

情報エントロピーを用いた杭の鉛直変位予測のための地盤定数の逆解析

Inverse analysis of soil parameters for a pile displacement prediction model based on information entropy

本城 勇介¹⁾・工藤 暢章²⁾
Yusuke HONJO and Nobaki KUDO

¹⁾正会員 Ph.D 岐阜大学助教授 工学部 土木工学科 (〒501-1193 岐阜市柳戸1の1)

²⁾正会員 博士(工学) ダイヤコンサルタント(株) 東京支店 (〒171 東京都豊島区池袋三丁目1番2号)

Seven sets of pile loading test data in Bangkok are introduced to estimate parameters used in the pile displacement analysis model based on the superposition of Mindlin's elastic solution of the first kind. Two models are developed: one considers the slippage between a pile and soil, and the other not considering it. The inverse analysis procedure applied is the extended Bayesian method (EBM) in which the observation data and the prior information are appropriately matched by ABIC. ABIC is also employed to identify the two different models. The results exhibited the capability of the EBM in overcoming the illposedness that are often encountered in this kind of geotechnical inverse analysis and in identifying the better model.

keyword: inverse analysis, extended Bayesian method, ABIC, pile displacement analysis, Information Entropy

1. はじめに

近年、限界状態設計法の移行という背景を踏まえ、杭基礎などの変位の推定法が見直されている。本研究では、7本の杭の載荷試験をもとに得られた観測データを用い、あらかじめ用意された杭の載荷荷重-沈下量の理論式(モデル)のモデルパラメータ(ヤング率、せん断強度)をキャリブレーションする、いわゆる逆解析を行う。ここで用いている杭の鉛直載荷試験のデータは、バンコクの高速道路網建設プロジェクトに関して行われたもので、現地で地質学的に分類されている各土層の杭の鉛直変位予測のためのヤング率を求めることが目的であった(Honjo, Limanhadi and Liu, 1993)。

Poulos and Davis(1980)によって提案されている載荷荷重、杭頭変位、そのとき杭体内部に伝達されている力との関係をあらわした理論式がある。この式はミンドリンの第一解を重ね合わせることで導かれた式である。過去にこの理論式を用いて逆解析により地盤の諸定数を求めた例に、地盤を完全弾性体とし、地盤と杭の変位の連続性を仮定したもの(Honjo, Limanhadi and Liu 1993)、地盤と杭の間に滑動を考慮したもの(Honjo and Rainrukwong, 1994)がある。しかし、これは最尤法に基づいた逆解析であった。

本研究では、上に挙げた二つのモデルを用い、拡張ベイズ法による逆解析を行い、地盤のヤング率、非排水

せん断強度の推定を行うとともに、逆解析におけるモデルの選択について赤池ベイズ情報量基準(ABIC)でこれを評価した。特にこの手法が、情報エントロピーに基づく理論によっているので、その背景をやや詳しく説明した。

2. 杭の変位予測モデル

ここで用いる理論式は、Poulos and Davis(1980)によって提案された式であり、ミンドリンの第一解の重ね合わせにより導かれている。このモデルに必要な地盤定数は、地盤のヤング係数と、非排水せん断強度であるが、これらは採用している力学モデルの性質上、地盤を構成する各土の固有の性質というよりは、杭の鉛直沈下量を予測するための便宜的な値と考える方が妥当であろう。以下では、まず理想化した滑動のない場合(杭と地盤の変位の連続性を仮定する場合)について述べ、次にそれを滑動が生じる場合に拡張する。

2.1 滑動の生じない杭の載荷荷重-沈下関係式

杭は円形でその直径 d 、長さ L とする(図-1a)。また杭先端の換算直径を d_0 (この研究では $d=d_0$ とした)とし、図-1cに示すように、鉛直荷重 P が地表面で杭頭に作用しているとする。この杭を n 個の円柱状の要素に分割し、それぞれの円柱周面に作用するせん断応力を p 、鉛直

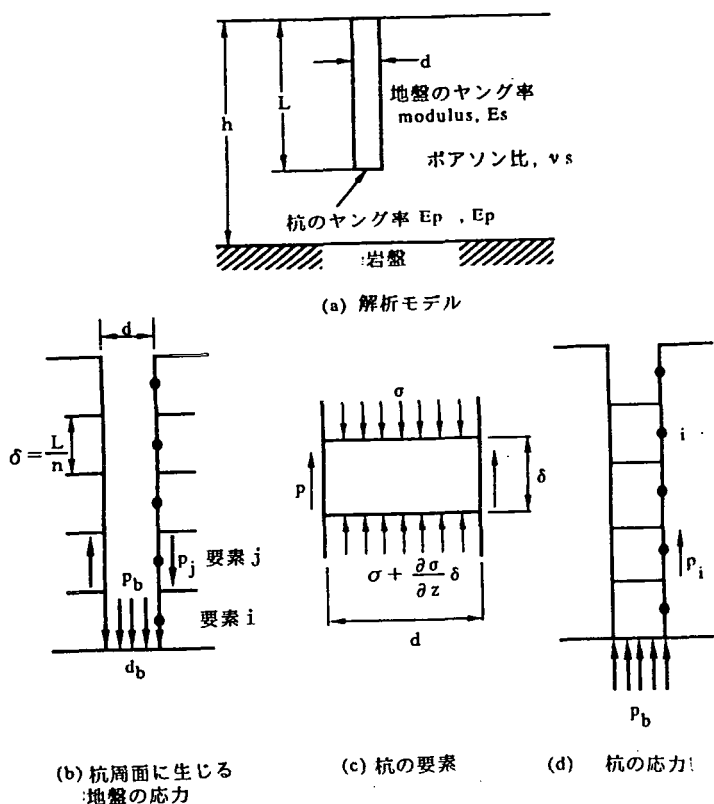


図-1 解析モデル

応力を σ とする。また杭先端には鉛直応力 p_b が作用している。

地盤は半無限の弾性体と仮定され（有限深さに剛体とみなされる層があれば、鏡像原理により解を重ね合わせるにより対処する）、そのヤング率 E_s 、ポアソン比は ν である。さらに、杭の周面は粗く、杭と地盤の間に滑りは生じないと仮定する。すなわち、杭と地盤は変位の適合性を満足している。

載荷荷重 P に対する、杭周面応力 p 、先端応力 p_b それぞれに変位を求めるには、次の3つのステップを踏む。

(1) 杭の各要素における地盤の変位を、 P 、 p 、及び p_b によって表わす。これには、ミンドリンの第一解の重ね合せを用いる。

(2) 杭の各要素の変位を P 、 p 及び p_b 、さらに杭のヤング率 E_p により記述する。これは杭を棒状の弾性体と仮定すれば簡単に求まる。

(3) 杭と地盤の間の変位の適合性条件より(1)と(2)で求めた式を等置し、 p と p_b を未知数とする連立方程式を立て、これを解く。

以上のようにして、次の連立方程式が導かれる。

$$\{p\} = \left[[I] - \left(\frac{n^2}{4(L/d)^2} \right) E_p R_A [I_p] \right] \left[\frac{1}{E_s} \right] [I_s]^{-1} \{Y\} \quad (1)$$

ここに、

$\{p\}$: 杭周面せん断応力ベクトル $(n+1)$

E_p : 杭のヤング率

$[E_s]$: 地盤のヤング率 ($1/E_s$ は、 $n+1$ 次ベクトル)

R_A : 杭の中空率(中空でない場合 $R_A = 1$)

d : 杭の直径

δ : 要素間長さ

$[I]$: 単位行列 $(n+1) \times (n+1)$

$[I_p]$: 杭の作用行列 $(n+1) \times (n+1)$

$[I_s]$: 鉛直変位に関するミンドリンの影響係数行列 $(n+1) \times (n+1)$

n : 杭の要素分割数

$\{Y\}$: 荷重ベクトル。杭頭以外は零。

なお、Poulos and Davis(1980)のモデルでは、地盤がいくつかの層から構成される場合、層間の変位の適合性は満たされない。この論文で導入しているモデルも同様の問題点から免れない。

2.2 滑動が生じる杭の載荷荷重-沈下量関係式

実際の土は有限のせん断強度を持っている。杭と地盤との摩擦力が最大せん断強度に達したとき、滑動、或いは、局部降伏が生じる。

この滑動を考慮した解析にD'Appolonia and Romualdi(1963), Poulos and Davis(1968)の提案した式があり、弾性解析の式を修正をすることにより滑動を考慮し、これを解析した。これらの解析の仮定は以下のとおりである。

(1) 滑動は、弾性解析において計算された各要素の平均せん断応力が限界値に達したとき、生じるものとする。

(2) 滑動が生じると、当該要素については地盤と杭の変位の適合性が成り立つ必要はなくなる。しかし計算されたせん断応力が、制限値に達しない他の要素に対しては変位の適合性が成り立つものとする。

滑動に対する弾性式の修正には式(1)で求めたせん断応力に関する式を弾性解により、変位 ρ に関する式に変形する。

$$[Z] \rho = Y$$

$$\rho = Z^{-1} Y$$

ここに

$$[Z] = \left[\frac{1}{d} [I_s]^{-1} [E_s] - \left(\frac{dn^2}{4L^2} \right) E_p R_A [I_p] \right]$$

(2)

式(2)は、滑動を考慮した場合の杭の沈下量計算モデルである。

杭の載荷実験では載荷荷重を順次増やしてゆくが、初期の荷重段階において式(2)は全ての要素において滑動は生じていない状態を仮定して計算される。求め

られた各要素の変位を式(1)に代入して各要素のせん断応力 p が求められる。このせん断応力は予め明示された、対応する要素の地盤のせん断強度 τ_a と比較される。計算されたせん断応力が τ_a を越えている要素に対しては式(2)を用いて滑動のための修正を行う。つまり滑動が生じたある要素 i の p_i は τ_{ai} に固定される。

3. 逆解析による地盤定数の推定

3.1 地盤工学における逆解析の問題点

地盤工学における逆解析では、問題の不適切性が大きいことが知られている。これは、载荷/除荷が単調、荷重範囲が小さい、計測位置が限定される等多数の要因による(本城, 1995)。

このような問題を解決する何らかの事前情報を用いることが行われ、ベイズ推定法またその変形であるカルマンフィルターが広く用いられる。しかし、問題はそれほど単純ではなく、観測データと事前情報をどのようにマッチングさせるかなどの問題がある。

著者らは、これに拡張ベイズ法と赤池ベイズ情報量基準(ABIC)を用いる方法を提案しており、本研究でもこれを適用した。この背景となっているのは、情報エントロピーの理論であり、実際ABICは、真のモデルと使用しているモデルの近さを測る(相対エントロピー)尺度となっている。本論文ではこの点をすこし詳しく説明する。

3.2 相対エントロピーとABIC

(1) 情報エントロピー

情報を表す一つの本質は、我々が関心を持っているある事象の不確実性を減少させてくれるものということが出来るであろう。例えば今、軟弱地盤上に高さ3mの盛土をある施工計画に従って建設しようというとき、その結果が「破壊する」あるいは「破壊しない」という2通りであったとき、この2つの内一つになることを確実に教えてくれるものがあれば、これを我々は情報ということが出来る。

それでは、個々の情報の重要性を定量的に測る尺度はどのように考えれば良いだろうか。情報通信理論の確立者であるシャノンは(有本, 1980; 小沢, 1980)、上記のことを定量的に書き表す方法として、情報量 $I(a_i)$ を次のように定義した：

$$I(a_i) = \log \frac{1}{p_i} = -\log p_i \quad (3)$$

ここに、 a_i は、個々の事象、 p_i を個々の事象の生起確率とする。この定義によれば、予想される生起確率の低い事象に対する確実な生起の情報ほど、情報量は大きくない。この事実はわれわれの情報の重要性に関する直感と一致する。

ところで、実際の場合では、個々の事象の生起に関する情報を得るのではなく、個々の事象の生起確率を与えられた上で、全体としてこのような事象が持つ情報量を評価し、より情報量の多い状態に進もうと意図するのである。このような事象全体についての平均的な情報量を表す指標がエントロピーであり、それは事象が連続な確率変数 x で定義されるとき、次式のように定義される：

$$H(X) = - \int_{-\infty}^{\infty} p(x) \log p(x) dx \quad (4)$$

エントロピーは、情報量の期待値であり、これは確率が事象間に等分布しているとき最大となる。したがって、エントロピーが高いほどその事象に関する情報は曖昧である。

ところで、エントロピーを式(4)のように定義するのは、シャノンが事象に関する情報量の尺度としてのエントロピーを公理的に構成した結果である。すなわち、正規性、展開性、決定性、強加法性、最大性、連続性と言った、情報を記述する上で都合がよいと考えられる性質を満たす関数形は、シャノンが定義したエントロピー関数しか無いことが証明されている(有本, 1980; pp.62-69)。

(2) 相対エントロピー

今確率変数ベクトル X の2つの異なる確率密度関数を $f(x)$ と $g(x)$ とする。この2つの密度関数の相対的な不確実性を計測する量として、相対エントロピー $B(g(x); f(x))$ を次のように定義する(梅垣・大矢, 1983)：

$$B(g(x); f(x)) = \int g(x) \ln \left[\frac{g(x)}{f(x)} \right] dx \quad (5)$$

これは、 $\ln [g(x)/f(x)]$ の期待値であるが、期待値は確率密度関数 $g(x)$ についてとられていることに注意を要する。

相対エントロピーは、確率密度関数 $g(x)$ と $f(x)$ の相対的な近さを計る尺度であり、次の性質を持つ(坂元・石黒・北川, 1980; p.28を参照せよ)：

1. $B(g(x); f(x)) \geq 0$
2. $B(g(x); f(x))=0 \Leftrightarrow g(x) = f(x)$

$g(x)$ を確率変数ベクトル X の真の分布, $f(x)$ をモデルとすると, 相対エントロピーは真の分布 $g(x)$ とモデル $f(x)$ の間の距離を測るものとなる。このとき相対エントロピーをKullback-Leiblerの情報量規準と呼び, 赤池の情報量統計学はこの規準を基礎に構築されている。モデルが真の分布に近づくに連れ, K-L情報量規準は0に近づく。

(3) ベイズ統計学における事前分布の選択

地盤工学の逆解析では多くの場合データの不適切性, 共線性が避けて通ることのできない問題であり, この問題を解決するためには何らかの意味で事前情報の導入が不可欠である。事前情報を考慮した逆解析はベイズ法を用いて定式化する事が出来る。

ところでベイズ法は, その事前分布の選択が主観的であるという理由により, 批判を受け続けてきた。ここで展開する議論によれば, ベイズ法における事前分布選択の問題は, 将来の予測を行うのにもっとも適した予測分布を得るための方法であることが示される。結果的にベイズ法は, 相対エントロピーが最小となるような予測分布の選択の問題であることが結論でき, ベイズ法にまつわる主観性の批判は回避される(Akaike, 1980; 赤池, 1982, 1989)。

まず将来観測されるベクトル z は, 過去の観測値 y と同様に, 独立に分布 $f(\cdot|\theta)$ に従うと仮定する。さらに, モデル・パラメータ・ベクトル θ は, 決定変数ベクトルではなく, ある確率分布 $p(\theta)$ に従う確率変数ベクトルであるとする。

今将来の観測値ベクトル z が, 過去の観測値ベクトル y の関数として $f(z|y)$ と表現できるとし $f(z|y)$ を予測分布と呼ぶことにする。 $f(z|\theta)$ と $f(z|y)$ の相対エントロピーは, 次のようになる:

$$B(f(z|y); f(z|\theta)) = \int \int f(z|\theta) \ln[f(z|\theta)] p(\theta) d\theta dz - \int \int f(z|\theta) f(y|\theta) \ln[f(z|y)] p(\theta) d\theta dy dz \quad (7)$$

この式は, $f(z|y)$ の $f(z|\theta)$ への近さを表す。この式の第1項は定数なので, $f(z|y)$ のよさは第2項のみで評価することができる。ここで, $f(y)$ を次のように定義する:

$$f(y) = \int f(y|\theta) p(\theta) d\theta \quad (8)$$

これを用いると式(7)の第2項は, 次のように書き直される:

$$\int \int \int f(z|\theta) \frac{f(y|\theta) p(\theta)}{p(y)} d\theta \ln[f(z|y)] dz f(y) dy \quad (9)$$

ベイズ公式により, 事後分布は次のようになる:

$$p(\theta|y) = \frac{f(y|\theta) p(\theta)}{p(y)} \quad (10)$$

さらに, y の分布関数は, この事後分布を用いると次のように表現される:

$$f_\theta(z|y) = \int f(z|\theta) p(\theta|y) d\theta \quad (11)$$

式(7)で定義した相対エントロピーは, この分布関数 $f_\theta(z|y)$ が予測分布 $f(z|y)$ に一致するとき最大化される。従って, 最良の予測分布は次のように与えられる:

$$f(z|y) = \int f(z|\theta) p(\theta|y) d\theta \quad (12)$$

従って, 事後分布 $p(\theta|y)$ は, 予測分布 $f(z|y)$ を得る上で, θ に関する最良の分布であることが理解される。言い換えると, ベイズ法の利用が, 予測分布に関する相対エントロピーの最大化と言う観点から正当化されたわけである。

(4) 最良の事前分布の選択

以上の結果を用いて, いくつかの代替的な事前分布 $p_k(\theta)$ の中から, 最良の事前分布を選択することができる。式(8)は, 事前分布 $p_k(\theta)$ に関する y の分布関数を与えるものであり, これは y が観測値であるとき尤度関数である(ベイズ尤度といわれる)。従って, $g(y)$ を y に関する真の分布とすると, 次の関数を最小にする事前分布が最良の分布である:

$$\begin{aligned} B(g(y); f(y)) &= \int g(y) \ln[g(y)] - \int g(y) \ln[f(y)] \\ &= \text{constant} - \sum_{i=1}^N \frac{1}{N} \ln[f(y_i)] \\ &= \text{constant} - \sum_{i=1}^N \frac{1}{N} \ln \int f(y_i|\theta) p_k(\theta) d\theta \end{aligned} \quad (13)$$

ここに, N は観測データの個数である。

この誘導では, y の真の分布は観測値によって置き換えられており, 相対エントロピーは近似的に評価されている。従っていくつかの代替的な事前分布 $p_k(\theta)$ の中から最適のものを選ぶ場合, 式(13)にするものと選べばよい。

事前分布を選択する場合、それはある分布族に属する確率密度関数 $p(\theta | \lambda)$ として与えられることが多い。ここに λ は超パラメータ(hyper-parameter)と呼ばれ、普通パラメータ θ の次元数よりはるかに少ない次元数のベクトル(場合によってはスカラー)である。このようにして、赤池ベイズ情報量規準(ABIC)が導かれる:

$$ABIC = -2 \frac{1}{N} \sum_i \ln \int f(y_i | \theta) p(\theta | \lambda) d\theta + 2 \dim(\lambda) \quad (14)$$

第2項は、相対エントロピーの推定量の偏差を修正するための項である。しかし、ほとんどの応用では λ の次元は一定とされる場合が多く、このとき第2項は定数となる。

実際の θ の推定では、まず λ を固定し θ を推定する。そして λ を変化させ ABIC が最小となったときの λ における θ の推定値を最終的な推定値とする。

ベイズ法は、経験的に最尤法が効果的でない、モデルパラメータ数に比較して、観測データの量や質が十分でないような場合に、安定したパラメータ推定に効力を発揮する。実際この論文の後半で示すように、ABIC は与えられた観測データの質がよく、量が十分なとき、観測データに依存した最尤解に近い推定値を与え、そうでない場合事前情報により依存した解を与えるように、超パラメータ λ を自動的に調節する。

ベイズ法の利用は、その事前分布の選択が主観的であるという理由で、長い間批判されてきた。実際その主観性の故に、実際の問題にベイズ法を適用することは適当でないとされてきた。しかしながら、この節でしめした議論に従えば、最尤法とベイズ法の間に本質的な違いはないことがわかるであろう。両者は共に相対エントロピーを最大にするような予測分布の選択ということで説明される。これは、ベイズ法の種々の問題への適用を飛躍的に広げる可能性を持つ(赤池, 1989)。

3.3 拡張ベイズ法による定式化

(1) 観測方程式

載荷試験で得られる観測データ(載荷荷重、杭の軸力分布、杭頭変位)と、モデル式の計算値との関係は次の式によって表される:

$$y_{ij} = f(x_j | \theta) + \varepsilon_{ij} \quad (15)$$

ここに

y_{ij} : 観測データ

θ : モデルパラメータ(地盤のヤング率とせん断強度)

$f_i(x_j | \theta)$: モデル式

x_j : 載荷荷重

ε_{ij} : 誤差ベクトル, i.i.d. $N(0, \sigma_{\varepsilon}^2)$

測定項目: $i=1$: 杭頭変位

$i=2, \dots, m$: 杭の軸応力分布

j : 荷重段階 (1, ..., n)

ここで表されるモデル式(15)は、前節で述べた Poulos and Davis(1980)によって提案された杭の載荷荷重、沈下量、伝達荷重に関する理論式である。

また誤差 ε_{ij} には、測定誤差とモデリング誤差が含まれる。ここに測定誤差は測定時に生ずる偶然誤差であり、一方モデリング誤差は、理想化、単純化されたモデル式を用いることによって生ずる誤差である。これら2つの誤差を分離することは困難であるため、 ε_{ij} は両方の誤差を含めたものとして取り扱う。便宜上、 ε_{ij} は独立に平均0、分散 σ_{ε}^2 の正規分布従うものと仮定する。

(2) 事前分布

地盤のヤング率とせん断強度が推定の対象となっているパラメータである。それぞれ適当な事前平均値を与え、また分散値は超パラメータにより調整されるので、後述する比較的簡単な共分散行列として与える。パラメータは正規分布に従うと仮定している。

(3) 拡張ベイズ法

拡張ベイズ法は、観測データの分布関数と事前分布をベイズ定理により結合することにより求められ、次式を最小化することに帰着する:

$$J(\theta) = J_u(\theta) + J_\theta(\theta | \beta)$$

ここに

$$J_u = (y - f(x | \theta))^T V_\varepsilon^{-1} (y - f(x | \theta)) \quad (16)$$

$$J_\theta(\theta | \beta) = (\theta - \theta^*)^T B V_\theta^{-1} (\theta - \theta^*)$$

y : 観測値ベクトル

x : 荷重条件を示すベクトル

θ : モデルパラメータベクトル

V_ε : 誤差の共分散行列

θ^* : 事前情報平均値

B : 事前情報に与える重み

(対角項に適当に λ_E と λ_τ が並んだ対角行列)

V_θ : パラメータの事前分散共分散行列(単位行列)

今回の研究では、超パラメータについて推定パラメータであるヤング率 E_s とせん断強度 τ_s 各々に λ_E 、 λ_τ という異なる重みを導入する。これは E_s と τ_s が異

なる種類の定数で、その事前情報の信頼性には違いがあると考えたからである。

(4)パラメータ推定の信頼性

拡張ベイズ法における推定パラメータの分散・共分散行列は下式になる。

$$V_{\theta}(x_j) = [\sum_{j=1}^I S(x_j)^T V_{\varepsilon}^{-1} S(x_j) + B V_{\theta}^{-1}]^{-1} \quad (17)$$

ここに
 S : 係数行列 $S = \frac{\partial f}{\partial \theta^T} |_{\theta_0}$

(5)事前情報の重み λ の決定とモデルの同定

本研究では、 λ の決定およびモデルの同定にABIC(赤池ベイズ情報量基準)を用いている。 λ は、ABICの最小となる時の λ で決定される。

$$ABIC = NK \ln(J(\hat{\theta})) + \ln \lambda_E^{m_E} \lambda_{\tau}^{m_{\tau}} |V_{\theta}^{-1}| - \ln |\sum_{k=1}^{NK} [S^k]^T V_{\varepsilon}^{-1} [S^k] + B V_{\theta}^{-1}| + const. \quad (18)$$

ここに

N : 杭の本数

K : 一本の杭における荷重段階数

λ_E : 事前情報(ヤング率)に対する重み

λ_{τ} : 事前情報(せん断強度)に対する重み

m_E : ヤング率の数

τ_a : せん断強度の数

S^k : 荷重段階 k におけるモデルの感度行列

4. 実データを用いた逆解析

4.1 解析に用いたデータ

タイ、バンコク周辺における高架高速道路の建設に際し行われた7本の杭の載荷試験で得られたデータ(載荷荷重、沈下量、伝達荷重)をもとに逆解析を行う。

地盤のボーリングデータおよびN値から各々の杭付近の地盤を3層に分割し、それぞれヤング率、 E_{a1} 、 E_{a2} 、 E_{a3} 、せん断強度 τ_{a1} 、 τ_{a2} 、 τ_{a3} とした。

各杭での地層のN値と分割図を図-2に示す(Honjo et.al 1993)。また、7本の杭の載荷試験の荷重-沈下量曲線を図-3に、典型的な伝達荷重分布図を図-4に示す。

7本の杭は全て場所打ち杭であり、直径1.0 ~ 1.2m、長さ31 ~ 45mである。3層に分割した周辺地盤の状況は、場所によって層の厚さが異なっているが、地表に近い第1層から、軟弱な粘性土層、硬い粘性土層、シルト質砂層となっている。

4.2 解析条件

今回の逆解析で設定された条件は、次に述べる通りである。

(a)杭の分割要素数を21とする。

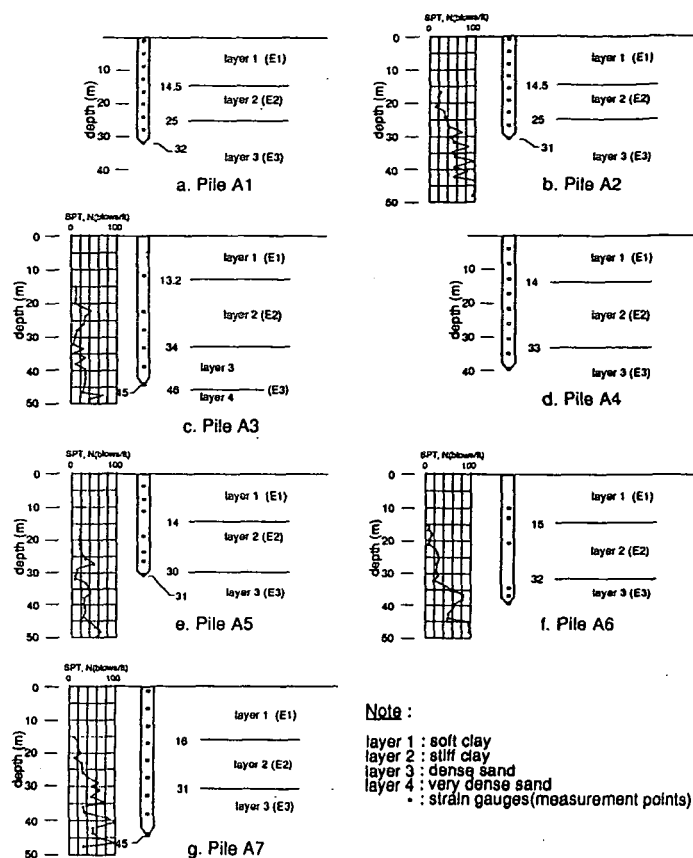


図-2 各杭の地層の分割状況

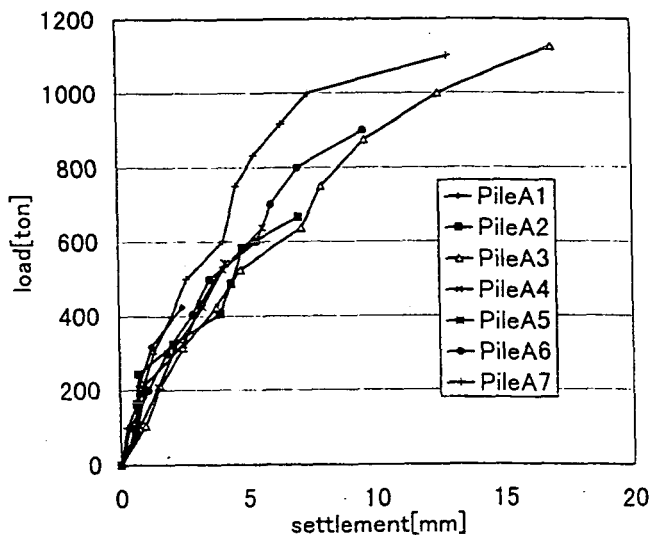


図-3 荷重-沈下量曲線

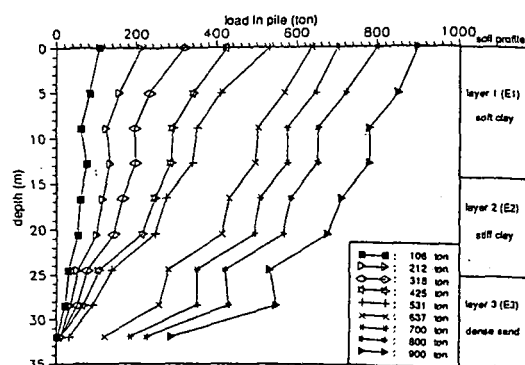


図-4 荷重伝達曲線の一例

表-1 事前平均値と事前分散

パラメータ	事前平均値(tf/m ²)	事前分散((tf/m ²) ²)
E_{s1}	2,810	3.15×10^5
E_{s2}	8,640	2.98×10^6
E_{s3}	14,480	8.39×10^6
τ_{a1}	2.3	0.212
τ_{a2}	8.5	2.89
τ_{a3}	11.0	4.87

- (b) 地盤のポアソン比は、粘土の非排水状態を考慮し、 $\nu_p=0.5$ とした。
- (c) 杭のヤング率は、その材質が鉄筋コンクリートであることを考慮し、 $E_p=3 \times 10^6$ tf/m²とした。
- (d) 事前平均値は、土質試験結果等から表-1の値とした。事前分散は観測項目である沈下量(m)、伝達荷重(tf)に対しその単位を考慮し、それぞれ 10^{-9} と1.0とした。ヤング率、せん断強度(tf/m²)の事前分散としては、変動係数を同一の0.2と仮定し表-1に示す通りとした。

4.3 解析ケース

今回の、拡張ベイズ法を用いた逆解析では、与えられたデータに応じて杭の力学的な挙動を記述する最適モデルの選択、また事前情報の導入の度合いを検討することに興味がある。これは具体的には、次の2つの载荷荷重域を与えられたデータとして考えることを意味する：

- (a) ケース425：設計荷重である425tfまでの部分を用いる。この部分では、荷重-沈下量曲線はほとんど線形である。
- (b) ケース1000：载荷初期から荷重1000tfまでのデータを対象とする。杭周辺の地盤は局所的に破壊し、荷重-沈下量曲線はかなり非線形になっている。

以上のようなデータに対し、2種類のモデルを用意する：

- (a) NSモデル：前章で示したモデルのうち、杭と地盤の間に滑動が生じず、常に両者の変位の適合条件を満足するとして導かれたモデル。「Non Slippage」よりNSモデルと呼ぶ。この場合推定すべきパラメータは地盤のヤング率である。
- (b) Sモデル：杭と地盤の間の滑動を考慮したモデル。「Slippage」よりSモデルと呼ぶ。推定パラメータはヤング率と、杭と地盤の間のせん断強度である。

モデルの複雑さの程度は、モデル・パラメータの数で表されるとすれば、SモデルはNSモデルの2倍のパ

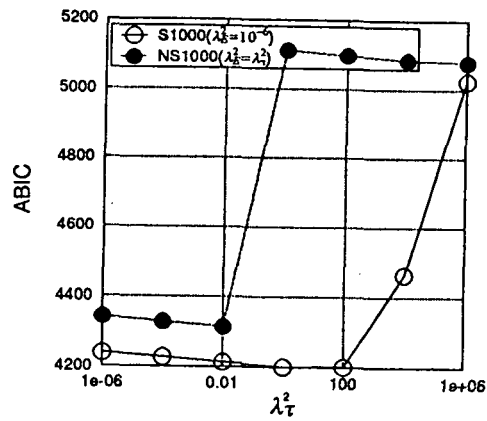
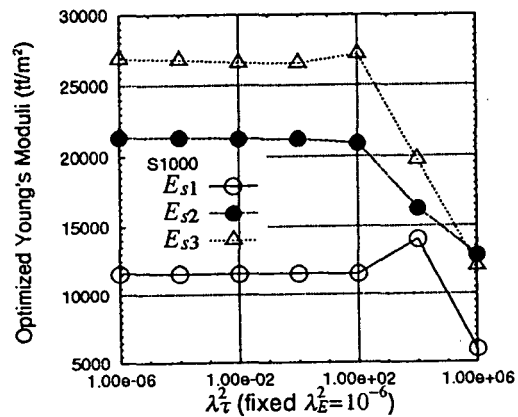
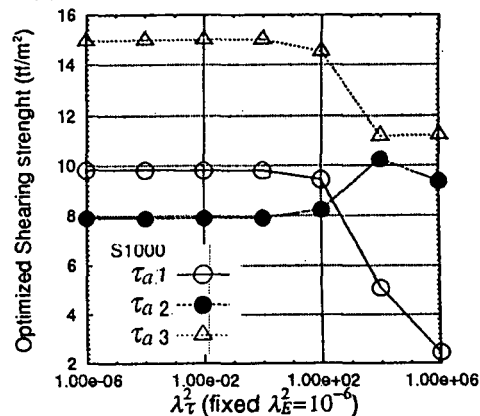


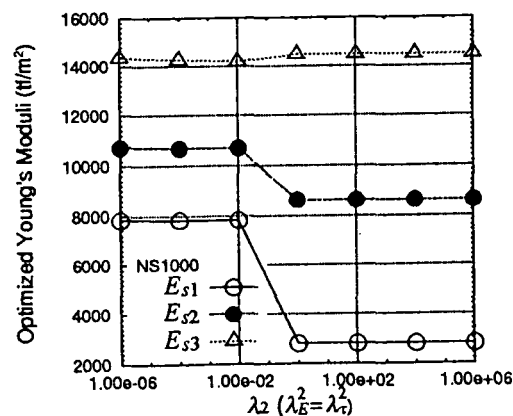
図-5 ケース1000のABIC- λ^2



(a) ケースS1000のヤング率の変化



(b) ケースS1000のせん断強度の変化



(c) ケースNS1000のヤング率の変化

図-6 ケース1000の推定パラメータの変化

ラメータ数をもつ、より複雑なモデルとすることができ
る。

以上より、次の4つのケースについて逆解析を実施
した。

- (a) ケース S1000 : 7本の杭の、載荷荷重1000tfまでの
観測データを用い、Sモデルで解析した場合
- (b) ケース NS1000 : 載荷荷重1000tfまでの観測データ
を用い、NSモデルで解析した場合
- (c) ケース S425 : 載荷荷重425tf程度までの観測デー
タを用い、Sモデルで解析した場合
- (d) ケース NS425 : 載荷荷重425tf程度までの観測デー
タを用い、NSモデルで解析した場合

なお、最適化においては、共役勾配法であるFR法を
用いた。事前情報に対する重み λ は大きな値から次第
に小さくしていった。最適化におけるパラメータの初
期値は、最初の事前情報値とし、それ以後のケースに
では直前のケースで得られた最適解を初期値とした。
これは、非線形最適化法のマルカート法に類似した方
法であり、経験的に安定性のある解を与えることがわ
かっている(中川・小柳, 1982)。

4.4 各ケースの結果と考察

(1) ケースS1000

ケース1000で最小のABIC得られたときの解析結果を
図-5に示す。解析の結果ABICは、 $\lambda_E^2 = 10^{-6}$ 、 $\lambda_\tau^2 =$
1.0で最小のABIC=4201が得られた。これについて次の
ことが言える。

- (a) 最小のABICにおける推定パラメータ E_s は事前平均
値に比べかなり高い値(約2倍)を示している。
- (b) 図-6(a),(b)に示す、 λ_τ^2 に対する E_s と τ_a の変化を見
ると、 τ_a の値は事前情報に近い値から徐々に増加し、
一方 E_s ともこれに応じて敏感に変化している。このこ
とより、 τ_a の影響を考慮した良好な収束結果が得ら
れたと考えられる。

- (c) 条件数は、最適解で4.10と小さく、解は安定した。

これらの結果から、このケースでは、 E_s と τ_a は安定
した信頼性の高い値が推定されていると思われる。

(2) ケースNS1000

図-5でケースNS1000の解析結果を見ると、最小の
ABICは、 $\lambda_E^2 = 10^{-1}$ のとき4315である。図-6(c)に示すよ
うに E_s は、事前情報の重みが大さいときは初期値とほ
んど変化がなく、事前情報の影響が弱くなる $10^{-1} \sim$
 10^{-1} にかけて大きく変化して、 10^{-1} で最小値に到ってい
るのがわかる。また、条件数は5.10と、S1000と同様、共
に低い値を示している。この結果から、今回用いた
データは、このモデルに関しては適切なものであり、

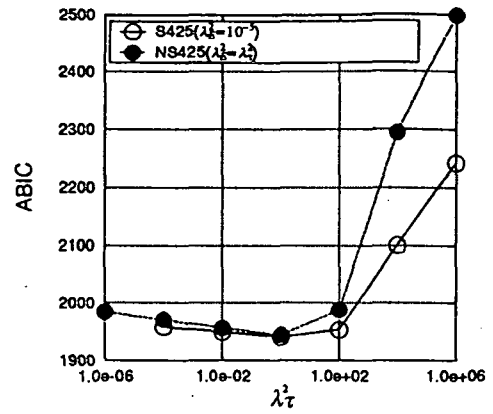
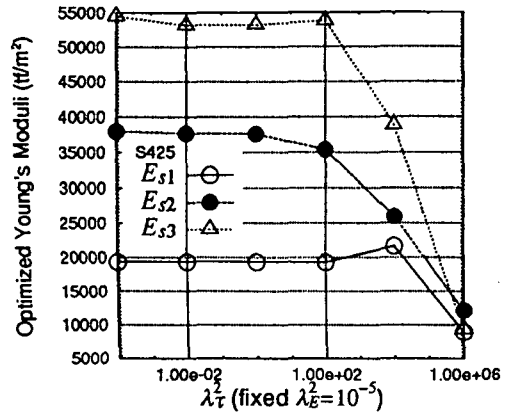
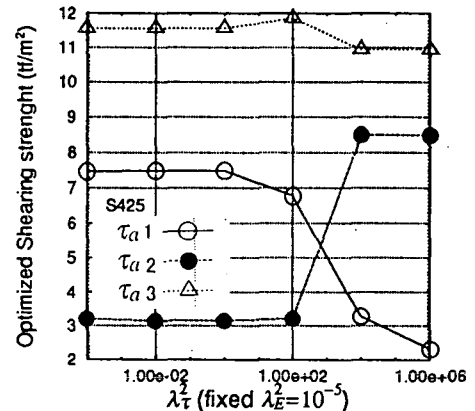


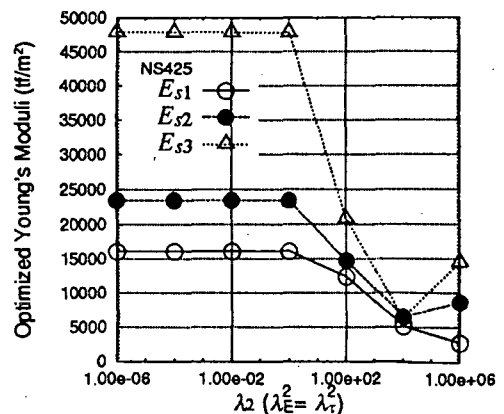
図-7 ケース425のABIC- λ_τ^2



(a) ケースS425のヤング率の変化



(b) ケースS425のせん断強度の変化



(c) ケースNS425のヤング率の変化

図-8 ケース425の推定パラメータの変化

最適化にあたり、事前情報を余り考慮しなくても良好なパラメータ推定が行われていると考えられる。

(3) ケースS425

図-7にケースS425の解析結果を示した。最小のABICは、 $\lambda_{E^2} = 10^{-5}$ 、 $\lambda_{\tau^2} = 1.0$ のとき1941である。このモデルにおいても、条件数は4.87と低い値を示した。しかし、パラメータの収束の仕方は、S1000とは異なった。即ち、

図-8(a),(b)に示すように E_s の値が、他のケースの推定値に比べ非常に大きく、また τ_{s2} の推定値が事前平均とかなり離れた低い値となった。この点については、後に考察する。

(4) ケースNS425

図-7でケースNS425の解析結果を見ると、最小のABICは、 $\lambda_{E^2} = 1.0$ のとき、1944である。 λ_{E^2} に対するABICの変化を、 λ_{E^2} の大きい方から小さい方に向かって見ると、NS1000では最適値直前まで変化がなかったのが、このモデルでは比較的緩やかに減少しているのがわかる。図-8(c)に示した E_s の変化についても同じことが言える。このモデルは、荷重425tf以下の比較的線形な部分をうまく表せていると考えられる。

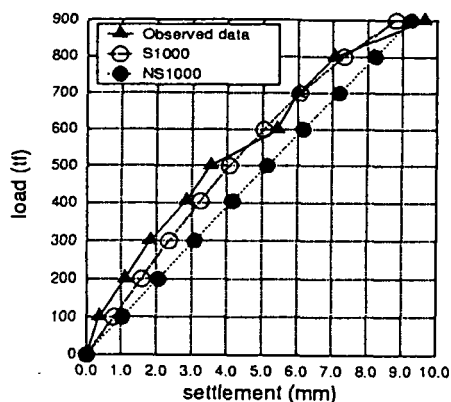


図-9 ケース1000荷重-沈下量曲線の予測例

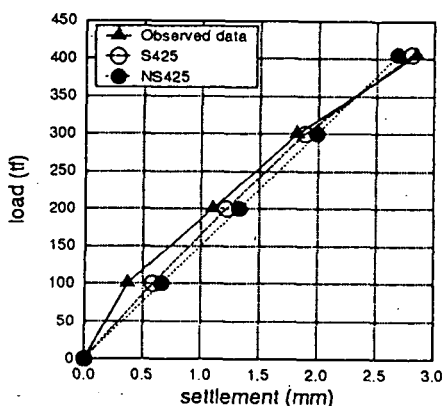


図-10 ケース425荷重-沈下量曲線の予測例

4.5 荷重-沈下量曲線の予測

各解析ケースにおいて推定された地盤のヤング率、せん断強度を用いて順解析を行い、各杭の荷重-沈下量曲線を再現した。その結果を図-9、図-10に示す。

荷重-沈下量曲線を見ると、次のことが言える：

- (a) モデルS1000,S425では、曲線を描いている。特に、S1000は、載荷荷重の広い範囲で、観測データによく追従した曲線になっている。
- (b) モデルNS1000,NS425では、直線で近似した形になっている。両方とも、載荷荷重400tf付近までの比較的線形な領域をうまく表せている。

また、図-11、図-12に示すS1000とNS1000の伝達荷重分布図には、違いが見られる。両モデルとも載荷試験結果に比べて伝達力が直線的に分布しているが、大きい載荷荷重の時の、深さ15m～25m辺り(第2層)での応力が、S1000が、NS1000を上回っている。外側に凸に張り出したS1000の伝達荷重分布の方が、観測データとも類似している。

4.6 モデルの選択

本研究では、ABICを用いて最適なモデル選択することを検討している。

それぞれのケースモデルの組み合わせで得られた最小のABICを表-2、表-3に示した。

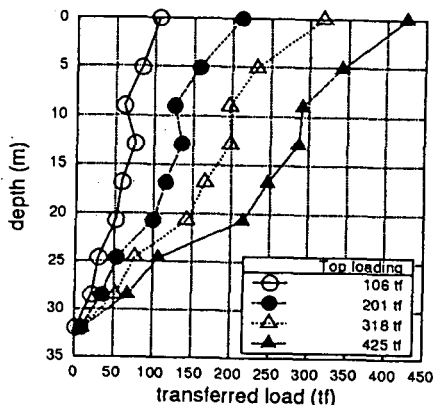


図-11 ケースS1000荷重伝達曲線の予測例

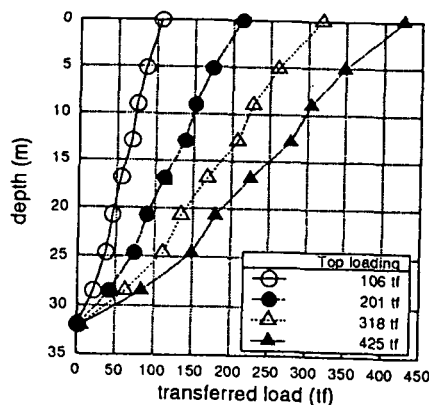


図-12 ケースNS1000荷重伝達曲線の予測例

ABICが小さいほど、そのモデルは好ましいと判断されるので、ケース1000ではSモデルが、ケース425でもSモデルが選択される。しかし、その差を見ると、ケース1000ではABICの値で100以上の差があるのに対し、ケース425では4程度の差しかなく、後者ではSモデルとNSモデルにそれほど差があるわけではない。

逆解析の本質から考えて、データが潤沢であるときは、より複雑なモデルが選択され、データが少ない場合はパラメータ推定の安定性の上からも単純なモデルが選択されることが好ましいと考えるが、ABICは、この要求を満たしていることがわかるであろう。

4.7 推定されたモデルパラメータ値

表-4に各ケースのモデルパラメータの最適推定値を示す。この表より、以下のことが観察される：

(a)各ケースのEs推定値の大きさを比較すると、

$$S425 > NS425 > S1000 > NS1000$$

となっていることがわかる。

(b) SモデルとNSモデルでは、Sモデルの方が大きなEsを与える。

(c) ケース1000と、ケース425それぞれのEsを比較すると、ケース425の方が大きい。

SモデルのEsが、NSモデルのEsより大きくなるのは、SモデルのEsは初期の曲線勾配に合わせたヤング率を推定するため、平均的な割線ヤング率を推定するNSモデルより、大きくなると考えられる。また、NSモデルでケース1000がケース425より、小さなEsを与えることは、全体的な荷重沈下量曲線の割線勾配の減少より理解することができる。

ケース425で、第2層の τ_{a2} の値がかなり小さくなったのは、このケースでは荷重-沈下量曲線は直線状で、まだあまり、滑動が生じていない場合であるにもかかわらず、Sモデルをあてはめようとしたため、最適化過程で解が不安定となり、このような低い τ_a を与えたとおもわれる。

なお、S1000でもS425でも第1層の τ_{a1} が、第2層の τ_{a2} より大きくなっているのは、観測されたどの荷重伝達分布においても、杭上部での荷重の低減が中間部のそれよりも大きいためである。このような、結果になる理由としては、杭の施工に関する要因が考えられるが、明確ではない。

以上の考察と、順解析の結果を踏まえて、ケース425では、NSモデルを予測に適したモデルとして採用した。

今回の解析では、ケース1000ではSモデルを、ケース425ではNSモデルを予測に適したモデルとした。

表-2 ケース1000のABIC最小値

ケース	ABIC最小値
S1000	4201
NS1000	4315

表-3 ケース425のABIC最小値

ケース	ABIC最小値
S425	1941
NS425	1944

表-4 各ケースの推定結果

ケース	最適化されたパラメータ値(tf/m ²)
S1000	$E_{s1} = 11,600$ $E_{s2} = 21,200$ $E_{s3} = 26,500$ $\tau_{a1} = 9.8$ $\tau_{a2} = 7.9$ $\tau_{a3} = 15.0$
NS1000	$E_{s1} = 7,800$ $E_{s2} = 10,700$ $E_{s3} = 14,200$
S425	$E_{s1} = 19,300$ $E_{s2} = 37,600$ $E_{s3} = 53,200$ $\tau_{a1} = 7.5$ $\tau_{a2} = 3.2$ $\tau_{a3} = 11.6$
NS425	$E_{s1} = 16,100$ $E_{s2} = 23,400$ $E_{s3} = 47,800$

5. 結論

本論文では、地盤工学で直面する多くの問題が不適切であり、この克服のために何らかの事前情報を与えることが不可欠であり、この事前情報と観測情報の適切な折衷のために情報エントロピーに基礎を置いたABICを用いることを提案した。そして、その有用性を杭の載荷試験結果の逆解析を通じて示した。

杭の逆解析の結果得られた結論は、次の通りである：

(1)逆解析を行うにあたって杭のモデルとして、杭と地盤との間に滑動を考慮したモデル(S)と考慮しないモ

デル(NS)両方について個々に解析を行ったところ、荷重レベルによって異なったモデルを選択した。

1000tfのケースではSモデルが予測に優れるモデルと(2)425tfのケースでは、ABICによるSモデル、NSモデルの優劣の判定は無差別であり、工学的見地から、NSモデルが優れると判断した。

(3)滑動を考慮するモデルは、最適化の際に推定パラメータであるヤング率、せん断強度に、その性質の違いを考慮して、事前情報に異なる重みを乗じて導入した。この結果、良好な収束結果が得られた。

謝辞：岐阜大学教授、宇野尚雄先生、京都大学防災研究所教授、小尻利治先生には大変有用な助言を頂いた。また岐阜大学卒業生の稲田雅春君(現 佐藤工業(株))には計算に関して多大な協力を頂いた。深謝の意を表したい。

参考文献

- 1) Poulos, H.G. and Davis, E.H. (1980), Pile Foundation Analysis and Design, John Wiley & Sons
- 2) Honjo, Y. B.Limanhadi and Liu W.T. (1993): Prediction of single pile settlement based on inverse analysis, Soils and Foundations Vol.33, No.2, pp.126-144
- 3) Honjo, Y. and Rianrukwong S.(1994): Prediction of Pile Settlement in based on inverse analysis procedure, Proc.8th IACMAG, pp.2323-2329
- 4) 本城勇介(1995): 逆解析におけるモデルと事前情報の選択(その1,及び2), 土と基礎, Vol.43, No.7, pp63-68, 及び No.8, pp51-56
- 5) 有本卓(1980):確率・情報・エントロピー, 森北出版
- 6) 小沢一雅(1980): 情報理論の基礎, 国民科学社
- 7) 梅垣寿春・大矢雅則(1983): 確率論的エントロピー, 共立出版社
- 8) 坂元慶行・石黒真木夫・北川源四郎(1983): 情報量統計学, 共立出版社
- 9) Akaike, H. (1980), Likelihood and Bayes Procedure with Discussion, Bayesian Statistics, Bernardo, J.M., DeGroot, M.H., Lindley, D.V. and Smith A.F.M. (eds.), University Press, Valencia, PP.143-166, and PP.185-203.
- 10) 赤池弘次(1980): エントロピーとモデルの尤度, 日本物理学会誌 Vol.35, No.7, pp.608-614
- 11) 赤池弘次(1989): 事前分布の選択と応用, 「ベイズ統計学とその応用」(鈴木雪夫・国友直人編), 東京大学出版会, pp.81-98
- 12) 中川 徹・小柳 義夫(1982) 最小二乗法による実験データ解析, 東京大学出版会

(1998年4月24日 受付)