

密度関数の解法に CIP 法を用いた VOF 法の解析精度に関する研究

Computational accuracy of the VOF method using the CIP method
for solving advections of density functions

山田文彦*・滝川 清**・飯尾昌和***

Fumihiko YAMADA, Kiyoshi TAKIKAWA and Masakazu IIO

*正会員 工修 熊本大学助手 工学部環境システム工学科 (〒860-8555 熊本市黒髪2丁目39-1)

**正会員 工博 熊本大学教授 工学部環境システム工学科 (〒860-8555 熊本市黒髪2丁目39-1)

***正会員 工修 (株)日本港湾コンサルタント 環境部 (〒150-0022 東京都渋谷区恵比寿南1丁目15-1)

A computational technique for improving the accuracy of both recognizing the free surface and satisfying mass-conservation in fluid problems is presented. The Volume of Fluid (VOF) method does not take into account the transportation of interface gradients. Furthermore, because the advective equation of density functions is used for tracking free surface advection, a computational scheme having less numerical diffusion must be considered. Investigations of numerical diffusion in conventional numerical schemes indicated that the Cubic Interpolated Pseudo-particle (CIP) method associated with the Digitizer method (tangential transformation of density functions) is a less diffusive scheme. As numerical examples, sloshing motion in a rectangular tank and broken dam flow are analyzed using the above CIP method. The accuracy of both recognizing free surface and satisfying mass-conservation is verified through comparison with experimental and analytical solutions.

Key words : *free surface, mass-conservation, numerical diffusion, Volume of Fluid (VOF) method, Cubic Interpolated Pseudo particle (CIP) method*

1. 序論

自由表面を含む流体现象は、水面波、タンク内の液面振動などの大きなスケールの現象から、液滴の運動や塗装における薄膜の運動などの小さなスケールの現象まで、広範な工学分野で頻繁に出現する極めて重要な問題である。このような現象を解析的に解く場合には、境界条件を与える自由表面の位置を、解の一部として求めなければならないという非線形性のため、自由表面の変位を微小と仮定し、線形化近似を行う必要がある。そのため、砕波のような大変形を伴う自由表面流れの解析は困難であった。

一方、近年の計算機技術の進展により、実験的・解析的に取扱うことが困難であった非線形現象に対して、計算力学的アプローチが広く用いられるようになってきた。流体现象の基礎式を最小限の仮定と近似のもとで、直接数値的に解くこの手法は、自由表面流れの解析にも大変有効である。

非線形性の強い水面波の問題では、自由表面がその形状を時々刻々と複雑に変化させるため、移動境界問題としての取扱いも必要となる。そのため、水面波の数値解析にあたっては、移動境界の位置を

正確に把握し、その運動と連成させて流れ場の解析を行わなければならない、支配方程式に対する数値計算手法のほかに、移動境界の位置を正確に認識し、追跡する手法が新たに必要となる。

自由表面形状を精度よく追跡するために、従来の研究においては、木倉ら¹⁾、滝川ら²⁾、川原ら³⁾は有限要素法 (Finite Element Method : FEM)を、また、牛島⁴⁾、越塚ら⁵⁾、滝川ら⁶⁾は境界適合座標法 (Boundary-Fitted Coordinate method : BFC)を、さらに Hirt ら⁷⁾、西村ら⁸⁾は Lagrangian 法等を適用している。しかし、いずれの方法も移動境界の追跡のために計算格子の頻繁な再構成が必要であり、その際に数値誤差や数値不安定性を発生する可能性がある。また、砕波特有の巻込みジェットの再現にも限界がある。

Longuet-Higgins⁹⁾、中山ら¹⁰⁾、安田ら¹¹⁾は境界要素法 (Boundary Element Method : BFC)により巻込みジェットの再現を行い、ジェットが水面に接触する付近までの計算を行っている。しかし、ポテンシャル理論に基づいた解析であるため、砕波後のエネルギー逸散領域への適用は困難である。

これに対して、差分法を用い計算格子の再構成を必要とせず、砕波などの大変形問題にも適用可能

な解析手法が、Harlow ら¹²⁾の先駆的な研究以来、数多く提案されている。これらの手法は、Marker and Cell (MAC) 法^{12)~14)}に代表される Marker や Line Segment 等を用いて自由表面を追跡する方法と、流体の体積占有率 (Volume of Fluid: VOF 関数) に着目し、VOF 関数の移流方程式を解くことで自由表面位置を求める VOF 法^{15)~17)}に細分される。

現状では、VOF 法の方が解析の汎用性は高く、また3次元への拡張も容易であることから、自由表面流れの解析において威力を発揮している。しかし、この方法においても自由表面における流体粒子速度が数値拡散を受けるため、自由表面位置が不正確になるという弱点が存在し、質量の保存性が低下することが知られている (例えば、米山ら¹⁶⁾)。これは、移流方程式の解法に局所的な移動体積を完全に保存する Donor-Acceptor 法という高精度な離散化手法を用いながらも、界面勾配の輸送が不完全であることに原因の一端があると考えられる。

そこで本研究では、VOF 法の適用に際し、VOF 関数の移流方程式の解法に界面勾配の輸送を考慮したスキームを適用することで、移動境界の認識・追跡精度および質量保存性を向上し、最終的には砕波変形を含む非線型性の強い波動場を対象とした数値解析手法の構築を目指すものである。

最近、功刀¹⁸⁾は界面勾配を考慮した界面輸送法を含む多相流の直接解析手法 (Multi-interface Advection and Reconstruction Solver: MARS) を開発し、気泡塔下部オリフィスから連続的に発生する気泡等の解析を行っているが、格子セル内で界面勾配を一次関数で近似しているため、砕波時に多価関数となる複雑な自由表面形状を認識するには、格子分割数が非常に多くなるなど問題も残る。

一方、Osher ら¹⁹⁾は非保存形の Level-Set 関数の移流方程式を密度および粘性係数の移流方程式に連成させる Level-Set 法を開発し、界面形状の捕獲と輸送を行い、Yabe ら²⁰⁾は、物理量とその空間一階微分を変数として持ち、それらの移流方程式を同時に解き、数値拡散の極めて少ない界面輸送を実現した (Cubic Interpolated Pseudo-particle: CIP 法)。さらにこの方法は、空間1階微分を変数として持つため、2つの格子点情報のみで3次精度のスキームが構築できるコンパクト性も有している。

本報告では、数種類のスキームの数値拡散を比較検討した結果、VOF 関数の移流方程式の解法には、CIP 法とその Tangent 変換を用いる Digitizer²¹⁾の組み合わせを採用し、移動境界の認識精度と保存性の向上を行った。解析例として、矩形容器内のスロッシング現象およびダム崩壊現象の解析を行い、実験値や解析解との比較により、計算精度とその有効性を確認した。

2. 従来の移動境界問題の解析方法

移動境界問題の解析方法には、大きく分けて、自由表面の位置を直接的に表現する方法と間接的に表現する方法の二つがある。前者には、高さ関数法、線分法等があり、後者にはマーカー粒子法、密度関数法等がある。

2.1 高さ関数法

移動境界を、固定壁等からの高さ h の1価関数として表現する方法であり、2次元の場合、移動境界の位置は(1)式の運動学的境界条件によって求める。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} = v \quad (1)$$

ここで、 u, v は x, y 方向の速度である。

比較的容易に移動境界を表現できるが、砕波のような多価関数となる場合には適用できない。

2.2 線分法¹⁴⁾

移動境界を線分 (セグメント) のつながりで表現する方法である。自由表面を水平座標 x の多価関数として扱えるため、砕波、巻き波などの現象にも対応できるが、線分データの処理はかなり複雑であり、3次元への拡張性はほとんどない。

2.3 マーカー粒子法^{12),13)}

液相に多数のマーカー粒子を分散させ、自由表面の位置はこのマーカー粒子を含む領域と含まない領域の境界にあると定義する。いかなる自由表面の形状も原理的には計算可能である。しかし、表面張力の算定に必要な、自由表面における法線方向の判定は困難である。

2.4 密度関数法²²⁾

界面をある関数値の不連続面として扱うのが密度関数法である。計算領域の各点における密度関数 ρ_m を次のように定義する。

$$\begin{aligned} \rho_m = 1 &: \text{流体が存在する} \\ \rho_m = 0 &: \text{流体が存在しない} \end{aligned}$$

また、密度関数 ρ_m は(2)式の移流方程式に従って時間発展するものと仮定する。

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + u_i \frac{\partial \rho_m}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

ここで、 u_i は x_i 方向の速度である。

この方程式を解く場合、数値拡散の少ないスキームを採用する必要がある。

2. 5 VOF 法¹⁵⁾

VOF 法は、(2)式中の ρ_m の代わりに体積占有率を表す VOF 関数 : F について解く方法である。2次元の場合、(3)式となる。VOF 法は、マーカー粒子法の欠点である計算時間、記憶域の増大を解消できる。

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

VOF 法では、F の値により、各計算セルを次のように分類する。

F=0 : 気体セル
F=1 : 液体セル
0<F<1 : 表面セル

VOF 法において表面形状の認識は、表面セルに対してそのセル内での表面がどの座標軸に対して、より垂直に近いかを評価することにより行う。このことは隣接するセル間を横切る界面の勾配を無視した流体輸送を行うことになる。本研究では、VOF 法の精度向上にあたって、界面勾配の輸送を考慮するために、VOF 関数の移流方程式(3)への CIP 法の適用を検討する。

3. CIP 法²⁰⁾

本スキームは、Yabe ら²⁰⁾が提唱した3次のスプライン補間を基礎とし、その補間点を(4)式 of 双曲型移流方程式の解が $f(x, t) = f(x - ut, 0)$ であるので、ごく微小な時間間隔 Δt で考えて、 $x - u \cdot \Delta t$ ずらしたところから取る方法である。ここで、 f はある物理量、 u は速度を示す。

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

さらに、メッシュ間のプロファイルについても、(4)式と同様の方程式により移流されると仮定し、2点の格子点情報のみで数値拡散を押さえた3次精度のスキームを構築している。

3. 1 Digitizer²¹⁾

Yabe²¹⁾はさらに、(4)式の物理量 f を解く代わりに、(5)式に示す Tangent 変換を行い、変数 h について(4)

式を用いて解析を行い、結果出力の際に逆変換する方法を提案した。

$$h = \tan\{0.99\pi(f - 0.5)\} \quad (5)$$

ここで係数 0.99 は h が無限大になることを防ぐためである。境界面で f が 0 から 1 に急激な変化をしても h の変化は穏やかである。Tangent 関数による変換は、 f を 0 から 1 までの一定の値に収めるので、VOF 法の F 関数への適用が考えられる。

3. 2 他の高次スキームとの計算精度の比較

前出のように、VOF 法の精度向上には、(3)式をいかに数値拡散を押さえ、精度良く解くかが重要と考えられる。そこで、CIP 法と他の高次スキームとの計算精度を比較するために、(4)式を用い、1次元の計算を行った。ここで u は一定とし、物理量 f の初期分布は朝位ら²²⁾にならって、ガウス分布、半楕円分布、矩形分布とした。ここで、ガウス分布は極値の再現性の検討、半楕円分布は様々な勾配に対する検討、また、矩形分布は不連続面近傍での数値振動の検討にそれぞれ最適な分布形状である。

ピーク値 1、標準偏差 1.5 m、中心位置 $x=150$ m のガウス分布、中心位置 $x=125$ m、 x 方向の半径 10 m、ピーク値 1 の半楕円分布および中心位置 $x=100$ m、上辺の長さ 10 m、高さ 1 の矩形分布の重ね合わせを一定流速 0.5 m/sec で 100 sec 間 x の正方向に移流させる。計算格子間隔は 1.0 m、計算時間間隔は 0.2 sec であり、クーラン数は 0.1 となる。

図-1 はそれぞれ、K-K スキーム²⁴⁾、QUICK スキーム²⁵⁾ (時間積分には2次精度 Adams-Bashforth 法)、保存形式 6-point スキーム²⁶⁾、CIP 法、CIP 法 + Digitizer による計算結果を示す。

K-K スキームは顕著な数値振動は引き起こしていないが、矩形分布や楕円分布でオーバーシュートやアンダーシュートが見られ、またガウス分布の最大値の再現性も低い。

QUICK スキームでは、K-K スキームに比べてオーバーシュート・アンダーシュートとも若干の改善が見られるが、ガウス分布の最大値の再現性は低いままである。

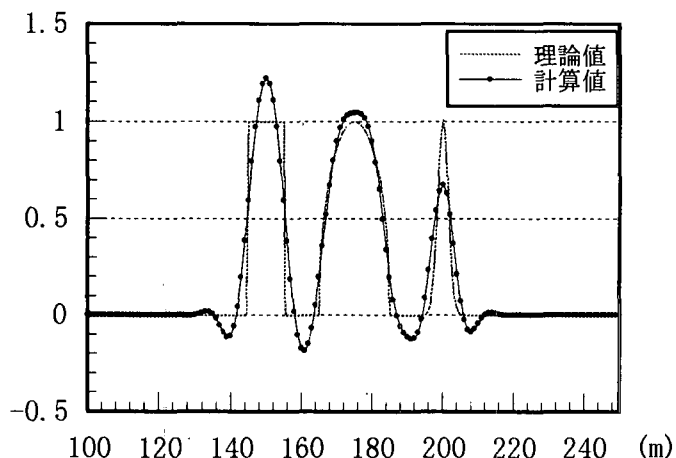
保存形式 6-point スキームは半楕円分布およびガウス分布の最大値の再現性は極めて良好であり、数値振動を伴うものの、アンダーシュート部もかなり改善されている。しかし、矩形分布の不連続点前後で大きな数値振動が生じていることがわかる。

CIP 法を用いると、全体的に数値拡散がかなり押さえられていることがわかる。矩形波の角付近に若干のオーバーシュートが見られ、また、ガウス分布

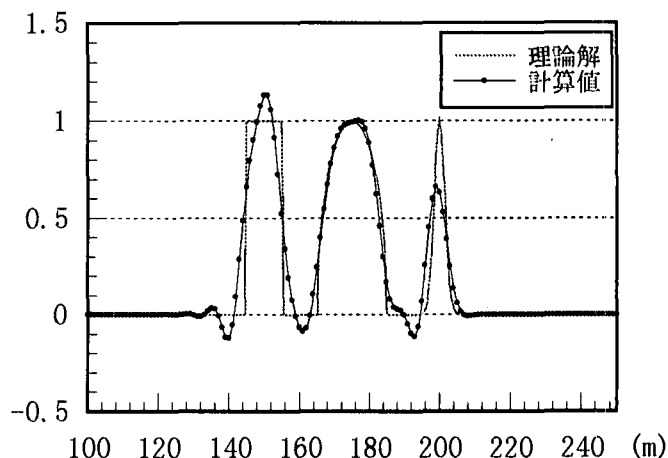
の最大値の再現性は保存形式 6-point スキームより低下している。

CIP 法に Digitizer の変換を施すと、オーバーシュート・アンダーシュートは無くなり、矩形分布はほぼ完全に再現されているが、半楕円分布やガウス分布において、部分的に過大評価する傾向がみられる。ここで、前述のように(5)式の係数 0.99 は f の値が 0 および 1 の時に h が無限大とならないようにする

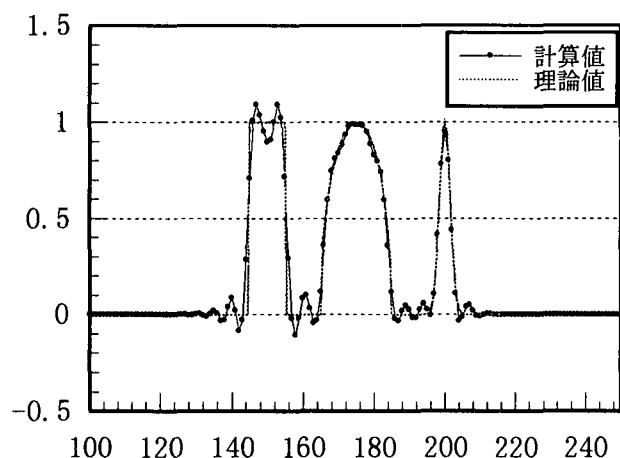
ものであるが、ここでは、 h のわずかな見積もり誤差が f の値に過敏に反応したものとも考えられる。そこで、この係数を調整し、0.85 としたものが(6)図である。なお、図は示していないが、クーラン数を大きくしても、係数を 0.85 とすると再現性は良好であった。これらの結果より、VOF 関数の移流方程式へ CIP 法と Digitizer を適用することで、VOF 法の精度向上が期待できると考えられる。



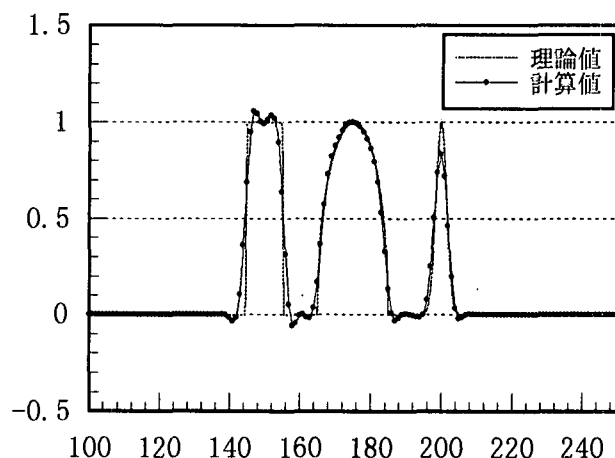
(1) K-K



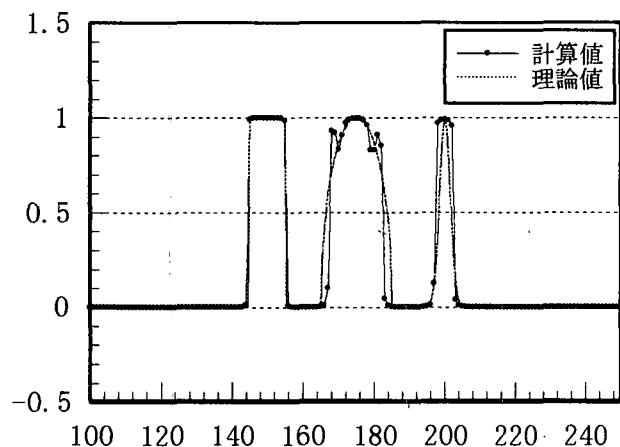
(2) QUICK



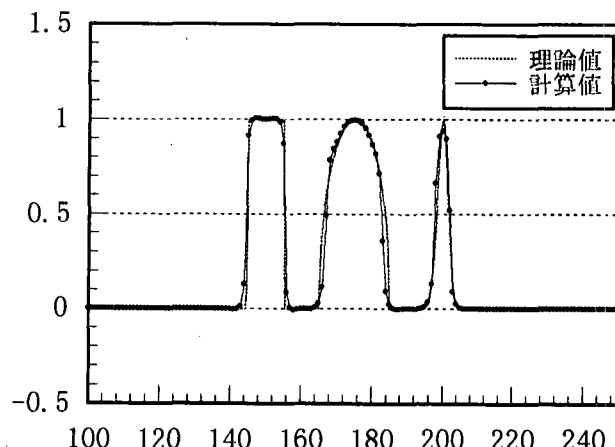
(3) 保存形式 6-Point



(4) CIP



(5) CIP + Digitizer (0.99)



(6) CIP + Digitizer (0.85)

図-1 計算精度の比較

4. 移動境界問題への適用計算例

VOF 関数の移流方程式(3)の解法に、前出の CIP 法と Digitizer を組み合わせた方法の有効性を確かめるために、矩形容器内のスロッシング現象とダム崩壊現象の解析をおこない、Donor-Acceptor 法を用いた従来の VOF 法および実験値等との比較を行う。

4.1 基礎方程式

本研究では、計算領域内に液相領域と気相領域とを想定し、液相領域についてのみ運動量保存則を適用する。液相領域では、基礎式として非圧縮性粘性流体を対象とした連続方程式と、Navier-Stokes 運動方程式とが成り立つ。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + F_x \quad (7)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + F_y \quad (8)$$

ここで、 (u, v) は (x, y) 方向の流速成分、 ρ は密度、 p は圧力、 (F_x, F_y) は (x, y) 方向の物体力成分、 ν は動粘性係数である。

液相領域の移動は、前述したように、計算格子内の流体占有率を $[0, 1]$ で正規化した VOF 関数 F によって表現し、VOF 関数の等値面 ($F=0.5$) によって自由表面の形状が定義される。

また、VOF 関数は移流によって移動するものと仮定し、(3)式により評価する。

4.2 離散化および数値計算手法

基礎方程式は、SOLA-VOF 法²⁵⁾に従い、差分法によって離散化した。なお、(7)、(8)式中の移流項には、今回は2次の風上差分法を用いている。また、速度場と圧力場の収束解法には SOLA (numerical SOLution Algorithm for transient fluid flow)法²⁶⁾を用いた。

次に、CIP 法を用いた(3)式の離散化について述べる。ここでは、VOF 関数の移流方程式として非保存形表示の(3)式に代り、保存形表示の(9)式を用いる。

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \quad (9)$$

ここで、(9)式を(10)式のように変形し、さらに(10)式の空間微分をとると(11)、(12)式ようになる

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} = -F \frac{\partial u}{\partial x} - F \frac{\partial v}{\partial y} = H \quad (10)$$

$$\frac{\partial G_x}{\partial t} + u \frac{\partial G_x}{\partial x} + v \frac{\partial G_x}{\partial y} = \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial G_x}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial G_x}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} \quad (11)$$

$$\frac{\partial G_y}{\partial t} + u \frac{\partial G_y}{\partial x} + v \frac{\partial G_y}{\partial y} = \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G_y}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial G_y}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} \quad (12)$$

$$\text{ここで、} G_x = \frac{\partial F}{\partial x}, G_y = \frac{\partial F}{\partial y}$$

保存形方程式に対する CIP 法は、2段階の時間積分法であり、1段目の advection phase と2段目の non-advection phase により解を進展する。まず、advection phase では、以下の式に対して

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial G_x}{\partial t} + u \frac{\partial G_x}{\partial x} + v \frac{\partial G_x}{\partial y} = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial G_y}{\partial t} + u \frac{\partial G_y}{\partial x} + v \frac{\partial G_y}{\partial y} = 0 \quad (15)$$

3. で述べた手法を2次元に拡張し、適用する。

この段階で、 $F^n \rightarrow F^*, G_x^n \rightarrow G_x^*, G_y^n \rightarrow G_y^*$ へと時間進行するが、それらの式の詳細は Yabe ら²⁹⁾を参照されたい。なお、上付き添え字は時刻を表し、 n は既知時刻、 $*$ は中間点を示す。

次に、non-advection phase においては、以下の式を解き、 $n+1$ 時刻の物理量および空間勾配を決定する。

$$\frac{\partial F}{\partial t} = -F \frac{\partial u}{\partial x} - F \frac{\partial v}{\partial y} = H \quad (16)$$

$$\frac{\partial G_x}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial G_x}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial G_x}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} \quad (17)$$

$$\frac{\partial G_y}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G_y}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial G_y}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} \quad (18)$$

なお、ここでは差分法を用いて、それぞれ、次のように離散化した。

$$F_{ij}^{n+1} = F_{ij}^* - \Delta t \cdot F_{ij}^n \left\{ \frac{u_{ij} - u_{i-1j}}{\Delta x} + \frac{v_{ij} - v_{ij-1}}{\Delta y} \right\} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} G_{xij}^{n+1} &= G_{xij}^* + \frac{F_{i+1j}^{n+1} - F_{i-1j}^{n+1}}{2\Delta x} - \frac{F_{i+1j}^* - F_{i-1j}^*}{2\Delta x} \\ &= -G_{xij}^n \frac{u_{i+1j} - u_{i-1j}}{2\Delta x} - G_{yij}^n \frac{v_{i+1j} - v_{i-1j}}{2\Delta x} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} G_{yij}^{n+1} &= G_{yij}^* + \frac{F_{ij+1}^{n+1} - F_{ij-1}^{n+1}}{2\Delta y} - \frac{F_{ij+1}^* - F_{ij-1}^*}{2\Delta y} \\ &= -G_{xij}^n \frac{u_{ij+1} - u_{ij-1}}{2\Delta y} - G_{yij}^n \frac{v_{ij+1} - v_{ij-1}}{2\Delta y} \end{aligned} \quad (21)$$

ここで、

$$u_{ij} = \frac{u_{ij} + u_{i-1j}}{2}, \quad v_{ij} = \frac{v_{ij} + v_{ij-1}}{2}$$

$\Delta x, \Delta y$ は格子分割幅、下付き添字はセルの配列を示す。

また、今回の計算ではの Digitizer による VOF 関数の変換は、3 節の結果を考慮して以下のように行った。つまり、実際の計算は F ではなく h を未知量として計算し、逆変換により F の値を求める。

$$h = \tan\{0.85\pi(F - 0.5)\} \quad (22)$$

4. 3 矩形容器内のスロッシング現象

図-2 に示すように、タンクは 2 次元とし、 $L=0.9$ m、 $H=0.6$ m とした。水平方向の加速度は

$$GX = -A_0 \omega^2 \sin \omega t \quad (23)$$

で表される。ここに A_0 はタンクの振幅、 ω は振動の角周波数である。今回の計算では、 $A_0=0.002$ m、

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 1.14 \text{ sec} \text{ である。}$$

なお、計算においてタンク壁面では、No-Slip 条

件を与え、自由表面における圧力は自由表面で大気圧を与えている。また、格子間隔は x, y 方向とも 1.0 cm、計算時間間隔は $T/500$ sec とした。

図-3 は、左側の壁における水位変化の計算結果を、Nakayama ら³⁰⁾の解析結果と比較したものである。

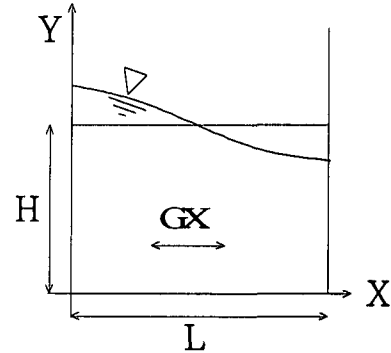


図-2 タンク内のスロッシング

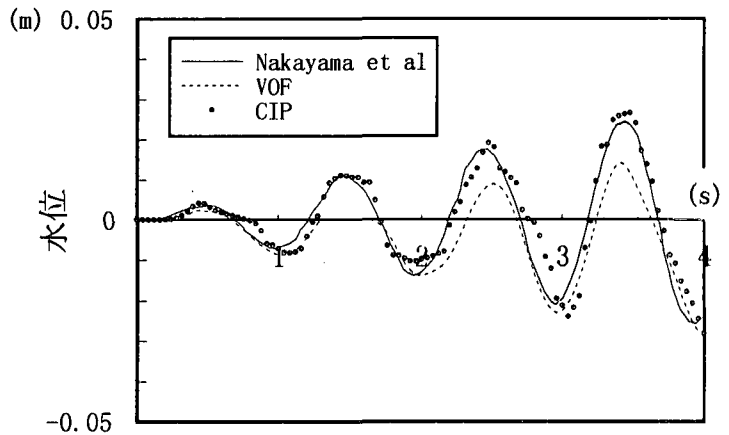


図-3 計算結果の比較

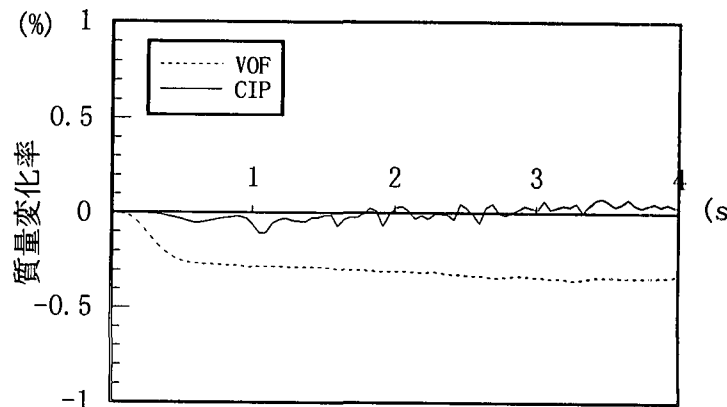


図-4 質量変化率の経時変化

図中の実線が Nakayama らの解析結果、点線が VOF 法による解析結果、黒丸が CIP 法+Digitizer の解析結果である。VOF 法の結果は水位の振幅が上向きなるにしたがって、Nakayama らの結果とずれる傾向にある。これに比べて、CIP 法+Digitizer の解析結果は、全体的に Nakayama らの結果と一致している。

図-4 に計算中の質量変化率の経時変化を示す。質量変化率は次式で求めた。

$$\begin{aligned} & \text{質量変化率 (\%)} \\ &= (\text{ある時刻の質量} - \text{初期質量}) / (\text{初期質量}) \\ & \quad \times 100 \end{aligned}$$

なお、解析領域内の F 値の総和を質量とした。図中、点線は VOF 法による解析結果、実線が CIP 法+Digitizer の解析結果を示す。この図より、CIP 法+Digitizer は質量保存性も改善していることがわかる。

4. 4 ダム崩壊現象の解析

次に、界面がさらに激しく変化する場合の解析を行うために、ダム崩壊現象を取り扱う。

図-5 に示すように長方形に水が蓄えられており、 $t=0$ において、板 K を瞬時に取り除くと、水は形状を変化させながら、右側へ流れ出す。この現象を解析するにあたって、計算格子幅は $\delta x=5\text{cm}$ 、 $\delta y=5\text{cm}$ 、固定壁はすべりなし条件で行った。また、図中の L は 今回の計算では 50cm とし、解析領域の大きさは、x 方向 240cm 、y 方向 200cm とした。また、計算時間間隔は $1/1000\text{ sec}$ である。

図-6 に計算結果と実験値との比較を示す。横軸は無次元時間、縦軸が各時刻における水塊先端の到達距離 Z を、初期の水柱の底面幅 L で除した無次元長さを示す。なお、g は重力加速度である。実験値は右側の壁に衝突するまでの結果である。図より VOF 法と CIP 法に Digitizer を組み合わせた方法の間には、顕著な差はなく、ともに実験値とよく一致しており、定量的な精度は高いことがわかる。

図-7 に計算中の質量変化率の経時変化を示す。図より、この場合においても、CIP 法に Digitizer を組み合わせた方法は、VOF 法に比べて質量変化率が小さく、質量保存性にすぐれていることが確認できた。

図-8、9 に、同時刻・同時時間間隔での両解析手法による水面形状と流速分布を示す。水柱が足元から崩れ、壁に衝突して遡上し、さらに逆方向へと進行する様子など定性的には両者は良く一致している。また、界面形状が激しく変化するにもかかわらず、

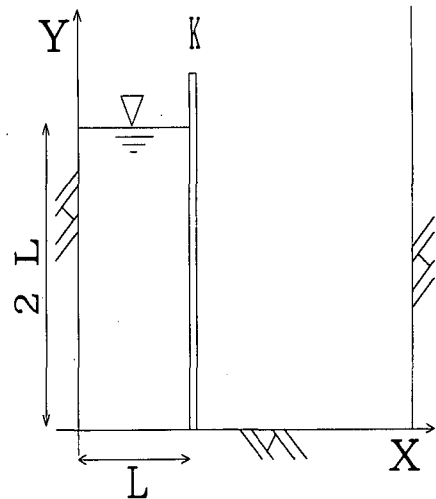


図-5 ダム崩壊問題の初期条件

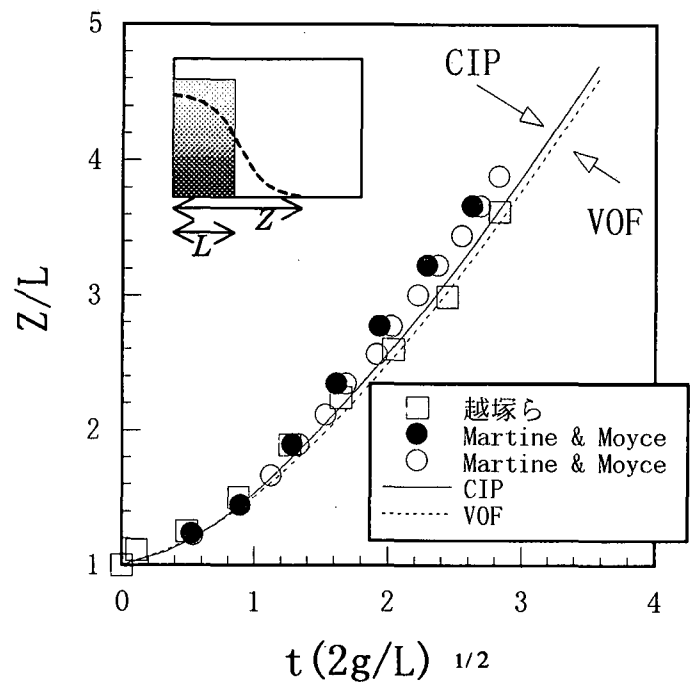


図-6 実験結果の比較

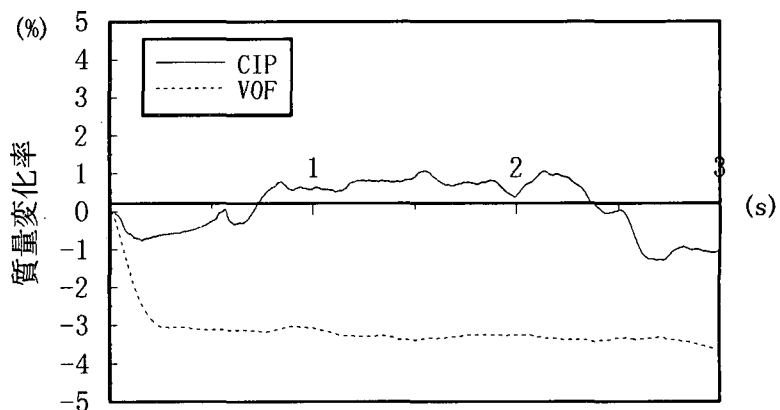
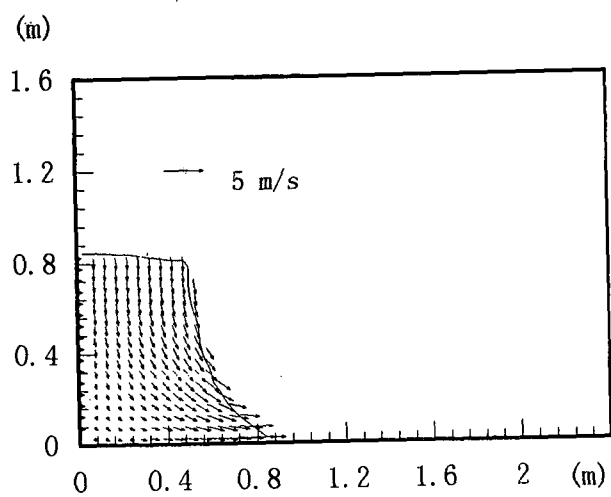
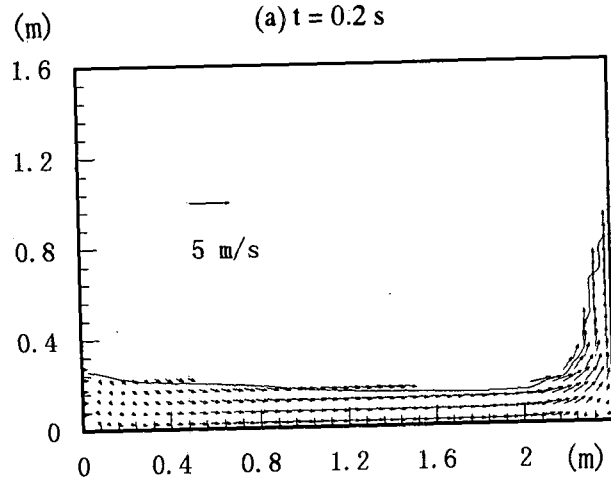


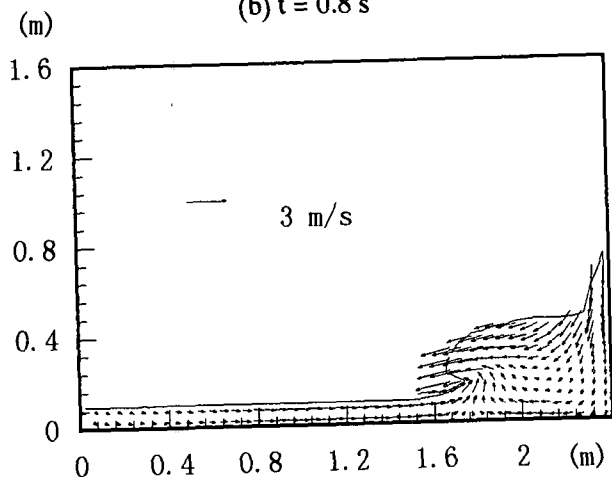
図-7 質量変化率の経時変化



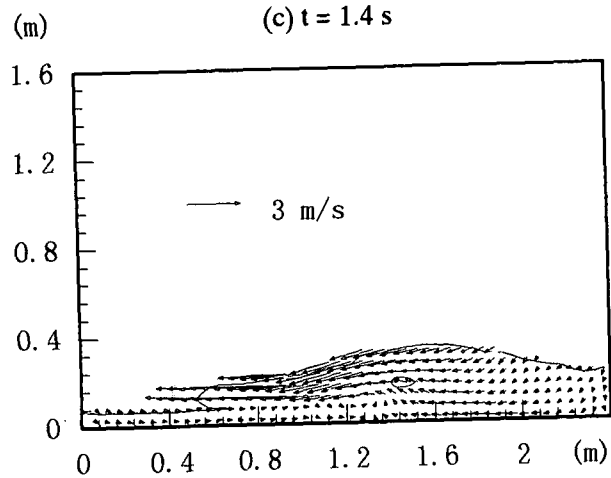
(a) $t = 0.2 \text{ s}$



(b) $t = 0.8 \text{ s}$

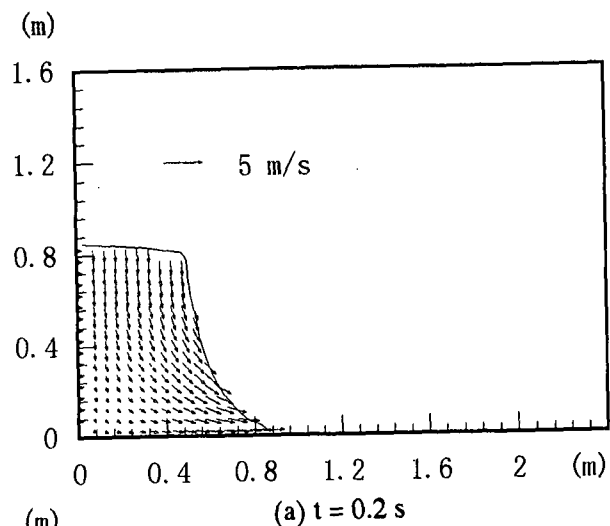


(c) $t = 1.4 \text{ s}$

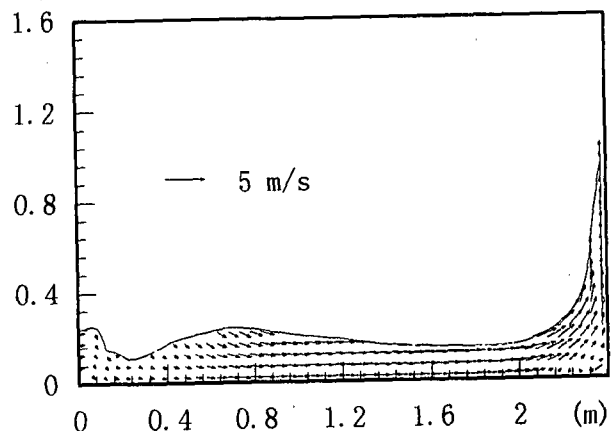


(d) $t = 1.8 \text{ s}$

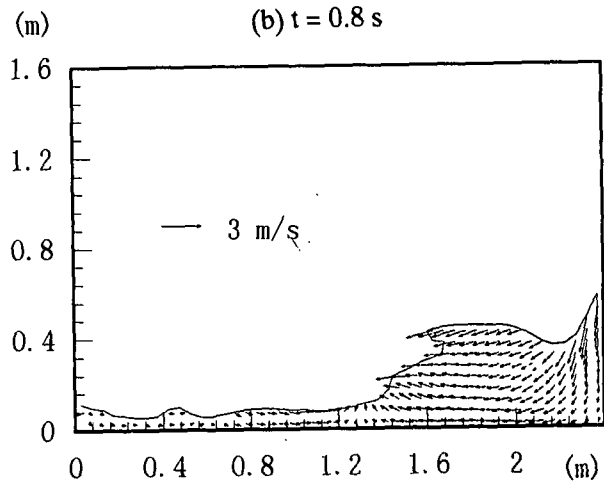
図-8 水面形状と流況の時間変化
(VOF 法)



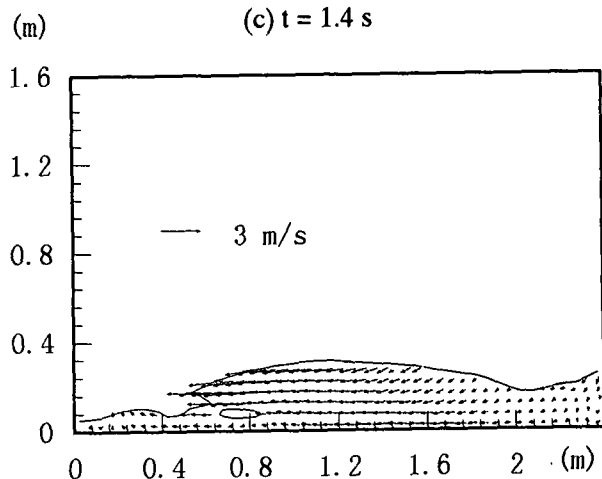
(a) $t = 0.2 \text{ s}$



(b) $t = 0.8 \text{ s}$



(c) $t = 1.4 \text{ s}$



(d) $t = 1.8 \text{ s}$

図-9 水面形状と流況の時間変化
(CIP+Digitizer 法)

長時間安定に計算できている。しかし、壁の遡上高さや空間波形などには若干の相違も見られる。今後は、定量的に空間波形分布などを調べるために、本計算手法を造波水路内での水面波問題に適用してゆく予定である。

5. 結論

本研究で得られた結論を要約すると以下の通りである。

- a) 1次元の線形移流方程式の計算結果より、CIP法にDigitizerを組合わせ、さらにTangent変換の際の係数を0.85とすることで、より数値拡散を押さえ、不連続面をシャープに取扱えることがわかった。
- b) 矩形容器内のスロッシング現象の解析より、VOF関数の移流方程式の解消にCIP法とDigitizerを組み合わせることで、界面の認識精度と質量保存性を向上できることが分かった。
- c) ダム崩壊現象の計算結果より、移動境界がより激しく運動する場合でも、DigitizerとCIP法を組合わせた方法は長時間に渡って計算が安定であり、かつ移動境界の認識精度と質量保存性を向上できる事が分かった。

謝辞 本研究を遂行するにあたり、山口大学工学部朝位孝二講師には、保存形式6-pointスキームの適用に際し、懇切な御教示を賜りました。記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 木倉宏成、武口達、沢田達男、棚橋隆彦：Arbitrary Lagrangian-Eulerian GSMAC 有限要素法による非線形水面波の数値解析、機械学会論文集 B, Vol. 57, No.540, pp. 2632-2369, 1991
- 2) 滝川 清、岩垣雄一、中川政博：有限要素法による斜面上の波の碎波変形と内部機構の解析、第30回海岸工学論文集、pp.20-24, 1983
- 3) Kawahara, M. and Anju, A. : Lagrangian finite element method for solitary wave propagation, Comput. Mech., Vol. 3, pp. 299-307, 1988
- 4) 牛島 省：移動境界座標系を用いた3次元非線形スロッシング現象の数値解析手法、電力中央研究所報告, No.U95050, p.29, 1996
- 5) 越塚誠一、岡 芳明、近藤駿介：リーマン幾何学を用いた非圧縮性流れのための境界適合座標法、原子力学会誌、pp.819-833, 1990
- 6) 滝川 清、山田文彦、松本健作：Boundary-Fit法による任意海底形状の碎波変形解析、海岸工学論文集、第42(1)、pp.86-90、1995
- 7) Hirt, W. C., Cook, J. L. and Butler, T. D. : A Lagrangian method for calculating the dynamics of an incompressible fluid with free surface, J. Comp. Phys., Vol. 5, pp. 103-124, 1970
- 8) 西村仁嗣、武若聡：Lagrange 表記による二次元波動の数値解析、土木学会論文集、第393/II-9, pp. 191-199, 1988
- 9) Longuet-Higgins, M.S, and E. D. Cokelet : The deformation of steep surface waves on water, Proc. Roy. Soc. London, A364, pp. 1-28, 1976
- 10) Nakayama, T. : Boundary element analysis of nonlinear water wave problems", Int. J. Num. Meth. Eng., Vol.19, pp. 953-970, 1983
- 11) 安田孝志、原正典、榊原幸雄：BIMを用いたステップによる孤立波の碎波を伴う変形とその法則、土木学会論文集、No. 429/II-15, pp.74-83, 1991
- 12) Harlow, F. H. and Welch. J. E. : Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface, Phys. Fluids, Vol.8, pp. 2182-2189, 1965
- 13) Miyata, H., Nishimura, S. and Masuko, A.: Finite difference simulation of nonlinear waves generated by ships of arbitrary three-dimensional onfiguration, J. of Comp. Phys., Vol.60, pp.391-436, 1985
- 14) Takikawa, K., Yamada, F., and Matsumoto, K: Internal characteristics and numerical analysis of plunging breaker on a slope, J. of coastal engineering, Vol. 31, pp. 143-161, 1997
- 15) Hirt, C. W. and Nichols, B. D : Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamic of free Boundaries, J. Comp. Phys., 39, pp.201-225, 1985
- 16) 米山望、守屋祥一：VOF法を用いた自由液面の数値解析手法、水工論文集、第39 pp.373-378, 1995
- 17) 岩田好一郎、川崎浩司、金度三：水中構造物による碎波の数値解析、海岸工学論文集、第42(2)、pp.781-785、1995
- 18) 功刀資彰：自由界面を含む多相流の直接数値解析法、機械学会論文集 B, Vol. 63, No.609, pp. 1576-1584, 1997
- 19) Osher, S. and Sethian J. A.: Fronts propagating with curvature-dependent speed algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations, J. Comp. Phys., 79, pp.12-49, 1988

- 20) Yabe, T. and Aoki, T. : A Universal solver for hyperbolic equations by cubic-polynomial interpolation, I and II, *Comp. Phys. Com.*, Vol. 66, pp. 219-242, 1991
- 21) Yabe, T. and Xiao, F. : Description of complex and sharp interface with fixed grids in incompressible and compressible fluid, *Comp. Math. Applic.*, Vol. 1, pp. 15-25, 1995
- 22) 移動境界流れ解析 : 数値流体力学編集委員会編、東京大学出版会
- 23) 朝位孝二、小松利光、大串浩一郎、羽田野袈義 : 移流拡散方程式の高精度数値計算手法に関する研究、*土木学会論文集*, No. 586/II-42, pp. 13-22, 1998
- 24) 朝位孝二 : 保存形式 6-point scheme による物質輸送の数値計算、第 53 回年次講演会講演集 (印刷中)、1998
- 25) Kawamura, T. and Kuwahara, K. : Computational of High Reynolds Number Flow around a Circular Cylinder with Surface Roughness", *AIAA paper-84-0340*, 1984
- 26) Leonard, B. P. : THE QUICK Algorithm, A Uniform third - order finite difference method for highly convective flows, *Computer Methods in Fluids*, Pentech Press, pp.159-195, 1980
- 27) B. D. Nichols, C. W. Hirt and R. S. Hotchkiss : SOLA-VOF : A solution algorithm for transient fluid flow with multiple free boundaries, LA-8355, 1980
- 28) C. W. Hirt, B. D. Nichols and N. C. Romeo : SOLA : A solution algorithm for transient fluid flow with multiple free boundaries, LA-5852, 1975
- 29) Yabe, T., Ishikawa, T., Wang P. Y., Aoki T., Kadota .Y., Ikeda F. : A universal solver for hyperbolic equations by cubic-polynomial interpolation II. Two- and Three-dimensional solvers, *Computational Physics communications*, 66, pp. 233-242, 1991
- 30) T. Nakayama and K. Washizu : The boundary element method applied to the analysis of two dimensional nonlinear problems, *Int. J. Num. Meth. Engng.*, 17, pp.1631-1981, 1981.

(1 9 9 8 年 4 月 2 4 日 受 付)