

雁行状断層のモデル実験と応力場逆解析による構成則推定法

THE MODEL EXPERIMENT OF EARTHQUAKE-FAULTS
AND ESTIMATING CONSTITUTIVE RELATION
USING BACK-ANALYSIS FOR STRESS FIELD水谷 俊夫*・堀 宗朗**
Toshio MIZUTANI and Muneo HORI

*正会員 日本工営 (〒102-8539 東京都千代田区麹町 5-4)

**正会員 Ph.D. 東京大学助教授 東京大学地震研究所 (〒113-0032 東京都文京区弥生 1-1-1)

Before considering about numerical analysis for earthquake-faults, we have to get much data for it. We have to get displacements of model experiment and constitutive relation of materials, for example. In this research, we perform model experiment of earthquake-faults and measure surface displacements by image analysis. And then we tried to estimate constitutive relation of the material (zeratin) using back-analysis for stress field.

Key Words : Earthquake-faults, Image Analysis, Constitutive Relation, Back-Analysis

1. はじめに

地殻内の断層が地表まで到達したものを地表地震断層と言う。図1にも示される通り、断層線に沿って一本の直線となって現れるよりは短い線が斜めに連続した雁行状亀裂¹となって現れるものが多い。雁行状亀裂はほぼ同じ長さ・向き・間隔を持つ亀裂であり、基盤の上に一定の角度で傾いて発生する。基盤と地表の境界面に複瓦構造が形成され、基盤の一つの断層面から複数の亀裂が発生することが知られている。

地震挙動予知のための手法の一つとして断層の数値シミュレーションが挙げられる。解析に際しては断層の形状・構成則・応力状態等に関する情報が必要であるが、地下深くの情報を知ることは容易ではない。一方、地表に現れる地表地震断層の物性や形状は比較的容易に推測することができるため、地表地震断層の解析が数値シミュレーション開発の第一歩となる。

数値シミュレーション開発のためには、比較するデータを揃えなければならない。すなわち、雁行状亀裂を再現性良く発生させる実験や、供試体の材料定数・構成則などの推定が必要である。そのため本研究では、まずモデル実験としてリーデル線発生実験を行い、画像解析を用いて変位場を測定する。次に、変位場から応力場を逆解析して構成則を推定することを試みる。

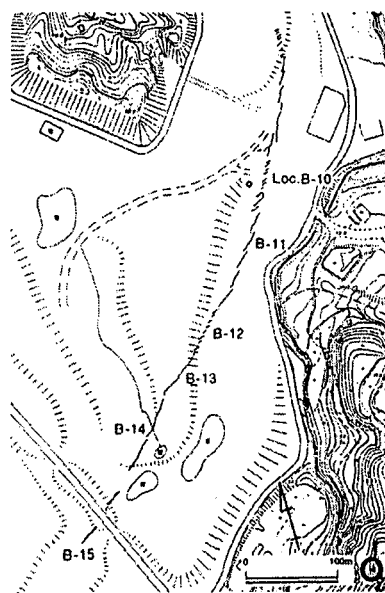


図-1 野島断層の一例

2. モデル実験概要

2.1 実験方法

リーデル線発生実験では、均一な応力・ひずみ状態から周期的に亀裂が発生する。したがって、実験装置にはひずみや応力等をできるだけ一様にするのが要求される。しかし、通常のリーデル線発生実験では、端部境界の影響を除くために単純せん断をかける方向に十分長い実験装置を用いなければならない。この点を考慮して、本研究では円盤状供試体のねじりせん断試

¹ 長さの尺度は違うものの、雁行状亀裂はせん断を受けると他の様々な材料にも発生する。

験を開発した。直線的²なせん断ではないものの、この装置では端部境界の影響を完全に除くことができる。

供試体材料としてゼラチンを用いた。これは、透明であるため内部の亀裂発生・進展過程の観察が可能であることと、扱いやすいことである。また、アクリル盤との密着性が高く、実験の高い再現性が確認されている(参考文献2参照)。

実験装置の全体像を図2に示す。高さ1~3cmのゼラチン供試体を直径46cmの円形の型の中に流し込んで作る。そして底部の直径30cmの部分ターンテーブルのように回転させてねじりせん断を与える。

実験装置にはパルス発生器やひずみゲージが取り付けられており、ねじりせん断時に回転速度とトルクが計測される。また、次に述べる画像解析によって時間毎の変位(ひずみ)分布が測定される。

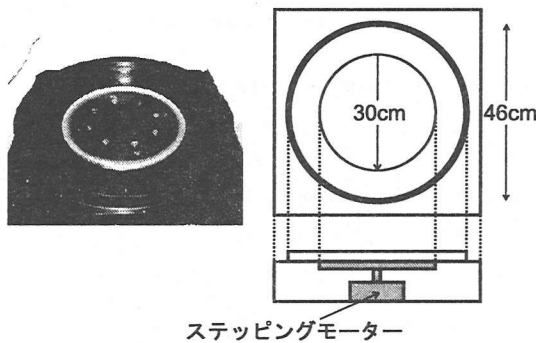


図-2 実験装置の全体像

2.2 画像解析

あらかじめゼラチン供試体の表面に白い標点を付けておき、実験時に上からデジタルビデオカメラで撮影する³。標点の移動量を測定することで表面の変位・ひずみ分布を計算することができる。

実験から、1秒間に30枚のBMP(ビットマップ)画像を得ることができる。BMP画像は大きさが640×480pixelであり、pixel一つ一つにRGB256階調のデータが対応している。そして、各pixelの数値データ(R、G、Bの値)から画像上の色を判別できる。

画像解析による変位計測の精度は約7cm/480pixel≒0.15mm/pixelである。さらに、時間毎に得られた画像データを時間に関してスムージングすることで変位計測の精度を向上させることができる。精度向上の程度は画像の枚数などに依存するが、5秒間(150枚)~10秒間(300枚)のデータがあれば100倍程度向上する。

画像解析によって各標点の変位が得られ、図3~5のようなひずみ分布の時刻歴が得られる。

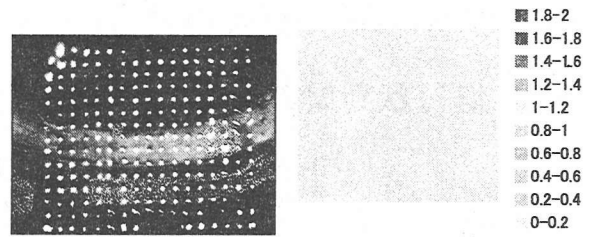


図-3 0秒後

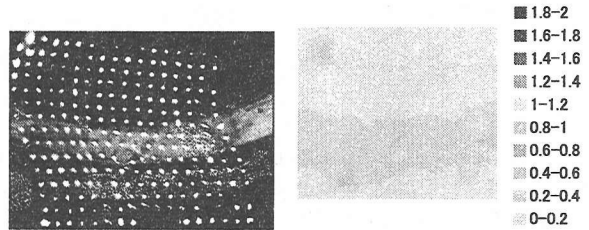


図-4 5秒後

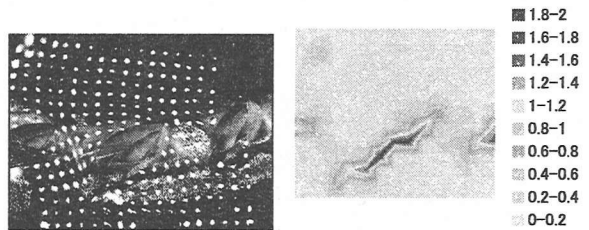


図-5 7秒後

3. 応力場の逆解析を利用した構成則推定法

3.1 逆解析の原理

本研究では、高精度で計測されたマーカーの変位を用いて構成則を逆解析することを試みる。構成則の形式が分からない場合でも、この逆解析では、応力が常に釣り合い式を満たすことを利用してひずみに対応する応力を計算し、ついで得られたひずみと応力の関係から構成則を推定する。

簡単のため不均一な弾性係数 $c_{ijkl}(\mathbf{x})$ を持つ不均一体 V を例に、逆解析の原理を説明する。不均一体の変位・ひずみ・応力は次の3つの場の式を満たす。

$$\begin{cases} \epsilon_{ij}(\mathbf{x}) = (u_{i,j}(\mathbf{x}) + u_{j,i}(\mathbf{x}))/2 \\ \sigma_{ij,i}(\mathbf{x}) = 0 \\ \sigma_{ij}(\mathbf{x}) = c_{ijkl}(\mathbf{x})\epsilon_{kl}(\mathbf{x}) \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 i は x_i に関する偏微分を表し、総和規約が用いられている。計測された変位 u_i から式(1)を満たす c_{ijkl} を推定することが課題である。

変位と弾性係数の関係は複雑であるため、見通しを良くするよう等価介在物法を用いて式(1)を次のよう

² リーデル線のサイズに比べて円盤の径が十分大きければ、ねじりせん断をほぼ直線のせん断と見なすことができる。

³ 5mm格子状の標点を用い、約7×8cmの部分撮影した。

に書き直す。

$$\begin{cases} \epsilon_{ij}(\mathbf{x}) = (u_{i,j}(\mathbf{x}) + u_{j,i}(\mathbf{x}))/2 \\ \sigma_{ij,i}(\mathbf{x}) = 0 \\ \sigma_{ij}(\mathbf{x}) = c_{ijkl}^o \epsilon_{kl}(\mathbf{x}) + \sigma_{ij}^*(\mathbf{x}) \end{cases} \quad (2)$$

ここで c_{ijkl}^o は仮想的な一様弾性係数であり、 σ_{ij}^* は次のように定義されるアイゲン応力である。

$$\sigma_{ij}^*(\mathbf{x}) = (c_{ijkl}(\mathbf{x}) - c_{ijkl}^o) \epsilon_{kl}(\mathbf{x}) \quad (3)$$

場の式 (2) には不均一弾性係数 c_{ijkl} が直接含まれていないため、第 1 式と第 3 式を第 2 式に代入すると変位とアイゲン応力に関する次の式が導かれる。

$$\sigma_{ij,i}^*(\mathbf{x}) + c_{ijkl}^o u_{k,i}(\mathbf{x}) = 0 \quad (4)$$

ここで不均一体が平面応力ないし平面ひずみ状態にあり、表面 $x_3 = 0$ で面内の変位 u_1 と u_2 が計測された場合を仮定する。未知のアイゲン応力は σ_{11}^* , σ_{22}^* と σ_{12}^* の 3 つであり、式 (4) は x_1 と x_2 方向の 2 つの釣り合い式である。以下の弾塑性体の場合で説明するように、アイゲン応力に対して次の条件を仮定する。

$$\sigma_{11}^*(\mathbf{x}) + \sigma_{22}^*(\mathbf{x}) = 0 \quad (5)$$

この仮定から $\sigma_{11}^* = -\sigma_{22}^*$ と σ_{12}^* が次のポアソン方程式を満たすことが示される。

$$\begin{cases} \sigma_{11,1}^*(\mathbf{x}) + \sigma_{12,2}^*(\mathbf{x}) = b_1(\mathbf{x}) \\ \sigma_{12,1}^*(\mathbf{x}) + \sigma_{22,2}^*(\mathbf{x}) = b_2(\mathbf{x}) \end{cases} \quad (6)$$

ここで $\sigma_{ij}^* = c_{ijkl}^o u_{k,i}$ とすると

$$b_1 = -\sigma_{11,1}^o - \sigma_{12,2}^o, \quad b_2 = -\sigma_{12,1}^o + \sigma_{11,2}^o$$

である。物体の境界でのトラクションが t_i として計測されていると、 $t_j = n_i(c_{ijkl}^o u_{k,i} + \sigma_{ij}^*)$ より式 (6) の境界条件が次のように計算される。

$$\begin{cases} \sigma_{11}^*(\mathbf{x}) = n_1(\mathbf{x})t_1(\mathbf{x}) - n_2(\mathbf{x})t_2(\mathbf{x}) \\ \quad - n_1^2(\mathbf{x})\sigma_{11}^o(\mathbf{x}) + n_2^2(\mathbf{x})\sigma_{22}^o(\mathbf{x}) \\ \sigma_{12}^*(\mathbf{x}) = n_2(\mathbf{x})t_1(\mathbf{x}) + n_1(\mathbf{x})t_2(\mathbf{x}) \\ \quad - n_1(\mathbf{x})n_2(\mathbf{x})(\sigma_{11}^o(\mathbf{x}) + \sigma_{22}^o(\mathbf{x})) \\ \quad - \sigma_{12}^o(\mathbf{x}) \end{cases} \quad (7)$$

式 (6) と式 (7) より境界値問題の解としてアイゲン応力が一意的に決定できることがわかる。

弾塑性体の場合も全く同様に扱うことができる。簡単のため、弾性係数が一様であり c_{ijkl}^o として与えられるのであれば、増分型で上の逆解析を定式化すると塑性ひずみ増分はアイゲン応力増分に次のように対応する。

$$c_{ijkl}^o d\epsilon_{kl}^p = -d\sigma_{ij}^*(\mathbf{x}) \quad (8)$$

したがって体積塑性ひずみ増分を 0 とすれば式 (5) の仮定が導かれる⁴ この結果、アイゲン応力増分は式 (6)

⁴ 土のような粒状体でダイレタンシーの影響が大きい材料を扱う場合は (5) の仮定を適用できず、他の条件 (例えば、「ひずみ・応力の主方向が一致する」など) を与える必要がある。

と (7) を増分型で書いた境界値問題の解となり、一意的に決定できる。なおポアソン方程式 (6) には変位の 3 階微分が含まれるため、数値計算ではアイゲン応力 $\sigma_{11}^* = -\sigma_{22}^*$ と σ_{12}^* が連立した微分方程式 (4) を

$$\begin{cases} t_1 = n_1(\sigma_{11}^* + \sigma_{11}^o) + n_2(\sigma_{12}^* + \sigma_{12}^o) \\ t_2 = n_1(\sigma_{12}^* + \sigma_{12}^o) + n_2(-\sigma_{11}^* + \sigma_{22}^o) \end{cases} \quad (9)$$

の境界条件の下で解くほうがよい。

3.2 ゼラチン供試体の構成則

上記の逆解析を用いて、ねじりせん断試験で得られた変位場から応力場を推定する。一例として図 3~5 に示す 7 秒間の実験結果の解析を示す。各時間毎に画像解析によってマーカーの位置を求め、変位を計算し、この変位から応力場を逆解析する。平面応力状態にあることが仮定できるよう、表面のマーカーについてのみ変位場を計算した。逆解析の数値計算には 4 節点要素を使った有限要素法を用いた。なお変形が大きいいため、1/30sec 毎の変位増分を計算し、さらに剛体回転の影響を除いた。ゼラチンサンプルを作って一軸圧縮試験を行い、この結果をもとにヤング率とポアソン比を $E = 33\text{kPa}$ と $\nu = 0.3$ と設定した。

図 6 と 7 にアイゲン応力 σ_{11}^* と σ_{12}^* の分布を示す。右方向が x_1 、上方向が x_2 である。中央付近に σ_{11}^* と σ_{12}^* が集中している。前述のようにアイゲン応力は塑性ひずみに対応するので、図 6 と 7 はせん断帯の形成過程と一致する。また、 σ_{11}^* の大きさは σ_{12}^* の 2 倍強となっており、表面の塑性ひずみは引っぱり方向の進展が大きいということが推測される。

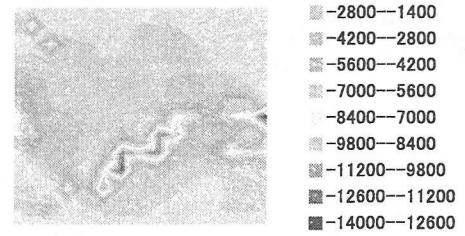


図-6 11 方向アイゲン応力分布 (7 秒後)

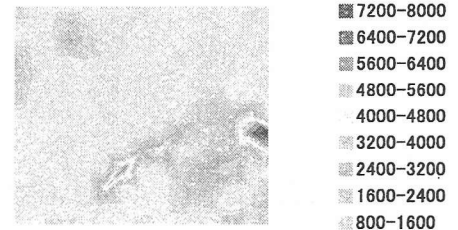


図-7 12 方向アイゲン応力分布 (7 秒後)

せん断帯付近の構成則を調べるため、逆解析の結果をもとに図8に示すA~Eの5要素について応力-ひずみ関係を計算した、なおB、C、Dの要素にせん断帯が発生している、図9に主応力-主ひずみ関係と最大せん断応力-最大せん断ひずみ関係を示す。引張を正としているため最小主応力は最大の圧縮応力である。最大主応力-最大主ひずみ関係は乱れているが、最小主応力-最小主ひずみ関係がほぼ線形であることがわかる。せん断帯が発生したCとDでは最大せん断応力-ひずみ関係が(0.07, 5.2kPa)の点を境に完全弾塑性体のようなバイリニアとなる。せん断帯の発生していないAとEではこの点を境に除荷されている。なお、せん断帯が発生したBでは降伏後も降伏後も線形に応力が増加するが、ひずみの増加はCとDに比べて小さい。比較的粗いメッシュを用いた有限要素法による逆解析であり、数値計算上の誤差によってBの挙動がバイリニアから外れたかもしれない。また、最大ひずみが3%を越えると微小変形を仮定することは難しい。したがってCとD降伏後の応力の増加は無視することとした。以上より、ゼラチンの構成則として降伏応力 5.2kPa を持つフォンミーゼスタイプの降伏関数を仮定した。

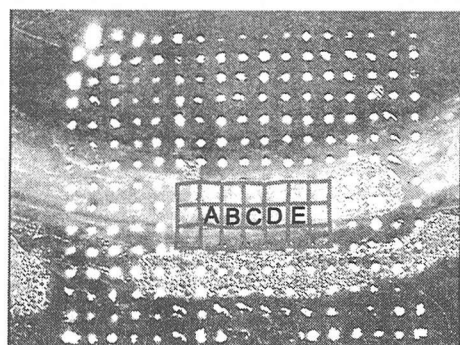


図-8 解析した要素

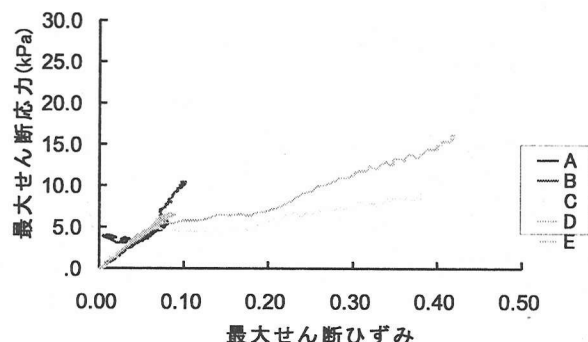
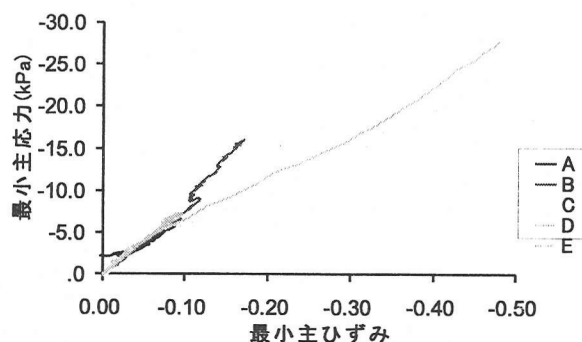


図-9 解析された応力-ひずみ関係

4. おわりに

本研究では、雁行状断層の数値シミュレーションの準備として、モデル実験を行い表面の変位場と供試体材料の構成則を推定した。比較データとなる変位場は精度の良いデータを得ることができた。構成則の推定においては、信用できるデータとして降伏応力を得ることができた。しかし、逆解析の計算において、降伏後の変化を含む複雑な構成則を再現することはできなかった。今後の課題として、観測点の少なさや内挿関数など計算方法上の問題を解決することが挙げられる。

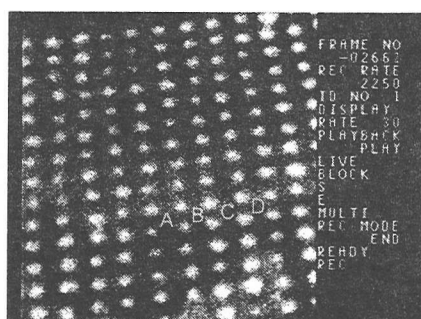
付録 I 高速度ビデオカメラを利用した画像解析

本研究で用いたデジタルビデオカメラでは 30 コマ/秒の撮影が限界であるが、高速度ビデオカメラを用いればさらに詳細なデータを得ることができる。近畿大学水工学研究室で開発された高速度ビデオカメラ (FASTCAM-ultima、PHOTRON 製) では最大で約 4 万コマ/秒⁵の撮影が可能であり、変形速度が早い場合でも十分に変位計測することができる。

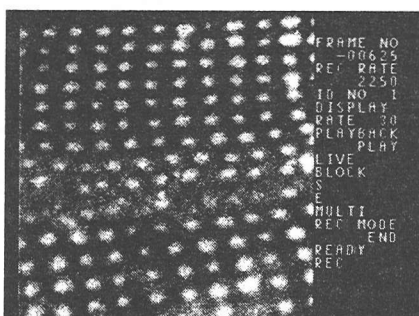
参考のために、この高速度ビデオカメラを用いて表面の亀裂発生時の様子を撮影した。ターンテーブルは

⁵ 640 × 480 の解像度では 4500 コマ/秒で 1 秒間の撮影が可能。

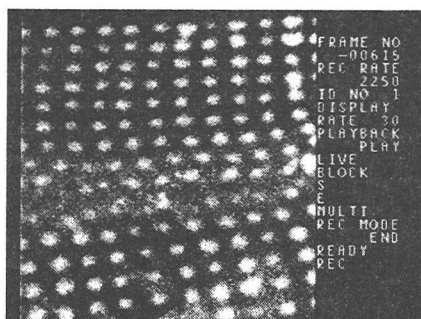
0.25 秒で約 1cm 回転させた。2250 コマ/秒で 1 秒間撮影した結果を図 10 に示す。30 コマ/秒のときよりも亀裂発生の様子を詳細に観察することができる。また、図 10 に示す A ～ D の 4 要素について時間に対する最大せん断ひずみをプロットした。その結果を図 11 に示す。0.4 秒までは $\frac{1}{30}$ 秒間隔、その後は $\frac{1}{2250}$ 秒間隔でプロットした。0.25 秒から 0.5 秒まで変形が止まっており、B 点と C 点に着目すると 0.7 秒のときに急激な変化が見られる。亀裂が表面近くまで進展していない間は表面はほとんど変形しないことが分かる。また、0.7 秒に亀裂が表面に達したと推定できる。



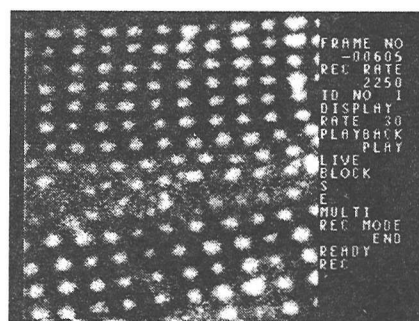
0 秒後



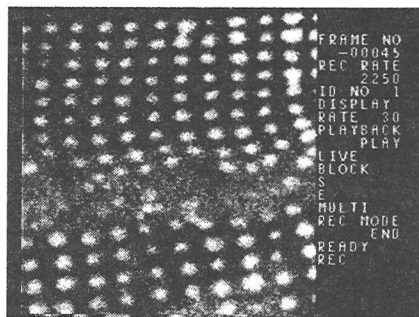
1620
2250 秒後



1630
2250 秒後



1640
2250 秒後



2200
2250 秒後

図-10 高速度ビデオ撮影

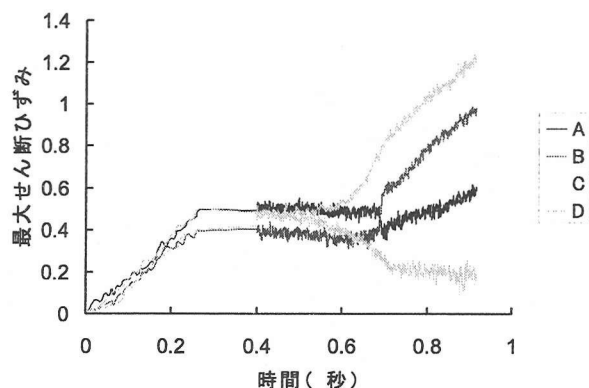


図-11 最大せん断ひずみ

参考文献

- 1) 水谷 俊夫: 雁行状断層発生・進展の数値シミュレーション, 東京大学工学系研究科修士論文, 1999
- 2) 後藤 寛英: リーデル線のねじりせん断試験と高精度画像解析による変位場測定, 東京大学工学系研究科修士論文, 1997.
- 3) 水谷 俊夫: 地表地震断層のモデル実験と数値シミュレーション, 東京大学工学部学士論文, 1997

(1999 年 4 月 23 日 受付)