

ALE 有限要素法による薄膜と流れとの連成解析

Interaction Analysis of a Thin Membrane and Flow by using ALE Finite Element Method

野村卓史¹・新明正人²

Takashi NOMURA and Masato SHINMYO

¹正会員 工博 日本大学教授 理工学部土木工学科 (〒 101-8308 東京都千代田区神田駿河台 1-8-14)

²正会員 工修 鹿島建設株式会社 (〒 107 東京都港区赤坂 1-2-7)

A computational method has been developed for interaction of a thin, flexible membrane and wind flow around it. Restricting the computational domain as the 2D vertical plane, the membrane is discretized by truss elements and a geometrically nonlinear dynamic analysis method is applied to its motion. The ALE finite element method is employed for the flow analysis. A simple staggered algorithm, to solve the membrane and the flow alternatively, was unstable unless the density of the membrane is sufficiently large. An improved algorithm, where the excessive acceleration of the membrane due to the excessive fluid force is reduced by introducing inner iterations during each time integration step, was found effective to simulate a wind-induced flutter of the membrane stably.

Keywords : fluid-structure interaction, ALE finite element method, membrane, flutter

1. はじめに

空中に吊された膜の対風挙動を検討することを目的として、これまでに実験と解析法の開発が行われてきた¹⁾⁻³⁾。対象とする吊り膜はもともとダム工事の防雨施工に供することを意図したもので、図-1に示すように2本のケーブルでダム堤体の造成現場の上空に張られる形式である。想定される実物の膜は長手方向が100 m、幅が25 mの巨大なものであるが、これを1/40にスケールダウンして行われた風洞実験の模型が厚さわずか0.02 cmのビニールシートで作成されたことから分かるように、きわめて薄く、軽量でフレキシブルである。風洞実験⁴⁾では、2本のケーブルで空中に吊られた膜は、実験の風速3.0 m/sほどでダイバージェンスを起こした。何らかのアンカーを施した場合でもフラッターを生じており、耐風安定性に非常に乏しい構造である。

著者らは、この問題を対象として、これまでに膜と流体との連成運動を対象とする数値解析法の開発を試みてきた^{2),3)}。開発の基本方針は以下の通りである。

- (1) 対象とする問題を、膜の運動および流体の運動とも鉛直2次元面内の解析領域に限定して、連成解析のアルゴリズムを開発する。
- (2) 対象の膜が非常に薄く、曲げ剛性がほとんど期待できないことから、2次元鉛直面内の運動に限定された膜をトラス要素で離散化する。

- (3) 膜を吊すケーブルの作用を考慮しない。すなわち2次元化された膜の両端を空中に固定する。
- (4) 膜については動的な大変形解析を行う。
- (5) 流体解析には、膜の形状変化が流れに与える影響を考慮するために Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE)有限要素法^{4),5)}を用いる。

これらの基本方針のもとにこれまで試みてきた解析^{2),3)}では、主として構造系に起因すると考えられる数値的不安定が生じた。現在、風工学の分野で精力的に行われている構造と流体との連成解析では、多くの場合構造系はバネ支持された剛体で、構造系の自由度は数自由度程度である⁴⁾⁻⁸⁾。その運動方程式も線形である。連成解析では流体系の自由度数がはるかに大きく、安定に時間積分計算を進めるための条件は流体系の非線形方程式から決まっていることがほとんどと考えられる。したがって構造系の計算アルゴリズムも連成解析のアルゴ

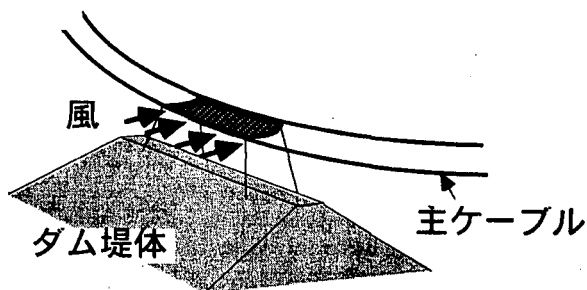


図-1 空中に吊された膜

リズムも標準的で簡明な手法が用いられていることが多い。これは本研究で扱わなければならない状況とは大きく異なっている。

弾性翼の問題のように、フレキシブルな構造系と流れとの連成解析は広く行われているし、土木建築の分野でも報告例がある^{9),10)}が、本研究で対象としているような、構造系が曲げ剛性を持たないとみなし得るようなレベルの問題は希少であるといつてよい。曲げ剛性が極めて小さい問題として、最近、紙のフラッター解析の報告¹¹⁾がなされているが、構造系をモード解析して低次の振動モードのみを利用して解析法を構成しており、幾何学的非線形性を考慮していない。

本論文は、前述の基本方針に基づいて連成解析のアルゴリズムの開発を試みた結果を報告するものである。まず、トラス要素で構成された構造系の2次元動的大変形解析法自体の特性を検討した。次に流体との連成解析を試みたが、流体系と構造系とを単純に交互に解き進めるアルゴリズムでは、軽量の膜の場合には膜が過大な加速度を生じて解析が不安定になることが分かったため、安定に計算を進めることができるアルゴリズムを考案した。

2. 膜単独の2次元動的大変形解析法

本研究で対象とする膜は極めて軽量でフレキシブルな構造である。したがって、その動的解析には幾何学的非線形性を考慮した手法を用いる必要がある。

前述のように、本研究では膜の運動を鉛直平面内に限定し、膜を図-2のようにトラス要素で離散化した。ケーブルの動的な大変形解析法は広く行われているが、曲げ剛性を小さく設定しているとはいえ、はりの要素を用いている例がほとんどである。トラス要素の場合には、定式化が簡易である反面、曲げに対して抵抗しないので、鋸刃状に折れ曲がるようなモードが発生して数値不

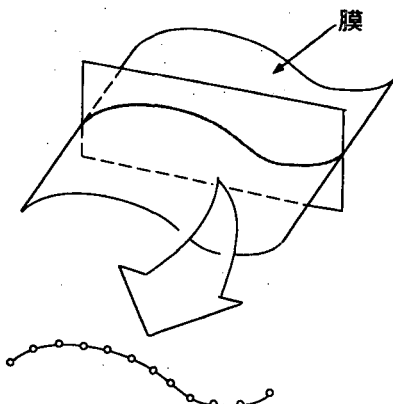


図-2 トラス要素による膜の離散化

安定の誘因となることが懸念される。

本研究では吉田らの非線形動的解析法¹²⁾を用いた。この方法はNewmark- β 法に高次モードの不安定性を減衰させる効果のある α 法を組み合わせたものである。しかし吉田ら自身の解析例¹²⁾でも、はり要素が用いられている。そこでトラス要素を用いた場合の特性を調べるために、流れとの連成解析法を構成するに先立ち、流体がない状況における単独の膜の大変形の動的挙動の解析を行った。

吉田らの解析法¹²⁾では、時刻 t から $t + \Delta t$ への基礎的な方程式は以下のように与えられる。

$$m\ddot{u}_{t+\Delta t} + (1+\alpha)ku_{t+\Delta t} - \alpha ku_t = f_{t+\Delta t} \quad (1)$$

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \Delta t \dot{u}_t + \Delta t^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{u}_t + \beta \ddot{u}_{t+\Delta t} \right] \quad (2)$$

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t + \Delta t \left[(1-\gamma) \ddot{u}_t + \gamma \ddot{u}_{t+\Delta t} \right] \quad (3)$$

ここで、 u , $\dot{u}$, $\ddot{u}$ はそれぞれ節点変位、節点速度、節点加速度のベクトル、 f は節点外力のベクトル、 m は質量マトリックス、 k は剛性マトリックスである。本研究では構造減衰は無視した。また、 $\alpha[-0.3 \leq \alpha \leq 0]$ は α 法において数値減衰を調整するパラメータ、 $\beta = (1-\alpha)^2/4$, $\gamma = (1-2\alpha)/2$ はNewmark- β 法のパラメータである。

吉田ら¹²⁾によれば、幾何学的非線形に関する繰返し計算を次式(4)で行うことにより、節点変位増分 $\Delta u (= u_{t+\Delta t} - u_t)$ の収束値を求めている。

$$\left[(1+\alpha)k_T + \frac{1}{\beta\Delta t^2}m \right] \Delta u^j = f_{t+\Delta t} - f_{int} - m \left[\frac{1}{\beta\Delta t^2} \Delta u^{j-1} - \frac{1}{\beta\Delta t} \dot{u}_t - \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) \ddot{u}_t \right] \quad (4)$$

ここで、 k_T は接線剛性マトリックス、 f_{int} はトラ

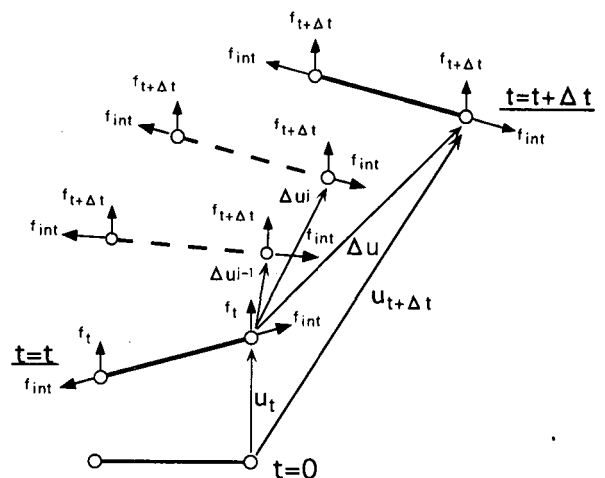


図-3 時刻 t から $t + \Delta t$ への繰返し計算

ス要素の内力であり、添字 $j[1 \leq j]$ は繰り返し計算の反復回数を表している。また、それぞれの増分計算において初期値 Δu^0 はゼロとしている。

図-3 は時刻 t から $t + \Delta t$ への繰り返し計算の様子を表したものである。内力 f_{int} は繰り返し計算ごとに更新する。この繰り返し計算の収束条件には次式 (5) を用いた。

$$\left| \frac{\Delta u^j - \Delta u^{j-1}}{\Delta u^{j-1}} \right|_{\max} < 1.0 \times 10^{-6} \quad (5)$$

このようにして、 Δt 後の節点変位 $u_{i+\Delta t}$ が求まった後、式 (2), (3) から時刻 $t + \Delta t$ における節点加速度 $\ddot{u}_{i+\Delta t}$ および節点速度 $\dot{u}_{i+\Delta t}$ が計算される。

3. 膜単独の2次元動的大変形解析の例

解析法の特性を検証する解析の結果を以下に示す。いずれの解析においても構造減衰を無視している。これは実験用いられたビニールシートの構造減衰が不明なことも理由の一つであるが、構造減衰がないことが数値的不安定性に関してより厳しいと考え、そのような状況で解析法がどこまで安定に計算可能か確認することを意図したものである。

3.1 一端固定振り子運動

(1) 解析条件

図-4 に示すように、張力と自重でつり合っている初期状態の膜の一端を固定したまま $t = 0$ で他端を放し、振り子運動をさせたときの挙動を解析した。膜の諸元は実験で用いられた薄いビニール製の膜を想定して表-1 に示す数値を与えた。なお、2次元解析であり、紙面直交方向の膜力の影響も考えていないので、実際には膜というよりも「ひも」というべきかもしれないが、ここでは本研究の本来の解析対象である「膜」という呼び方を採用する。

解析モデルはこれまで解析を試みてきた場合^{2),3)}と同じく節点数31、要素数30である。これは4.以下に示す流体との連成計算と同じ離散モデルである。初期条件は

$$u = 0, \dot{u} = 0, \ddot{u} = 0 \quad (6a-c)$$

とした。パラメータ α を $-0.3 \leq \alpha \leq 0$ の範囲で変化させ、さらに時間積分間隔 Δt を、安定して解析を行うことができる上限より小さい範囲 $1.0 \times 10^{-5} \sim 1.0 \times 10^{-3} s$ 内で変化させ、種々組み合わせた条件を与えて解析を行った。

表-1 膜の諸元

単位幅当り断面積	0.0201 cm ²
密度	0.6963 g / cm ³
ヤング率	2.0×10^{10} g / cm s ²

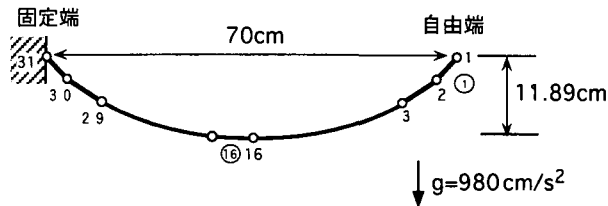


図-4 膜の初期形状（一端固定）

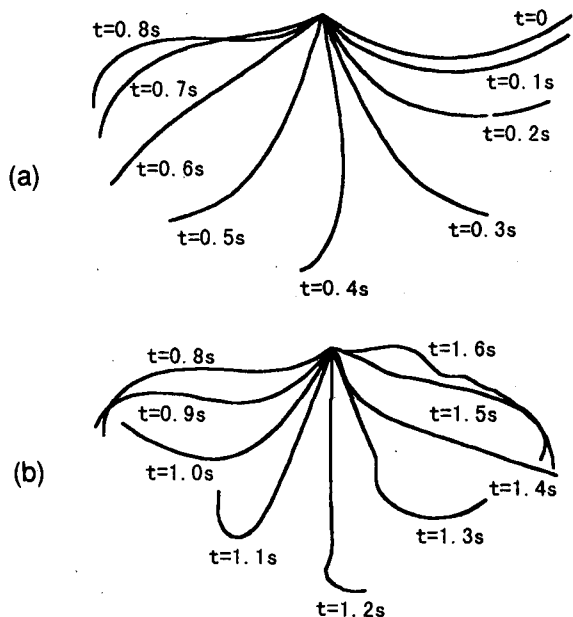


図-5 振り子運動中の膜の形状の時間変化
($\alpha = -0.05, \Delta t = 1.0 \times 10^{-3} s$)

(2) 膜の形状の時間変化

解析の結果、パラメータ α と時間積分間隔 Δt を前述の範囲で変化させても膜の形状の時間変化にほとんど差異は見られなかった。図-5 (a), (b) は計算結果の一例で、膜が運動する様子を100ステップごと (0.1sごと) にプロットしたものである。図-5 (a) は、初期状態から振り子運動を始め、膜が反対側に上がっていくまでの様子を示しており、図-5 (b) は反対側まで上がりきった膜がもとに戻っていく様子を表している。膜が振り子運動を開始してから戻ってくるまでの一周期の間に要した時間は約1.6sであった。直接的な比較の対象にはならないが、これは同じ長さの単振子の微小振幅振動の周期にほぼ等しい値である。

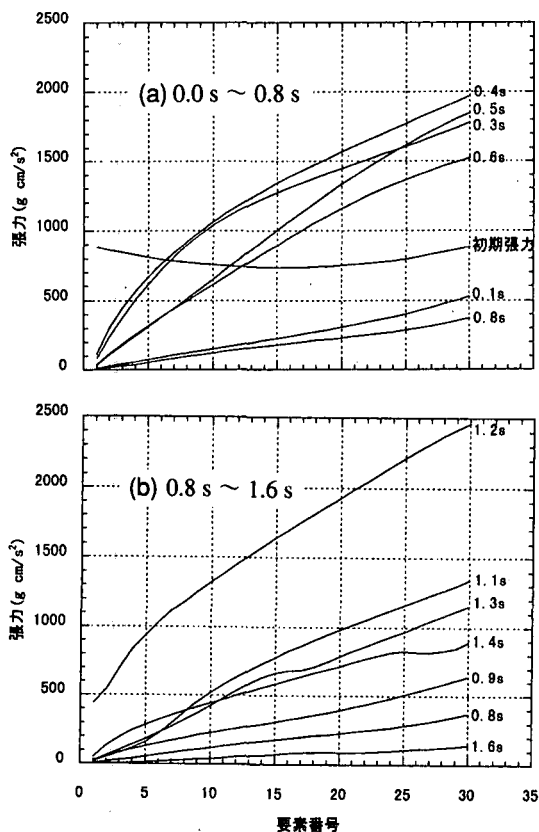


図-6 膜の張力分布の推移
($\alpha = -0.05, \Delta t = 1.0 \times 10^{-3} \text{s}$)

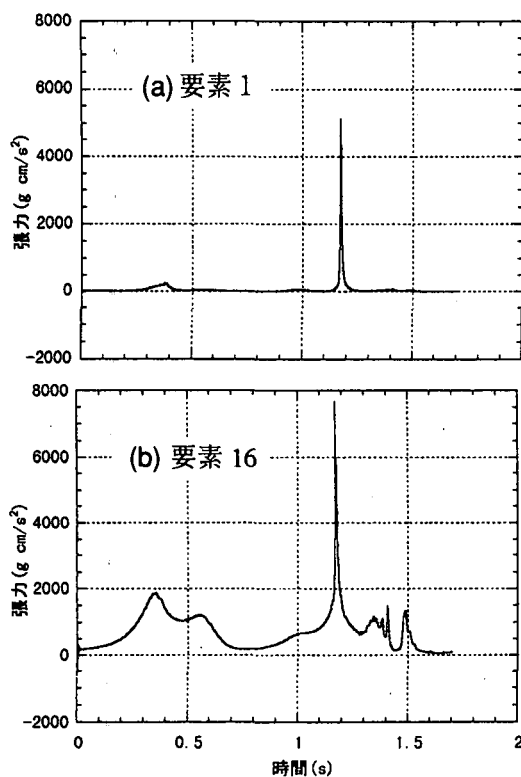


図-7 自由端要素(1)と中央の要素(16)の張力の時間変化 ($\alpha = -0.05, \Delta t = 1.0 \times 10^{-3} \text{s}$)

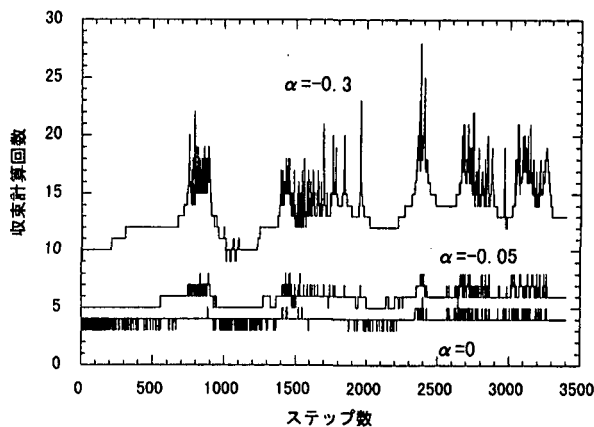


図-8 収束計算回数に及ぼす α の影響

(3) 膜に生じる張力

図-6 (a), (b) は、図-5 の運動をしているときの膜の張力の分布の時間変化を示している。初期状態において膜には自重による初期張力が生じているが、振り子運動を開始すると、膜の張力分布は、図-6 に示すように、遠心力のために自由端(要素番号の小さい端部)でゼロに近く、固定端にいくにつれて大きくなるような分布になる。また、張力の値は膜の先端が最下端付近に位置して運動エネルギーが最も大きくなるときの $t = 0.4 \text{s}$ および $t = 1.2 \text{s}$ でピークとなる。

図-7 (a), (b) は自由端に直接接続している要素1と膜の中央部にある要素16に生ずる張力の時間変化である。先述のように膜の先端が最下端付近に位置するときに張力の極大値が発生している。 $t = 1.2 \text{s}$ のときの張力の値は非常に大きい。図-5 (b) に示されるように、このとき膜の先端部分が局所的に急な振り子運動をする結果となっており、この運動を反映しているものと考えられる。

図-6と図-7に示されるように、この計算では、計算した全時間範囲を通じて膜のどこにも圧縮力が生じることがなかったし、数値的に振動するような軸力分布も発生しなかった。

(4) パラメータの影響

上述のように α 法のパラメータ α と時間積分間隔 Δt を種々組み合わせさせた条件を与えて解析を行ったが、振り子運動中の膜の変形形状についてはいずれの計算ケースにおいてもほとんど差異を見いだすことができなかった。これは安定に計算が行えた時間積分間隔の上限値 $\Delta t = 1.0 \times 10^{-3} \text{s}$ 自体が小さい値であるためだと考えられる。

図-8 はパラメータ α を変えたときに、各増分計算ごとの収束計算回数が推移していく様子を示したものである。パラメータ α の絶対値を大きくすると収束に要する繰り返し計算の回数も増加し、より多くの計算時間を必要とする結果となった。

3.2 両端固定の膜に自重の2倍の力を上向きに作用させたときの運動

(1) 解析条件

図-9に示すように、両端が固定された膜が初期状態において張力と自重でつり合っていた。膜の諸元は前節3.1の計算と同じである。この膜に上向きの等分布荷重を節点力に換算して作用させる。図-10は中央の節点16に作用させた上向きの節点力を時間とともに強めていった様子を示している。時刻 $t=10\text{s}$ でちょうど無重力状態になる。時刻 $t=20\text{s}$ であたかも重力が上向きに作用しているかのような状態になり、以後その大きさの力を与え続けるものとした。計算に用いたパラメータは、3.1の問題で安定に計算が行われた範囲から、 $\alpha=-0.3$ 、 $\Delta t=1.0\times 10^{-4}\text{s}$ を選んだ。この組合せで安定な計算が行えたので、ここでは他のパラメータによる計算は行わなかった。

なお、この解析例は、流体との連成解析を行うときと同じ初期形状、境界条件になっている。

(2) 膜の形状の時間変化

図-11に、計算から得られた膜の形状の時間変化を示す。初めの10秒間は、上向きの等分布力によって生じる軸圧縮力よりも、自重による初期張力が大きいため、逆向きのアーチ作用によって初期形状が保たれている。時刻10秒において初期張力が打ち消された瞬間に座屈が生じ、膜は激しく振動したのち、図-11(b)(c)に示したように最終的には初期形状を反転させた形状に落ちついた。なお、図-12に、膜の中央の節点の位置の時間変化を示す。時刻10秒において座屈したのち、膜は激しく上下に振動している。構造減衰を入れていないので、細かい振動が最後まで残っている。

(3) 膜に生じる張力

図-13は張力分布の時間変化を示したものである。膜が初期形状を保持している最初の10秒間は図-13(a)に示されているように張力が初期張力から一様に減少していく。膜が運動を開始すると図-13(b)に示されているように張力分布も激しく変動する。しかし、これらの図に示されている張力と同レベルの大きさの圧縮力が生じたり、要素ごとに軸力が振動したりするようなことはなかった。図-14は、膜の中央の要素16の軸力の時間変化である。図-12に示した変位の時間変化と対応させると、膜の変位が最高点に到達した瞬間にケーブルが伸びきって非常に大きな張力が瞬間的に生じる結果となっている。

本研究で膜の非線形動的解析に用いた解析法は、曲げ剛性を無視したトラス要素を用い、さらに構造減衰も無視したため、数値的な不安定性が懸念された。しかし、以上の2つの解析例で示されたように、安定して解析できることが確認された。

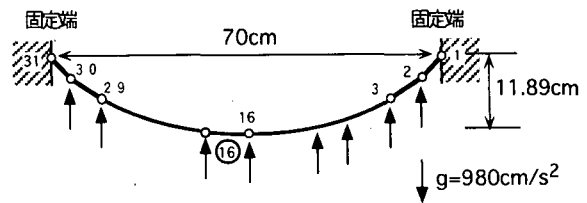


図-9 膜の初期形状と分布荷重（両端固定）

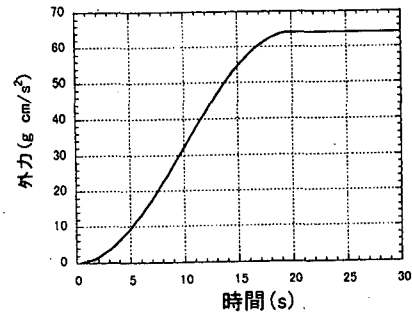


図-10 上向きの外力の時間変化（節点16）

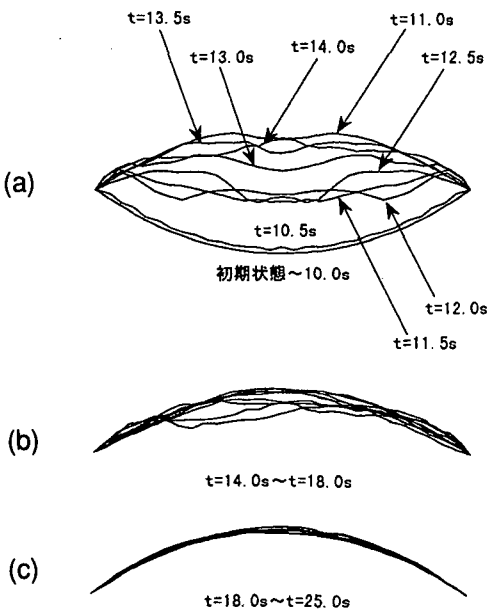


図-11 膜の形状の時間変化

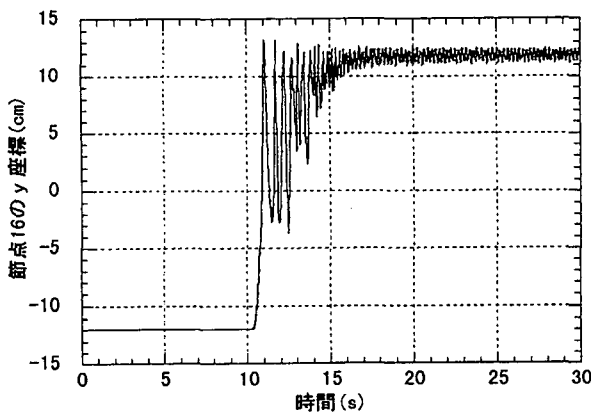


図-12 中央節点の位置の時間変化

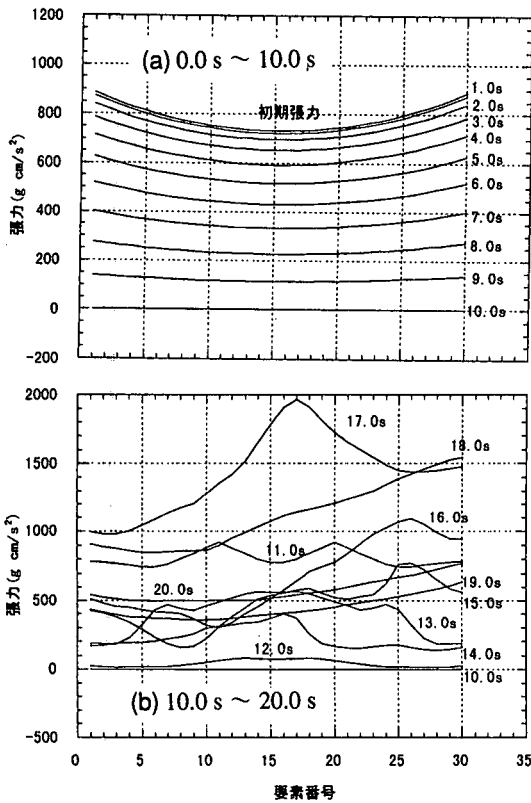


図 - 13 膜の張力分布の推移

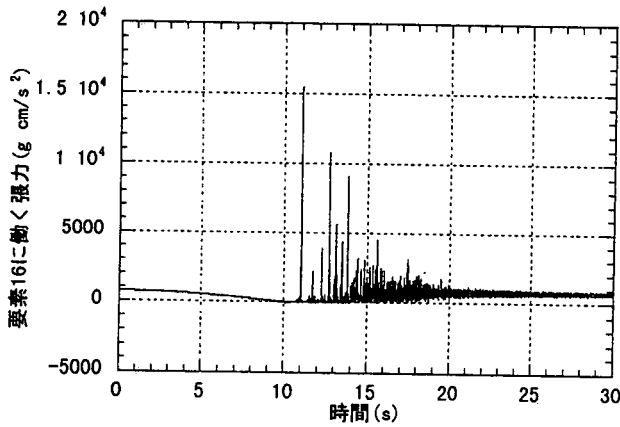


図 - 14 中央の要素 (16) の張力の時間変化

4. 連成解析の基礎式

4.1 流体解析の基礎方程式

膜と流体との連成解析に用いる流れ解析の基礎式は、次式で表されるような、通常よく用いられているフィルタリングの施された Navier-Stokes 方程式¹³⁾を ALE 記述したものである。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + (\bar{u}_j - \hat{v}_j) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = \\ - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + (\nu + \nu_T) \nabla^2 \bar{u}_i \end{aligned} \quad (7)$$

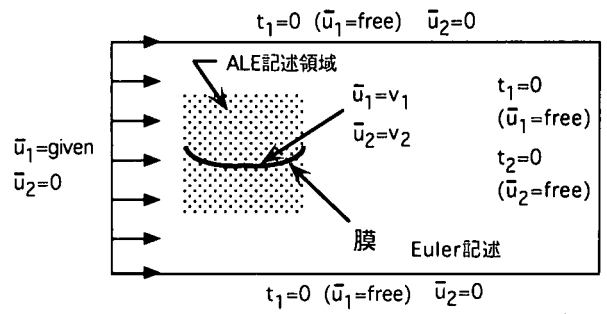


図 - 15 解析対象領域と境界条件

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (8)$$

式 (7) が運動方程式、式 (8) が非圧縮性の連続条件式である。ここで、 $\bar{u}_i$ はフィルタリングによって平滑化された流速成分、 ρ は流体の密度である。 $\bar{u}_i$ ともとの流速成分 u_i との差を $u'_i (= u_i - \bar{u}_i)$ とすると、運動方程式 (7) の右辺第 1 項の P は次式で定義される。

$$P = \bar{p} + \frac{\rho}{3} \delta_{ij} \overline{u'_i u'_j} \quad (9)$$

式 (7) の右辺第 2 項中の ν は分子動粘性係数、 $\nu_T [= C^2 h^2 \bar{S}^{1/2}]$ は渦粘性係数である。ここで、

$$\bar{S} = \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (10)$$

であり、 h は個々の有限要素の代表寸法である。また、 C は Smagorinsky の定数¹³⁾で、本研究では $C = 0.1$ とした。

式 (7) の左辺第 2 項 (対流項) の $\hat{v}_j$ は ALE 法のメッシュ速度である。境界の移動・変形にともなう流体解析領域内のメッシュ速度の分布はあらかじめ与えておく。

4.2 解析対象領域と境界条件

本研究で対象とする膜と流体の連成解析の解析対象領域は図 - 15 のように表される。図中、ALE 記述領域と記されている膜の周辺の領域は、膜の運動にあわせて解析メッシュが変形する領域で、この領域内ではメッシュ速度 $\hat{v}_j$ が存在する。ALE 記述領域を取り囲む Euler 記述領域ではメッシュ速度 $\hat{v}_i$ をゼロとおく領域、すなわち流体解析のメッシュが変形しない領域である。

流体解析領域の境界は、外部境界 Γ および膜との界面 Γ_i とに分けられる。外部境界 Γ はさらに

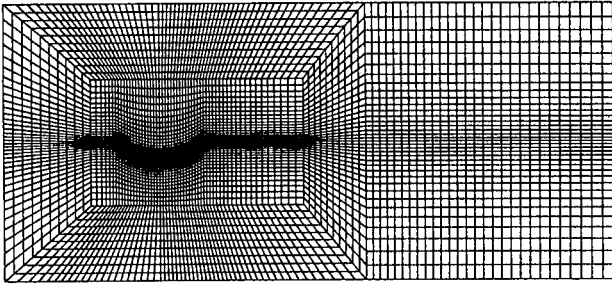


図 - 16 流体解析のメッシュ

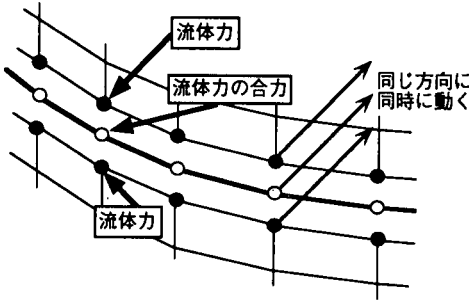


図 - 17 流体と膜の界面の条件

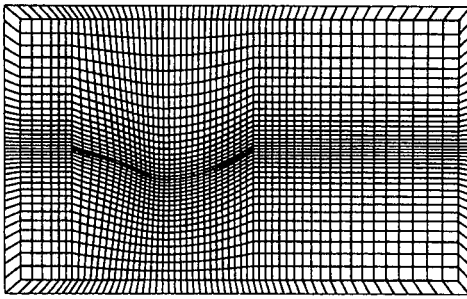


図 - 18 膜周辺の流体メッシュの変形

流速分布が与えられる境界 Γ_g およびトラクションが与えられる境界 Γ_h とからなる。これらの境界における境界条件は次のように書くことができる。

$$\begin{aligned} \bar{u}_i &= g_i, \quad \hat{v}_i = 0 \quad \text{on } \Gamma_g \\ t_i &= h_i, \quad \hat{v}_i = 0 \quad \text{on } \Gamma_h \\ \bar{u}_i &= v_i, \quad \hat{v}_i = v_i \quad \text{on } \Gamma_l \end{aligned} \quad (11 \text{ a-c})$$

ここで、 t_i はトラクション、 g_i, h_i は与えられた流速とトラクションの値、 v_i は膜の速度である。

4.3 流体の有限要素方程式

以上の基礎方程式に対し、SUPG 法¹⁴⁾ (Streamline Upwind/Petrov-Galerkin 法) を適用して有限要素方程式を得る。2種類の境界 Γ_g と Γ_l は基本境界条件が与えられる同種の境界として扱う。有限要素は、流速について双線形分布、圧力について要素内一定分布の4節点四辺形要素を用いた。このとき、有限要素方程式は次のように表される。

$$\mathbf{M}\mathbf{a} + \mathbf{N}(\mathbf{v} - \hat{\mathbf{v}})\mathbf{v} - \mathbf{G}\mathbf{p} = \mathbf{f} \quad (12)$$

$$\mathbf{G}^T \mathbf{v} = \mathbf{0} \quad (13)$$

式(12)が運動方程式、式(13)が連続条件式に対応する。ここで $\mathbf{a}$ と $\mathbf{v}$ はそれぞれ節点加速度および節点速度のベクトル、 $\mathbf{p}$ は圧力変数のベクトル、 $\mathbf{f}$ は節点力のベクトルである。また、 $\hat{\mathbf{v}}$ はメッシュ速度の節点値のベクトルである。マトリックス $\mathbf{M}$, $\mathbf{N}$, $\mathbf{G}$ はそれぞれ、密度に関するマトリックス、対流項および粘性項に関するマトリックス、空間に関する勾配のマトリックスである。マトリックス $\mathbf{N}$ は係数にベクトル $\mathbf{v} - \hat{\mathbf{v}}$ を含んだ非線形のマトリックスである。また、いずれのマトリックスも ALE 記述された領域では、解析メッシュの移動・変形に応じて作成し直す。

式(12), (13)の解法には Brooks and Hughes¹⁴⁾の提案した予測子・修正子法を時間積分に用いる方法を用いた。

4.4 流体と膜との界面の取り扱い

以後の連成解析で用いた流体解析メッシュを図-16に示す。節点数は5014、要素数は4864である。膜の形状と離散化モデルは、3.2節の解析例のものと同一である。

離散化された流体と膜の界面 Γ_l における取り扱いを図-17に示す。膜の上面に接する流体の節点と膜の下面に接する流体の節点が、膜の1つの節点に接続している。これら3つの節点は常に同じ変位、速度、加速度を共有するものとする。また、上下2つの流体節点では、すべりなしの条件のために、固体解析における節点反力に相当する力が生じる。この節点力の反作用力が膜に対する流体力であり、これを膜の運動方程式における節点外力とする。

膜が変形したときの、膜周辺の流体メッシュの変形の例を図-18に示す。膜が変形する前の解析メッシュにおいて、膜と接続している節点の上下鉛直方向に並んだ一連の流体節点が、膜の節点の変位に比例した変位をするものとしている。節点ごとのその比例係数は上下方向に直線的に減少し、ALE 記述領域の境界でゼロとなる。図-18において膜から上下方向に伸びている格子線が直線を保っているのは、この格子線上にある ALE 記述領域の節点の変位が、それぞれの格子線の端点に位置する膜の節点の変位とこのように関連づけられているためである。ALE 記述領域の節点のメッシュ速度も、同じ比例係数を用いて膜の節点の速度と比例するように与えている。

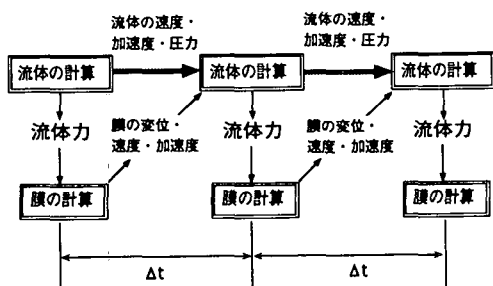


図 - 19 単純な連成解析アルゴリズム

5. 単純な連成解析アルゴリズムによる解析とその限界

5.1 単純な連成解析アルゴリズムの不安定性

まず、もっとも単純と考えられる連成解析のアルゴリズムを試みた。図 - 19 に示すように、計算手順としては、流体の計算を先に行い、得られた流体力を膜に作用させて膜の計算を行う。1ステップの膜の計算には幾何学的非線形に関する収束計算が含まれている。この操作を交互に行うことによって動的な解析を行った。流体としては空気を想定し密度 0.0013 g/cm^3 、粘性係数 0.00017 g/cm s とする。また、膜の密度、厚さなどは 3.1 節、3.2 節の解析例と同じで、表 -1 に示した値を用いた。

この条件で単純なアルゴリズムの連成解析を試みたところ、最初の数ステップで発散するという状況であった。時間積分間隔 Δt と上流風速の値を小さくして種々の組合せを試みたが、試みた範囲では発散してしまうことには変わりはなかった。

この原因についての考察は以下のようなものである。本来、流体との連成系において膜が運動する際は、膜の周辺にある流体が抵抗し膜の動きを抑制する効果がある。しかし、この単純なアルゴリズムでは、流体力を与えて膜の計算をする時には膜のみが運動し、その周辺にある流体のことは考慮されていない。そのため次に流体の計算に進んだときには、膜の過大な動きにともなう界面の変位、速度、加速度が流体系に対して与えられる。そのため、次にさらに膜の計算に進んだときに、流体から過大な反力が膜に加わり解が発散してしまったといえる。

この考えを確かめるため、周辺流体による付加質量効果を考慮すれば解析が可能になるかどうかを調べる目的で、膜の密度を一律に増やした解析を試みた。これは付加質量が膜の運動によらず一様であるとみなしたことに相当する。

膜の密度を徐々に増していった結果、本来の密度の 40 倍まで大きくしたところで、単純な連成解析アルゴリズムによる解析が可能になった。

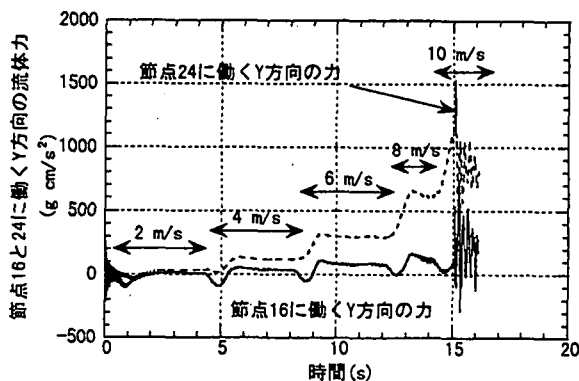


図 - 20 膜に作用する流体力の時間変化

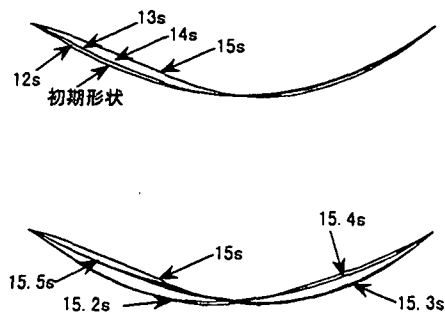


図 - 21 膜の形状の時間変化

5.2 単純な連成解析アルゴリズムによる解析結果

図 - 20 は膜の中央の節点 16 と上流側 1/4 のところの節点 24 に作用する流体力の鉛直方向成分の時間変化を示す。上流風速を $0 \sim 10 \text{ m/s}$ まで 2 m/s ごとに上昇させていった。風速を $0 \sim 2 \text{ m/s}$ に立ち上げる初期の過程では数値的な振動が見られたが、上流風速を一定に保持した段階ではこの振動は減衰消滅し、以後安定に計算を進めることができた。風速が 8 m/s を越えるところから膜が変形し始め、 10 m/s まで上げたところで膜の形状に大きな変化が現れ始めた。この風速域の流体力は、自重による膜の初期張力をちょうど打ち消す程度の大きさになっている。図 - 21 は膜の形状の時間変化を表したものである。なお、時間積分間隔は膜単独の解析の安定限界を考慮して $\Delta t = 5.0 \times 10^{-4} \text{ s}$ とした。

膜の密度を本来の値の 40 倍にすることは仮定としては極端であるが、膜とともに運動する流体の効果を取り込めれば解析が成立することを示唆している。

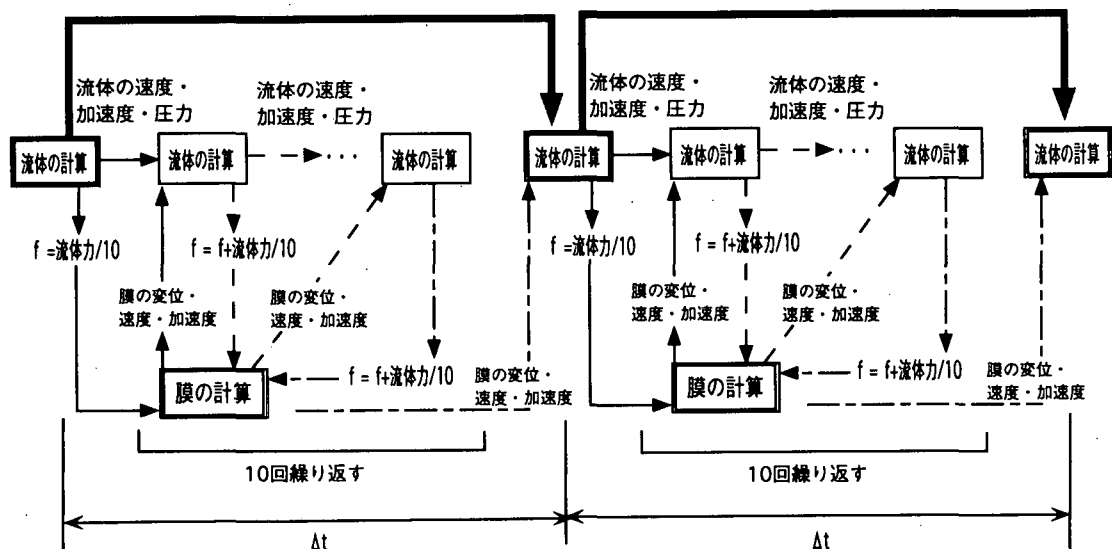


図-22 改良したアルゴリズム

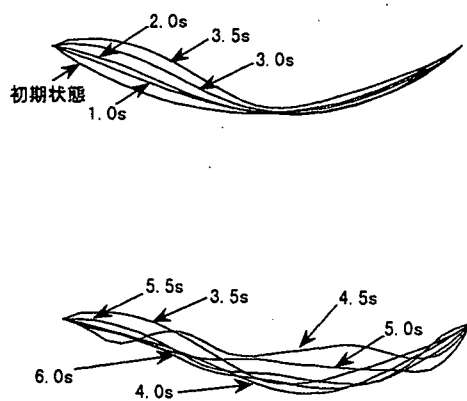


図-23 膜の形状の時間変化

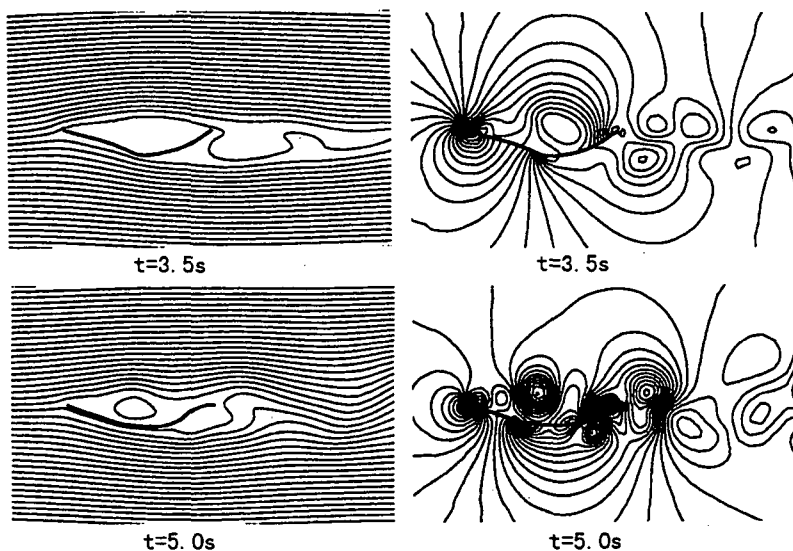


図-24 膜周辺の流線（左）と圧力（右）

6. アルゴリズムの改良

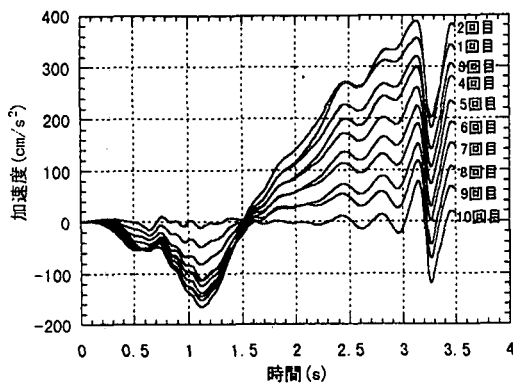
6.1 繰り返し計算過程を含むアルゴリズム

前節で試みた単純な連成解析アルゴリズムでは、流体を本来の軽い膜に直接作用させると膜に過大な加速度が生じ、これが次のステップで膜周辺の流体に過大な加速度を与え、膜がさらに大きな流体力を受けるため解が発散してしまうことが分かった。そこで膜とともに動く流体の影響を取り込むために、流体と膜の計算を短い時間範囲で繰り返し行って、流体からの反力も考慮した流体力を膜に作用させるようなアルゴリズムを新たに構成した。

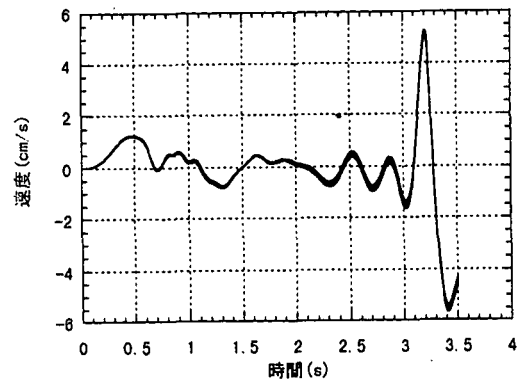
具体的には、図-22 に示すように、これまでの1ステップの時間積分間隔 Δt 内に、膜と流体の計算を交互に行う繰り返し計算を導入した。つまり、

流体の計算を行った後、得られた流体力をあらかじめ定めた繰り返し数 m で除したものをこの回の流体力として膜に作用させ、膜の計算を行い、次の流体の計算に進む。再び得られた流体力を同様に m で除し、それを前段で得られている流体力に加算し、加算後の流体力をもって膜の計算を行う。これを m 回繰り返す。最終的には所定の繰り返し数 m で平均化された流体力を膜に作用させることにした。この内側のループの計算において、膜の計算の初期値は常に当該ステップの初期値を用いている。また、繰り返し数 $m=10$ とした。

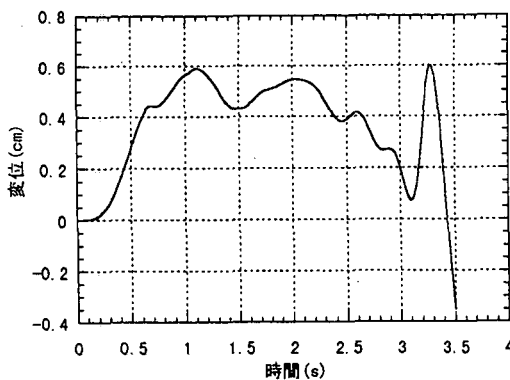
このアルゴリズムを用いることによって、本来の軽い膜の解析が可能となった。



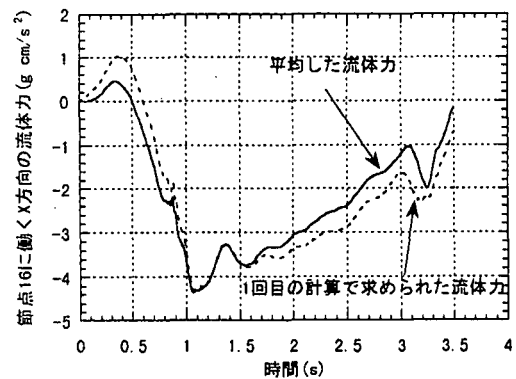
(a) 加速度



(b) 速度 (10本の線が重なっている)



(c) 変位 (10本の線が重なっている)



(d) 流体力 (繰り返し計算の1回目の値と10回の繰り返しを経て平均された値の比較)

図-25 改良したアルゴリズムにおける繰り返し計算過程での諸量の変化
(中央節点の加速度, 速度, 変位, 流体力の x 方向成分)

6.2 改良したアルゴリズムによる解析例

上流風速を 0 ~ 2 m/s まで 1.0 s かけて上昇させ、その後、風速を 2 m/s に保ったままとする解析を行った。なお、時間積分間隔は前節の計算例よりも大きくして $\Delta t = 1.0 \times 10^{-3} \text{ s}$ としたところ、安定に計算できたのでこの値を用いた。

図-23 はこの解析で得られた膜の形状の時間変化である。上流流速を 2 m/s まで上昇させている途中で膜は変形を始め、徐々に上流側が持ち上げられるような変形が進行する。時間にして 3.5 s を経過したところから膜は風になびくようなひらひらとした振動を開始し、以後この状態が続いている。

図-24 は膜の近傍の流線と等圧力線を示したものである。膜の上下面で渦が発生し、流下しており、これが膜の振動を生起しているといえる。

構成したアルゴリズムの内側のループが解析に及ぼす効果を調べた結果を図-25 に示す。図-25 (a) - (c) には膜の中央節点の加速度、速度、変位の主流方向成分が 10 回の繰り返し計算の間にどのように変化するかを、時間の経過とともに示したも

のである。これによれば、繰り返し計算の過程で加速度は値が小さくなっているが、速度や変位についてはほとんど変化がないことが分かる。また、図-25 (d) は繰り返し計算の 1 回目の流体力と、10 回経過した後の、次のステップの膜の計算に実際に作用させる流体力の値とを比較したものである。これによれば両者の間には、値には若干の差異があるが、力が作用する方向やその時間的变化はよく対応している。繰り返し計算の 1 回目の流体力は、前ステップの計算に基づいて次のステップの膜の動きを予測する重要な目安であるから、繰り返し計算の過程で流体力の作用する傾向が損なわれていないことはアルゴリズムの信頼性を評価する上で重要であると考ええる。以上の結果、繰り返し計算が及ぼす効果は、主として膜の加速度が過大になることを防ぐことにあり、そのことによって安定に解析が進められていることが分かった。

7. おわりに

風洞実験のスケールでは薄いビニールシートで試験体を作るような、きわめて軽量でフレキシブルな膜と風との連成問題を対象とする数値流体解析法の開発を試みた結果について報告した。

対象とする問題を鉛直平面内に限定し、流れについては ALE 有限要素法を用い、膜については曲げ剛性を無視してトラス要素で離散化し、大変形の動的解析法を適用した。

流れの解析と膜の解析を単純に交互に繰り返すアルゴリズムは不安定であったが、膜の密度を本来の値よりも 40 倍まで重くすれば解析を行うことができた。

この解析の結果、アルゴリズムが不安定になる原因が、膜が非常に軽量であるために単純に流体力を作用させると膜に大きな加速度が生じ、その結果次のステップにおいて流体から過大な流体力を受けることにあることが分かった。

これを踏まえてアルゴリズムを改良し、一つの時間ステップ内で繰り返し計算を行い、流体力を短い時間範囲で平均化して膜に作用させることにより、膜が風になびいてフラッタを生じる計算結果を得ることができた。

現時点では、ようやく連成解析を安定にできるようになった段階であり、今後は解析結果を実現象と対照していく予定である。また、膜の両端を固定した条件で解析を行っているが、本来はこれらの端点はケーブルによって弾性支持されている。これを解析に取り入れ、膜が気流中で位置や姿勢を変える状況を扱えるようにすることも今後の課題である。

謝辞：この課題に取り組んで種々の問題点を見だし、対策についての貴重な知見を得てくれた太田匡司（元東京大学大学院生・現大成建設株式会社）および中藤誠二（東京大学大学院）の両君に心より感謝します。また本研究は著者（野村）が研究分担者として参加した文部省科学研究費・基盤研究 A (1) 08555111（研究代表者・木村吉郎東京大学助教授）の補助を受けて行ったものであり、記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 木村吉郎, 藤野陽三, 手塚寛之, 横沢和夫, 太田匡司: ダム施工時の防雨用吊膜屋根の対風挙動, 構造工学論文集 Vol.42A, pp.867-872, 1996.

- 2) 太田匡司, 木村吉郎, 野村卓史, 藤野陽三: 膜屋根の対風挙動の数値流体解析, 土木学会第 51 回年次学術講演会概要集 I-A, pp.328-329, 1996.
- 3) 中藤誠二, 木村吉郎, 野村卓史, 藤野陽三: 風による吊膜の静的大変形の 2 次元数値解析, 土木学会第 52 回年次学術講演会概要集 I-B, pp.34-35, 1996.
- 4) 野村卓史: ALE 有限要素法による流れ・構造連成解析への予測子・修正子法の適用と計算過程に関する技法, 土木学会論文集 No.455/I-21, pp.55-63, 1992.
- 5) Nomura, T.: ALE finite element computations of fluid-structure interaction problems, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 112, pp.292-308, 1994.
- 6) Tamura, T. and Itoh, Y.: Three-dimensional vortical flows around a bluff cylinder in unstable oscillations, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol. 67 & 68, pp.141-154, 1997.
- 7) Hiejima, S., Nomura, T., Kimura K. and Fujino, Y.: Numerical study on the suppression of the vortex-induced vibration of a circular cylinder by acoustic excitation, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol. 67 & 68, pp.325-334, 1997.
- 8) 加藤真志: 修正生産項 $k-\epsilon$ を用いた静止・振動角柱周りの二次元流れ解析, 土木学会論文集 No.577/I-41, pp.217-230, 1997.
- 9) Shimura, M. and Sekine, A.: Interaction analysis between structure and fluid flow for wind engineering, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, pp.595-604, 1993.
- 10) 西村敏雄, 登坂宣好, 近藤典夫: 非圧縮性流れと弾性シェルの相互作用に関する数値シミュレーション, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 393 号, pp.128-136, 1988.
- 11) 渡辺洋八郎, 磯貝紘二, 杉原正浩: 紙のフラッタに関する解析, 日本機械学会流体工学部門講演会講演論文集 pp.263-264, 1996.
- 12) 吉田裕, 魚地征一郎: 非線形動解析における直接時間積分の安定性向上に関する検討, 構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, 第 17 巻 pp.525-530, 1993.
- 13) 野村卓史, モンコル・ジラヴァシャラデット: Smagorinsky の渦粘性モデルを用いた円柱まわりの高レイノルズ数流れの解析, 構造工学論文集, Vol.40A, pp.425-434, 1994.
- 14) Brooks, A.N. and Hughes, T.J.R.: Streamline upwind/Petrov-Galerkin formulations for convection dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier-Stokes equation, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.32, pp.199-259, 1982.

(1998 年 4 月 24 日 受付)