

線形化逆散乱解析法の欠陥位置と形状再構成能に関する一検討

Geometrical Resolution of Defects in Linearized Inverse Scattering Methods

北原道弘*・中畑和之**・廣瀬壮一***

Michihiro KITAHARA, Kazuyuki NAKAHATA and Sohichi HIROSE

*正会員 工博 東北大学教授 大学院工学研究科土木工学専攻 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 06)

**学生員 東北大学 大学院工学研究科土木工学専攻 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 06)

***正会員 工博 東京工業大学助教授 工学部土木工学科 (〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1)

Linearized inverse scattering method based on Born and Kirchhoff approximations is an approach whereby shape and location of defects are obtained together from ultrasonic backscattering waveforms. Here, capability of the algorithm to estimate geometrical properties of unknown defects is tested by the use of synthetic data for both volumetric defects and cracks. Numerical examples show that the method has versatility to estimate exact location as well as shape of defects provided rough location of defects is known.

Key Words : linearized inversion, inverse scattering, elastodynamics, backscattering

1. はじめに

超音波を利用して構造材料内部に存在する欠陥の位置、形状、大きさ、傾きなどを推定しようとする場合、欠陥により散乱された波動を計測して、この散乱波が有する情報から逆に欠陥の幾何学的諸量を推定することになる。言い換えると、一般には推定したい欠陥の幾何学量は前もってわかっておらず、欠陥に関する幾何学量の推定問題は逆問題となる。

土木構造材料中に存在する欠陥の幾何学的諸量を超音波を利用して再構成することにより、欠陥を定量化しようとする試みは既にいくつか行われており、回折トモグラフィに基づいた高橋等の研究¹⁾、計測散乱波形に各種波形処理を適用した三上等の研究²⁾、開口合成を基本とした岩館等の研究³⁾、逆散乱解析を基に欠陥像の再構成を試みた廣瀬等による一連の研究^{4),5),6)}が挙げられる。また、最近のレーザ超音波の送受信技術の進歩に伴い、部材内クラックに関する幾何学的パラメータの推定と共にクラックに対する入力となる固体内入射波動場の推定に関する研究がNishimuraとKobayashi⁷⁾により行われている。さらに、地盤構造の精密推定を意図して、動弾性場の等価介在物法に基づいて地盤物性の変化量に対する線形化積分方程式系を定式化した堀と倉川⁸⁾の研究がある。

これら研究のうち、本論文が基礎を置く廣瀬等^{4),5),6)}が示した逆散乱解析手法はボルン近似^{9),10)}とキルヒホフ近似^{11),12)}に基づいて弾性逆散乱問題を線形化したものである。廣瀬等による逆解析過程を吟味すると、逆散乱解析においては遠方散乱場に寄与する散乱体内部或いは境界上の位相情報が重要であり、この位相情報の整合を取る原点は実際上欠陥近傍に存在すればよく、

欠陥の中心に位置する必要はないことがわかる。このことは、欠陥の正確な位置情報は逆散乱解析において本質ではないことを意味している。本論文では、廣瀬等が示した線形化弾性逆散乱解析法が有している欠陥位置の確定性能に着目して手法を要約し、欠陥の大凡の位置はわかっているものの正確な位置が未定な場合についてこの手法を適用し、欠陥位置の再現と共に欠陥形状の再構成能について考察する。このとき、キャピティーとクラックが混在する欠陥モデルを設定することにより、ボルン及びキルヒホフ逆解析法が有する欠陥領域と欠陥表面の再現特性についても考える。

2. 散乱波の積分表現と等価散乱源

2.1 波動場の積分表現

図-1に示すように、境界 S^∞ で囲まれた領域 D 内の有限部分に物体力 f_i が作用する均質な線形弾性体を考える。ここでは、領域 D 内に欠陥は存在していないものとする。いま、角振動数を ω とする時間調和な波動場を考えると、変位 u_i は次の運動方程式を満足する。

$$C_{ijkl}u_{k,jl}(x) + \rho\omega^2 u_i(x) + f_i(x) = 0 \quad (1)$$

ここに、 C_{ijkl} は弾性係数、 ρ は密度である。

いま、無限弾性体中の点 y の m -方向に作用する単位の調和振動集中力による点 x における i -方向の変位 $G_{im}(x, y)$ を考える。この関数 G_{im} は基本解と呼ばれ、次式を満足する。

$$C_{ijkl}G_{km,jl}(x, y) + \rho\omega^2 G_{im}(x, y) + \delta_{im}\delta(x - y) = 0 \quad (2)$$

ここに、 $\delta(x)$ はデルタ関数であり、 δ_{im} はクロネッカーデルタである。

式(1)と G_{im} の内積をとり、式(2)と u_i の内積をとって差し引き、領域 D について積分すると、次式を得る。

$$u_m(\mathbf{y}) = \int_{S^\infty} \{G_{im}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) C_{ijkl} n_j(\mathbf{x}) u_{k,l}(\mathbf{x}) - C_{ijkl} n_j(\mathbf{x}) G_{km,l}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) u_i(\mathbf{x})\} dS + \int_D G_{im}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) f_i(\mathbf{x}) dV \quad (3)$$

ここに、 n_j は境界 S^∞ 上の単位外向き法線ベクトルである。

いま、領域 D が無限弾性体の場合を考えると、上式右辺の第1項は無限遠方における境界 S^∞ 上の積分となる。この項は無限遠方での変位と応力ベクトルに依存しており、入射波 u^0 の積分表現と見なすことができる。故に、式(3)は

$$u_m(\mathbf{y}) = u_m^0(\mathbf{y}) + \int_D G_{im}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) f_i(\mathbf{x}) dV \quad (4)$$

と書ける。

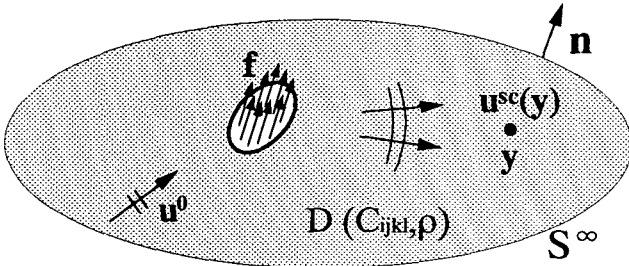


図-1 物体力 f が作用する弾性体 D

2.2 散乱波の境界型積分表現

いま、図-2に示すように無限弾性体 D 内に欠陥 D^c が存在する場合を考え、この欠陥による散乱波の積分表現の一つを示す。ここでは、物体力は作用していないものとする。欠陥 D^c の境界 S と領域 D の無限遠方での境界 S^∞ により囲まれた領域 $D \setminus D^c$ に対し、式(3)を得たのと同様な過程を適用する。このとき、欠陥による散乱波 u^sc を

$$u_m^sc = u_m - u_m^0 \quad (5)$$

と定義すると、この散乱波は欠陥境界 S 上の積分によって次のように表される。

$$u_m^sc(\mathbf{y}) = - \int_S \{G_{im}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) C_{ijkl} n_j(\mathbf{x}) u_{k,l}(\mathbf{x}) - C_{ijkl} n_j(\mathbf{x}) G_{km,l}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) u_i(\mathbf{x})\} dS \quad (6)$$

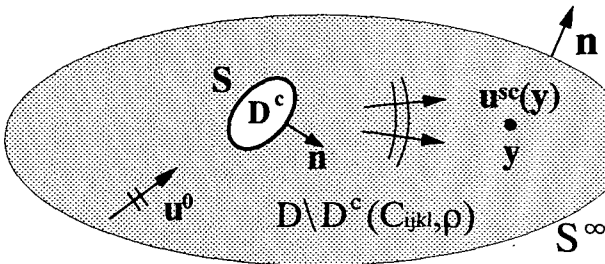


図-2 欠陥部 D^c が存在する弾性体 D

いま、散乱体の境界 S 上においてのみ値を有する特異関数 γ を次のように定義する。

$$\int_D \gamma dV = \int_S dS \quad (7)$$

この関数 γ を用いると、境界型の積分表現式(6)は形式的に領域型の積分表現として次のように書くことができる。

$$u_m^sc(\mathbf{y}) = - \int_D \gamma(\mathbf{x}) \{G_{im}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) C_{ijkl} n_j(\mathbf{x}) u_{k,l}(\mathbf{x}) - C_{ijkl} n_j(\mathbf{x}) G_{km,l}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) u_i(\mathbf{x})\} dV \quad (8)$$

2.3 散乱波の領域型積分表現

図-2に示した内部に欠陥 D^c を有する弾性体はその材料定数が欠陥内で変化する不均質体としてもモデル化できる。ここでは、欠陥による散乱波を欠陥が占める領域内部の物理量の積分として表現することを考える。いま、母材 $D \setminus D^c$ の弾性係数と密度を C_{ijkl} 及び ρ とし、欠陥 D^c 内の弾性係数と密度を $C_{ijkl} + \delta C_{ijkl}$ 及び $\rho + \delta \rho$ とする。ただし、欠陥内の材料定数は一定、物体力は零とする。このとき、変位場の支配方程式は

$$\{\bar{C}_{ijkl}(\mathbf{x}) u_{k,l}(\mathbf{x})\}_j + \bar{\rho}(\mathbf{x}) \omega^2 u_i(\mathbf{x}) = 0 \quad (9)$$

となる。ここに、

$$\bar{C}_{ijkl}(\mathbf{x}) = C_{ijkl} + \delta C_{ijkl} \Gamma(\mathbf{x}) \quad (10)$$

$$\bar{\rho}(\mathbf{x}) = \rho + \delta \rho \Gamma(\mathbf{x}) \quad (11)$$

であり、 $\Gamma(\mathbf{x})$ は次のように定義された欠陥 D^c 内において値を有する特性関数である。

$$\Gamma(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{for } \mathbf{x} \in D^c \\ 0 & \text{for } \mathbf{x} \in D \setminus D^c \end{cases} \quad (12)$$

いま、式(10)と(11)を式(9)に代入して次式を得る。

$$C_{ijkl} u_{k,lj}(\mathbf{x}) + \rho \omega^2 u_i(\mathbf{x}) = - \{ \delta \rho \omega^2 u_i(\mathbf{x}) \Gamma(\mathbf{x}) + \delta C_{ijkl} u_{k,lj}(\mathbf{x}) \Gamma(\mathbf{x}) + \delta C_{ijkl} u_{k,l}(\mathbf{x}) \Gamma_{,j}(\mathbf{x}) \} \quad (13)$$

上式(13)と式(1)を比較して、上式の右辺が正負を除いて物体力 f_i に対応することがわかる。これより、材料の不均質部と見なした欠陥からの散乱波 u_m^sc は次のように積分表現できる。

$$u_m^sc(\mathbf{y}) = \int_{D^c} G_{im}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \{ \delta \rho \omega^2 u_i(\mathbf{x}) + \delta C_{ijkl} u_{k,lj}(\mathbf{x}) \} dV + \int_D G_{im}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \delta C_{ijkl} u_{k,l}(\mathbf{x}) \Gamma_{,j}(\mathbf{x}) dV \quad (14)$$

ここで、欠陥境界 S 上の法線ベクトル $\mathbf{n}$ は図-2に示したように欠陥 D^c から母材 $D \setminus D^c$ 内に向いた単位ベクトルであることに注意する。このとき、 $\Gamma_{,j} = -n_j \gamma$ となるから、次の関係が成立する。

$$\int_D \Gamma_{,j} dV = - \int_D n_j \gamma dV = - \int_S n_j dS \quad (15)$$

この関係を用いて、式(14)の右辺第2項の積分を境界 S 上の積分として表現すると次のようになる。

$$u_m^{sc}(\mathbf{y}) = \int_{D^c} G_{im}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \{ \delta \rho \omega^2 u_i(\mathbf{x}) + \delta C_{ijkl} u_{k,l}(\mathbf{x}) \} dV - \int_S G_{im}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \delta C_{ijkl} u_{k,l}(\mathbf{x}) n_j(\mathbf{x}) dS \quad (16)$$

上式の右辺第2項に発散定理を適用し、欠陥領域 D^c 内の積分に変換して次の領域型積分表現を得る。

$$u_m^{sc}(\mathbf{y}) = \int_{D^c} \{ \delta \rho \omega^2 G_{im}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) u_i(\mathbf{x}) - \delta C_{ijkl} G_{im,j}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) u_{k,l}(\mathbf{x}) \} dV = \int_D \Gamma(\mathbf{x}) \{ \delta \rho \omega^2 G_{im}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) u_i(\mathbf{x}) - \delta C_{ijkl} G_{im,j}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) u_{k,l}(\mathbf{x}) \} dV \quad (17)$$

2.4 等価散乱源

欠陥による散乱波は式(8)と式(17)のように境界型と領域型の2通りに積分表現できて、両者共に形式的には領域積分の形で記述されている。これら2つの表現は等価散乱源を導入することにより、統一的に書くことができる。等価散乱源は散乱体を2次波源と見なすことにより散乱波を領域内に分布した等価物体力からの放射波として表現するものである。いま、等価散乱源を $q_i(\mathbf{x})$ と書けば、式(4)を基に散乱波 u_m^{sc} は次のように表現できる。

$$u_m^{sc}(\mathbf{y}) = \int_D G_{im}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) q_i(\mathbf{x}) dV \quad (18)$$

上式(18)と式(8)を比較して、指標の付け替えを行えば、式(8)に対応した等価散乱源は次のようになる。

$$q_i(\mathbf{x}) = -\gamma(\mathbf{x}) C_{ijkl} \{ n_j(\mathbf{x}) u_{k,l}(\mathbf{x}) - n_l(\mathbf{x}) u_k(\mathbf{x}) \partial / \partial x_j \} \quad (19)$$

特異関数 γ の性質より、この等価散乱源は境界 S 上に分布する。

同様に、式(17)に対応した等価散乱源は

$$q_i(\mathbf{x}) = \Gamma(\mathbf{x}) \{ \delta \rho \omega^2 u_i(\mathbf{x}) - \delta C_{ijkl} u_{k,l}(\mathbf{x}) \partial / \partial x_j \} \quad (20)$$

となる。特性関数 Γ の性質より、この等価散乱源は欠陥の占める領域 D^c 内に分布する。

3. 遠方散乱場

散乱波の積分表現(18)において点 $\mathbf{y}$ は波動の計測点であり、実際の超音波計測においては対象とする欠陥の代表長を単位として測るという意味において遠方に位置する場合が多い。また、点 $\mathbf{x}$ は散乱源、即ち、欠陥の内部あるいは欠陥境界上の点である。いま、図-3に示すように座標原点 O を欠陥近くの任意点に選び、計測点 $\mathbf{y}$ が遠方にあるとして、以下のように近似する。

$$|\mathbf{y} - \mathbf{x}| = |\mathbf{y}| - \hat{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{x} \quad (21)$$

ここに、 $\hat{\mathbf{y}}$ は $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{y}/|\mathbf{y}|$ なる欠陥近くの座標原点から遠方の計測点の方向を向く単位ベクトルである。この近似のもとに、基本解 $G_{im}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ は次のように書ける。

$$G_{im}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \approx \sum_{\alpha} g_{im}^{\alpha}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) e^{ik_{\alpha}|\mathbf{y}|} e^{-ik_{\alpha}\hat{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{x}} \quad (22)$$

ここに、 $\alpha = L, T$ は縦波成分と横波成分を表す。

上記基本解の遠方近似(22)を式(18)に代入すると、遠方における散乱場を次のように表現できる。

$$u_m^{sc, far}(\mathbf{y}) \approx \sum_{\alpha} e^{ik_{\alpha}|\mathbf{y}|} \int_D g_{im}^{\alpha}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) q_i(\mathbf{x}) e^{-ik_{\alpha}\hat{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{x}} dV \quad (23)$$

均質等方弾性体中の平面ひずみ場において、式(22)に示した基本解 G_{im} の具体的表現は次のようになる。

$$G_{im}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \approx \frac{i}{4\mu} \left[D(k_L|\mathbf{y}|) \kappa^2 \hat{y}_i \hat{y}_m e^{-ik_L \hat{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{x}} + D(k_T|\mathbf{y}|) (\delta_{im} - \hat{y}_i \hat{y}_m) e^{-ik_T \hat{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{x}} \right] \quad (24)$$

ここで、 $\kappa = k_L/k_T$ とおいた。また $D(z)$ は円筒波の遠方表現 $D(z) = \sqrt{2/(\pi z)} e^{i(z - \pi/4)}$ である。このとき、遠方散乱波の表現(23)は次のようになる。

$$u_m^{sc, far}(\mathbf{y}) = D(k_L|\mathbf{y}|) A_m(\hat{\mathbf{y}}) + D(k_T|\mathbf{y}|) B_m(\hat{\mathbf{y}}) \quad (25)$$

ここで、 A_m と B_m は縦波と横波の散乱振幅であり、後の解析で必要となる縦波の散乱振幅は次のように表される。

$$A_m(\hat{\mathbf{y}}) = \frac{i}{4\mu} \kappa^2 \hat{y}_i \hat{y}_m \int_D q_i(\mathbf{x}) e^{-ik_L \hat{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{x}} dV \quad (26)$$

ここで、 $q_i(\mathbf{x})$ は式(19)または式(20)に示した等価散乱源である。

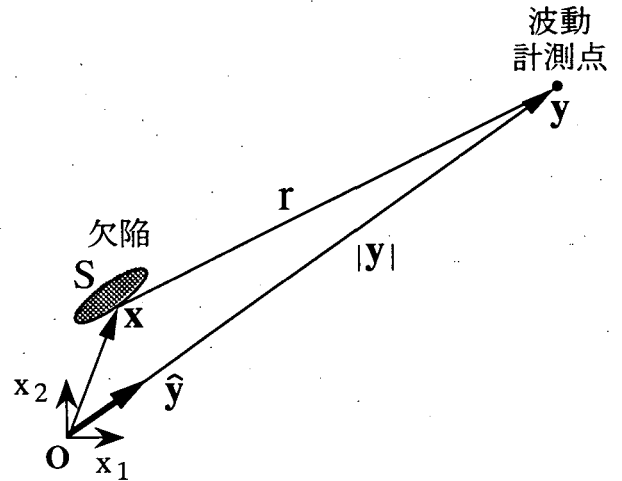


図-3 遠方近似と計測点方向を向く単位ベクトル $\hat{\mathbf{y}}$

4. 詳細位置不明欠陥と逆散乱解析法

式(19)と式(20)に示した等価散乱源 q_i は特異関数 γ と特性関数 Γ をそれぞれ含んでいる。これら特異関数と特性関数は欠陥の境界上及び領域内で値を有する関数であり、欠陥の形状を表現し得るものである。遠方の点 $\mathbf{y}$ において散乱波が計測されたとき、式(18)の

左辺は既知となる。従って、何らかの手法を用いてこの積分方程式を等価散乱源中に含まれる特異関数か特性関数について解くことができれば、欠陥形状の再現が可能になる。このとき、等価散乱源 q_i の被積分項には特異関数 γ や特性関数 Γ だけでなく、欠陥境界上あるいは欠陥内部の変位場 u_i も含まれている。さらに、式(18)の積分の積分範囲が実際は特異関数あるいは特性関数そのものであり、欠陥形状に関して式(18)が非線形であることが問題となる。等価散乱源 q_i に含まれる変位 u_i に低周波数域^{9),10)}あるいは高周波数域^{11),12)}で有効とされる近似を導入することにより、積分方程式(18)を線形化する過程については廣瀬等^{4),5),6)}に詳しい。以下、廣瀬等が先に構築した線形化逆散乱解析手法を欠陥の詳細な位置が不明な場合に対して適用し、欠陥形状の再現性能について検討するという立場から、問題設定と具体的手順を要約する。

4.1 詳細位置が不明な欠陥に対する逆散乱問題

本論文で考える欠陥配置と弾性超音波の送受信概要を図-4に示す。ここでは、領域型欠陥の一例としてキャビティー、表面型欠陥としてクラックが存在している。これら欠陥の大凡の位置はわかっているものと仮定する。欠陥から十分に離れた点 y から欠陥近傍のある勝手な一点 O に向けて超音波 u^0 を送信し、送信と同じ点 y で欠陥からの後方散乱波 u^{sc} を受信・記録する。同じ計測が欠陥を囲むように多点で可能な場合を想定する。この状況において、キャビティーとクラックの形状再構成がどの程度可能かについて検討したい。

計測点を十分遠方を選ぶことにして、欠陥への入射波 u^0 は近似的に次のような平面縦波と仮定する。

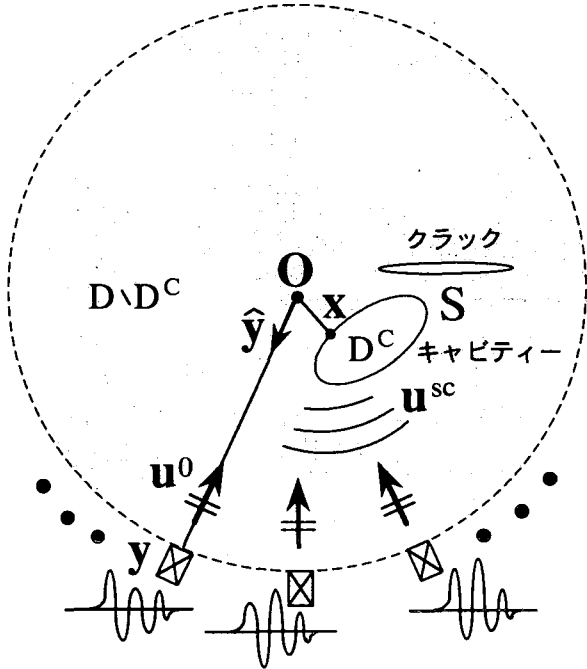


図-4 詳細位置不明欠陥に対する超音波の送信と受信

$$u^0(x) = u^0 \hat{d}^0 e^{(ik^0 \hat{p}^0 \cdot x)} \quad (27)$$

ここで、 u^0 は振幅、 $\hat{d}^0$ は変位の偏向方向を表す単位ベクトル、 k^0 は入射波の波数、 $\hat{p}^0$ は入射波の進行方向を表す単位ベクトルである。図-4に示す状況において、入射波の送信方向は $-\hat{y}$ であり、 $\hat{d}^0 = \hat{p}^0 = -\hat{y}$ となる。また k^0 は縦波の波数 $k^0 = k_L$ である。

さらに、計測点は後方散乱縦波と横波が分離できる程度に遠方に位置しているものとし、受信波動成分のうち、縦波成分を利用することにする。即ち、式(25)の右辺第一項 $D(k_L|y)|A_m(\hat{y})$ を波動計測結果から抽出する。欠陥の大凡の位置は既知としているので、図-4における超音波の送信中心 O は欠陥近くのある点に前もって決めることができる。即ち、計測点 y と超音波の送信中心 O の間の距離 $|y|$ は計測前に確定できる。さらに、個別の欠陥が存在しない場における参照信号を利用することにより、関数 $D(k_L|y)$ の補正は可能である。これより、ここでの逆問題は式(26)の左辺、即ち、遠方における縦波散乱振幅 $A_m(y)$ が与えられたとき、欠陥の詳細位置と形状を推定する問題となる。

4.2 ボルン逆解析

ここでは等価散乱源として領域型の式(20)を採用し、ボルン近似を導入して式(26)の表現を線形化する。ボルン近似では等価散乱源 q_i に含まれる変位 u を入射波 u^0 で置き換える。ここで、領域型欠陥としてキャビティーを考えているため、等価散乱源における δC_{ijkl} と $\delta \rho$ は $\delta C_{ijkl} = -C_{ijkl}$ 、 $\delta \rho = -\rho$ となる。このとき、縦波の散乱振幅 A_m は次のように書ける。

$$A_m(k_L, \hat{y}) = i \frac{u^0 \hat{y}_m k_L^2}{2} \int_D \Gamma(x) e^{-2ik_L \hat{y} \cdot x} dV \quad (28)$$

上式右辺の積分は $K = 2k_L \hat{y}$ と置いたとき、特性関数 Γ の K -空間におけるフーリエ変換像であることから、特性関数 $\Gamma(x)$ は散乱振幅 $A_m \hat{y}_m$ の逆フーリエ変換として次のように求めることができる。

$$\Gamma(x) = -i \frac{2}{\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{1}{u^0 k_L^2} \hat{y}_m A_m(k_L, \hat{y}) \times e^{2ik_L \hat{y} \cdot x} k_L dk_L d\hat{y} \quad (29)$$

4.3 キルヒホフ逆解析

等価散乱源として境界型の式(19)を採用し、キルヒホフ近似を導入して式(26)を線形化する。キルヒホフ近似では、等価散乱源に含まれる境界上の変位場 u を入射波と反射波の和と近似する。反射波の計算には境界上の各点で接平面を考えればよい。キルヒホフ近似の後、遠方散乱振幅 A_m は次のように書ける。

$$A_m(k_L, \hat{y}) = -\frac{u^0 \hat{y}_m k_L}{2} \int_D \gamma_H(x) e^{-2ik_L \hat{y} \cdot x} dV \quad (30)$$

ここに、 $\gamma_H(x) = \gamma(x) H(\hat{y}, n(x))$ である。即ち、 γ_H は入射波が直接到達する境界部分のみで値をとる特異

関数である。上記表現より、特異関数 γ_H は次のような逆フーリエ変換により再構成することができる。

$$\gamma_H(\mathbf{x}) = -\frac{2}{\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{1}{u^0 k_L} \hat{y}_m A_m(k_L, \hat{y}) \times e^{2ik_L \hat{y} \cdot \mathbf{x}} k_L dk_L d\hat{y} \tag{31}$$

5. 逆散乱解析結果

図-5に直径 $2a$ の円形キャビティーと長さ $2a$ のクラックが間隔 a だけ離れて存在する欠陥モデルを示す。入射波動の送信中心 O が欠陥位置からずれている場合のボルン逆解析とキルヒホフ逆解析による欠陥形状の再構成能について検討したいため、ここでは図-5に示すように2通りの送信中心1と2を設定した。

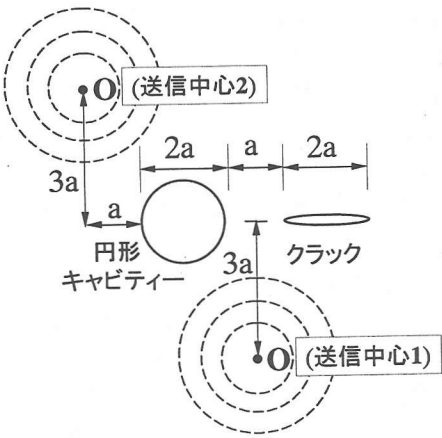


図-5 入射波動の送信中心1と2

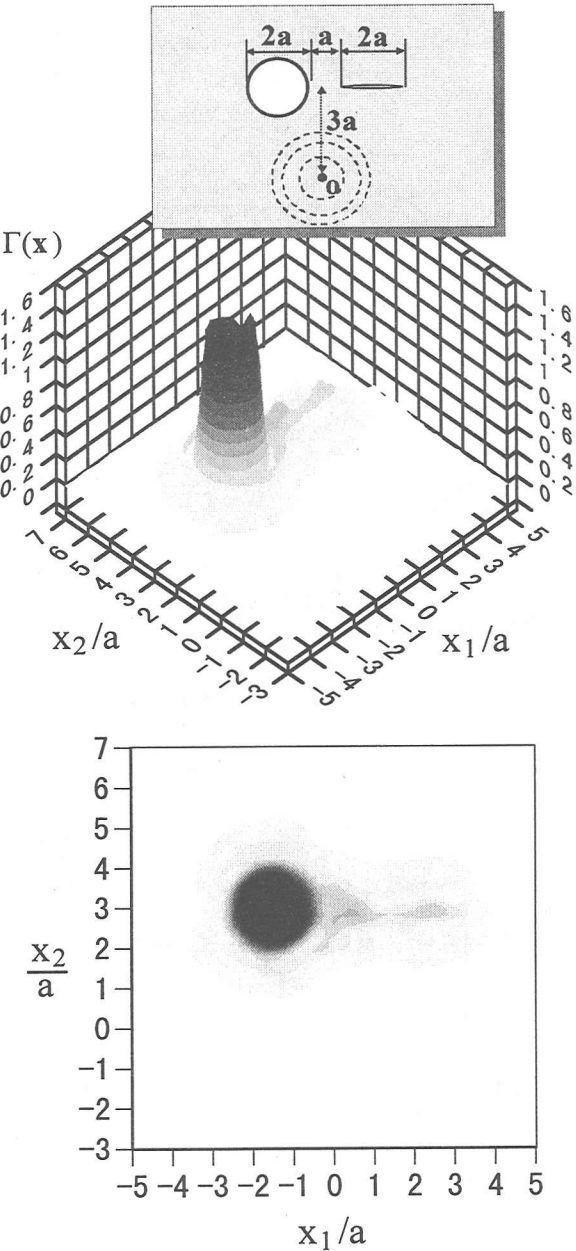


図-6 ボルン逆解析結果(送信中心1の場合)

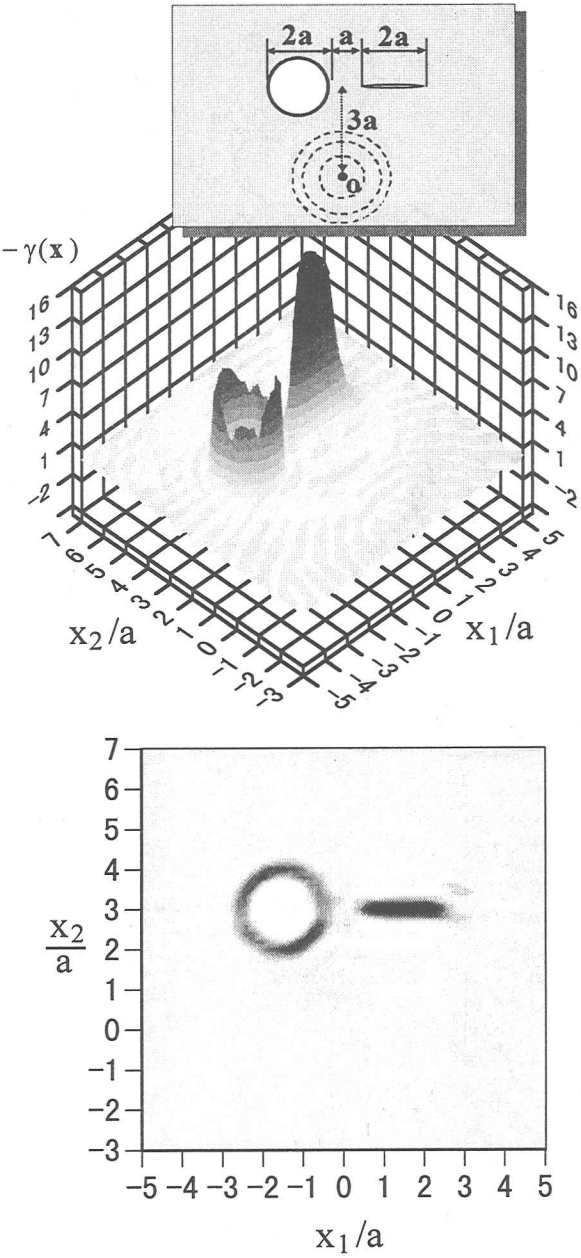


図-7 キルヒホフ逆解析結果(送信中心1の場合)

送信中心1はキャビティーとクラック間の中心から下方に $3a$ だけ離れて位置しており、送信中心2は円形キャビティの左端から左に a 、上方に $3a$ 離れて位置している。なお、ここでは同一のセンサーで波動の送信と受信を行う後方散乱波形計測状況を想定しており、欠陥による散乱波の受信も送信中心 O を向いた送信と同一のセンサーでなされるものとする。

ボルン逆解析(29)による特性関数 $\Gamma(x)$ とキルヒホフ逆解析(31)による特異関数 $\gamma_H(x)$ の再構成においては遠方縦波振幅が必要となるが、ここでは、境界要素法と散乱波の積分表現を利用してセンサー方向の遠方縦波散乱振幅 $A_m \hat{y}_m$ を、無次元化縦波波数で表現して $0.1 \leq ak_L \leq 10.0$ の波数域で生成した。

5.1 入射波動の送信中心が欠陥位置からずれた場合の形状再構成

入射波動の送信が図-5中の送信中心1について行われた場合のボルン逆解析結果を図-6に、キルヒホフ逆解析結果を図-7に示す。ここで、両図の上部に付した説明図中の送信中心 O を囲む3本の点線は、波動の送受が点 O を囲むように遠方から全周にわたって行われたことを意味している。比較のため送信中心2に関するボルン逆解析結果を図-8に、キルヒホフ逆解析結果を図-9に示す。図-6と図-8に示したボルン逆解析結果より、送信中心が欠陥位置から多少ずれていてもキャビティー領域を良く再構成していることがわかる。

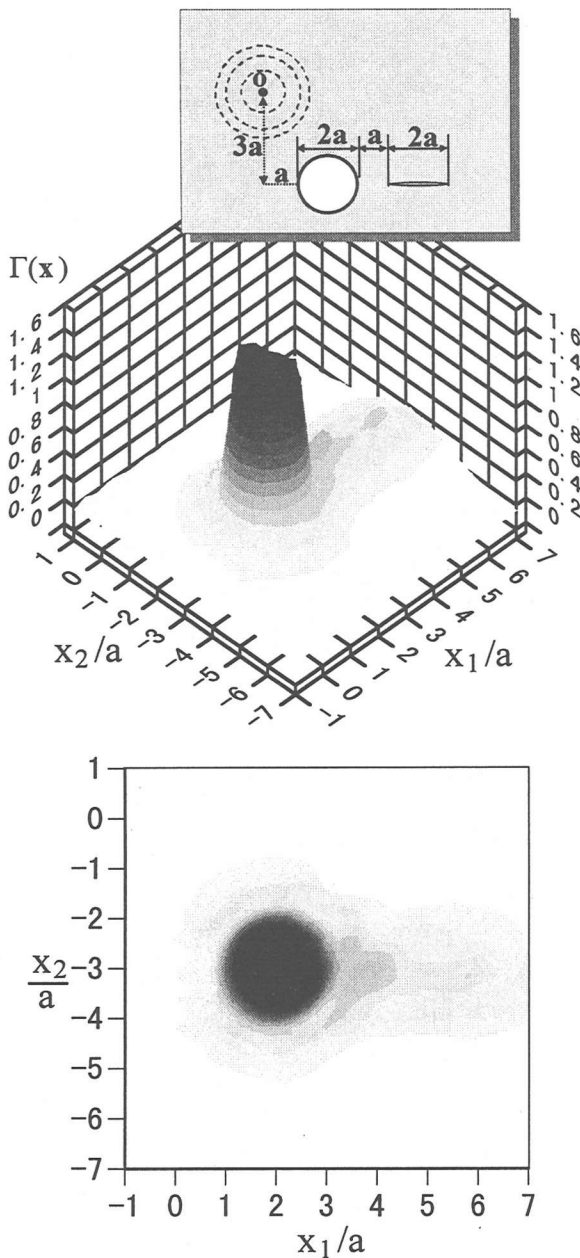


図-8 ボルン逆解析結果(送信中心2の場合)

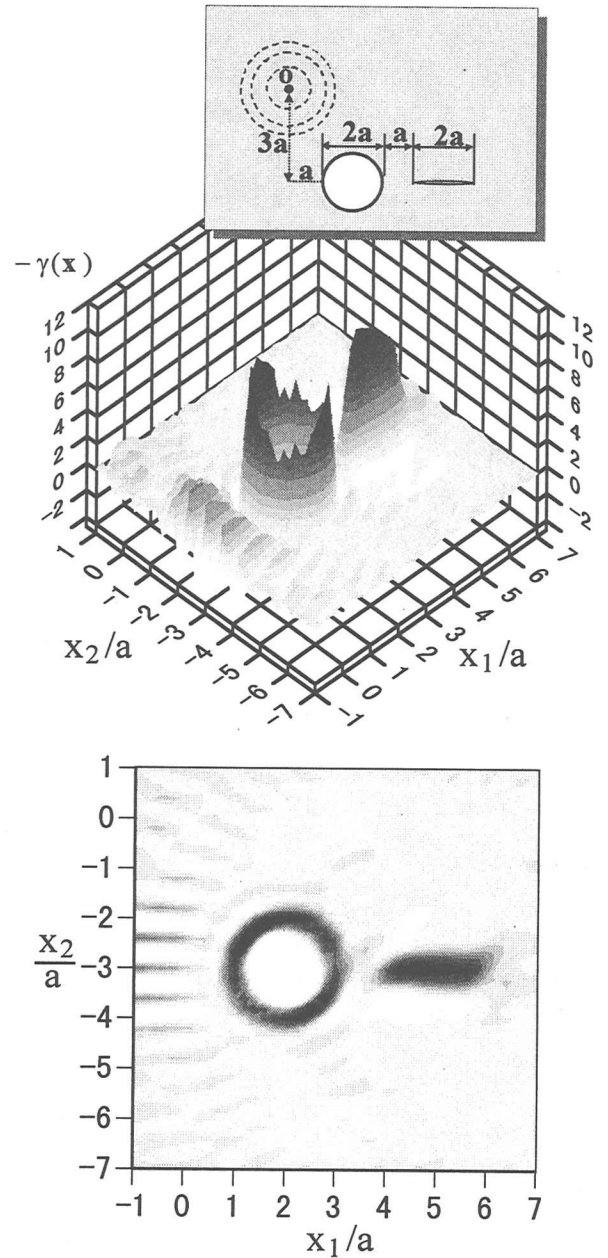


図-9 キルヒホフ逆解析結果(送信中心2の場合)

また、ボルン逆解析は表面型欠陥であるクラックには反応を示さず、クラックの形状は再現出来ていないこともわかる。図-7と図-9に示したキルヒホフ逆解析結果より、送信中心が欠陥位置からずれていてもキルヒホフ逆解析は比較的良くキャビティーとクラック両者の境界形状を再現していることがわかる。

5.2 波動の送受信が欠陥の片側から行われた場合の形状再構成

ここでは、波動の送信中心が欠陥位置からずれており、かつ波動の送受信が欠陥の片側だけから行われた場合にどの程度形状再構成が可能かについて検討する。

理論上は欠陥を囲むように全方向から波動の送受信を行う必要があるが、ここでは応用を考え、敢えて片側だけからの送受信状況に適用してみることにする。

図-10～図-12に波動の送受信が図-5中の送信中心2に関して片側だけから行われた場合のキルヒホフ逆解析の結果を示す。片側からの送受信方向は各図中の説明図に3本の点線の半円で示してあり、図-10は遠方の上半面から波動を送受信した場合に対する逆解析結果、図-11は左半面、図-12は右半面に対する結果である。キルヒホフ逆解析によれば、キャビティーに関しては波動を送信した側の境界部分の再構成が可能であることがわかる。

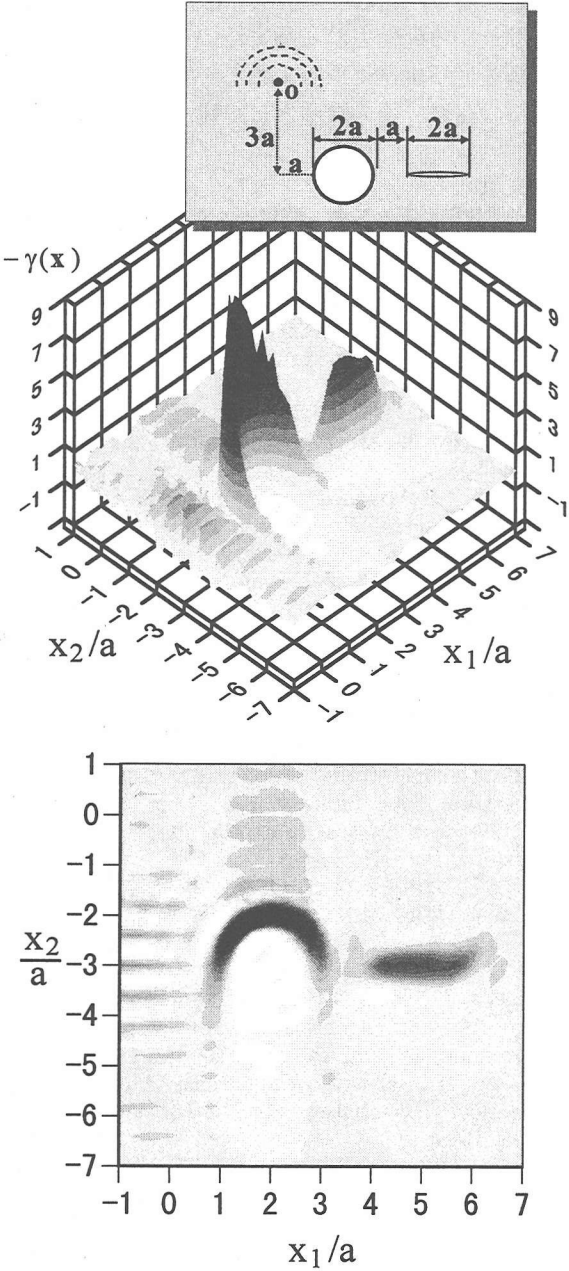


図-10 上半面からのキルヒホフ逆解析結果

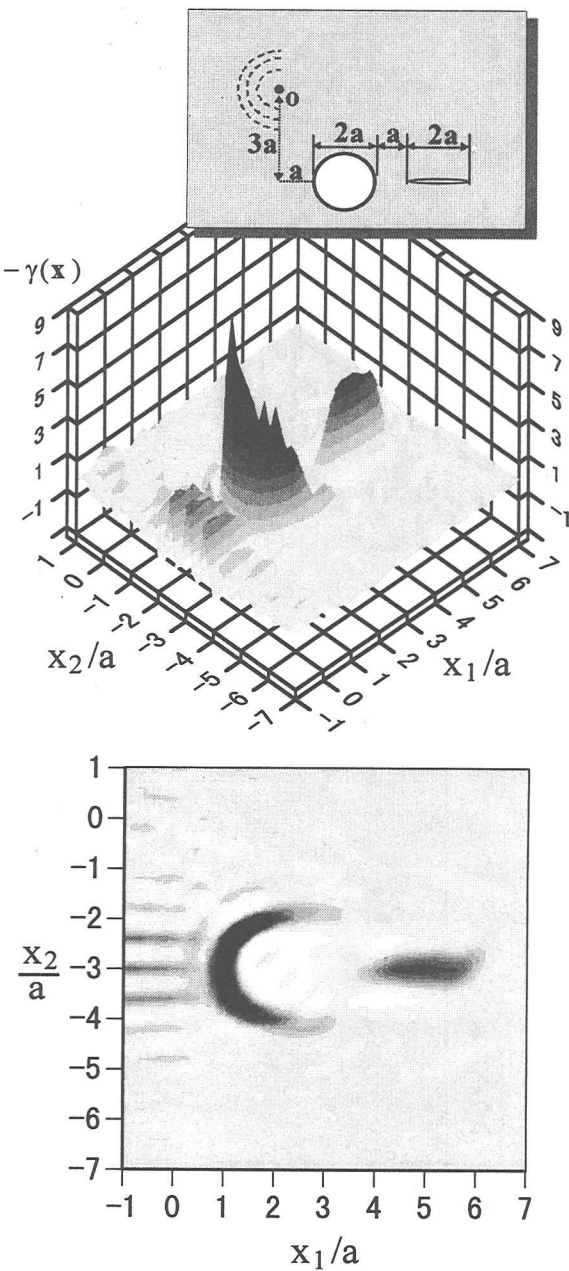


図-11 左半面からのキルヒホフ逆解析結果

またクラックに関しては多少感度は低下するものの、ほぼ正確にクラック面を再現出来ていることがわかる。

6. 結論

欠陥が存在する大凡の位置は既に推定出来ている状況を想定して、欠陥近傍のある一点に向けて超音波を送信し、受信された散乱波形を用いて線形化逆散乱解析を行うことにより、欠陥のより正確な位置と欠陥形状の再構成を試みた。この結果、欠陥を囲む全方向からの超音波の送受信の場合、ボルン逆解析ではキャビティーのような領域型欠陥の位置と形状の再構成は可能であるがクラックのような表面型欠陥の再現は難し

いこと、キルヒホフ逆解析によればキャビティーとクラック共に欠陥境界の再現が可能であることがわかった。また、キルヒホフ逆解析を欠陥の片側だけからの超音波の送受信状況に適用した結果、キャビティーの場合には超音波の送受信が行われた側のキャビティー境界だけが再現されること、クラックの場合には感度の低下は見られるもののクラック形状がほぼ再現されることがわかった。

本論文では、超音波の送受信は欠陥の代表長に比べて遠方で行われるものとして、欠陥に対する入射波は平面波と仮定して解析を行った。この仮定は、欠陥からの散乱波を計算する過程にも、線形化逆散乱解析法を構築する過程にも利用されている。本手法をより現実性を考慮した逆散乱解析法へと発展させるためには、センサーから発信される超音波のビームプロファイルの影響を逆解析法に取り入れる必要があると思われるが、この点は今後の課題として残っている。

参考文献

- 1) 高橋政則, 三木千壽, 劉銘崇, 岩立次郎: 超音波回折トモグラフィーの鋼部材の超音波探傷試験への適用の試み, 土木学会論文集, No.495/I-28, pp.93-99, 1994.
- 2) 三上修一, 大島俊之, 菅原登, 山崎智之: エコー波形の詳細解析による超音波探傷法の欠陥検出の定量的評価, 土木学会論文集, No.501/I-29, pp.103-112, 1994.
- 3) 岩立次郎, 田中雅人, 館石和雄, 三木千壽: 回転探触子を用いた開口合成システムによる超音波探傷の分解能向上の試み, 土木学会論文集, No.507/I-30, pp.121-127, 1995.
- 4) Hirose, S.: Inverse scattering for flaw type classification, *Inverse Problems in Engineering Mechanics*, pp.359-366, Springer-Verlag, Berlin, 1993.
- 5) Kitahara, M., Hirose, S. and Achenbach, J.D.: Shape reconstruction of defects in an elastic solid, *First US-Japan Symposium on Advances in NDT*, pp.187-192, ASNT, Columbus, 1996.
- 6) 廣瀬壮一, 鍋野博章, 大友譲: 空洞再構成のための逆散乱解析, 構造工学論文集, Vol.43A, pp.453-460, 1997.
- 7) Nishimura, N. and Kobayashi, S.: Determination of ultrasonic transducer characteristics with laser measurements, *International Symposium on Inverse Problems in Engineering Mechanics*, Elsevier Science, Oxford, 1998. (in press)
- 8) 堀宗朗, 倉川哲志: ACROSSを用いた地盤構造の逆解析の提案, 地盤工学における逆解析の適用と施工管理に関するシンポジウム発表論文集, pp.67-72, 地盤工学会, 1997.
- 9) Hsu, D.K., Rose, J.H. and Thompson, D.O.: Reconstruction of inclusions in solids using ultrasonic Born inversion, *J. Appl. Phys.*, Vol.55, pp.162-168, 1984.
- 10) Rose, J.H.: Elastic wave inverse scattering in non-destructive evaluation, *PAGEOPH*, Vol.131, pp.715-739, 1989.
- 11) Cohen, J.K. and Bleistein, N.: The singular function of a surface and physical optics inverse scattering, *Wave Motion*, Vol.1, pp.153-161, 1979.
- 12) Bleistein, N. and Cohen, J.K.: Progress on a mathematical inversion technique for non destructive evaluation, *Wave Motion*, Vol.2, pp.75-81, 1980.

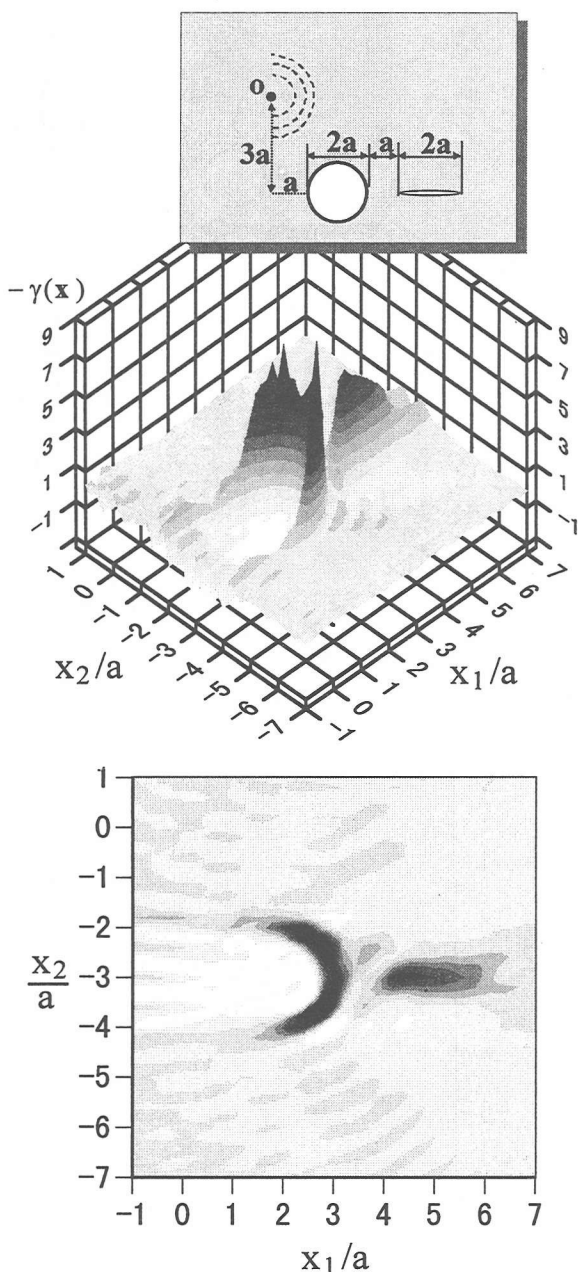


図-12 右半面からのキルヒホフ逆解析結果

(1998年4月24日受付)