

材料特性を考慮した鋼箱形断面部材の曲げ挙動に関する研究

Bending Strength and Behavior of Box-Section Members with Various Steel Properties

岩坪 要*, 山尾 敏孝**, 崎元 達郎**

Kaname IWATSUBO, Toshitaka YAMAO, Tatsuro SAKIMOTO

*正会員 工修 八代工業高等専門学校 助手 土木建築工学科 (〒866-8501 熊本県八代市平山新町 2627 番地)

**正会員 工博 熊本大学 教授 工学部 環境システム工学科 (〒860-8555 熊本市黒髪 2 丁目 39-1)

This paper presents experimental and theoretical studies on the bending strength and behavior of box-section steel members made of high-strength steels. A total of 6 specimens with various width-to-thickness ratios of the component plates is tested. The effects of mechanical properties of material on deformation capacity of high-strength steel members were examined. Theoretical studies are performed by using FEM in consideration of strain hardening. It is clarified that the bending strength and deformations capacities are strongly influenced by the yield ratio and strain-hardening strain of steel.

Key Words : ultimate strength, low-yield-ratio, ductility, high-strength steel

1. まえがき

限界状態として終局状態を考えたとき、降伏後の挙動を明らかにして塑性域での変形能力に関して検討することは、当然必要なことである。従来型高張力鋼では、降伏比（降伏応力/引張強さ）が 0.85~0.90 と高いために最大強度に対する余裕が小さいとされてきた。そのために他の鋼種よりも大きな安全率が見込まれており¹⁾、高張力鋼のメリットが設計に反映されていないのが日本の現状である。

ヨーロッパでは鋼構造関係の基準に降伏比の上限を規制する条項が取り入れられるなど降伏比というものに重要な位置付けをしている。さらに、最近の製鋼技術の発達により、高張力鋼の降伏点後の応力-ひずみ関係にある程度コントロールすることが可能となり、降伏比が 0.75 程度の低降伏比高張力鋼（以降、LYR 鋼と称す）とよばれる高張力鋼の製作ができるようになった²⁾。これは降伏比が低く抑えられるため、降伏後の塑性域での塑性変形能力が大きくなるとされている³⁾。

著者ら⁴⁾⁵⁾は、LYR 鋼を用いた H 形断面や箱形断面の短柱部材について純圧縮時の耐荷力特性や H 形断面部材の曲げ変形挙動について、模型実験や数値解析を行って LYR 鋼材を用いた場合の耐荷力や変形能特性についてのデータ収集を行ってきた。ある幅厚比の断面では LYR 鋼の特徴である塑性変形能力の向上が認められた。

本研究では、高張力鋼板で構成された箱形断面部材

が純曲げを受けるときの終局強度や塑性変形能力を模型実験及びパラメトリック解析を通して調べたものである。断面は幅厚比を変化させた数種類を採用し、鋼材は LYR 鋼、従来型高張力鋼（SM570 鋼）及び一般構造用鋼材（SS400 鋼）の 3 種類を採用し、パラメトリック解析を行い比較検討を行った。塑性変形能力は降伏比以外の、鋼材の機械的性質の一樣伸びやひずみ硬化勾配、降伏棚の長さにも影響されていると言われていることから、解析パラメータとしては、降伏比、ひずみ硬化開始ひずみを選んだ。

2. 解析手法の概要

2.1 解析上の仮定

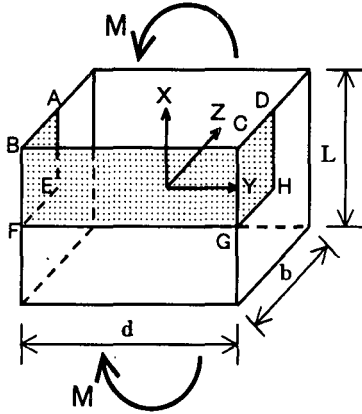
一般的に薄肉構造物の座屈挙動や耐荷力解析は、有限要素法が使用され、解析対象である構造物全体を有限個の板要素やシェル要素の集合体として近似することによって局部座屈現象を解析している。数値解析には、以下の仮定に基づいた有限変位弾塑性解析手法⁷⁾を用いた。

- 1)材料は等方性であり、ひずみ硬化の影響を受ける。
- 2)von Mises の降伏条件式が成立し、塑性域では Prandtl-Reuss の応力-ひずみ式が成立する。
- 3)変形前、板の中立面に垂直であった任意の断面は、変形後も変形した中立面に垂直である。
- 4)残留応力は一つの要素内で板面方向の応力は一定である。
- 5)初期たわみを有する板を平面集合体（折板構造）で

近似モデル化し、この状態を無応力状態と考える。

2.2 解析モデルと解析パラメータの決定

解析モデルは、図－1に示すような純曲げを受ける鋼箱形断面部材を考えた。解析対象部分は、対称条件を考慮して部材の1/4部分（図中のメッシュの部分）とした。



図－1 解析モデル図

境界条件は、図－1において载荷辺（AB, BC, CD）においては面外に単純支持とし、せん断力をゼロとした。辺EF, FG, GHに対しては、Y-Z平面に関して対称となる条件を、辺AE, DHに対しては、X-Y平面に関して対称となる条件を与えた。

载荷方法は変位制御により行い、曲げが加わるように強制変位を载荷辺に与えた。

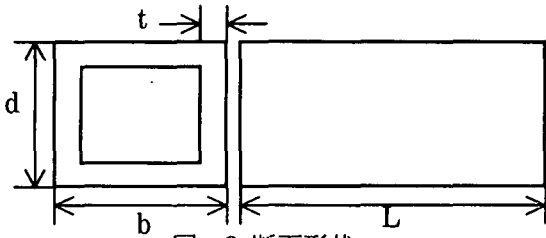
3. 純曲げ実験

3.1 実験の概要

純曲げ実験を行うために、幅厚比(b/t)として18,36,54の3種類の断面を有する箱形断面部材の供試体をSM570鋼とLYR鋼2種類の鋼種で各1体ずつ、計6体製作した。LYR鋼は降伏比が0.75とした。供試体の断面形状図を図－2に、寸法諸元を表－1に示す。表中のRは幅厚比パラメータであり、次式で表される。

$$R = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E} \frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 k}} \quad \text{ただし、} k=4.0 \quad (1)$$

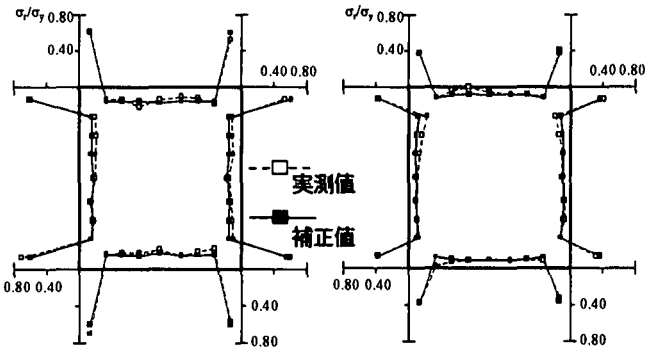
また、表中の供試体名の記述でSはSM570鋼を示し、LはLYR鋼を示している。スパンLは、最小の座屈波形を与えるようにアスペクト比L/b=0.7として求めたものを使用した。材料の初期不整として、溶接による残留応力を各供試体について応力解放法によって測定した。表－2には測定された最大圧縮及び引張残留応力の値を、図－3には残留応力分布図の一例を示す。点線が実測値、実線が補正後の値を示している。分布形状としては、従来報告されているものと同様な傾向が見られた。さらに、材料の機械的性質、及び応



図－2 断面形状

表－1 断面形状及び部材長

Specimen	d(cm)	b(cm)	L(cm)	b/t	R
MBS-1	11.95	10.82	33.22	18.92	0.49
MBL-1	11.93	10.83	33.53	18.52	0.47
MBS-2	21.68	20.48	62.07	36.17	0.95
MBL-2	21.53	20.48	62.25	35.59	0.90
MBS-3	31.89	30.62	91.80	53.23	1.40
MBL-3	31.85	30.55	91.80	53.13	1.37

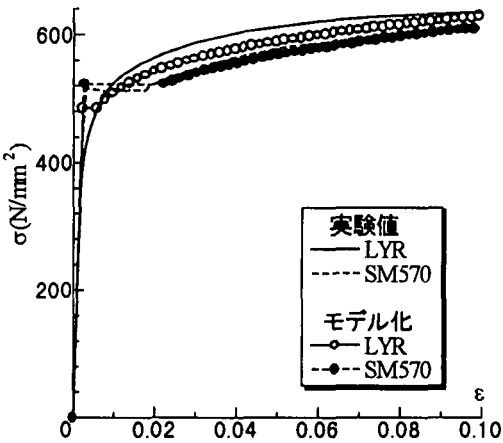


(a) SM570 (b) LYR

図－3 残留応力分布図

表－2 最大圧縮（引張）残留応力

	σ_r/σ_y	
	圧縮	引張
MBS-1	-0.199	0.348
MBL-1	-0.214	0.362
MBS-2	-0.174	0.602
MBL-2	-0.122	0.370
MBS-3	-0.140	0.501
MBL-3	-0.105	0.519
平均	-0.159	0.450



図－4 応力－ひずみ曲線図

表-3 鋼材の機械的性質

	SM570	LYR
板厚 $t(\text{mm})$	5.7	5.9
降伏応力 $\sigma_y(\text{N/mm}^2)$	523	485
引張り強さ $\sigma_m(\text{N/mm}^2)$	609	644
ヤング率 $E(\text{kN/mm}^2)$	206	206
ポアソン比 ν	0.278	0.288
伸び率 (%)	26.8	27.5
ひずみ硬化開始ひずみ $\varepsilon_{sh}(\%)$	2.23	—
降伏比ひずみ $\varepsilon_s(\%)$	0.2697	0.4384
降伏比 YR(%)	86	75

力-ひずみ関係を調べるために引張り試験を行った。

図-4 の応力-ひずみ関係において、SM570 鋼は降伏棚が確認されたが、LYR 鋼は降伏棚が確認されなかった。従って、降伏応力は 0.2%offset 法を用いて求めた。

3.2 実験の方法

載荷実験は熊本大学の 300t 長柱試験機を使用し、載荷は 4 等分点載荷で行った。載荷装置は図-5 に示すように、下側の両支点を固定し、供試体上側の 4 等分点に荷重を載荷させることにした。この時、図-5 のモーメント図に示すように、部材長 L (対象部分) に純曲げが作用することになる。

ひずみと変位の測定は単軸ひずみゲージと変位計 (精度 $100\mu\text{m/mm}$) を用いて行った。まず、部材鉛直方向の変位を測定するために、上フランジと下フランジの各々中央、及び面外変位の影響の少ないと考えられる両端部を測定した。変形状態に関しては、中央断面の各面と部材鉛直方向の上約 $1/3 \sim 1/4$ に変位計を取り付けた。さらに、断面のひずみや塑性域の分布などを測定するために、中央断面の各面に部材軸方向上下に単軸ひずみゲージを張った。なお、変位計やひずみゲージの取り付け個所は、供試体により多少変化させている。図-6 に変位計とひずみゲージの取り付け位置の一例を示す。

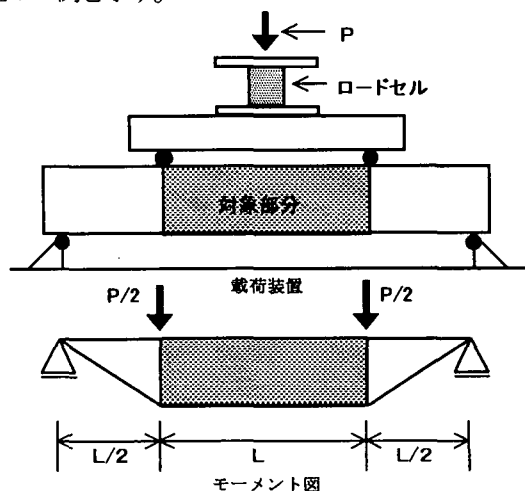


図-5 載荷装置とモーメント図

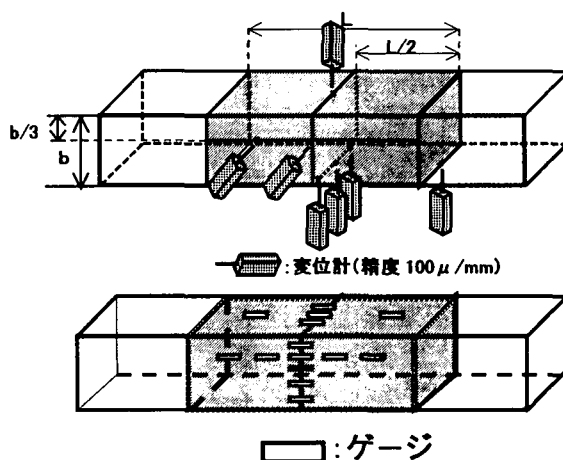


図-6 変位計及びひずみゲージの取り付け位置

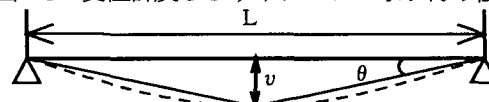


図-7 回転角の定義

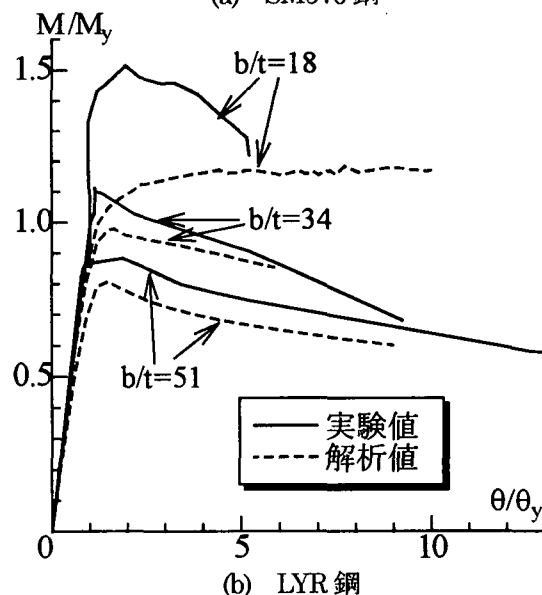
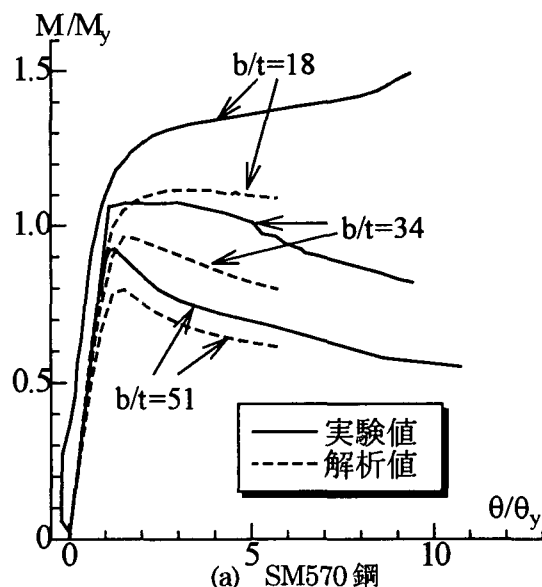


図-8 曲げモーメント-回転角曲線

3.3 実験結果と解析結果

図-8 は曲げモーメント-回転角曲線を示しているが、それぞれの実験供試体についての解析結果も併せて示した。縦軸には曲げモーメント M を降伏モーメント M_y で無次元化した値を、横軸には回転角 θ を降伏モーメント時の回転角 θ_y で無次元化した値で示してある。なお、実験では回転角を測定することが出来なかったために、図-7 に示すように中央点のたわみを使用して回転角を定義した。図からわかるように、幅厚比が18の供試体MB-1を除くと、解析値の最大曲げモーメントは実験値よりも小さくなっている。しかし、曲げ挙動は解析値と実験値は比較的良好な対応が見られる。幅厚比が大きい供試体においてLYR鋼とSM570鋼では、最大曲げモーメント以降の劣化挙動に多少差があり、LYR鋼の方が緩やかに見える。LYR鋼の供試体MB-1の実験値が他の供試体の挙動と極端に異なっているのは、対象部分の外側のパネルでせん断破壊を生じたためである。また、実験値の最大曲げモーメントと幅厚比パラメータ R の関係を図-9に示す。縦軸に最大曲げモーメント M_u を全塑性曲げモーメント M_p で無次元化し、横軸には幅厚比パラメータをとった。なお、MBS-1の供試体は実験で最大曲げモーメントを確認することができなかったため測定した中で最大の値を用いた。図中の直線式は北田ら⁸⁾により提案された式であるが、実験供試体が少ないので断定するのは難しいが、実験値が大きめとなった。幅厚比が小さなモデルにおいて極端に高めの値が出ているが、これはひずみ効果の影響だと考えられる。しかし、得られた曲げ強度や挙動について検討を行うためにはより多くの実験および解析を行う必要があると考えられる。

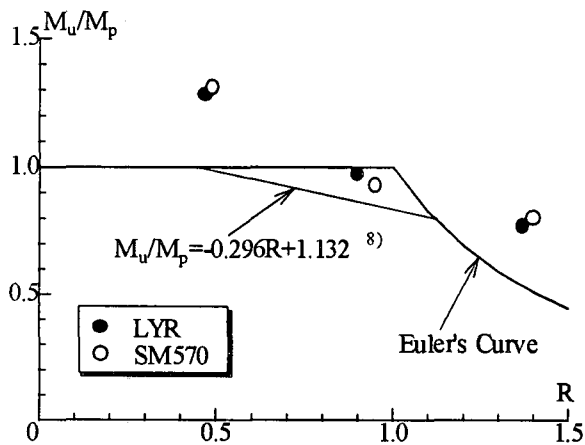


図-9 最大曲げモーメントと幅厚比の関係

4. パラメトリック解析

種々の幅厚比を有する箱形断面部材について、SS400鋼、SM570鋼及びLYR鋼の3種類の鋼材を用いた場合の、純曲げ挙動のパラメトリック解析を行っ

た。パラメータは、幅厚比 R 、降伏比 YR 及びひずみ硬化開始ひずみ ϵ_{st} を変化させて検討した。

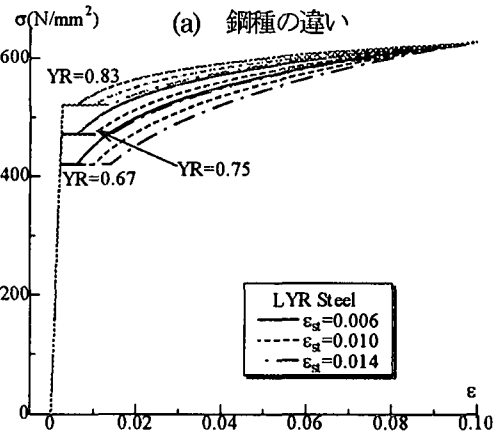
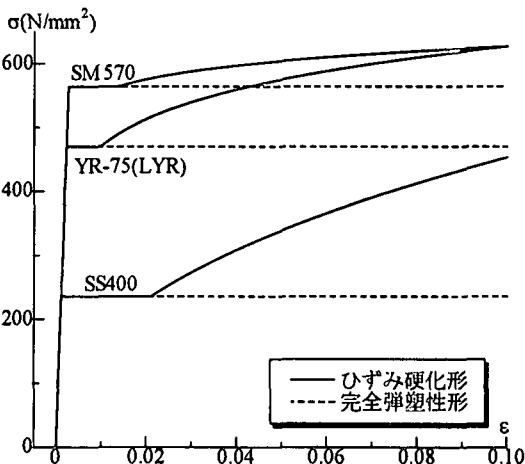
4.1 応力-ひずみ関係の決定

解析に用いた鋼材の応力-ひずみ関係は、文献⁹⁾を参考にして決定した。また、ひずみ硬化の影響を調べるために、ひずみ硬化型と完全弾塑性型を使用した。表-4には鋼材の機械的性質を示す。また、降伏比、降伏棚の長さ及びひずみ硬化勾配が及ぼす影響について調べるために、LYR鋼について降伏比を67%、75%、83%と変化させ、ひずみ硬化開始ひずみを0.6%、1.0%、1.4%と変化させた。図-10にこれらの応力-ひずみ関係を示す。ひずみ硬化域は次式に示すような n 乗硬化則を用いた。式中の係数 m 、 n は表-4に示す。

$$(\sigma/\sigma_y) = m(\epsilon/\epsilon_y)^n \tag{2}$$

表-4 鋼種ごとの応力-ひずみ関係

	SM570	LYR	SS400
降伏応力 σ_y (N/mm ²)	564	470	235
ヤング率 E (kN/mm ²)	206	206	206
ひずみ硬化開始ひずみ ϵ_{st} (%)	1.4	1.0	2.1
ひずみ硬化曲線の係数 m	0.9164	0.8317	0.2937
n	0.0536	0.1249	0.4206
降伏比 YR (%)	90	75	52



(b) 降伏比とひずみ硬化開始点の違い

図-10 応力-ひずみ関係図

表－5 解析モデルの断面寸法諸元

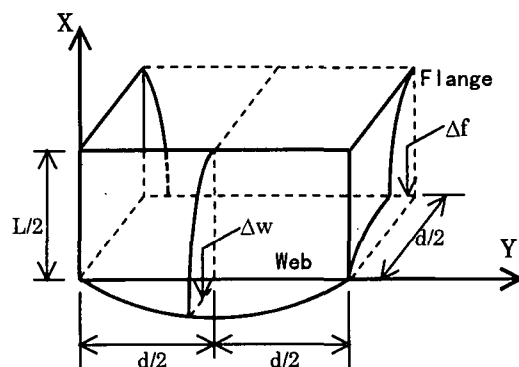
R	SM570		SS400		LYR	
	b/t	L(cm)	b/t	L(cm)	b/t	L(cm)
0.4	15	4.725	23	7.245	16	5.040
0.6	22	6.930	34	14.175	24	7.560
0.8	29	9.135	45	17.640	32	10.080
1.0	36	11.340	56	20.475	40	12.600
1.2	44	13.860	65	24.570	48	15.120
1.4	51	16.065	78	28.350	56	17.640

4.2 解析モデルの断面寸法の決定

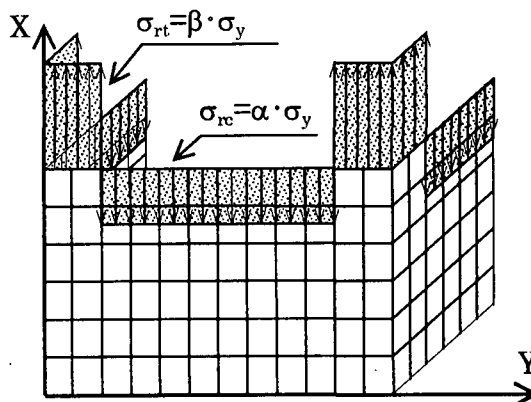
解析に使用した解析モデルの断面寸法は、式(1)で表される幅厚比パラメータを決定して求めた。断面寸法の諸元を表－5に示す。板厚 t は全て $t_f=t_w=0.45\text{cm}$ とし、縦横比 d/b は1.0とし、さらにアスペクト比 L/b は0.7と一定にした¹⁰⁾。

4.3 初期不整の決定

実構造物に対して下限値(Lower Bound)を与える解析結果を得るため、解析モデルには初期不整として溶接残留応力及び構成板の初期たわみを与えた。初期たわみの最大値は道路橋示方書¹⁾に規定されている許容値($\Delta w=b/150$, $\Delta f=d/150$)とし、図－11に示すように軸方向及び板幅方向に半波の正弦波となるような形状で与えた。ただし、フランジ板は断面に対して内側に、ウェブ板は外側に仮定し、フランジとウェブの境界が直角を保つように $\Delta f/b=\Delta w/d$ とした。溶接残留応力は図－12に示すように与え、部材の軸方向及び板厚方向に一定とし、鋼種により残留応力を変化させた。最大圧縮(引張)残留応力の値を降伏応力との割合で表し表－6に示す。なお、残留応力値は幅厚比 b/t に無関係に一定とした。



図－11 初期たわみ図



図－12 残留応力分布図

表－6 最大圧縮(引張)残留応力

	σ_r/σ_y		
	SM570	LYR	SS400
圧縮	0.20	0.25	0.30
引張	0.90	1.00	1.00

硬化の影響は少ないということが考えられる。SS400鋼の中で幅厚比パラメータが0.4のモデルでは、ひずみ硬化型と完全弾塑性型の差が出ていないことがわかる。これは、ひずみ硬化開始ひずみが2.1%と大きいためと考えられる。3種類の鋼材の挙動を同じ幅厚比パラメータのモデルで比較してみると、LYR鋼のモデルはいずれのモデルについても、最大曲げモーメント以降の劣化曲線が緩やかになっている。これは、前述したひずみ硬化の影響が顕著に出ていると考えられる。しかもこれらの鋼種の違いは幅厚比パラメータが小さなモデルほど大きくなっている。従ってLYR鋼の特徴を生かすようなモデルは、幅厚比が小さな断面で、ひずみ硬化開始が小さな鋼材がよいと考えられる。

図－14に鋼種毎の最大曲げモーメントと幅厚比パラメータの関係図を示す。縦軸は最大曲げモーメント M_u を全塑性モーメント $M_p(=\sigma_y Z, Z: \text{塑性断面係数})$ で無次元化したもので、横軸は幅厚比パラメータ R で示されている。図中の式は北田ら⁸⁾による直線式であり($0.45 < R \leq 1.1$)で定義されている。今回の解析結果はこの直線式上にあり、よく合致していることがわかる。

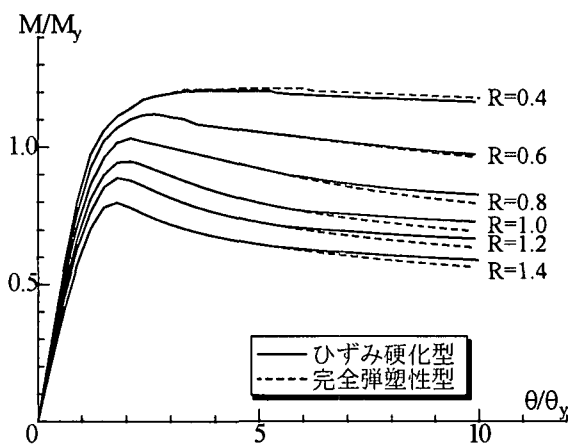
5. パラメトリック解析の結果と考察

5.1 鋼材の種類による挙動比較

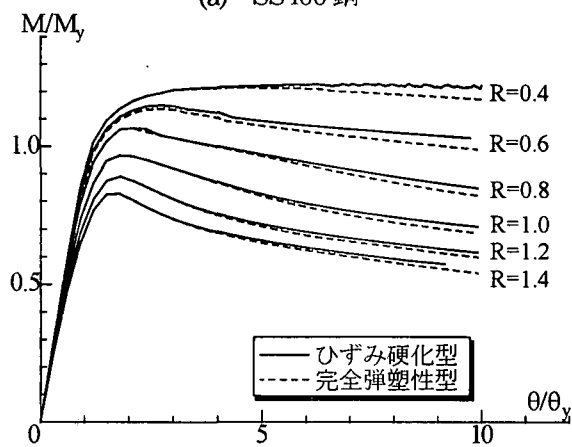
SM570鋼、LYR鋼及びSS400鋼のそれぞれの鋼材について、幅厚比パラメータ R を0.4～1.4と変化させたときのひずみ硬化の影響について、完全弾塑性型とひずみ硬化型による挙動の違いについて検討を行う。

(1) 最大曲げモーメントに対する検討

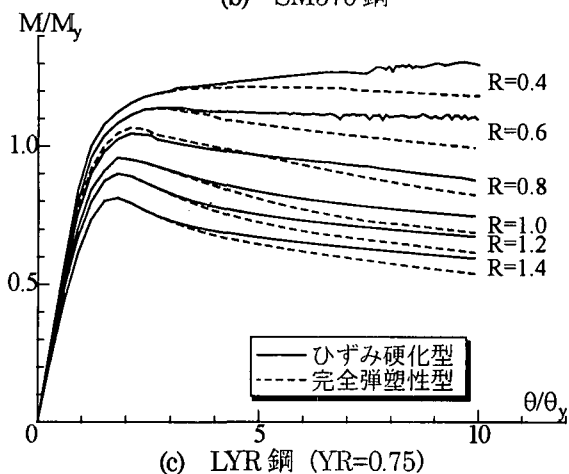
図－13に各鋼種の曲げモーメントと回転角の関係を示す。縦軸は曲げモーメントを降伏曲げモーメントで無次元化し、横軸は回転角を降伏回転角で無次元化して表している。図からわかるようにそれぞれの鋼材においてひずみ硬化開始点が異なるため、ひずみ硬化の影響が挙動に現れる場所が異なっている。LYR鋼は他の鋼材に比べて最もひずみ硬化開始点が早いので、その影響が顕著に出ていることがわかる。幅厚比パラメータ R が0.4のモデルを除いては、ひずみ硬化の影響が最大曲げモーメント以降に現れている。従って幅厚比パラメータが0.6より大きなモデルでは、最大モーメントに与えるひずみ



(a) SS400 鋼



(b) SM570 鋼



(c) LYR 鋼 (YR=0.75)

図-13 曲げモーメント-回転角曲線

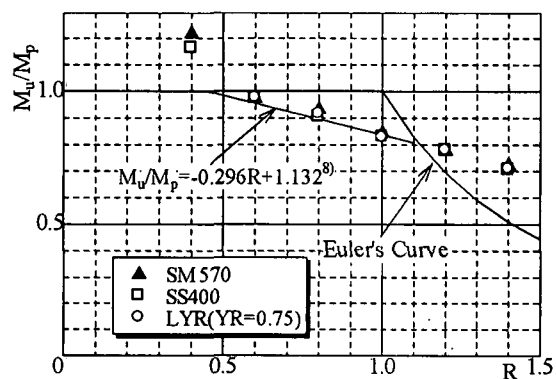


図-14 最大曲げモーメントと幅厚比パラメータ R の関係

LYR 鋼の幅厚比パラメータ $R=0.4$ のモデルは、降伏回転角の 10 倍の場所でも強度の低下が見られなかったため、この図には示していない。幅厚比パラメータ R が 0.6 以上のモデルについてみると、最大曲げモーメントの値はほぼ全塑性曲げモーメントの値となった。これは、前述したひずみ硬化の影響が最大曲げモーメント以降に現れたためであり、この傾向はいずれの鋼材とも見られた。

(2) モーメント劣化に対する検討

部材の劣化の指標として、図-15 に示すように最大曲げモーメント M_u から 5%低下したときの θ/θ_y を縦軸にとり、横軸に幅厚比パラメータ R をとった関係を図-16 に示す。また、鋼材及び幅厚比によっては曲げモーメントが 5%低下しないモデルもあるため、図-17 に示すような θ/θ_y が 10 のときのモーメント M と最大モーメント M_u の差 ΔM を M_u で除した値を縦軸にとり、横軸に幅厚比パラメータ R をとった関係を図-18 に示した。

図-16 より、5%の低下が見られなかったモデルを除いた場合、 R が 0.8 以下のモデルにおいて、SM570 鋼と LYR 鋼は SS400 鋼に比べて低下割合が小さいことがわかる。しかし、幅厚比が大きくなるにつれて SS400 鋼の低下割合が小さくなってきている。これは SM570 鋼と LYR 鋼については、ひずみ硬化の影響を受けていないためであると考えられる。

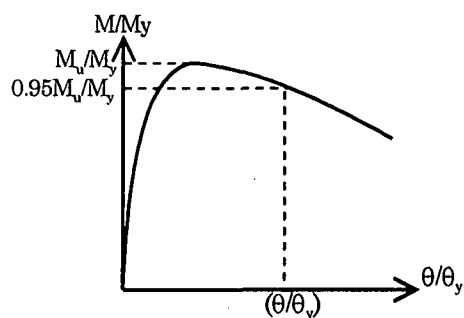


図-15 最大曲げモーメントから 5%低下

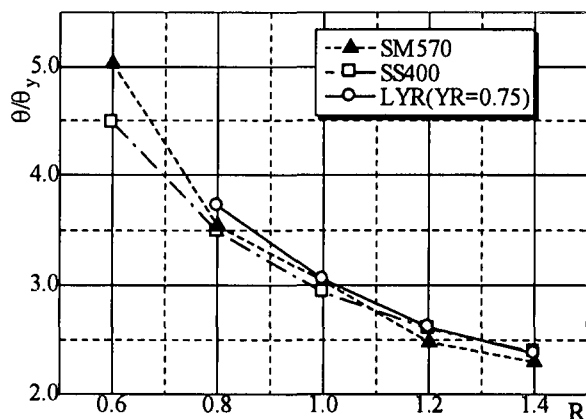


図-16 M/M_y の 5%低下時の回転角

図-18 より、 θ/θ_y が 10 の場合の曲げモーメントの低下について検討を行うと、SS400 鋼は幅厚比が大きくなるにつれて低下が小さくなっている。SM570 鋼と LYR 鋼はほぼ似たような低下状況を示している。高張力鋼同士で比較すると、LYR 鋼の方が幅厚比が大きくなっても低下を抑えられることがわかる。この点は、LYR 鋼の特徴が現れていると考えられる。

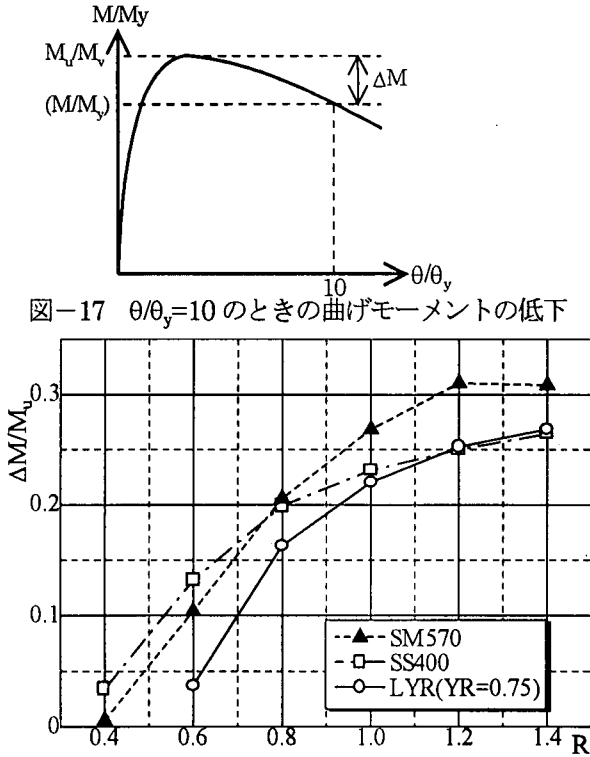


図-17 $\theta/\theta_y=10$ のときの曲げモーメントの低下

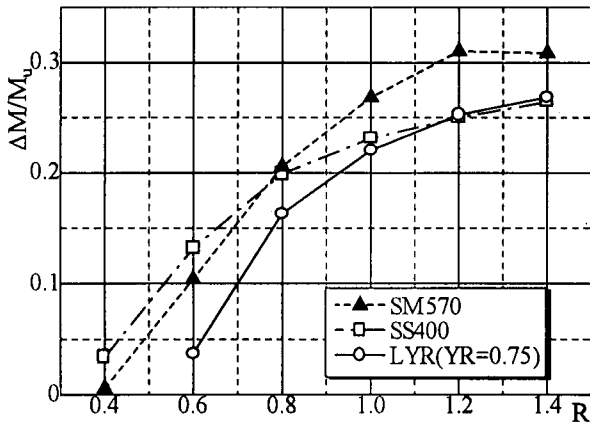


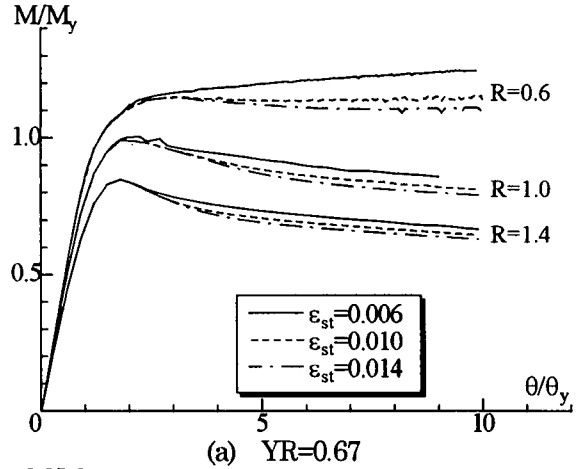
図-18 $\theta/\theta_y=10$ でのモーメント低下

5.2 降伏比及びひずみ硬化開始ひずみに対する検討

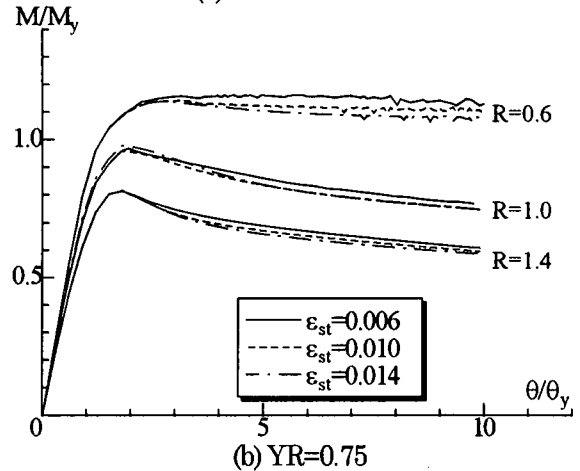
LYR 鋼の降伏比 YR を 0.67, 0.75, 0.83 と変化させた場合と、ひずみ硬化開始ひずみ ϵ_{st} を 0.6%, 1.0%, 1.4% と変化させた場合について、曲げ挙動の比較検討を行った。図-19, 20 に曲げモーメントと回転角の関係を示す。

これらの 3 つの図より、降伏比が小さいモデルほど最大曲げモーメント以降の劣化勾配が非常に小さいことがわかる。降伏比が 0.67 で幅厚比パラメータが 0.6 のモデルでは、曲げモーメントの低下が見られなかった。同じ $R=0.6$ のモデルにおいて降伏比が大きくなるにつれて、徐々に傾きが下がっていくが、ほぼ最大モーメント時の耐力を有していることがわかる。

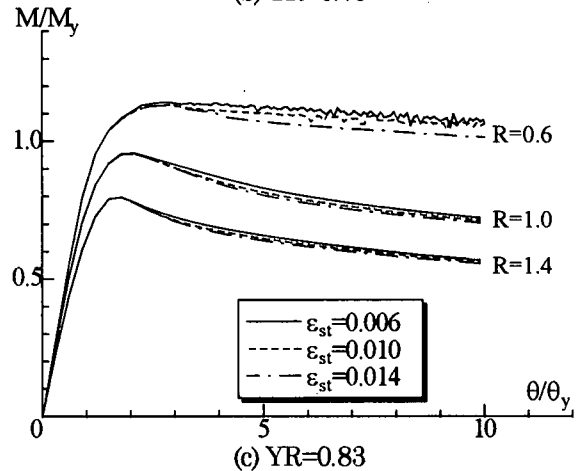
ひずみ硬化開始ひずみの影響を検討してみると、いずれの断面においてもひずみ硬化の影響が出てくるのは、最大曲げモーメント以降であることがわかる。降伏比を下げても、最大曲げモーメントにひずみ硬化の影響は少ないと考えられる。図-20 にひずみ硬化開始ひずみを固定して降伏比を変化させた比較の図を示すがひずみ硬化開始ひずみを変化させるよりも、降伏比を変化させたほうが、最大曲げモーメントやそれ以降の挙動に違いが出ていることがわかる。従って、LYR 鋼の特徴を生かすには、断面が小さく、なおかつひずみ硬化に入りやすい



(a) YR=0.67



(b) YR=0.75



(c) YR=0.83

図-19 曲げモーメントー回転角曲線

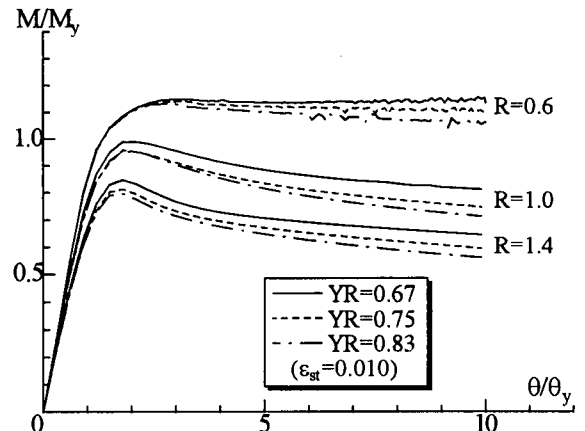


図-20 曲げモーメントー回転角曲線

部材に適用することが望ましいと考えられる。さらに、降伏比を下げることで、最大曲げ強度や塑性変形能力の向上をはかることができると言える。

6. 結論

純曲げを受ける鋼箱形断面部材について、鋼種の違いによる弾塑性挙動と曲げ強度に及ぼす影響について、模型実験及び数値解析にて調べた。さらに断面や材料特性を変化させてパラメトリック解析を行った。以上、本研究より得られた結果を要約すると次のようである。

- (1)本論文で使用した解析手法の結果は、実験より得られた挙動とよく対応している。また、北田らの式によく合致していた。
- (2)幅厚比が大きなモデルでは、鋼種による最大曲げモーメントの違いは見られず、ほぼ全塑性モーメントの耐力を有していた。
- (3)幅厚比が小さなモデルでは、LYR 鋼は強度低下が見られなかった。これはひずみ硬化の影響と考えられる。
- (4)SM570 鋼, SS400 鋼, LYR 鋼ともひずみ硬化の影響が現れるのは最大曲げ強度以降であった。
- (5)塑性変形能力の指標の一つに耐力が最大曲げモーメントから 5%低下したときの回転角を採用した。幅厚比パラメータ R が 0.8 以下の断面において、SM570 鋼と LYR 鋼の強度低下は小さいことが分かった。
- (6)別の指標として、最大曲げモーメントから、 θ/θ_y が 10 の時の曲げモーメントまでの低下を ΔM で表し、最大モーメントで除した値を採用した。LYR 鋼は SM570 鋼と似た低下傾向を示すが、その値は小さかった。従って、LYR 鋼は SM570 鋼に比べて、幅厚比が大きくなっても曲げモーメントの低下が抑えられることがわかった。
- (7)LYR 鋼の降伏棚の長さを変えることで最大曲げモーメント以降の強度低下に違いが現れた。幅厚比が小さなモデルでは、違いが顕著に表れた。
- (8)降伏比を変化させた時の純曲げ挙動を比較すると最大曲げ強度及びそれ以降の挙動に違いが出た。

- (9)以上の結果より降伏比を下げることで最大曲げ強度や塑性変形能力の向上を図ることができる。さらに、LYR 鋼の特徴を生かすには幅厚比が小さい部材に適用することが望ましいと言える。

参考文献

- 1)日本道路協会：道路橋示方書・同解説，1996.
- 2)山口種美：建築構造用鋼材の開発と実用化，新日鐵技報，1995.
- 3)高張力鋼ワーキンググループ：建築構造用 60 キロ高張力鋼の機械的性質の目標値について，日本鉄鋼協会構造用鋼材の機械的性質に関する調査研究委員会資料，pp.1-96，1988.
- 4)山尾敏孝・岩坪要・崎元達郎：降伏比が異なる高張力鋼を用いた短柱の耐力と変形能力に関する実験的研究，構造工学論文集，Vol.43A，pp.147-154，1997.
- 5)岩坪要・小金丸卓也・山尾敏孝・崎元達郎：低降伏比高張力鋼を用いた H 形断面部材の曲げ強度と塑性変形能力について，構造工学論文集，Vol.43A，pp.167-176，1997.
- 6)岩坪要・山尾敏孝・崎元達郎：低降伏比鋼 H 形断面部材の曲げ変形能力について，構造工学論文集，Vol.44A，pp.127-134，1998.
- 7)山尾敏孝・崎元達郎：板要素とはり要素の結合による薄肉構造物の有限変位弾塑性解析，構造工学論文集，Vol.32A，pp.291-302，1986.
- 8)北田俊行・中井博・國廣昌史・原田直樹：圧縮と曲げを受ける無補剛・補剛薄肉鋼箱形の終局強度相関曲線に関する研究，構造工学論文集，Vol.40A，pp.331-342，1994.
- 9)福本秀士：鋼構造の機能性向上から見た高張力鋼の実用化に関する研究，平成 3 年度科学研究費補助金研究成果報告書，1992.
- 10)宇佐美勉・土屋信洋・大谷恭弘・福本秀士：薄板集成短柱の弾塑性有限変位解析，土木学会論文集，第 362 号，pp.293-302，1985.

(1998 年 4 月 24 日受付)