

横荷重を受ける異方性円筒サンドイッチシェル構造の座屈解析

Buckling Analysis of Orthotropic Cylindrical Sandwich Shells Subjected to Lateral Loads

大賀水田生*, J.G.A.CROLL**, 中村大輔***

Mitao OHGA, J.G.A.CROLL and Daisuke NAKAMURA

*正会員 工博 愛媛大学助教授 工学部環境建設工学科 (〒790-8577 松山市文京町3)

**Prof., Dept. of Civil & Environmental Eng., Univ. Coll. London (Gower Street, London WC1E 6BT England)

***学生会員 愛媛大学理工学研究科前期課程 土木海洋工学専攻 (〒790-8577 松山市文京町3)

The buckling problems of the orthotropic cylindrical sandwich shells subjected to the lateral loads are studied. At first, the effect of the shear stiffness and thickness of the core to the buckling load of the members are examined. The strain energy, its components and the buckling modes of the members are also examined. Furthermore, the lower bound of the elastic buckling of the members in considering the scatter of the initial imperfection is proposed based on the reduced stiffness method, and the basic property of the buckling strength obtained by the method is examined.

Key Words: cylindrical shell, sandwich shell, reduced stiffness method, buckling load

1. はじめに

最近、シェル構造を用いた大型空間構造物が盛んに建設されるようになってきている。このシェル構造は力学的にも優れた大型空間構造物に適した構造形式であり、土木、建築の分野のみならず宇宙空間など、種々の分野での構造形式としても期待されている。しかしながら構造物の規模が大型化する程、さらには使用環境が厳しくなる程、構造部材自身の重量が設計断面を支配するようになり、従って軽量でしかも強度的に優れたシェル部材の開発が重要となってくる。ところで、サンドイッチ構造は構造部材の軽量化の観点において優れた構造形式であり、このサンドイッチ断面を有するシェル構造(サンドイッチシェル構造)は通常の断面を有するシェル構造に比較して、より優れた構造形式になり得ることが期待される。

ところで、サンドイッチシェル構造に限らず、一般にシェル構造においては、形状初期不整の影響により座屈崩壊荷重が大きく低下することが知られており、近年、この初期不整の影響を厳しく検討することが要求されるようになってきている。実物を用いて実験を行っている航空宇宙分野とは異なり、土木建築分野では構造物の規模の大きさ、外力の不確定さなどのため、実物大実験を行うことは極めて困難である。したがって、いかにして初期不整の影響を考慮した設計座屈強度を合理的に評価するかは、この分野での最も重要な研究テーマの一つと

なっている。

近年、この問題に対してReduced Stiffness法(RS法)¹⁻⁵⁾が注目されている。RS法はシェル構造が本来有している座屈に対する初期の抵抗力が、初期不整によって容易に低減するという仮説に基づいており、1970代の提案以来、1980年代には座屈実験結果との比較を通してその有効性が報告されている⁶⁻⁸⁾。さらに近年、本法のメカニズムについて以前の座屈解析や実験報告に基づいた研究及び非線形数値解析学的な研究が行われるとともに⁹⁻¹¹⁾、種々の分野への適用も盛んに試みられている¹²⁻¹³⁾。

そこで本研究では、このRS法に着目し、本法の直交異方性心材を有する円筒サンドイッチシェル構造(異方性円筒サンドイッチシェル)への適用を試みる。まず、異方性円筒サンドイッチシェルが横荷重を受ける場合について、その古典的座屈強度に関する基本的考察を、特にRS法の基礎となる座屈時のひずみエネルギーとその成分及び座屈波数に焦点を当て行う。次に、異方性円筒サンドイッチシェルの初期不整によるばらつきを考慮した座屈強度すなわち座屈下限値を理論的に推察する方法をRS法に基づき開発するとともに、横荷重を受ける異方性円筒サンドイッチシェルのRS法による座屈強度(RS座屈強度)を古典的座屈荷重から求める方法を具体的に示す。

2. 横荷重を受ける異方性円筒サンドイッチシェルの古典的座屈強度解析式

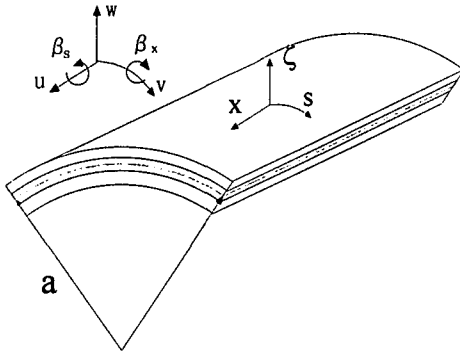


図-1 円筒サンドイッチシェル要素

2.1 変位－ひずみ関係式

本研究で用いた円筒サンドイッチシェルに対する変位－ひずみ関係式を以下に示す^{14,15)} (図-1)。

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{x0} + \zeta \kappa_x = u_{,x} + \zeta \beta_{x,x} \quad (1a)$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{s0} + \zeta \kappa_s = v_{,s} + \frac{w}{a} + \zeta \beta_{s,s} \quad (1b)$$

$$\gamma_{xs} = \gamma_{xs0} + \zeta \kappa_{xs} = v_{,x} + u_{,s} + \zeta \{\beta_{s,x} + \beta_{x,s}\} \quad (1c)$$

$$\gamma_{x\zeta} = w_{,x} + \beta_x; \quad \gamma_{s\zeta} = w_{,s} - \frac{v}{a} + \beta_s \quad (1d,e)$$

ここに、 $_{,x} \equiv \partial/\partial x$ 、 $_{,s} \equiv \partial/\partial s$ 。

2.2 応力－ひずみ関係式

表面材及び心材に生じる応力 $\sigma_x, \sigma_s, \tau_{xs}$ 及び $\tau_{x\zeta}, \tau_{s\zeta}$ と式(1)で与えられるひずみとの関係は次式で与えられる。

$$\sigma_x = D_f(\varepsilon_x + \nu_f \varepsilon_s); \quad \sigma_s = D_f(\varepsilon_s + \nu_f \varepsilon_x) \quad (2a,b)$$

$$\tau_{xs} = G_f \gamma_{xs}; \quad \tau_{x\zeta} = G_{cx} \gamma_{x\zeta}; \quad \tau_{s\zeta} = G_{cs} \gamma_{s\zeta} \quad (2c,d,e)$$

ここに、 $D_f \equiv E_f/(1-\nu_f^2)$ 、 E_f ：表面材の弾性係数、 ν_f ：表面材のポアソン比、 G_f ：表面材のせん断弾性係数、 G_{cx}, G_{cs} ：心材の x 方向、s 方向せん断弾性係数。

2.3 円筒サンドイッチシェルのひずみエネルギーと外力による仕事の変分

円筒サンドイッチシェルが図-2に示すように横荷重 q を受ける場合のひずみエネルギーと外力 q による仕事の変分 $\delta U, \delta W$ はそれぞれ次のように表される。

$$\delta U = \iiint [\sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_s \delta \varepsilon_s + \tau_{xs} \delta \gamma_{xs} + \tau_{x\zeta} \delta \gamma_{x\zeta} + \tau_{s\zeta} \delta \gamma_{s\zeta}] ds dx d\zeta \quad (3)$$

$$\delta W = \iiint (q a w_{,s} \delta w_{,s}) ds dx \quad (4)$$

2.4 横荷重を受ける円筒サンドイッチシェルの釣合方程式

ひずみエネルギー及び外力による仕事の変分式(3)、(4)を Total Potential Energy の停留条件に適用し、部分積分を行い、変分変位 $\delta u, \delta v, \delta w, \delta \beta_x, \delta \beta_s$ について整理すると次式を得る。

$$\begin{aligned} & \iiint \{-D_{M1}(u_{,xx} + \nu_f v_{,xs} + \frac{\nu_f}{a} w_{,x}) - D_{M2}(v_{,xs} + u_{,ss})\} ds dx \delta u \\ & + \iiint \{-D_{M1}(v_{,ss} + \frac{1}{a} w_{,s} + \nu_f u_{,xs}) - D_{M2}(v_{,xx} + u_{,ss}) \\ & - S_s(\frac{1}{a} w_{,s} - \frac{v}{a^2} + \frac{\beta_s}{a})\} ds dx \delta v \\ & + \iiint \{D_{M1}(\frac{\nu_s}{a} + \frac{w}{a^2} + \frac{\nu_f}{a} u_{,x}) - S_x(w_{,xx} + \beta_{x,x}) \\ & - S_s(w_{,ss} - \frac{1}{a} v_{,s} + \beta_{s,s}) + q a w_{,ss}\} ds dx \delta w \\ & + \iiint \{-D_{B1}(\beta_{x,xx} + \nu_f \beta_{s,xs}) - D_{B2}(\beta_{s,xx} + \beta_{x,ss}) \\ & + S_x(w_{,x} + \beta_x)\} ds dx \delta \beta_x \\ & + \iiint \{-D_{B1}(\beta_{s,ss} + \nu_f \beta_{x,xs}) - D_{B2}(\beta_{s,xx} + \nu_f \beta_{x,ss}) \\ & + S_s(w_{,s} - \frac{v}{a} + \beta_s)\} ds dx \delta \beta_s \\ & + \int \{D_{M1}[u_{,x} + \nu_f(v_{,s} + \frac{1}{a} w)] ds + \int D_{M2}[v_{,x} + u_{,s}] dx\} \delta u \\ & + \{ \int D_{M1}[v_{,s} + \frac{1}{a} w + \nu_f u_{,x}] dx + \int D_{M2}[v_{,x} + u_{,s}] ds \} \delta v \\ & + \{ \int S_x[w_{,x} + \beta_x] ds + \int S_s[w_{,s} - \frac{1}{a} v + \beta_s - 2\sigma_s h_f w_{,s}] dx \} \delta w \\ & + \{ \int D_{B1}[\beta_{x,x} + \nu_f \beta_{s,s}] ds + \int D_{B2}[\beta_{s,x} + \beta_{x,s}] dx \} \delta \beta_x \\ & + \{ \int D_{B1}[\beta_{s,s} + \nu_f \beta_{x,x}] dx + \int D_{B2}[\beta_{s,x} + \beta_{x,s}] ds \} \delta \beta_s = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

ここに、

$$D_{M1} = \frac{2E_f}{1-\nu_f^2} h_f, \quad D_{M2} = 2h_f G_f$$

$$D_{B1} = \frac{E_f}{12(1-\nu_f^2)} \{(h_c + 2h_f)^3 - h_c^3\}, \quad S_x = G_{cx} h_c$$

$$D_{B2} = \frac{G_f}{12} \{(h_c + 2h_f)^3 - h_c^3\}, \quad S_s = G_{cs} h_c$$

h_f ：表面材厚、 h_c ：心材厚。

後述する変位関数は、式(5)の左辺の線積分項が0となる

よう仮定される．ここで，式(5)において変分変位 $\delta u, \delta v, \delta w, \delta \beta_x, \delta \beta_s$ は任意の値を取ることを考慮すると，2重積分項より次のような5個の方程式が得られる．

$$\begin{aligned} & -D_{M1}\{u_{,xx} + \nu f(v_{,xs} + \frac{1}{a}w_{,x})\} \\ & -D_{M2}(v_{,xs} + u_{,ss}) = 0 \end{aligned} \quad (6a)$$

$$\begin{aligned} & -D_{M1}(v_{,ss} + \frac{1}{a}w_{,s} + \nu f u_{,xs}) - D_{M2}(v_{,xx} + u_{,xs}) \\ & -S_s(\frac{1}{a}w_{,s} - \frac{\nu}{a^2} + \frac{\beta_s}{a}) = 0 \end{aligned} \quad (6b)$$

$$\begin{aligned} & D_{M1}(\frac{\nu_s}{a} + \frac{w}{a^2} + \frac{\nu f}{a}u_{,x}) - S_x(w_{,xx} + \beta_{x,x}) \\ & -S_s(w_{,ss} - \frac{1}{a}v_{,s} + \beta_{s,s}) + qa w_{,ss} = 0 \end{aligned} \quad (6c)$$

$$\begin{aligned} & -D_{B1}(\beta_{x,xx} + \nu f \beta_{s,xs}) - D_{B2}(\beta_{s,xs} + \beta_{x,ss}) \\ & + S_x(w_{,x} + \beta_x) = 0 \end{aligned} \quad (6d)$$

$$\begin{aligned} & -D_{B1}(\beta_{s,ss} + \nu f \beta_{x,ss}) - D_{B2}(\beta_{s,xx} + \beta_{x,ss}) \\ & + S_s(w_{,s} - \frac{\nu}{a} + \beta_s) = 0 \end{aligned} \quad (6e)$$

2.5 変位関数

変位 u, v, w 及び回転変位 β_x, β_s を以下のように仮定する．

$$u = A_1 \cos \alpha s \cos \rho x; \quad v = A_2 \sin \alpha s \sin \rho x \quad (7a,b)$$

$$w = A_3 \cos \alpha s \sin \rho x; \quad \beta_x = A_4 \cos \alpha s \cos \rho x \quad (7c,d)$$

$$\beta_s = A_5 \sin \alpha s \sin \rho x \quad (7e)$$

ここに， $\alpha = n/a$ ， $\rho = m\pi/L$ ， m, n ：軸方向及び円方向の半波数， A_i ：変位関数の振幅．

2.6 横荷重を受ける円筒サンドイッチシェルの古典的座屈強度

変位関数式(7)を式(6)に代入することにより，次のような固有方程式が得られる．

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{bmatrix} = 0 \quad (8)$$

ここに，

$$C_{11} = \rho^2 D_{M1} + \lambda^2 D_{M2}; \quad C_{12} = -(\nu f \lambda \rho D_{M1} + \lambda \rho D_{M2})$$

$$C_{13} = -\frac{\nu f}{a} \rho D_{M1}; \quad C_{14} = C_{15} = 0$$

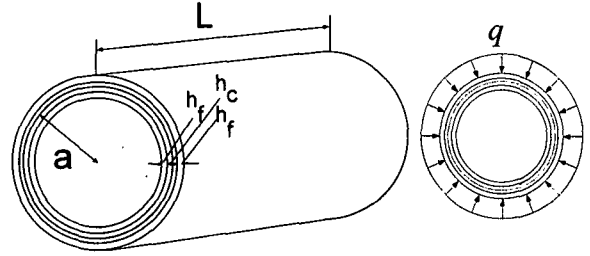


図-2 円筒サンドイッチシェル

$$C_{22} = \lambda^2 D_{M1} + \rho^2 D_{M2} + \frac{S_s}{a^2}; \quad C_{23} = \frac{\lambda}{a} D_{M1} + \frac{\lambda}{a} S_s$$

$$C_{24} = 0; \quad C_{25} = -\frac{S_s}{a}; \quad C_{33} = \frac{1}{a^2} D_{M1} + \rho^2 S_x + \lambda^2 S_s$$

$$C_{34} = \rho S_x; \quad C_{35} = -\lambda S_s; \quad C_{44} = \rho^2 D_{B1} + \lambda^2 D_{B2} + S_x$$

$$C_{45} = -(\nu f \lambda \rho D_{B1} + \lambda \rho D_{B2}); \quad C_{55} = \lambda^2 D_{B1} + \rho^2 D_{B2} + S_s$$

$$C_{ij} = C_{ji}; \quad \lambda = -qa\alpha^2.$$

式(8)の固有値，固有ベクトルとして横荷重を受ける円筒サンドイッチシェルの古典的座屈荷重及び座屈モードが決定される．

3. 横荷重を受ける円筒サンドイッチシェルのRS座屈強度算定式

横荷重を受ける円筒サンドイッチシェルのひずみエネルギー U 及び外力による仕事 W は次のように表される．

$$\begin{aligned} U = (1/2) \int \int [& \sigma_x \epsilon_x + \sigma_s \epsilon_s + \tau_{xs} \gamma_{xs} \\ & + \tau_{x\zeta} \gamma_{x\zeta} + \tau_{s\zeta} \gamma_{s\zeta}] ds dx d\zeta \end{aligned} \quad (9)$$

$$W = (q/2) \int \int (aw_{,s}^2) ds dx = qU_E \quad (10)$$

$$\text{ここに， } U_E = \frac{1}{2} \int \int (aw_{,s}^2) ds dx.$$

式(9)，(10)にトータルポテンシャルエネルギーの停留条件に適用することにより次式を得る．

$$U - q_c U_E = 0, \quad U = U_M + U_B + U_S \quad (11)$$

ここに， U_M, U_B, U_S ：面内，曲げ，せん断ひずみエネルギー， q_c ：古典的座屈強度．

RS法では，面内ひずみ成分によるひずみエネルギー U_M が初期不整の影響により消失すると仮定する．したがって，式(11)は次のようになる．

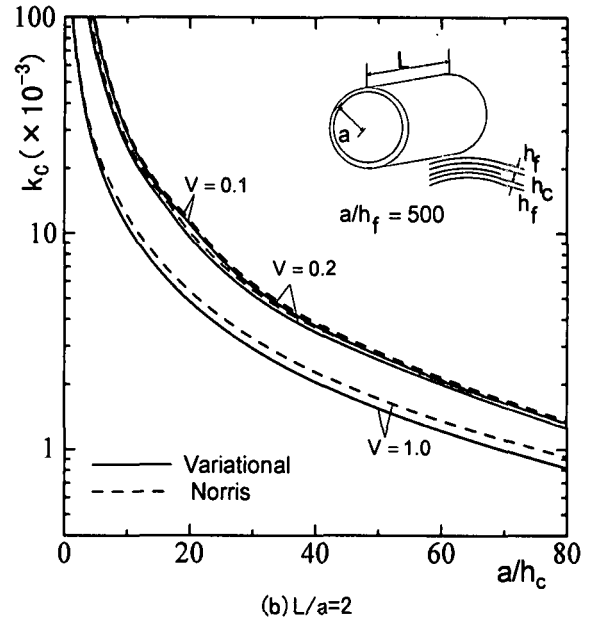
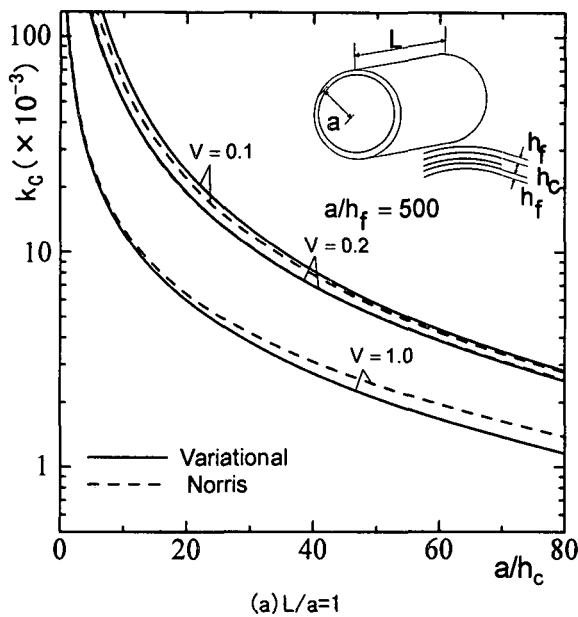


図-3 古典的座屈強度の比較

$$U_B + U_S - q_c^* U_E = 0, \quad q_c^* : \text{RS 座屈強度} \quad (12)$$

式(11), (12)より, RS座屈強度が古典的座屈強度により次のように求められる。

$$q_c^* = \frac{U_B + U_S}{U_M + U_B + U_S} q_c \quad (13)$$

4. 他の解析法との比較・検討

図-2に示す円筒サンドイッチシェル($L/a=1, 2$, $a/h_c=1.0 \sim 80.0$, $V=V_x=V_y=0.1, 0.2, 1.0$, $V=E_f h_f / \{4(1-\nu_f^2) a G_c\}$:せん断剛性比)が横荷重を受ける場合の座屈解析を行い, 得られた古典的座屈係数 k_c ($k_c = (1-\nu_f^2) a q_c / (2 E_f h_f)$) と他の解析法による結果(Norris)¹⁶⁾との比較を図-3に示している。両解法による解に若干の誤差が見られるが, いずれの L/a , a/h_c においても両解法による解の傾向はよく一致している。なお, 両解法での誤差の原因として, Norrisでの解析式において h_c/a の項が無視されていることが考えられる。

5. 心材のせん断剛性が古典的座屈強度に及ぼす影響の検討

心材のせん断剛性が横荷重を受ける異方性円筒サンドイッチシェルの古典的座屈強度に及ぼす影響を検討するため, 異方性円筒サンドイッチシェル(図2: $a/h_f=500$, $h_c/h_f=6$, $L/a=1, 2, 5, 10$)が横荷重を受ける場合について, せん断剛性比 V を変化させ座屈解析を行った。その際, 心材は等方性($V_x=V_y=V$), 異方性1($V_x=1.0$:一定, $V_y=V$), 異方性2($V_x=V$, $V_y=1.0$:一定)の3種類とし, それぞれの場合にお

いて V を $V=0.2 \sim 10.0$ と変化させ解析を行った。

図-4(a)に, $L/a=1$ でのせん断剛性比と古典的座屈係数 k_c の関係を, 横軸にせん断剛性比の逆数 $1/V$ をとり示すとともに, 比較のためせん断変形を無視した場合($V_x=V_y=0$)の結果も同時に示している。図-4(a)より明らかなように, いずれの場合も, せん断剛性比の逆数, すなわちせん断剛性の増加とともに古典的座屈係数は増大している。 $1/V=5.0$ での座屈係数 k_c の $1/V=1.0$ での値に対する比は, 等方性及び異方性1, 2においてそれぞれ2.0, 1.84, 1.08となっており, 等方性及び異方性1では約2倍の座屈係数が得られているのに対し, 異方性2では8%増大しているのみである。また, せん断剛性比の逆数 $1/V$ が1.0より小さい範囲においては, 等方性及び異方性1での座屈係数が急激に低下しているのに対し, 異方性2では $1/V=0.1$ においても $1/V=1.0$ での座屈係数に比較して約10%低下しているのみである。またせん断変形を無視した場合($V_x=V_y=0$)の座屈係数との比較においては, $1/V=5.0$ での等方性, 異方性1, 2での座屈係数はせん断変形を無視した場合に比較してそれぞれ18.1, 24.5及び55.8%低下している。

図-4(b)に示す $L/a=2$ の場合, いずれの場合も $L/a=1$ の場合と同様, せん断剛性比の逆数, すなわちせん断剛性の増加とともに古典的座屈係数は増大しているが, $1/V=5.0$ での座屈係数 k_c の $1/V=1.0$ での値 k_0 に対する比は, 等方性, 異方性1, 2においてそれぞれ $k_c/k_0=1.48, 1.43, 1.03$ となっており, いずれの場合も $L/a=1$ の場合に比較して小さくなっている。また, $1/V=5.0$ での等方性, 異方性1, 2での座屈係数はせん断変形を無視した場合に比較してそれぞれ13.0, 15.8及び39.4%低下している。

図-4(c), (d)に示す $L/a=5, 10$ の場合についても, $L/a=1, 2$ の場合と同様な結果が得られており, これらのことより, 横荷重を受ける異方性円筒サンドイッチシェルの古典的

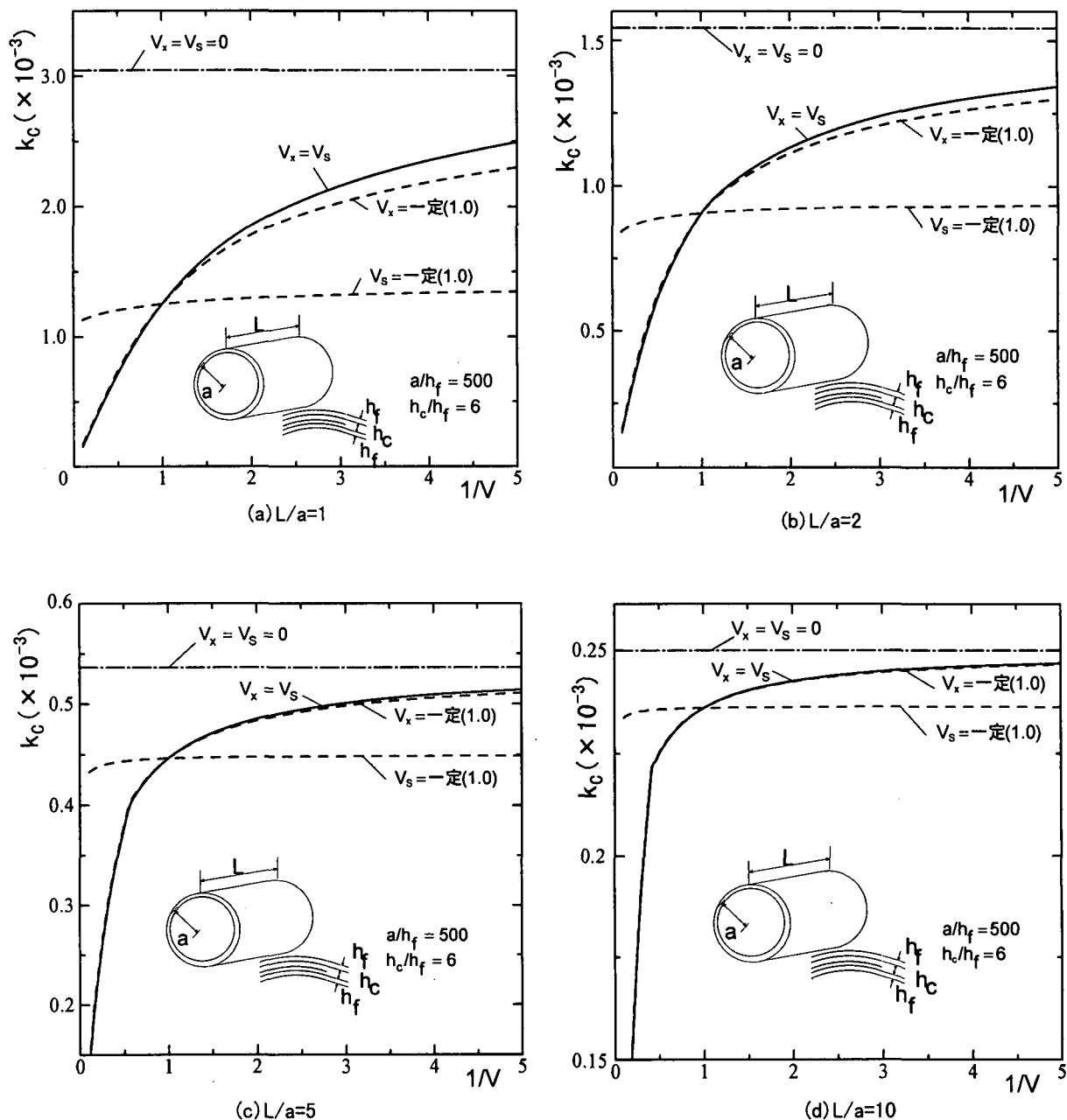


図-4 古典的座屈強度に及ぼすせん断剛性の影響

座屈強度には、心材の円周方向せん断弾性係数が大きく影響を及ぼすこと、心材のせん断剛性が古典的座屈強度に及ぼす影響は部材長が大きくなるほど小さくなることなどが明らかになった。

6. 心材の厚さが古典的座屈強度及び円周方向座屈波数に及ぼす影響の検討

心材の厚さ(心材厚)が横荷重を受ける異方性円筒サンドイッチシェルの古典的座屈強度及び座屈波数に及ぼす影響を検討するため、異方性円筒サンドイッチシェルが横荷重を受ける場合について、心材厚を変化させ座屈解析を行った。その際、心材は等方性1 ($V_x=V_s=1.0$)、等方性2 ($V_x=V_s=0.2$)、異方性1 ($V_x=1.0, V_s=0.2$)及び異方性2 ($V_x=0.2, V_s=1.0$)の4種類とした。

図-5(a)に $L/a=1$ での心材厚と古典的座屈係数の関係を実線で示している。図-5(a)の縦軸には、本解析法により得られた古典的座屈係数 k_c をシェル厚 $h=2h_f$ を有する通常断面を有する円筒シェルの古典的座屈係数 k_0 で除した値 k_c/k_0 を取っている。したがって、この縦軸は通常断面を有する円筒シェルの断面をサンドイッチ断面に変更した場合の古典的座屈強度の増加率とみなすことができる。

図-5(a)より明らかなように、いずれのせん断剛性比を有する異方性円筒サンドイッチシェルにおいても、心材厚が小さい範囲では $k_c/k_0 < 1$ となっており、この範囲では異方性円筒サンドイッチシェルの古典的座屈係数は通常の円筒シェルに比較して小さくなっている。しかしながら、 h_c の増加とともに古典的座屈係数は増大し、 $h_c/h_f=50$ での古典的座屈係数の増加率 k_c/k_0 は等方性1, 2及び異方性1, 2でそれぞれ $k_c/k_0=47.9, 202.3, 155.3, 53.9$ となって

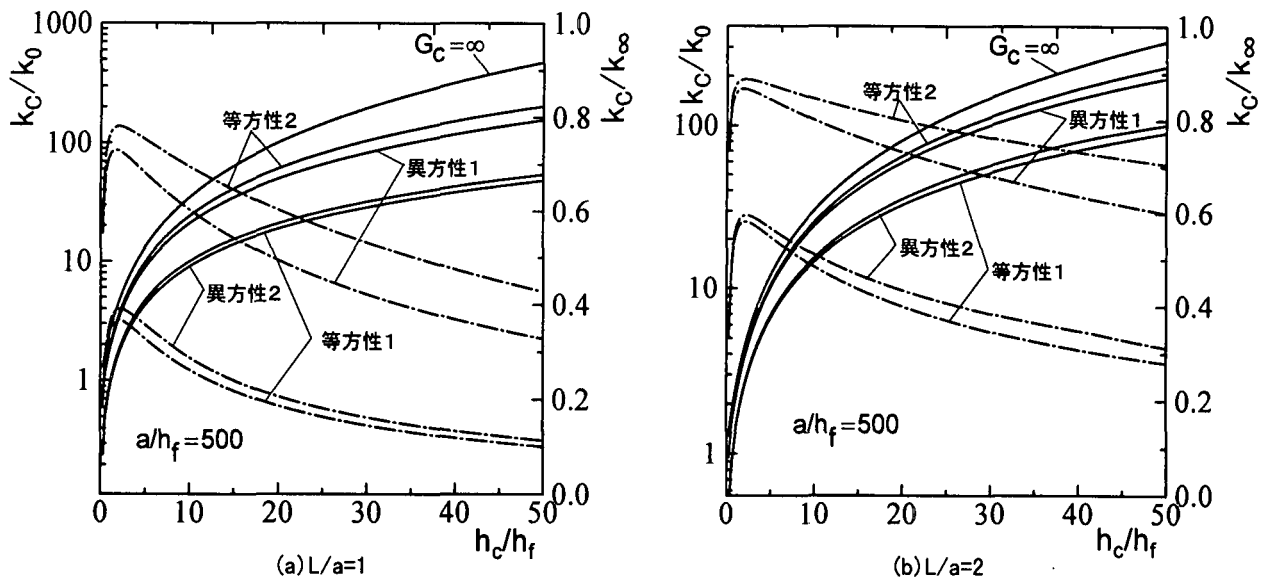


図-5 古典的座屈強度に及ぼす心材厚の影響

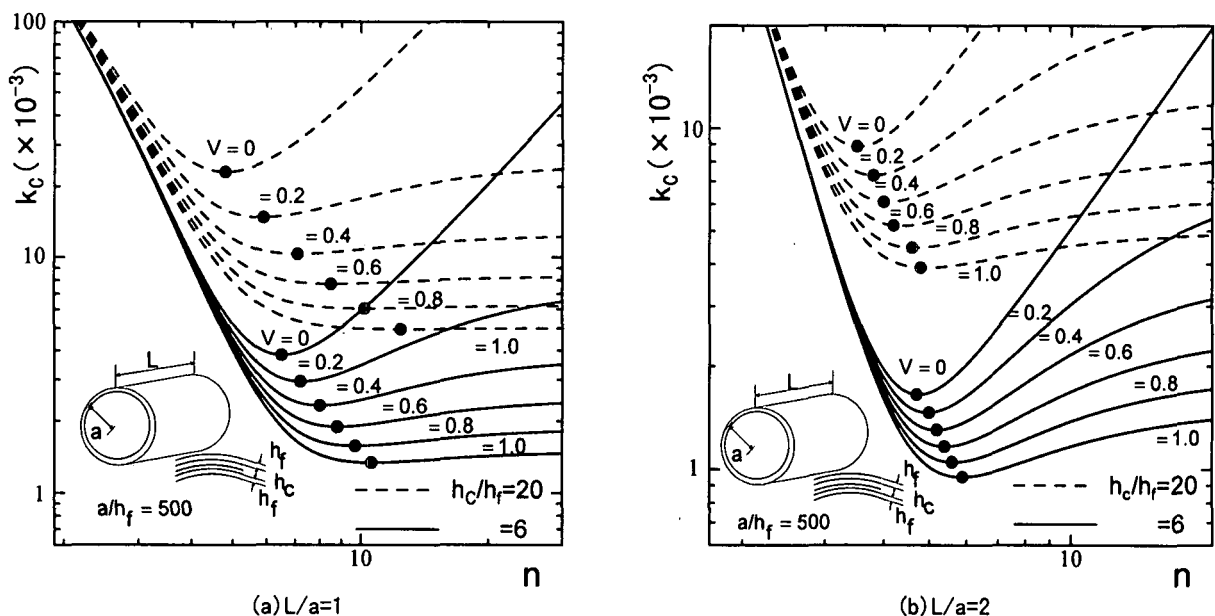


図-6 古典的座屈強度と円周方向座屈波数

いる。

図-5(a)には $V_x=V_s=0$ ($G_{cs}=G_{cs}=\infty$)、すなわちせん断変形を無視した場合の結果 k_{∞} も同時に示すとともに、この値に対する等方性 1, 2 及び異方性 1, 2 での古典的座屈係数の比 k_C/k_{∞} を一点鎖線で示している。いずれの場合も、座屈係数の比 k_C/k_{∞} は $h_c/h_f=2$ 付近でピーク値を示し、それ以降は h_c/h_f の増加とともに減少する傾向を示している。 $h_c/h_f=50$ での古典的座屈係数のせん断変形を無視した場合の値に対する比 k_C/k_{∞} は等方性 1, 2 及び異方性 1, 2 でそれぞれ 10.2, 42.9, 32.9, 11.4% となっている。

図-5(b)に示す $L/a=2$ においても、 $L/a=1$ の場合と同様な結果が得られている。

7. 円周方向の座屈波数が古典的座屈強度に及ぼす影響

円筒シェルが横荷重を受ける場合の部材軸方向 (x 軸方向) の座屈波数 m は常に 1 となり、円周方向の座屈波数 n のみが座屈強度に影響を及ぼすことが知られており¹⁷⁾、本研究で行った異方性円筒サンドイッチシェルに関する数値計算においてもこのことを確認している。

そこで本研究では、円周方向の座屈波数 n が横荷重を受ける異方性円筒サンドイッチシェルの古典的座屈強度に及ぼす影響の検討を行った。図-6に等方性心材 ($V_x=V_s=V$) を有する異方性円筒サンドイッチシェル(図-2: $a/h_f=500$, $h_c/h_f=6, 20$, $L/a=1, 2$)が横荷重を受ける場合の古典的座屈係数と円周方向の座屈波数 n の関係を示している。なお、本数値計算では、せん断剛性比 $V=0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$ について解析を行うとともに、比較のため、せん断変形を無視した場合 ($V=0$) の結果も同時に示している。

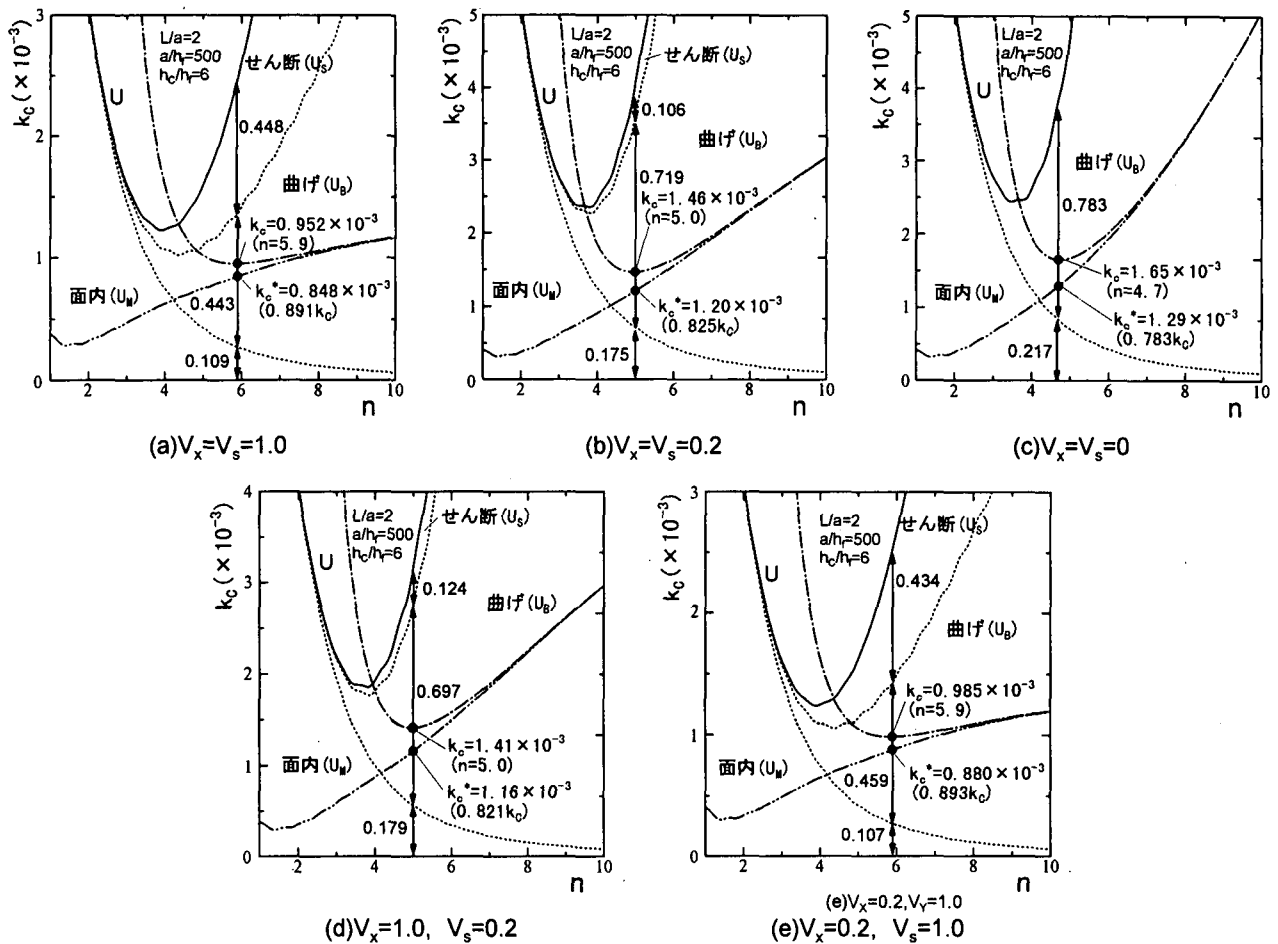


図-7 エネルギー成分とRS座屈強度

図-6(a)の示す $L/a=1$ の場合、いずれの心材厚比 h_c/h_f 及びせん断剛性比 V においても、古典的座屈係数は円周方向座屈波数 n のある値で極値(最小座屈係数)をとっているが、その最小座屈係数をとる座屈波数 n の値 n_{min} は $V=0$ の場合に比較して大きくなっており、また心材厚比 h_c/h_f が小さくなるほど、せん断剛性比 V が大きくなるほど大きくなる傾向を示している。

円周方向座屈波数 n が最小座屈係数を与える値 n_{min} より大きい範囲($n > n_{min}$)における心材のせん断剛性が古典的座屈係数に及ぼす影響は、 $n < n_{min}$ の場合に比較して、いずれの心材厚比 h_c/h_f においても大きくなっている。また $h_c/h_f=20$, $V=1.0$ では最小座屈係数をとる $n_{min}=12.4$ 以降、座屈波数 n の増加による古典的座屈係数の変化はほとんどみられない。

図-6(b)に示す $L/a=2$ の場合、 $L/a=1$ の場合と同様の結果が得られているが、最小座屈係数をとる座屈波数 n_{min} の値は $L/a=1$ 場合に比較して小さくなる傾向を示すとともに、心材のせん断弾性係数が座屈係数及び円周方向座屈波数の変化に及ぼす影響も小さくなっている。

8. 横荷重を受ける異方性円筒サンドイッチシェルのRS座屈強度

図-7 に横荷重を受ける異方性円筒サンドイッチシェル(図-2)の座屈時のひずみエネルギー及び3種類のエネルギー成分(式(11))のスペクトルを円周方向座屈波数 n を横軸にとり示している。

図-7(a)に示す等方性1 ($V_x=V_s=1.0$) の場合、面内ひずみエネルギー成分 U_M は円周方向座屈波数 n の増加とともに減少しているのに対し、曲げ及びせん断ひずみエネルギー成分 U_B , U_S は n の増加とともに大きくなる傾向を示している。この場合、古典的座屈係数 k_c (一点鎖線)は円周方向座屈波数 $n=5.9$ で得られており ($k_c=0.952 \times 10^{-3}$)、さらに各エネルギー成分の全ひずみエネルギー U に占める割合は $U_M=0.109$, $U_B=0.443$, $U_S=0.448$ となっている。したがって、この場合のRS座屈係数は式(13)において q_c^* , q_c をそれぞれ k_c^* , k_c と置き換えることにより、次のように決定される。

$$k_c^* = \frac{U_B + U_S}{U_M + U_B + U_S} k_c = 0.891 k_c = 0.848 \times 10^{-3} \quad (14)$$

なお、図-7(a)にはそれぞれの座屈波数 n に対して求められたRS座屈係数(二点鎖線)も同時に示しているが、RS座屈係数は n の増大とともに大きくなり、古典的座屈係数に漸近する傾向を示している。

図-7(b)に示す等方性 2 ($V_x=V_s=0.2$) の場合、古典的座屈係数 k_c は $n=5.0$ で得られている ($k_c=1.46 \times 10^{-3}$)。この場合の各ひずみエネルギー成分の全ひずみエネルギー U に占める割合は、それぞれ $U_M=0.175$, $U_B=0.719$, $U_S=0.106$ となっており、等方性 1 の場合に比較して、曲げひずみエネルギー成分 U_B の占める割合が大幅に増大している。一方、面内ひずみエネルギー成分 U_M の全ひずみエネルギー U に占める割合も大きくなっているが、せん断ひずみエネルギー成分 U_S の占める割合は大きく低下している。この場合の RS 座屈係数は、式(13)より $k_c^*=0.825k_c=1.20 \times 10^{-3}$ となる。

図-7(c)に示す $V=0$ の場合、古典的座屈係数 k_c は $n=4.7$ で得られており ($k_c=1.65 \times 10^{-3}$)、この場合の各エネルギー成分の全ひずみエネルギー U に占める割合は $U_M=0.217$, $U_B=0.783$, $U_S=0.0$ となっている。したがって、この場合の RS 座屈係数は $k_c^*=0.783q_c=1.29 \times 10^{-3}$ となる。

さらに、図-7(d), (e)に示す異方性 1 ($V_x=1.0$, $V_s=0.2$)、異方性 2 ($V_x=0.2$, $V_s=1.0$) の場合、それぞれ等方性 2, 1 と良く似た結果が得られている。この場合の古典的座屈係数 k_c はそれぞれ $n=5.0$ ($k_c=1.41 \times 10^{-3}$) 及び 5.9 ($k_c=0.985 \times 10^{-3}$) で得られており、RS 座屈係数はそれぞれ $k_c^*=0.821k_c=1.16 \times 10^{-3}$ 及び $k_c^*=0.893k_c=0.880 \times 10^{-3}$ となっている。

9. おわりに

本研究では、異方性円筒サンドイッチシェルが横荷重を受ける場合について、その古典的座屈強度に関する基本的考察を、特に RS 法の基礎となる座屈時のひずみエネルギーとその成分及び座屈波数に焦点を当て行くとともに、異方性円筒サンドイッチシェルの初期不整によるばらつきを考慮した座屈強度を RS 法に基づき理論的に推察する方法について述べた。

今後、過去の実験結果や解析結果との比較及び非線形数値実験などを通じて、RS 法を異方性円筒サンドイッチシェル構造に適用した場合の有効性・妥当性を検討する予定である。

参考文献

- 1) Croll J.G.A. : Towards simple estimates of shell buckling loads, *Der Stahlbau*, pp.243-248, 1975.
- 2) Bastia R.C. and Croll J.G.A. : A design approach for unstiffened cylindrical shells under external pressures, *Thin-Walled Structures*, Granada, pp.299-319, 1979.
- 3) Croll J.G.A. and Batista R.C. : Explicit lower bounds for the buckling of axially loaded cylinders, *Int. J. Mech. Science*, 23, pp.331-343, 1981.
- 4) 山田 聖志 : シェル座屈解析における Reduced Stiffness 法, 第 1 回シェル空間構造セミナー資料, pp.25-32, 1992.
- 5) 山田 聖志 : 初期不整の影響と座屈下限理論 (シェル・空間構造における不安定現象の現状と課題), 日本建築会, 1996.
- 6) Ellinas C.P. and Croll J.G.A. : Experimental and theoretical correlations for elastic buckling of axially compressed stringer stiffened cylinders, *J. Strain Analysis*, 18, pp.46-67, 1983.
- 7) Ellinas C.P. and Croll J.G.A. : Experimental and theoretical correlations for elastic buckling of axially compressed ring stiffened cylinders, *J. Strain Analysis*, 18, pp.81-93, 1983.
- 8) Kawamoto Y. and Yuhara T : Buckling of fabricated ring-stiffened steel cylinders under axial compression, *Int.Conf.On Advanced in Marine Structures*, Dunfermline, pp.262-280, 1986.
- 9) Croll J.G.A. : Lower bound methods in shell buckling, *Developments in Thin-Walled Structures*, 3, Elsevier, 1987.
- 10) Croll J.G.A. : Towards a rationally based elastic-plastic shell buckling design methodology, *Thin-Walled Structures* 23, pp.67-84, 1995.
- 11) Yamada S. and Croll J.G.A. : Buckling and post-buckling characteristics of pressure loaded cylinders, *J.Applied Mechanics*, ASME, 1993.
- 12) Yamada S. and Croll J.G.A : Elastic-plastic buckling design for shallow cylindrical shells under external pressure, *Proc. IASS-ASCE Symp. On Spatial, Lattice and Tension Structures*, ASCE, pp.936-945, 1994.
- 13) Yamada S. : Estimation on the effects of initial stresses on the vibration behavior of curved shell-like structures, *Theoretical and Applied mechanics*, 44, Science Council of Japan, pp.21-28, 1995.
- 14) Clive L.DYM : Introduction to the Theory of Shells (Revised Printing), Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1990.
- 15) Raamachandran J. : Thin Shells :Theory & Problems, Sangam Books, London, 1993.
- 16) Plantema, F.F. : Sandwich Construction, John, Wiley & Sons, New York, 1966.
- 17) Timoshenko S.P. and Gere M. : Theory of Elastic Stability, McGRAW-Hill, 1961.

(1998 年 4 月 24 日 受付)