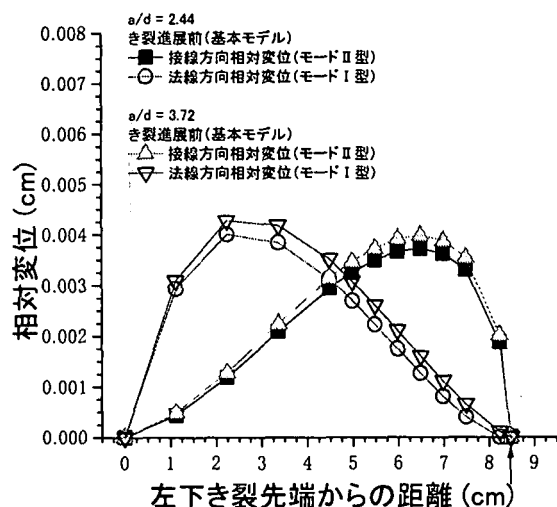


図-10  $a/d$  が変化した場合の、き裂面上の接線方向・法線方向の相対変位;  $a/d = 2.44, 3.72$

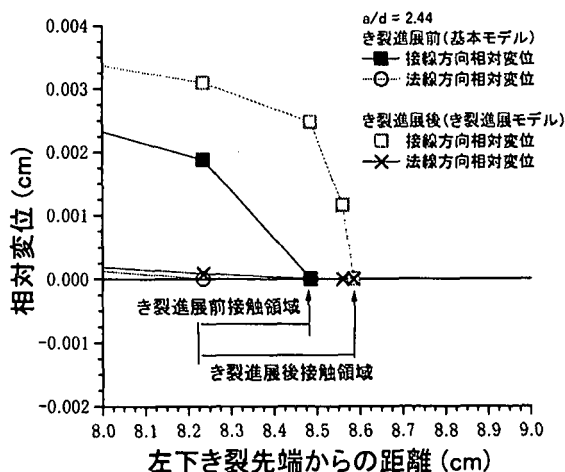


図-13 進展き裂先端近傍のき裂進展前後の接線方向・法線方向の相対変位;  $a/d = 2.44$

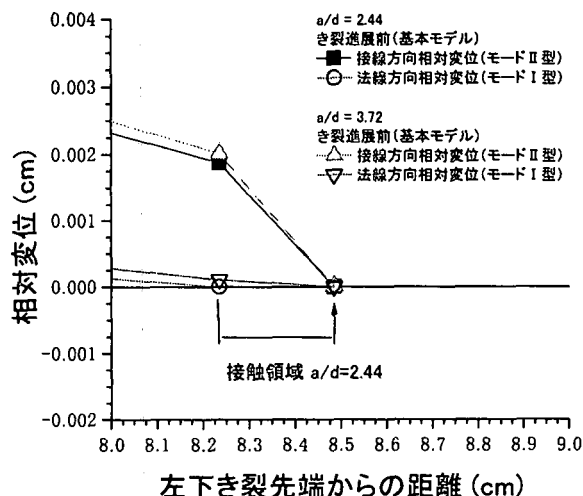


図-11  $a/d$  が変化した場合の、き裂先端近傍のき裂面上の接線方向・法線方向の相対変位;  $a/d = 2.44, 3.72$

断き裂面上での相対変位である。図-2(a)のように  $a/d$  が 3.72 の場合は、今回考えた  $a/d$  の範囲で最も供試体中央に近い荷重位置であり、 $a/d$  が 2.44 の場合は最も中央より離れた荷重位置である。 $a/d$  が 3.72 の場合は、き裂先端まで開いているが、 $a/d$  が 2.44 の場合は、き裂先端の少し手前から接触していることがき裂先端近傍を拡大した図-11 より分かる。また、接線方向・法線方向のどちらの相対変位も  $a/d$  が 3.72 の場合、すなわち荷重荷点が供試体中央に近い方が全体的に大きくなるが、分布形状は、ほぼ同様であることが分かる。よって、今回考えた  $a/d$  の範囲では、 $a/d$  によりせん断き裂面上の相対変位の分布形状は、あまり変化しないようである。

図-12 は  $a/d$  が 2.44 の場合の基本モデルとき裂

進展モデルのせん断き裂面上の相対変位を比較したものである。図より、き裂が進展するとモードⅡ的な接線方向の相対変位は大きくなるのに対し、モードⅠ的な法線方向の相対変位はほとんど変化していないことが分かる。

コンクリート工学においては、一般に、梁のせん断力に起因する開口モード進展き裂のことを、せん断破壊（斜め引張り破壊）と呼んでいる<sup>7)</sup>。したがって、このせん断破壊という定義は、せん断応力、またはせん断変形に起因する進展き裂の意味ではない。破壊力学的に考えると、上記結果のように、モードⅡ型の変形が拡大しながら、き裂が進展して行く破壊形態は純粋なせん断モード破壊（モードⅡ型進展破壊）と呼ぶに相応しいと考える。

図-13 は図-12 の進展き裂先端近傍を拡大したものである。a/d が 2.44 の場合、き裂進展前に、き裂先端の少し手前より法線方向相対変位は 0 となり、接触していることを前に述べたが、き裂進展後も同様の場所から進展き裂面を含む、き裂先端まで接触していることが分かる。よってせん断き裂は、先端付近が閉じて摩擦力を受けながら直進方向へせん断的に進展していくことが分かる。すなわち、初期き裂面の全体的な相対変位だけで判断すると、引張りとせん断の混合モードの破壊と言えるが、上記のことを考慮すると、今回仮定したせん断き裂の位置と大きさでは、き裂右上先端付近が「圧縮とせん断を受けた、せん断型の破壊」であると結論付けられる。なお、コンクリート工学で、せん断圧縮破壊と言う用語は、梁上端部の圧縮コンクリートの「圧縮破壊」を主因とする破壊形式のことを示し、ここで述べた「せん断型破壊」とは異なるものであることに注意したい。

図-14 は、曲げき裂および、せん断き裂のエネルギー解放率を a/d に対して示した。ここで a/d=3.1 付近まではせん断き裂のエネルギー解放率が大きく、それより大きい a/d では曲げき裂のエネルギー解放率が大きくなる。このことは a/d が 3.1 より小さい段階ではせん断き裂が進み、その値より大きくなると曲げき裂が進むということを意味する。ただし、本研究ではせん断き裂と曲げき裂の位置および長さを固定しての議論であって、それらが変化すると傾向は変わってくる。たとえば、き裂長さが長くなるのに対応してエネルギー解放率が大きくなることである。

せん断き裂において、き裂先端付近が接触しながら直進方向へ進むことが分かったので、図-15 は、き裂面上の摩擦係数によって曲げき裂進展と、せん断き裂進展の境界となる a/d が、どの程度

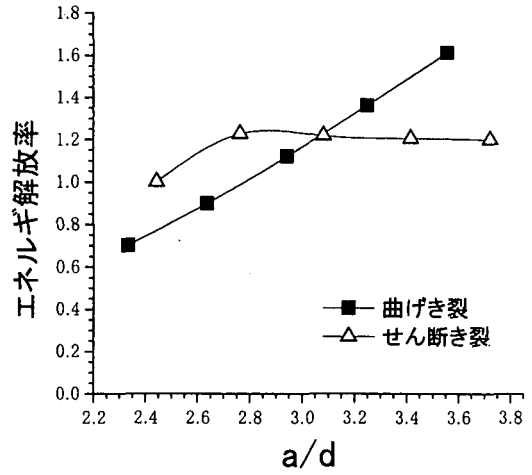


図-14 エネルギー解放率と a/d の関係

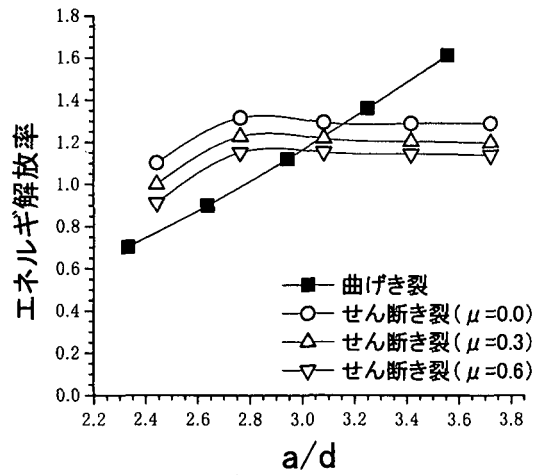


図-15 エネルギー解放率と a/d の関係

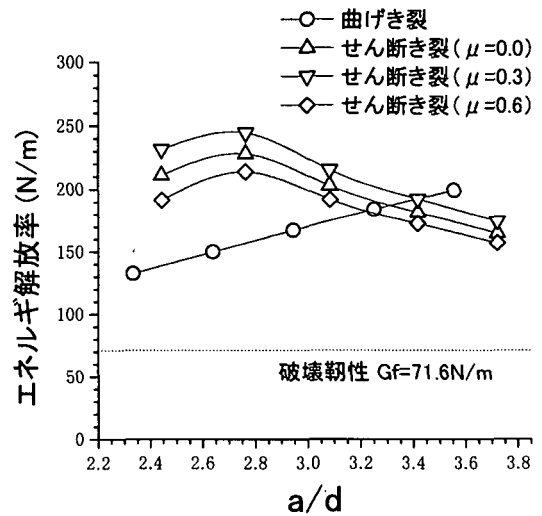


図-16 鉄筋降伏時のエネルギー解放率

変化するかを調べたものである。これまでの議論はすべて摩擦係数  $\mu$  を 0.3 に固定していたが、摩擦がない場合  $\mu=0.0$ 、および、 $\mu=0.6$  の場合を考

えた。図のように、エネルギー解放率は若干大きさを要するが、曲げき裂進展とせん断き裂進展の境界の  $a/d$  は、それほど大きくは変化していない。摩擦係数が  $0.0 \sim 0.6$  の範囲で、その境界の  $a/d$  は約  $3.0 \sim 3.15$  の範囲であった。

図-16は図-15において鉄筋降伏時の曲げき裂先端および、せん断き裂先端でのエネルギー解放率を  $a/d$  に対して示したものである。ここで鉄筋の降伏強度は  $360\text{Mpa}$  とした。ここでコンクリートの破壊靱性を  $G_f = 71.6\text{N/m}$  であるとする、考えた  $a/d$  の範囲では鉄筋が降伏（曲げ破壊）する前にどちらかのき裂先端から、き裂は進展開始することが分かる。すなわち  $a/d$  が  $3.1$  より小さい段階ではせん断破壊が起こる可能性を示唆している。

#### 4. まとめ

本研究では4点曲げ荷を受ける鉄筋コンクリート梁の部材中に曲げき裂と、せん断破壊を支配するようなせん断き裂を仮定して、本来の破壊力学の立場からエネルギー解放率とき裂の破壊のモードについて考察した。その結果次に列挙するような知見を得た。

- (1) 梁軸方向から  $45$  度傾いたせん断破壊に関係すると思われるせん断き裂を仮定し、エネルギー解放率を求めると、 $0.0\pi$  方向のエネルギー解放率が最大を示しており、最大エネルギー解放率破壊規準に従うとすると、せん断き裂は直進して進展することが示された。このような混合モードの下で、き裂が元のき裂面と同方向に進む現象が示されたことは、破壊力学的には非常に興味ある結果である。
- (2) き裂の直進挙動をさらに詳細に考察するためにき裂折れ曲がり角度を  $\pm 0.001\pi$  まで  $0.0\pi$  に近づけたが、直進進展時のエネルギー解放率だけが飛び抜けて大きく、少しでも折れ曲がるとエネルギー解放率は極端に小さくなった。すなわち、せん断き裂は完全に直進して進展することが最も安定的であり、非常に折れ曲がりにくいことが示された。
- (3)  $a/d$  が  $2.44$  の場合のせん断き裂面上の相対変位を考察すると、き裂進展前に、き裂先端の少し手前より法線方向相対変位は  $0$  となって接触しており、き裂進展後も同様の場所から進展き裂面を含む、き裂先端まで接触していた。すなわち、せん断き裂の、き裂右上先端

付近が「圧縮とせん断を受けた、せん断型の破壊」であると結論付けられる。

- (4) せん断スパンと有効高さの比  $a/d$  を変化させると、 $a/d$  が小さいうちは、せん断き裂のエネルギー解放率が曲げき裂のエネルギー解放率に比べて大きく、せん断き裂が進展し易いが、 $a/d$  を大きくすると、せん断き裂のエネルギー解放率と曲げき裂のエネルギー解放率の値の大小が逆転して、曲げき裂が進展し易くなる。

以上のように、単一のき裂モデルにより鉄筋コンクリート梁中のせん断き裂と曲げき裂の進展特性を考察した。その結果、コンクリート工学でいうせん断破壊において、荷重位置やき裂先端の位置などにより、き裂先端では引張り・圧縮変形だけでなく、せん断変形が大きく支配していることが分かった。

今後は多くのき裂性状の傾向を把握するため、き裂の位置、き裂の長さ、き裂の角度、き裂の数などを考慮した解析が必要となるであろう。また応用として軸方向の引張り力などを考慮したモデルに対する拡張も興味を持てるテーマである。

#### 参考文献

- 1) たとえば田村、重松、原、中野：軸方向引張り力を受ける鉄筋コンクリート T 型梁のせん断耐力、構造工学論文集, Vol.38A, pp.1255 - 1263, 1992.
- 2) 二羽, ZAREEN, 田辺：破壊力学に基づくコンクリートはりのせん断強度寸法効果解析, 土木学会論文集, No.508, V-26, pp.45 - 53, 1995.
- 3) 鱈洋一, 矢富盟祥：荷重履歴に伴う摩擦力が存在する進展き裂の E 積分の有限要素解析, 応用力学論文集, Vol.1, pp.45-53, 1998.
- 4) 矢富盟祥, 鱈洋一：圧縮荷重下にある進展き裂の E 積分によるエネルギー解放率の有限要素解析, 土木学会論文集, No.612, I-46, pp.251-263, 1999.
- 5) Barsoum, R.S. : On the use of isoparametric finite elements in linear fracture mechanics, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 10, pp. 25-37, 1976.
- 6) Barsoum, R.S. : Triangular quarter-point elements as elastic and perfectly-plastic crack tip elements, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 11, pp. 85-98, 1977.
- 7) たとえば, 吉川弘道：鉄筋コンクリートの解析と設計, 丸善, 1995.

(1999 年 4 月 23 日 受付)