

間隙水の移動を伴った過圧密土の遅れ破壊の解析

Delayed Failure of Overconsolidated Soils due to Pore Water Migration

浅岡顕*・野田利弘**・高稲敏浩***

Akira ASAKA, Toshihiro NODA and Toshihiro TAKAINE

*正会員 工博 名古屋大学大学院教授 工学研究科土木工学専攻 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町)

**正会員 工博 名古屋大学大学院助教授 工学研究科地圏環境工学専攻 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町)

***正会員 工修 (株)浅沼組 技術研究所 (〒569-0034 大阪府高槻市大塚町 3-24-1)

Delayed failure of lightly/heavily overconsolidated soil due to swelling has been investigated through the soil-water coupled finite deformation computation. Here, the failure after excavation in an overconsolidated clayey ground and the seepage failure of laboratory model ground on dense sand are simulated under plane strain conditions.

In both examples, the ground exhibited progressive failure with fluctuating deformation rates under constant loading. This progression of failure is attributed to softening due to swelling of the soil itself in the localized area and pore water inflow at varying rates to the soil elements in the zone.

Key Words: Cam-clay model, progressive failure, soil-water coupled analysis, subloading surface concept

1. はじめに

土骨格のせん断変形には、かならず塑性体積変化が伴う。ところが水で飽和した土の体積変化には間隙水の出入りが必要で、間隙水の移動はダルシー則に従うから、土のせん断変形の進展は一般に、その土要素周辺での全水頭分布に依存する「非局所的性質」を示す。つまり、飽和土の変形・破壊問題は、水～土連成の境界値問題を解いてはじめてリアリズムを獲得することになる。

この論文で扱う「過圧密粘土」や「密な砂」は、降伏面の拡大(硬化)が塑性膨張のもとでもしばらくの間可能な点にその特徴があつて、このような土では、塑性膨張に伴う軟化は塑性変形がかなり進展したあとに始まる。これは本論文6頁目に詳しく記した。そこで、載荷が非常に急速に非排水的に行われたとすると、土塊には体積変化がないから弾性圧縮と塑性膨張が均衡し、このため高い有効拘束圧を発生して、表向きは相当な荷重に耐えることになる。しかしそのあと、たとえば荷重を一定に保ったままで水の移動を許していると、局部的には塑性膨張がより進展して、その領域はやがて軟化域に入ってしまうことがある。そうすればそこでの荷重分担は減少するから、破壊は近隣の他の領域に移動ないし拡大してゆくことになる。さてこのような進行性破壊では、水の移動に十分に時間がかかることから、時間軸に沿っ

て観測できることが重要で、つまり我々は、土塊全体のせん断変形が「滑っては止まり、また滑っては止まり」ながら時間とともに進行する様子を、ゆっくりと眺めることができるのである。ここで一時「止まる」というのは、土の膨張に必要な水の供給がすぐには追いつかないためだけであつて、そこに水が到着するとやがてまた動き始める。

以上のような遅れ破壊は、地滑りや、地震後における砂地盤の液状化など、いくつも事例が知られている。この論文では、考えられるもっとも単純な土の弾塑性構成式を用いて、以上のような現象に関する比較的容易な境界値問題を解いた数値事例を紹介する。なお、遅れ変形、遅れ破壊と言っても、「粘塑性構成式」の話題ではないので、注意しておく。

2. 水～土連成有限変形解析

2.1 力のつり合い式

増分型の構成式を用いる場合、力のつり合い式を速度型で与える。すなわち、現時刻($t = t$)における飽和土の任意の領域 v に対し、自重(物体力)を考慮して次式で表す。

$$(\int_v \text{div} T dv) + (\int_v \rho b dv) = 0 \quad (1)$$

ここに、 $\mathbf{T}$ はコーシー（全）応力テンソル、 ρ は土の密度、 $\mathbf{b}$ は重力作用方向に重力加速度の大きさ g を持つベクトルである。また、上付き “ $\cdot$ ” は物質時間微分を示す。この式の ρ は、土骨格の間隙率 n 、土粒子の密度 ρ_s および 水の密度 ρ_w を用いると、

$$\rho = \rho_s(1 - n) + \rho_w n \quad (2)$$

表されるが、ここで、 ρ_s と ρ_w は均質でまた時間的に一定であるとする、矢富ら¹⁾の表記に従い、式(1)は次式の形で与えられる。

$$\int_V \text{div} \dot{\mathbf{S}}_i dv + \rho_w \left(\int_V \text{tr} \mathbf{D} dv \right) \mathbf{b} = 0 \quad (3)$$

ここに、式(3)の第 2 項は、土要素に単位時間当たりに入出入りする水の移動量に等しい。また、 $\dot{\mathbf{S}}_i$ は次式で表される公称応力速度テンソルである¹⁾。

$$\dot{\mathbf{S}}_i = \dot{\mathbf{T}} + (\text{tr} \mathbf{D}) \mathbf{T} - \mathbf{T} \mathbf{L}^T \quad (4)$$

ここに、 $\mathbf{L}$ は速度勾配テンソルで、 $\mathbf{D}$ は $\mathbf{L}$ の対称成分 $((\mathbf{L} + \mathbf{L}^T)/2)$ 、上付き記号 “ T ” は転置を示す) であるストレッチングテンソルである。

2.2 有効応力原理

全応力 $\mathbf{T}$ を土骨格が受けもつ応力（有効応力）と間隙水圧に分ける。

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}' - u \mathbf{I} \quad (5)$$

ここに、 $\mathbf{T}'$ は有効応力テンソル、 u は間隙水圧、 $\mathbf{I}$ は単位テンソルである。ここで、 $\mathbf{T}$ と $\mathbf{T}'$ は引張を正とし、 u は圧縮を正とする。

2.3 土骨格の構成式

土骨格の構成式として、客観性のある有効応力速度²⁾ $\dot{\mathbf{T}}'$ と $\mathbf{D}$ の間に線形関係を仮定し、次式で与える

$$\dot{\mathbf{T}}' = \mathbf{f}[\mathbf{D}] \quad (6)$$

本論文では、 $\dot{\mathbf{T}}'$ に次式で表される Green-Naghdi²⁾ の有効応力速度³⁾を用いる。

$$\dot{\mathbf{T}}' = \dot{\mathbf{T}}' + \mathbf{T}' \boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Omega} \mathbf{T}', \quad \boldsymbol{\Omega} = \dot{\mathbf{R}} \mathbf{R}^T \quad (7)$$

ここに、 $\mathbf{R}$ は土骨格の変形勾配 $\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}}$ を極分解して得られる回転テンソルである。なお、 $\mathbf{X}$ と $\mathbf{x}$ は土骨格の物質点 X の初期時刻($t=0$)および現時刻($t=t$)の位置ベクトルである。

2.4 適合条件式

本来は $\mathbf{D}$ の 6 つの成分に課せられる条件であるが、ここでは、速度勾配テンソル $\mathbf{L}$ の定義のみを示す。

$$\mathbf{L} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} \quad (8)$$

ここに、 $\mathbf{v}$ は土骨格の物質点 X の速度ベクトルである。

2.5 水～土連成式

式 (5)により場の未知数が増えるが、次の 2 式を連立させてこれを補う。

(a) 水～土骨格 2 相系の連続条件式

間隙水の非圧縮性を仮定し、毎時の土骨格の圧縮・膨張量は、毎時の土に入出入りする水の量に等しいとして連続式を次式で与える。

$$\left(\int_V dv \right) = \left(\int_V \text{tr} \mathbf{D} dv \right) - \int_a \mathbf{v}' \cdot \mathbf{n} da \quad (9)$$

ここに、 $\mathbf{v}'$ は平均的な水の流速ベクトルで、 $\mathbf{n}$ は境界 da ($a = \partial V$) に立てた外向き単位法線ベクトルである。なお、“ $\cdot$ ” は内積を示す。

(b) ダルシー則

平均的な水の流速ベクトル $\mathbf{v}'$ は、ダルシー則により決まる。

$$\mathbf{v}' = -k \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} = -k \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left(z + \frac{u}{\gamma_w} \right) \quad (10)$$

ここに、 k は透水係数で一定のスカラーとしている。また、 h は全水頭、 z は位置水頭、 u/γ_w は水圧水頭で、 $\gamma_w (= \rho_w g)$ は水の単位体積重量である。

2.6 境界条件

水～土連成系では、対象とする物体（土塊）の境界 ∂V に対して 2 種類の境界条件を与える。一つは、境界 ∂V を土骨格の速度境界 Γ_v と表面力境界 Γ_t に分けて与える ($\Gamma_v + \Gamma_t = \partial V$)。

一般に、表面力ベクトル $\mathbf{t}$ が与えられたとき、 Γ_t で境界条件として

$$\dot{\mathbf{s}}_i da = (\mathbf{t} da) = \dot{\mathbf{t}} da + (\text{tr} \mathbf{D} - \mathbf{n} \cdot \mathbf{D} \mathbf{n}) \mathbf{t} da \quad \text{on } \Gamma_t \quad (11)$$

が成り立ち、 $\dot{\mathbf{s}}_i$ は公称応力速度ベクトル¹⁾と呼ばれる。今、この Γ_t で表面力 $\mathbf{t}$ を、

$$\mathbf{t} = c \mathbf{n} \quad (12)$$

で与え、しかも、5 章の浸透の問題で用いるように、地表面上を時間とともに変動する（ある基準面からの）水面高さ $H = H(t)$ と地表面までの高さ z_s を用いて、スカラー c を、静水圧 $\gamma_w (H - z_s)$ で（時間の関数として）与え

るときは、 $\dot{s}_i$ を次式に変形しておく。

$$\dot{s}_i da = \dot{c} n da + c \{ (\text{tr} D) I - L^T \} n da \quad (13)$$

他の一つは、水に関する境界条件で、境界 ∂v を流量境界 $\Gamma_{q'}$ と水圧（あるいは水頭）境界 Γ_u に分ける（ $\Gamma_{q'} + \Gamma_u = \partial v$ ）。例えば、非排水境界であれば、流量 $q' = v' \cdot n = 0$ on $\Gamma_{q'}$ を与える。また、境界を水圧 $\bar{u}$ で与えるならば、 $u = \bar{u}$ on Γ_u となり、さらにすぐ上で述べたような浸透問題を考える場合は、 $\bar{u}$ が $\gamma_w (H - z_s)$ になる。

2.6 有限要素法の適用^{4), 5), 6), 7)}

有限要素法を適用するために、有効応力原理(式(5))、客観性のある有効応力速度(式(7))および適合条件(式(8))を考慮しつつ、速度型の力のつり合い式(式(3))の弱形式化を行うと、次式が得られる。

$$\int_V \left\{ \dot{T}' \cdot \delta D + \frac{(\text{tr} D) T' \cdot \delta L - T L^T \cdot \delta L}{\rho_w} - \frac{(\text{tr} D) b \cdot \delta v}{\rho_w} \right\} dv - \int_V \dot{u} (\text{tr} D) dv = \int_V \dot{s}_i \cdot \delta v da - \int_V (\Omega T' - T' \Omega) \cdot \delta D dv \quad (14)$$

ここに、 δv 、 δL および δD は、それぞれ仮想的な速度ベクトル、それから得られ適合条件を満足する仮想的な速度勾配ベクトルおよびストレッチングテンソルである。式(14)左辺の積分第1項から土骨格の接線剛性マトリクスが得られる。下線部が接線剛性マトリクスに形状変化が影響を及ぼす項で、二重下線部が重力による影響を示す。さらに、式(14)右辺の積分第2項は速度 v について線形に書き表すことができないスピン Ω (式(7))を含んでいるため、この項を等価な節点力として繰り返し計算を行った。また、式(14)右辺の積分第1項は、式(13)を用いて次式で与えた。

$$\int_V \dot{s}_i \cdot \delta v da = \int_V \delta v \cdot \left[\dot{c} n da + c \{ (\text{tr} D) I - L^T \} n da \right] \quad (15)$$

計算では4節点アイソパラメトリック要素を用い時間差分には後退差分を用いた。また、時間とともに逐次節点座標を更新しながら、各計算（時間）ステップでは T' , u , L および n に関するすべての非線形項も繰り返し計算により収束させた。また、式(14)から得られる式と連成させる水～土連成式は、間隙水圧（あるいは全水頭）を要素中心に代表させる Christian⁸⁾あるいは田村⁹⁾による物理モデルを用いた。

3. 下負荷面カムクレイモデル⁶⁾

オリジナルカムクレイモデル^{10), 11)}における重大な欠点は、応力が降伏面内部に存在するとき、弾性変形のみで

塑性変形が生じないことである。すなわち、実際は応力点が降伏面に達する随分手前の超過圧密な応力状態にあっても塑性変形が生じるが、オリジナルのカムクレイでは純弾性挙動しか示さない。

このような古典塑性論（Drucker が称した¹²⁾）ではなく、橋口・上野¹³⁾や橋口¹⁴⁾は、古典塑性論で定義される降伏面（正規降伏面と呼ぶ）内部に応力状態があっても負荷状態にあるとき塑性変形が生じることができ（下負荷状態）ものとし、この正規降伏面内部に、現応力点を通る別の負荷面を持つモデルを提案した。この考え方は「下負荷面概念」として非古典塑性論において知られるが、これをオリジナルカムクレイモデルに適用するとき、室内試験で観察されるような過圧密粘土の複雑な力学挙動を、特に、限界状態線の上側での硬化／軟化挙動をうまく説明する。そこで、3章では「下負荷面概念」をオリジナルカムクレイモデルに適用したモデル（下負荷面カムクレイモデル⁹⁾）の有限変形場における定式化とその特徴を示す。

3.1 オリジナルカムクレイの降伏関数

ここでは、次節で下負荷面カムクレイの構成式を誘導するために、その基礎となるオリジナルカムクレイモデルの降伏関数を簡潔に述べる。

はじめに、ストレッチング D は、次式で示すように、弾性成分 D^e と塑性成分 D^p に分解できるものと仮定する。

$$D = D^e + D^p \quad (16)$$

すると、初期時刻（時刻 $t=0$ ）から現時刻（ $t=t$ ）までの単位体積当たりの体積変化量は次式で与えられる。

$$\int_0^t J \text{tr} D d\tau = \int_0^t J \text{tr} D^e d\tau + \int_0^t J \text{tr} D^p d\tau \quad (17)$$

ここに、

$$J = \det F = \frac{1+e}{1+e_0} \quad (18)$$

であり、 $1+e$ と $1+e_0$ はそれぞれ現時刻（ $t=t$ ）と初期時刻（ $t=0$ ）における比体積を示す。

今、材料定数 $\tilde{\kappa}$ を用いて、式(17)の右辺第1項を「弾性成分」であるので、途中の有効応力経路に依存しない形で、次式で与えることにする。

$$\int_0^t J \text{tr} D^e d\tau = -\frac{\tilde{\kappa}}{1+e_0} \ln \frac{p'}{p'_0} \quad (19)$$

ここに、 p' は現時刻（ $t=t$ ）の平均有効応力 $-\text{tr} T'/3$ を表

し、 p'_0 は初期時刻($t=0$)での値を示す。ここで、式(19)の物質時間微分をとると、

$$\text{tr} \mathbf{D}^e = -\frac{\tilde{\kappa}}{1+e} \frac{\dot{p}'}{p'} \quad (20)$$

となるので、 $\tilde{\kappa}$ はいわゆる膨潤指数である。さらに、この土骨格の弾性変形に対し、非線形等方フック則を仮定すると、

$$\dot{\mathbf{T}}' = E \mathbf{D}^e = \left(\tilde{K} - \frac{2}{3} \tilde{G} \right) (\text{tr} \mathbf{D}^e) \mathbf{I} + 2 \tilde{G} \mathbf{D}^e \quad (21)$$

が式(20)から唯一に決まる。この式で E は弾性係数テンソルで

$$\tilde{K} = \frac{J(1+e_0)}{\tilde{\kappa}} p', \quad \tilde{G} = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} \tilde{K} \quad (22)$$

はそれぞれ、非線形体積弾性係数ならびにせん断弾性係数を、 ν はポアソン比を示す。

Henkel¹⁹の実験に従えば、土骨格の体積変化は途中の有効応力経路によらず、初期時刻と現時刻の有効応力状態のみで決定される。また、この体積変化量は、等方圧縮による成分とダイラタンシーによる成分の和で記述できる¹⁰。すなわち、

$$\int_0^t J \text{tr} \mathbf{D} d\tau = -\frac{\tilde{\lambda}}{1+e_0} \ln \frac{p'}{p'_0} - \frac{\tilde{\lambda} - \tilde{\kappa}}{M(1+e_0)} \frac{q}{p'} \quad (23)$$

である。ここに、 q は一般化された偏差応力であり、次式で表される。

$$q = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{S} \cdot \mathbf{S}}, \quad \mathbf{S} = \mathbf{T}' + p' \mathbf{I} \quad (24)$$

式(23)の $\tilde{\lambda}$ は圧縮指数で

$$D = \frac{\tilde{\lambda} - \tilde{\kappa}}{M(1+e_0)} \quad (25)$$

は、いわゆる「ダイラタンシー係数」^{16,17}であり、 M は限界状態定数である。

式(19)の $\int_0^t J \text{tr} \mathbf{D}^e d\tau$ は途中の応力経路には依存しなかったもので、式(23)から式(19)を引き算すると、式(17)の右辺第2項も応力経路に依存しない次の形で決定される。

$$\begin{aligned} F &= f(q, p', p'_0) \int_0^t J \text{tr} \mathbf{D}^p d\tau \\ &= M D \ln \frac{p'}{p'_0} + D \frac{q}{p'} + \int_0^t J \text{tr} \mathbf{D}^p d\tau = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

ここで、塑性論に従えば、式(26)の F が降伏関数であり、 $\int_0^t J \text{tr} \mathbf{D}^p d\tau$ が硬化・軟化の塑性履歴を表すパラメータと解釈できる。この式(26)がオリジナルカムクレイモデルの降伏関数である。ただし、 J は弾性・塑性の両成分をもつので、 $\int_0^t J \text{tr} \mathbf{D}^p d\tau$ は塑性体積ひずみの近似にすぎないことには注意しておく。

3.2 下負荷面カムクレイモデル⁶⁾

ここで用いる橋口による初期「下負荷面モデル」では、相似中心を $p' - q$ 応力空間の原点にとって、前節のオリジナルカムクレイで説明した正規降伏面とその内側にある下負荷面の二つの相似な降伏面を考える(図-1)。下負荷面は負荷時だけでなく除荷時でも常に現応力点(p', q)を通る。応力点(p^*, q^*)は、図-1に示すように、正規降伏面にとる。二つの降伏面は、大きくなったり、小さくなったりするが、二つが一致したときには正規降伏面だけの正規圧密粘土になり、オリジナルのカムクレイと同じ挙動を示す。応力状態が弾性応答を伴って降伏面内部に移動するときは、すなわち、除荷時には、下負荷面のみが小さくなり、過圧密土になる。再び正規降伏面内部で負荷(弾塑性状態)にあるとき、土は下負荷面に従う弾塑性挙動を示す。

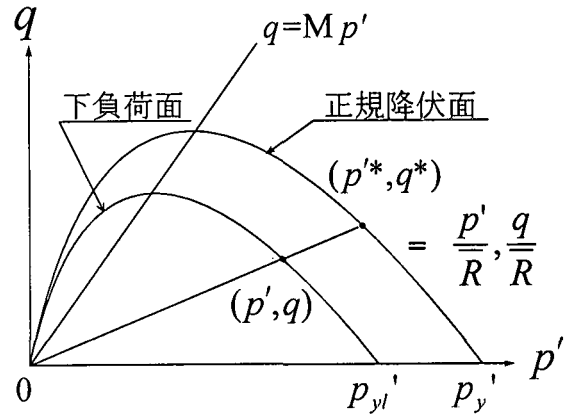


図-1 下負荷面カムクレイモデル

今、二つの降伏面を式示すれば、

$$M D \ln \frac{p^*}{p'_y} + D \frac{q^*}{p^*} = 0 \quad (\text{正規降伏面}) \quad (27)$$

$$M D \ln \frac{p'}{p'_{yl}} + D \frac{q}{p'} = 0 \quad (\text{下負荷面}) \quad (28)$$

図-1を参照して、二つの負荷面は相似なので、

$$\frac{p'_y}{p'_{yl}} = \frac{p'^*}{p'} = \frac{q^*}{q} \quad (29)$$

の関係がある。ここで、 $p' = p'_0$ で $q = 0$ を塑性体積変化を測る初期状態($t = 0$)にとると、

$$-\int_0^t J \operatorname{tr} \mathbf{D}^p d\tau = MD \ln \frac{p'_y}{p'_0} \quad (30)$$

であるが、式(29)と式(30)を式(27)と式(28)にを使って、二つの降伏関数はそれぞれ

$$\begin{aligned} F^* &= f(q^*, p'^*, p'_0) + \int_0^t J \operatorname{tr} \mathbf{D}^p dv \\ &= MD \ln \frac{p'^*}{p'_0} + D \frac{q^*}{p'^*} + \int_0^t J \operatorname{tr} \mathbf{D}^p dv = 0 \end{aligned} \quad (\text{正規降伏面}) \quad (31)$$

$$\begin{aligned} F &= f(q, p', p'_0) + \int_0^t J \operatorname{tr} \mathbf{D}^p d\tau - MD \ln \bar{R} \\ &= MD \ln \frac{p'^*}{p'_0} + D \frac{q^*}{p'^*} - \left(-\int_0^t J \operatorname{tr} \mathbf{D}^p d\tau + MD \ln \bar{R} \right) = 0 \end{aligned} \quad (\text{下負荷面}) \quad (32)$$

のように得られる。ここに、

$$\bar{R} = \frac{p'_{yl}}{p'_y} \quad (33)$$

は、二つの降伏面の相似率（最大値が1）で過圧密比の逆数に相当する。式(31)と式(32)の下線部が、硬化・軟化の塑性履歴を表すパラメータになる。

3.3 $\bar{R}$ の発展則

今、現応力点が下負荷面上にあるものとし、下負荷面に弾塑性諸法則を適用する。関連流れ則は、

$$\mathbf{D}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \quad (\lambda > 0) \quad (34)$$

このとき、プラガーの適応条件のために式(32)の物質時間微分をとると、

$$\dot{F} = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \dot{\mathbf{T}}' + J \operatorname{tr} \mathbf{D}^p - MD \frac{\dot{\bar{R}}}{\bar{R}} = 0 \quad (35)$$

であるので、このとき、変数 $\bar{R}$ の発展則^{13),14)}が、
すでに述べたように

$$0 < \bar{R} \leq 1 \quad (36)$$

であるが、この他に過圧密粘土を負荷すれば必ずいつかは正規圧密粘土に戻るという基準を導入する。すなわち、

$$\begin{aligned} \dot{\bar{R}} &> 0 \quad \text{when } \mathbf{D}^p \neq 0 \\ \mathbf{D}^p &\neq 0 \quad \text{when } \dot{\bar{R}} > 0 \end{aligned} \quad (37)$$

しかし、後述するように、この仮定によって負荷時にはいつも下負荷面が大きくなるというわけではない。

今、橋口に従い、式(37)の条件を満足する最も簡単な $\bar{R}$ の発展則は、

$$\dot{\bar{R}} = U \|\mathbf{D}^p\| \quad \text{when } \mathbf{D}^p \neq 0 \quad (38)$$

と書けばよいが、 U は $\bar{R} = 1$ (正規圧密状態) で $\bar{R}$ がもう増えないようにすればよく、

$$U = -v_2 \ln \bar{R} \quad (> 0) \quad (39)$$

がパラメータが少なくスムーズである。なお、式(38)

で $\|\mathbf{D}^p\|$ は大きさを、式(39)で v_2 は正の定数パラメータである。この U を図-2 示した。

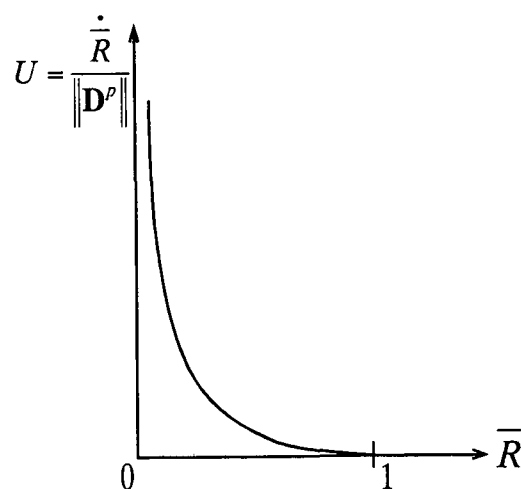


図-2 $\bar{R}$ と U の関係

3.4 構成式

塑性乗数 λ は、適応条件式(式(35))に関連流れ則(式(34))と $\bar{R}$ の発展則(式(38))を代入し、 $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \dot{\mathbf{T}}' = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \dot{\mathbf{T}}'$ なる関係を使うと、応力速度項で次式が得られる。

$$\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \dot{\mathbf{T}}'}{-J \operatorname{tr} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} + MD \frac{U \|\frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'}\|}{\bar{R}}} \quad (39)$$

さらに、 $\dot{\mathbf{T}}' = \mathbf{E} \mathbf{D}^e$ (式(21))を考慮すると、 λ はストレッチング項で表され、これを Λ と書くと、

$$\Lambda (= \lambda) = \frac{\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot ED}{-J \text{tr} \frac{\partial f}{\partial T'} + \frac{\partial f}{\partial T'} \cdot E \frac{\partial f}{\partial T'} + MD \frac{U \left\| \frac{\partial f}{\partial T'} \right\|}{R}} \quad (40)$$

のように得られる。そこで、この式(40)を用いて、過圧密粘土の構成式が次式で書ける。

$$\dot{T}' = ED - \Lambda E \frac{\partial f}{\partial T'} \quad (41)$$

式(40)からわかるように、 ν_2 の値を大きくしていくと、塑性応答は小さくなり、下負荷面モデルが示す挙動は弾性挙動に近くなる。すなわち、オリジナルカムクレイが示す過圧密挙動に近づく。

3.5 負荷基準

負荷基準 ($\Lambda = \lambda > 0$) には Λ を用いる。関数 f がカムクレイで与えられるとき、如何なる有効応力状態に対しても式(40)の分母の第1項と第2項の和を正にすることができる⁹⁾。ここで、正にするパラメータをカムクレイパラメータと呼ぶことにし、このカムクレイパラメータを用いると、式(40)の分母の第3項は非負であるので、式(40)の分母も常に正とすることができる。したがって、負荷基準は、土の状態が正規圧密も過圧密も区別なく、

$$\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot ED > 0 \quad (42)$$

で与えられる¹⁸⁾。

3.6 過圧密粘土の硬化と軟化

負荷状態は $\lambda > 0$ を用いて調べる。すなわち、式(41)は、

$$\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \dot{T}'}{-J \frac{D}{p'^2} (q - Mp') + MD \frac{U \left\| \frac{\partial f}{\partial T'} \right\|}{R}} \quad (43)$$

粘土が正規圧密状態、すなわち、 $\bar{R} = 1$ のとき $U = 0$ なので、式(43)の分母の第2項はゼロになる。したがって、限界状態線 $q = Mp'$ が $q < Mp'$ での硬化 ($\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \dot{T}' > 0$) と $q > Mp'$ における軟化 ($\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \dot{T}' < 0$) の分水嶺となる。

土が下負荷面上 (過圧密状態) にあるときは、すなわち、 $0 < \bar{R} < 1$ であるので、第2項 $MDU \left\| \frac{\partial f}{\partial T'} \right\| / \bar{R}$ は非負

となる。ゆえに、式(43)の第1項が限界状態線よりも上側 ($q > Mp'$) で負に転じて、 λ の分母は正值のままであり続けることができる。したがって、分子も負荷の間、

正值のままであることができて、すなわち、

$$\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \dot{T}' > 0 \quad (44)$$

となって、限界状態線よりも上側で硬化することが可能になる。しかも、負荷中はいつも

$$-J \text{tr} D^p = -\lambda J \text{tr} \frac{\partial f}{\partial T'} = -\lambda J \frac{D}{p'^2} (q - Mp') \quad (45)$$

なので、この限界状態線よりも上側での硬化には必ず塑性膨張が伴う。さらに限界状態線の上側で負荷が続くと、

$\bar{R}$ が発展則にしたがって1に近づくため、式(43)の分母の第1項が第2項よりも支配的になって分母全体が負になる。このため、式(43)の分子が負になって、

$$\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \dot{T}' < 0 \quad (46)$$

限界状態線の上側で軟化を示すことになる。式(45)に従えば、この軟化も塑性膨張を伴う。

これらの過圧密粘土の挙動を図-3に示した。

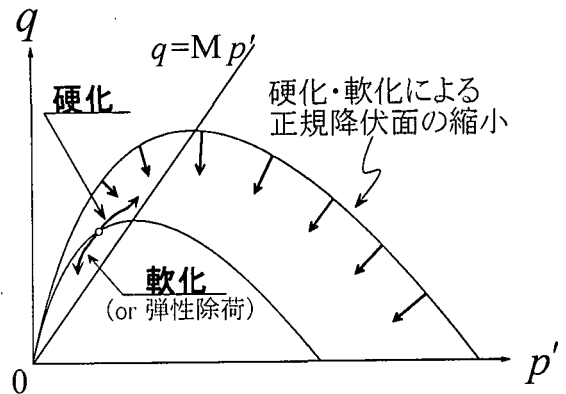


図-3 限界状態線の上側での硬化と軟化

さらに、 λ の分子は下負荷面の大きさの変化率を与える。ゆえに、硬化のときは限界状態線の下側で下負荷面が拡大し、軟化のときは縮小する。一方、式(45)と式(31)からもわかるように、負荷状態にあるとき、正規降伏面は、限界状態線の下側では拡大、上側で縮小する。このとき、両負荷面の大きさの比は、式(38)からわかるように常にお互いに近づきあう。

4. 掘削壁面の遅れ破壊

水で飽和した過圧密な地盤を掘削した場合に、地盤が示す「遅れ破壊」について調べる。

4.1 計算条件

金属材料と異なり、飽和土の弾塑性破壊挙動の解析で最も重要な点の一つは、計算に用いる地盤や供試体内部の応力や間隙比等の初期値を決めることである。

本章における計算では、掘削計算を行う前の過圧密地盤の初期条件は、次に示す1次元の弾塑性圧密（水～土連成）計算により作成する。まず、地表面に上載荷重が鉛直に作用して、飽和土が側方に均質な1次元の正規圧密状態にあると仮定すれば、カムクレイパラメータで定まる K_0 値と自重を用いて、鉛直圧・側方圧などの応力や間隙比の鉛直分布を決めることができる¹⁹⁾ので、本論文では、上載荷重 30 kPa が作用して正規圧密状態にある図-4 の飽和土地盤を想定した。この後、この上載荷重すべてを地盤から1次元除荷して圧密計算を行い、過剰水圧が完全に消散した地盤を掘削対象の地盤とした。したがって、地盤は若干であるが、図-4 よりも膨らんでいる。計算に用いた材料定数は表-1 に示す。

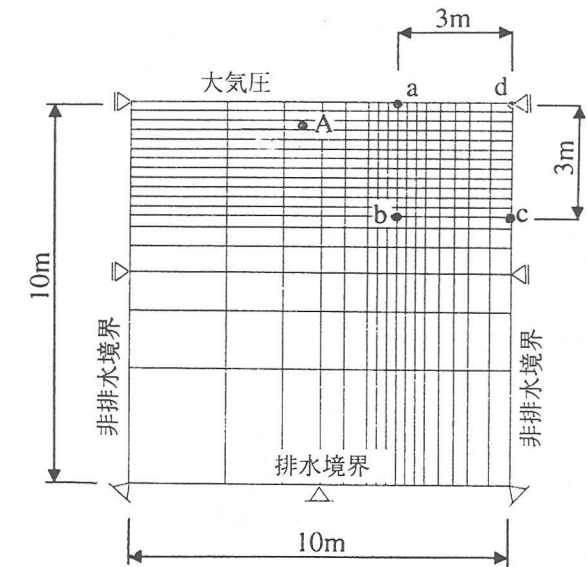


図-4 有限要素メッシュと境界条件

4.2 掘削の計算

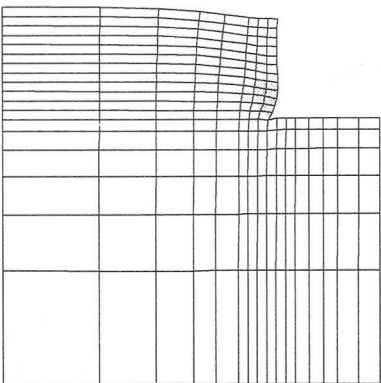
掘削過程は、1次元除荷の圧密計算により作成した地盤から掘削領域の当該要素を取り除くことで表した。このとき、水も合わせて土を掘削するものとして、掘削領域境界にあった節点の節点力を静水圧分も含めて求め、この逆向きの節点力を死荷重として地盤側に作用させた。本論文では、図-4 の矩形領域 abcd を瞬間的に（0.015sec で）掘削した。また、掘削に伴って水に関する境界条件も変わるが、掘削過程初期から掘削壁面（辺 ab と辺 bc）は水圧がゼロの境界として与えた。他の境界の境界条件は図-4 に示したまま変わらないとした。

4.3 掘削後の「遅れ破壊」

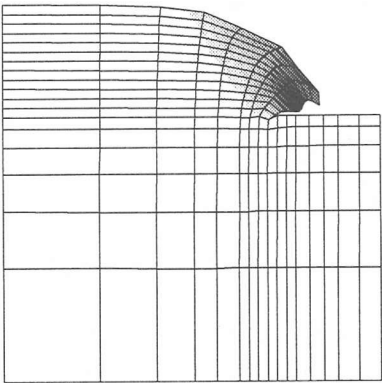
図-5、図-6 ならびに図-7 にそれぞれ、地盤内部に発生するせん断ひずみ、過圧密比 OCR ならびに掘削直後からとった比体積変化の分布の時間的推移を示す。これらの図で(a)と(b)は、それぞれ、掘削後3と37時間後のものである。掘削壁面は掘削直後に比較的鉛直に保たれるものの、時間の経過とともに内側にはらみだし、図-5 に示すようにせん断ひずみの局所化領域が拡大して最終的に「破壊」に至る。このとき、図-6 に示すように、正規圧密領域（OCR=1）は掘削壁面下部から地表面に向かって次第に広がってゆく。そして、せん断ひずみの局所化領域の発生と進展が正規圧密領域と膨張領域の拡大に対応し、この領域で吸水（図7）による軟化を伴って次第に破壊に至る。

表-1 計算に用いた材料定数

圧縮指数 $\bar{\lambda}$	0.131
膨張指数 $\bar{\kappa}$	0.016
限界状態定数 M	1.53
ポアソン比 ν	0.3
透水係数 k (m/sec)	3.00×10^{-7}
比重 G_s	2.6
下負荷係数 ν_2	10.0



(a) 3時間後



(b) 37時間後



$$\varepsilon_s = \sqrt{\frac{2}{3} e' \cdot e'}$$
$$e' = e - \frac{1}{3} (\text{tr } e) \mathbf{I}$$
$$e = \frac{1}{2} \{ \mathbf{I} - (FF^T)^{-1} \}$$

図-5 せん断ひずみ分布の推移

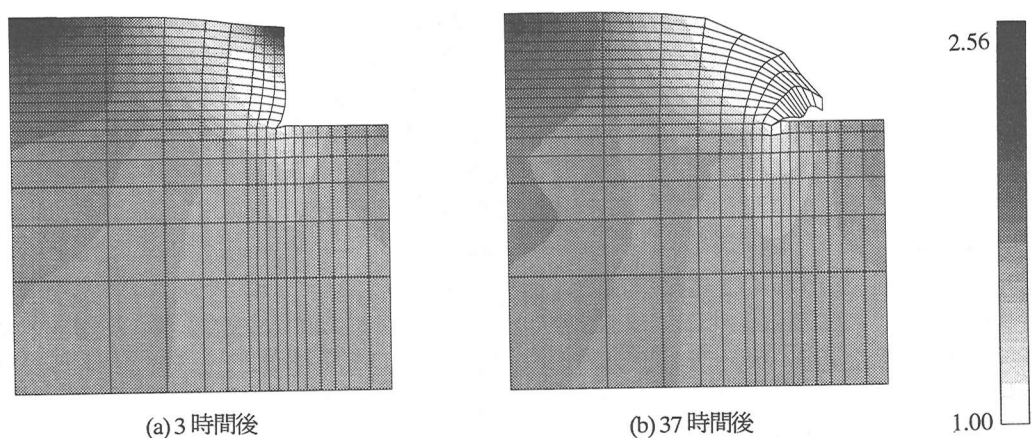


図-6 過圧密比分布の推移

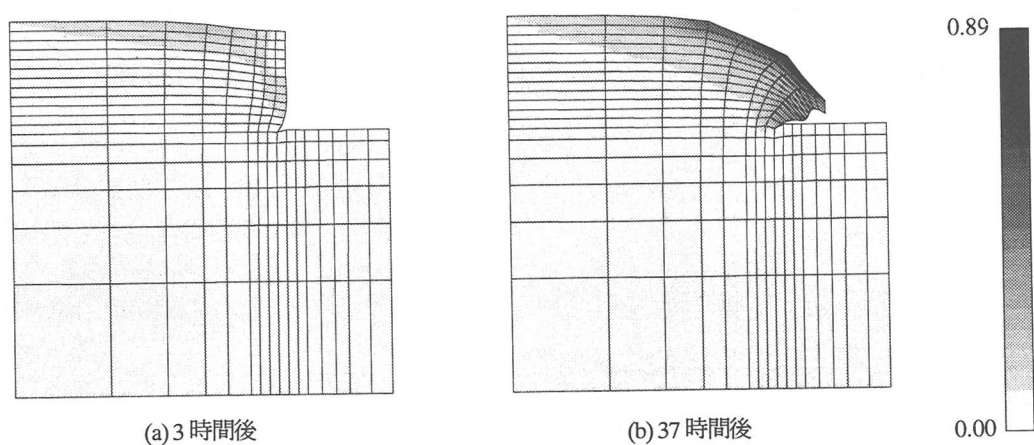


図-7 比体積変化分布の推移

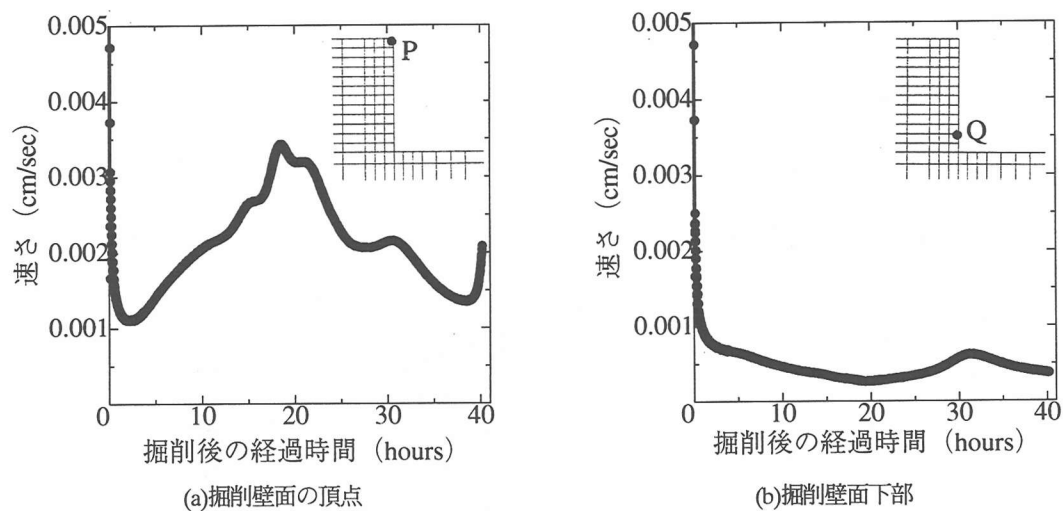


図-8 「滑ってはとまり、滑ってはとまり」の挙動

図-8(a),(b)は、図中に示す掘削壁面の節点P,Qについて、掘削後からの時間をとって刻々の変位速度の大きさ（速さ）をとったものである。点Pでは単調に挙動するのではなく、変位速度の大きさを増減させながら、すなわち、掘削地盤は滑ってはとまり、滑ってはとまりを繰り返し

ながら、破壊に至ることが分かる。この速度の大きさの増減は、上記の掘削壁面周辺の体積膨張やせん断ひずみ局所化の進展と密接に関係がある。図-9にせん断ひずみ局所化近傍の土要素（図-4中点A）の挙動を示すが、特に比体積や過剰水圧挙動からその様子が見てとれる。

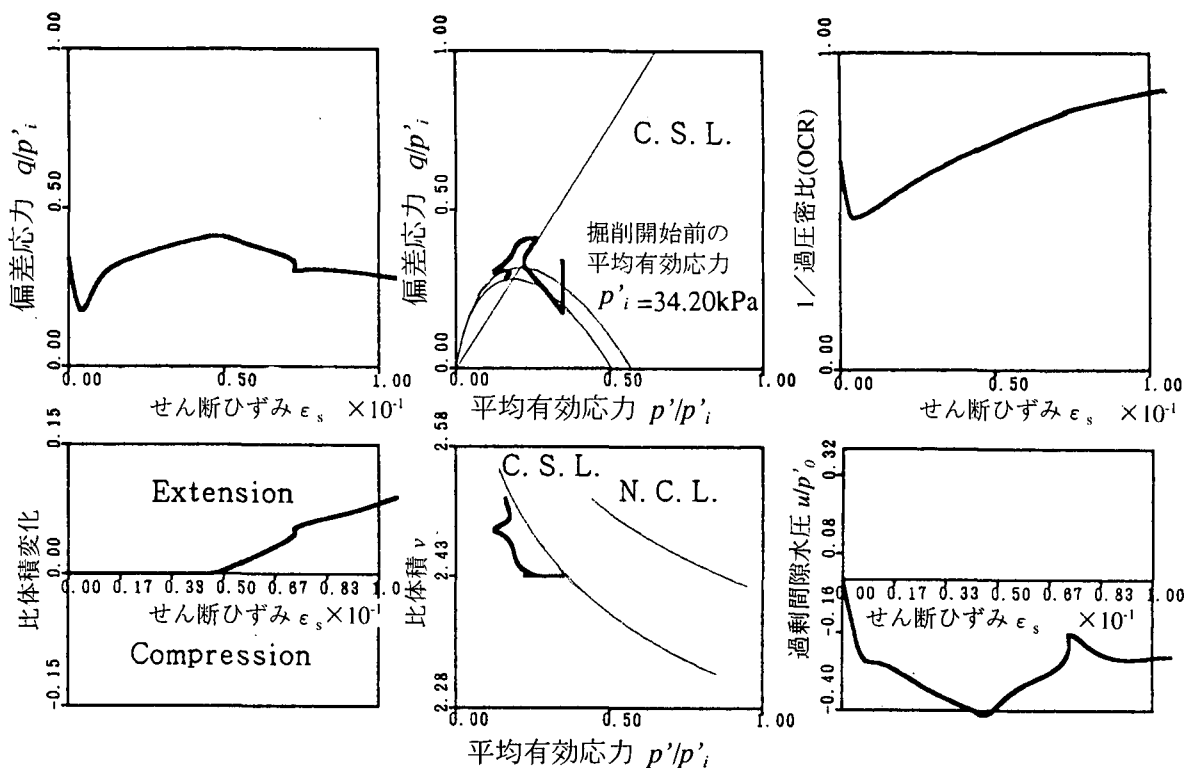


図-9 せん断面付近の土要素の挙動

5. 浸透力载荷による密な砂の遅れ破壊

密な砂の模型地盤に水位を上げて浸透力を急速に与えた後、水位を一定にすると、地盤はすぐには破壊せず、時間遅れで破壊する。以下にこの挙動を調べる。

5.1 計算条件

室内試験で行った密な砂の浸透破壊実験を数値計算でシミュレートする。本論文では模型実験について示さないが、図-10 に模型地盤の大きさと有限要素メッシュならびに境界条件のみ示す。図に示すように地盤中央部を根入れ5cmの固定矢板で仕切る。矢板右側を「下流

側」と呼んで水位一定に保ち、左側を「上流側」と呼んで水位を変動させる。本章では、急速に上流側で水载荷を行った後、ある一定高さで水位を一定に保ち、地盤の挙動を観察する。矢板下部の形状は半円とし、計算では、この部分を含む矢板に接する節点の速度場に、この形状を保つような制約条件を与えて境界条件を取り扱った²⁾。

また、密な砂は過圧密比（OCR）を大きくすることで表した。実験では、地盤全体の砂の量と層厚から間隙比が分かるので、地盤の初期土圧係数に1を仮定し、地盤中央深さの重量の時にこの間隙比になるように OCR 値を決め、地盤内部で均質に与えた。ここでは、シルト質の野間砂の材料定数²⁾を用いた。それを表-2 に示す。

表-2 計算に用いた材料定数

圧縮指数 λ	0.101
膨張指数 κ	0.0064
限界状態定数 M	1.40
ポアソン比 ν	0.3
初期間隙比 e_0	1.10
透水係数 k (cm/sec)	1.7×10^{-3}
比重 G_s	2.65
下負荷係数 ν_2	10.0
過圧密比 OCR	34.0

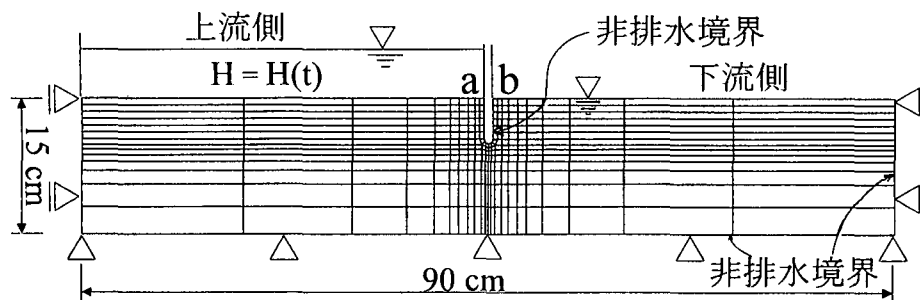


図-10 模型地盤の有限要素メッシュと境界条件

5.2 水位上昇速度一定载荷試験における地盤の挙動

単調に上流側で水位を上昇させる場合、（上流側の）限界水位 H_c は载荷速度に依存する。図-11 はその結果である。例えば、100cm/s の上昇速度で急速に载荷すると、 H_c は 50cm となり、0.001cm/sec でゆっくりと载荷すると、 H_c は 12 cm であった。なお、ここに、下流側の表面隆起速度が図-12 のようになって計算ができなくなるか、あるいは、下流側の矢板に接する節点において、節点力の側方成分が矢板と砂要素間に引張が生じるとききの水位を限界水位 H_c とした。

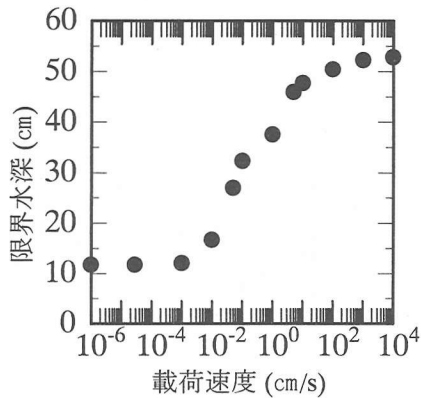


図-11 限界水深 H_c に及ぼす水载荷速度 H の依存性

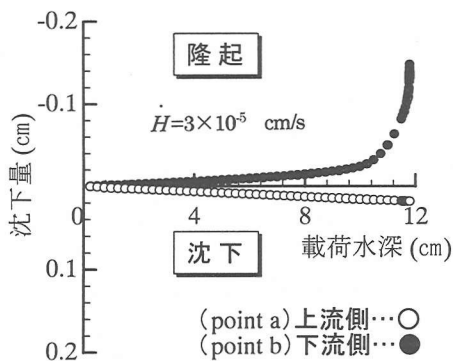


図-12 定率水载荷時の矢板近傍の地盤の沈下・隆起挙動例

5.3 密な砂地盤の「遅れ破壊」

この密な砂地盤に対し、100cm/s の上昇速度で急速に水位が 14cm になるまで载荷し、水位を一定に保った。

図-13 に計算結果として、矢板付近の砂地盤の挙動を示す。密な砂地盤は、下流側（図-10 中点 b）が隆起を示すが、4 章の掘削問題で示したように変位速度を増減させて破壊に至る。また時間も十分に要する。

図-14に水位一定直後と3分後の矢板近傍の全水頭分布を示す。水位一定直後は上流側で水圧が大きく発生して全水頭の値が大きくなるが、すぐに定常浸透場に近づく。図-15と図-16にそれぞれ、水位を一定にしてから約15分経過して破壊した時の比体積変化の分布と過圧密比の分布を示す。下流側矢板付近では膨張が大きく、正規圧密土化（OCR=1）していることがわかる。

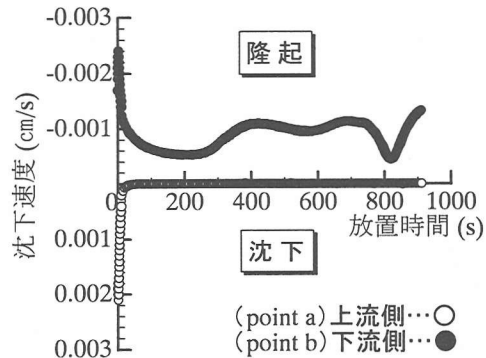


図-13 水位一定時の矢板近傍の挙動

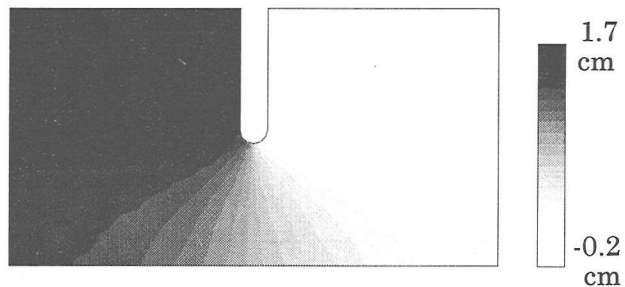


図-14(a) 载荷終了直後の全水頭分布

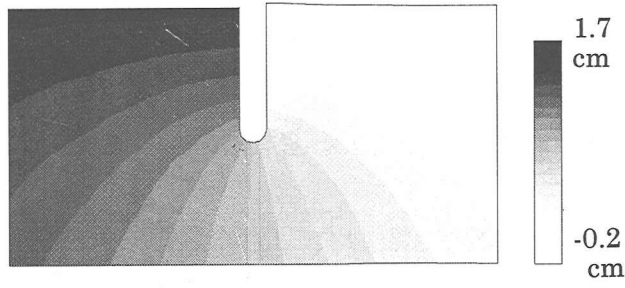


図-14(b) 水位一定3分後の定常浸透場

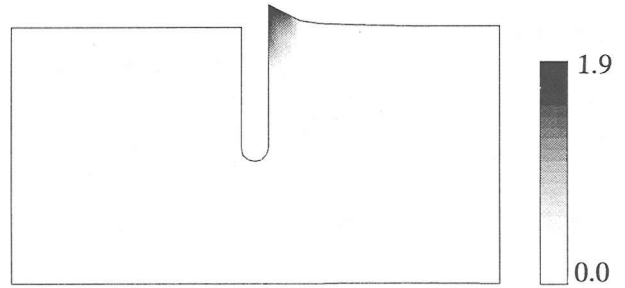


図-15 破壊時の比体積変化の分布

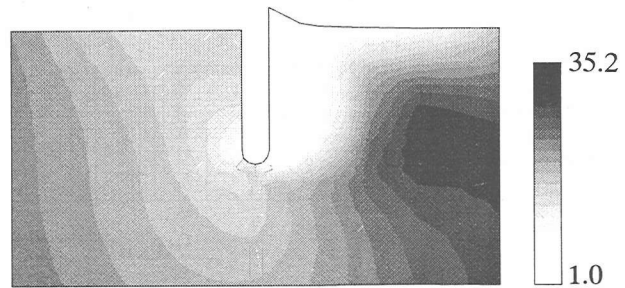


図-16 破壊時の過圧密比分布

図-17で位置を示す3つの砂要素の有効応力経路を図-18に示す。載荷直後、上流側で吸水条件にあるにもかかわらず、ほとんどの砂要素が、限界状態線の上側で硬化を示し、最初は浸透力に抵抗しているようであった。しかし、水位を一定にして3分後、砂要素 (I) は液状化 ($p' = q = 0$) を示し、他の砂要素 (II) も液状化に向かった。この時点で砂要素 (III) は、近くの砂要素が液状化に向かう代わりに、硬化を示して浸透力に抵抗しようとする。しかしそれも15分後にはむなしく、この砂要素も軟化に転じ液状化の領域が拡大してゆく。密な砂の液状化はこのような時間遅れで生じ、軟化域が拡大してゆく。

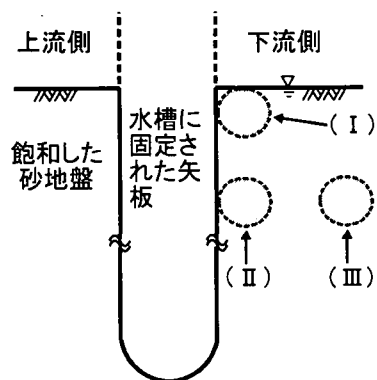
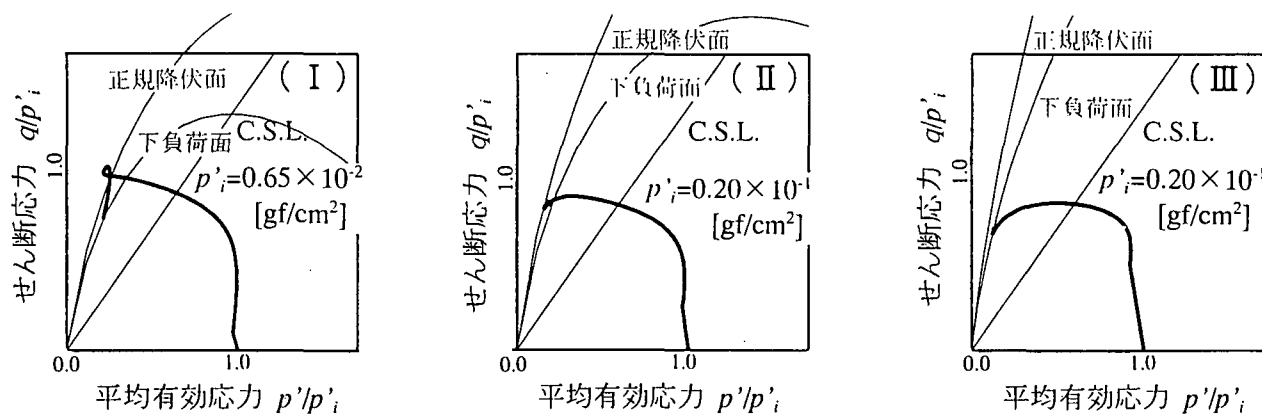
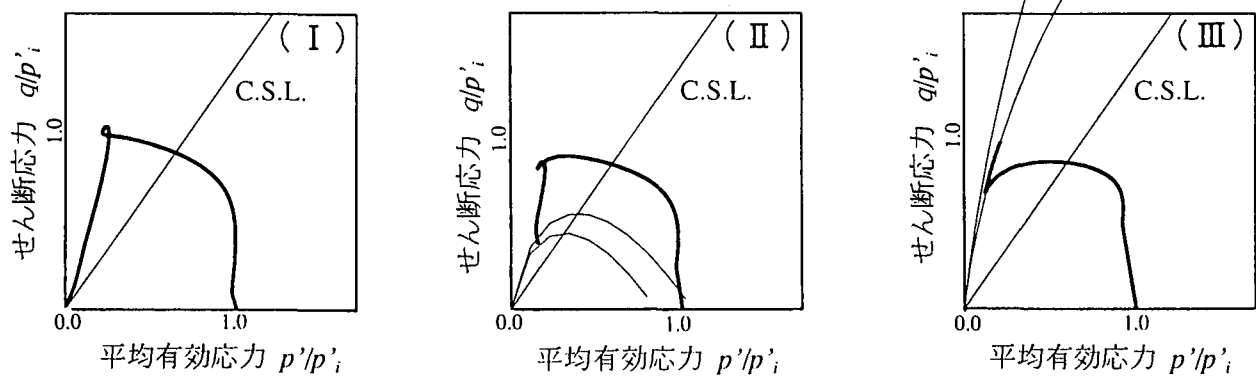


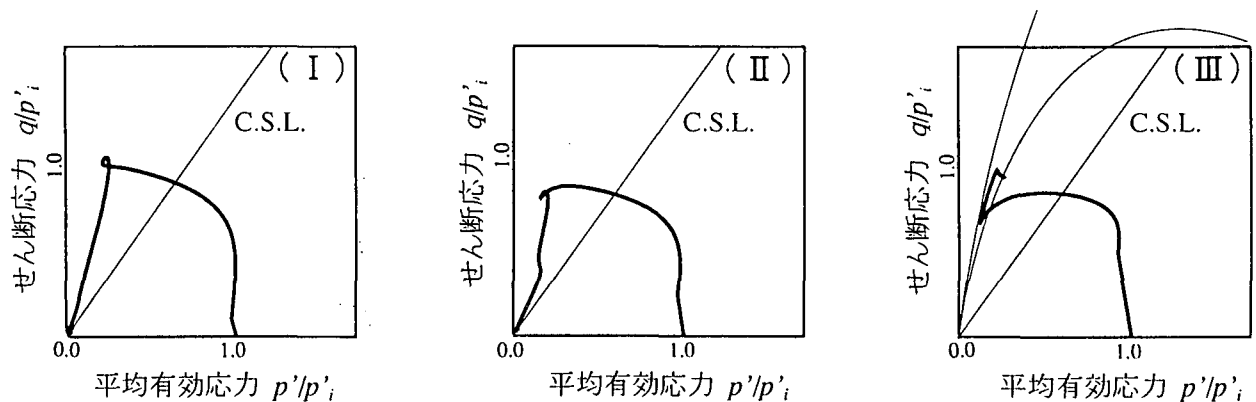
図-17 挙動を観察する領域



(a) 3分後 (p'_i : 要素の初期平均有効応力)



(b) 6分後



(c) 15分後 (ほぼ破壊時)

図-18 液状化域の伝搬

6. おわりに

土骨格の構成式に下負荷面カムクレイモデルを用いた水～土連成有限変形計算により、飽和した過圧密土地盤の遅れ変形や遅れ破壊について調べた。

飽和した過圧密土地盤が破壊に至るときには、せん断ひずみの局所化領域とその近傍において正規圧密土化が進行する。その際、この領域にある土要素は吸水軟化を示すが、この吸水量がダルシー則に時間制御されるため、せん断ひずみの局所化の進行も時間制御され、初期に過圧密土にあった地盤は、載荷・除荷時から遅れを伴った進行性破壊を示すことが明らかになった。

付記：本研究の一部は、文部省科学研究費補助金（基盤研究(B)(2) 課題番号 09450181 研究代表者：松尾稔）の助成を得て行った。

参考文献

- 1) Yatomi, C., Yashima, A., Izuka, A. and Sano, I.: General theory of shear bands formation by a non-coaxial Cam-clay model, *Soils and Foundations*, Vol.29, No. 3, pp.41-53, 1989.
- 2) Green, A. E. and Naghdi, P.M.: A General theory of elastic-plastic continuum: *Arch. Rat. Mech. Anal.*, Vol. 18, pp.251-281, 1965.
- 3) Dienes, J. K.: On the analysis of rotation and stress rate in deforming bodies, *Acta. Mech.*, Vol. 32, pp.217-232, 1979.
- 4) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T.: Soil-water coupled behavior of saturated clay near/at critical state, *Soils and Foundations*, Vol. 34, No. 1, pp.91-105, 1994.
- 5) Asaoka, A. and Noda, T.: Imperfection-sensitive bifurcation of Cam-Clay under plane strain compression with undrained boundaries, *Soils and Foundations*, Vol. 35, No. 1, pp.91-105, 1995.
- 6) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T.: Soil-water coupled behavior of heavily overconsolidated clay near/at critical state, *Soils and Foundations*, Vol.37, No.1, 13-28, 1997.
- 7) Asaoka, A., Noda, T. and Fernando, G.S.K.: Effects of changes in geometry on the linear elastic consolidation deformation, *Soils and Foundations*, Vol.37, No.1, 29-39, 1997.
- 8) Christian, J. T. and Boehmer, J. W.: Plane strain consolidation by finite elements, *J. of Soil Mech. Found. Div., ASCE*, Vol. 96 (SM4), pp. 1435-1457, 1970.
- 9) 赤井浩一・田村武.: 弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析, 土木学会論文集, 第 269 号, pp.95-104, 1978.
- 10) Roscoe, K. H., Schofield, A. N. and Thurairajah, A.: Yielding of clays in states wetter than critical, *Geotechnique*, Vol. 13, No. 1, pp. 211-240, 1963.
- 11) Schofield, A. N. and Wroth, C. P. (1968): *Critical State Soil Mechanics*, McGraw Hill.
- 12) Drucker, D. C.: Conventional and unconventional plastic response and representation, *Appl. Mech. Rev. (ASME)*, Vol.41, pp.151-167, 1988.
- 13) Hashiguchi, K. and Ueno, M.: Elasto-plastic constitutive laws of granular materials, *Constitutive Equations of Soils, (Proc. Spec. Session 9th Int. Conf. SMFE, Murayama, S. and Schofield, A. N. Eds.)*, Tokyo, JSSMFE, pp. 73-82, 1977.
- 14) Hashiguchi, K.: Subloading surface model in unconventional plasticity, *Int. J. of Solids and Structures*, Vol. 25, pp. 917-945, 1989.
- 15) Henkel, D. J.: The shear strength of saturated remoulded clay, *Proc. of research Conf. on Shear Strength of Cohesive Soils at Boulder, Colorado*, pp. 533-540, 1960.
- 16) 太田秀樹 : Analysis of deformations of soils based on the theory of plasticity and its application to settlement of embankments, 京都大学学位申請論文, 1971.
- 17) 柴田徹 : 正規圧密粘土の体積変化について, 京大防災年報, 京都大学, 6 号, pp. 128-134, 1963.
- 18) Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L.: *The Finite Element Method*, Vol.2, 4th ed., McGraw-Hill, 1991.
- 19) 野田利弘・高稲敏浩・浅岡顕 : 水～土連成計算による土留めに作用する力の時間依存性挙動の解析, 土木学会論文集, to appear, 1998.
- 20) Asaoka, A., Noda, T. and Kaneda, K. : Displacement/traction boundary conditions represented by constraint conditions on velocity field of soils, *Soils and Foundations*, to appear, 1998.
- 21) Asaoka, A. and Kodaka, T. : Seepage failure experiments and their analyses of loose sand medium dense sands, *Soils and Foundations*, Vol.32, No.3, pp.117-129, 1992.

(1998 年 4 月 24 日受付)