

逆解析によって推定されたモデルの信頼度と最適観測点位置

The Credibility of a Model Estimated by Back Analysis
and Optimal Sensor Location

吉田郁政*・佐々木卓也**・星谷勝***

Ikumasa YOSHIDA, Takuya SASAKI and Masaru HOSHIYA

*正会員 工博 東電設計(株) 原子力土木部 (〒110-0015 東京都台東区東上野3丁目3番3号)

**学生会員 武蔵工業大学大学院 土木工学専攻 (〒158-8557 東京都世田谷区玉堤1丁目2番1号)

***正会員 工博 武蔵工業大学 工学部土木工学科 教授 (〒158-8557 東京都世田谷区玉堤1丁目2番1号)

A study of optimal sensor locations based on the credibility of a model estimated by back analysis is one of the recent topics. In such studies, it is significant to make clear the meaning of the credibility of a model estimated by the back analysis. When the credibility of the model is estimated, it is very important to consider the complement of the subspace for the back analysis, otherwise we reach the wrong conclusion that the less unknown parameters model is the more reliable one. In this paper, we perform the numerical calculation which shows the relationship between the number of unknown parameters and the estimated credibility of the model. Then the methodology to divide the total unknown parameter space into the subspace for the back analysis and the complement is presented and demonstrated through numerical example.

Key Words : back analysis, credibility of estimated model, subspace of unknown parameters, information entropy, optimal sensor location

1. はじめに

少し前までの逆解析の研究報告では、手法を確率論と確定論に分け、手法間の関係や得られた解の意味については触れていない報告が多く、また、解が比較的容易に求まる問題だけを対象にしていたように思う。

しかし、最近では各解析手法の関係を述べた報告^{1),2)}、簡単には解けない問題(不適切性)の解釈やその対処法を述べた研究^{3),4)}、得られた解の解釈や精度の評価まで踏み込んだ研究⁵⁾がみられるようになってきた。逆解析による解の精度の評価ができれば、その精度を高めるような観測点配置計画が好ましいことになる。逆解析や空間分布推定問題の解の精度に着目した観測点の配置計画も最近の研究テーマの一つとなっている^{6),7),8),9)}。こうした研究を進める上で推定される解の精度の意味を明らかにしておくことは重要な課題である。逆解析の解の精度(推定誤差の共分散行列)は後述する式(7)によって評価することができる。いくつかの問題について実際にこの式を用いて解の精度評価を行うと、未知量の数が少なければ少ないほど式(7)によって算定される推定精度は向上することに気づく。

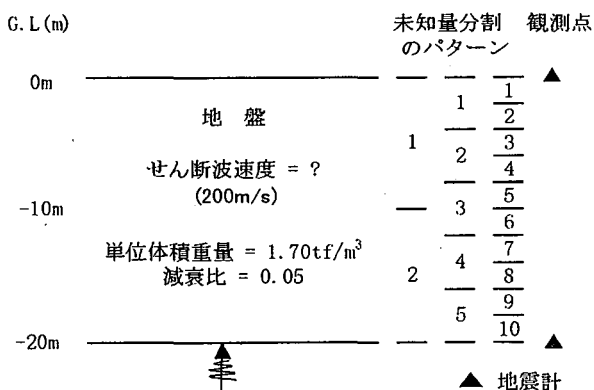


図-1 例題としたモデル

簡単なモデルを用いて例を示す。図-1 に示すように地中、地表に地震計があり、計測記録のスペクトル比を逆解析の観測量として地盤のせん断波速度を推定する問題を考える。問題設定の詳細については3節で後述する。未知量の数を2個、4個、10個とした時について推定誤差を評価すると、図-2 に示すように未知量の数が2個の時が一番精度がよく、10個の時が一番精度が悪くなる。未知量の数が少なければ少ないほど、すなわち、領域を粗く分割したモデルほど信

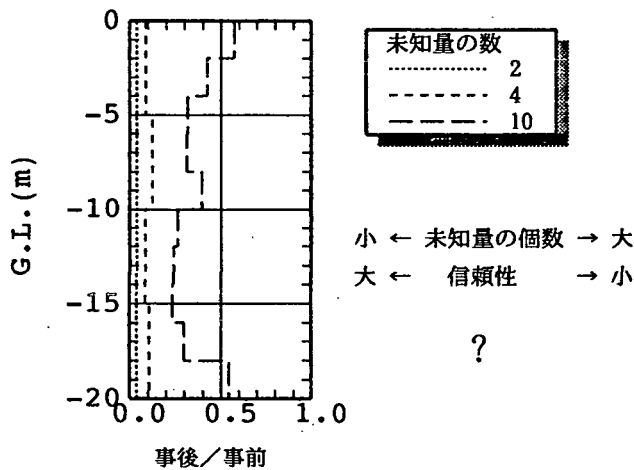


図-2 未知量の数違いによる事前・事後の標準偏差の比

信頼性が高いと考えて良いのであろうか。この感覚にあわない結果は、未知パラメタの全空間、部分空間、補空間という観点より解釈することができる。モデルの信頼度を評価するには式(7)を単純に用いるだけでは不十分であり、未知パラメタの全空間に対する認識が重要である。本論文では逆解析によって求められるモデルの信頼度の評価方法について論じ、特定の部分空間だけに注目して最適観測点配置を論じても適切な結論が得られないことを示す。さらに、逆解析の対象となる部分空間の適切な選び方について述べる。

2. 基底変換を行う逆解析の定式化

2.1 逆解析の基本的定式化

確率論から定式化を行う逆解析の基本的考え方を文献 1), 5) より抜粋して以下に示す。未知パラメタのベクトル x について平均とその共分散行列が事前情報として与えられているとする。

$$\bar{x} = E[x], M = E[(x - \bar{x})(x - \bar{x})^T] \quad (1)$$

観測量 z は次式で与えられる。

$$z = H(x) + v \quad (2)$$

ただし v は観測量誤差を表し、その共分散行列が与えられるものとする。

$$R = E[vv^T] \quad (3)$$

未知パラメタと観測量誤差が互いに独立な正規分布に従うという仮定の下で逆解析の目的関数は次のように求めることができる。

$$J = \frac{1}{2} \{ (x - \bar{x})^T M^{-1} (x - \bar{x}) + (z - H(x))^T R^{-1} (z - H(x)) \} \quad (4)$$

目的関数の最小化には多くの方法の適用が可能であり、基本的にはどの方法を用いてもよい。ここでは

Marquardt 法による解法を示す。

$$x_{i+1} = x_i + P_{xi} \{ (H_{xi}^T R^{-1} (z - H(x_i)) + M^{-1} (\bar{x} - x_i)) \} \quad (5)$$

$$P_{xi} = (H_{xi}^T R^{-1} H_{xi} + M^{-1} + \lambda D)^{-1} \quad (6)$$

ここで、

$$H_{xi} = \left. \frac{\partial H(x)}{\partial x} \right|_{x=x_i}, D = \text{diag}(H_{xi}^T R^{-1} H_{xi} + M^{-1})$$

$\text{diag}(A)$ は行列 A の対角成分のみから成る対角行列を表す。 λ は安定化と計算効率のバランスのためのパラメタである。未知量に関する事後の推定誤差の共分散行列は次式で近似的に求めることができる。

$$P_{xi} = (H_{xi}^T R^{-1} H_{xi} + M^{-1})^{-1} \quad (7)$$

2.2 未知パラメタ空間の部分空間と補空間

未知パラメタ空間を n 次元のベクトル空間と考えると、未知パラメタベクトル x は基底ベクトル u_i を用いて次のように表すことができる。

$$x = \sum_{i=1}^n u_i r_i = Ur \quad (8)$$

ここで、 r は基底ベクトルの展開係数から成るベクトルであり、 U は基底ベクトルを横に並べた行列である。一般に r と x とは一致しないので、以下、 x を未知パラメタベクトル、 r を未知量ベクトルと呼び区別する。基底ベクトルとして基本基底を用いる場合は $r = x$ となる。基本基底ベクトル e_i とは i 番目の要素が 1 で、それ以外は 0 の縦ベクトルである。それを横に並べて作成した行列は $n \times n$ の単位行列 I_n となり、基本基底を用いる場合に限り、式(8)は次式で表される。

$$x = \sum_{i=1}^n e_i r_i = I_n r = r \quad (9)$$

従来の逆解析は基本基底ベクトルの展開係数ベクトルを求めていると解釈することもできる。

ここで、全ての基底ベクトルを対象とするのではなく、特定のいくつかの基底ベクトルについてのみ逆解析の対象とすることを考える。逆解析の対象として選ばれた n_1 個の基底ベクトルを並べた行列を U_1 、選ばれなかった n_2 個のベクトルから成る行列を U_2 とする。したがって、 U_1 は $n \times n_1$ の行列、 U_2 は $n \times n_2$ の行列、ただし $n_1 + n_2 = n$ である。

$$U = [U_1 \ U_2] \quad (10)$$

未知量ベクトルは基底ベクトルの展開係数なので U_1 、 U_2 に対応して、 r_1 、 r_2 に分けることができる。以下、本論文では全空間に対して U_1 で張られる空間を逆解

析の対象とする部分空間、 U_2 で張られる空間を補空間と呼ぶ。図-1に示した例題について具体的に考えてみる。例題の全未知パラメタ空間を20次元のベクトル空間と仮定すると、未知量2個としたケースは $n_1=2, n_2=18$ として U_1 を以下のように与えた場合に相当する。

$$U_1^T = \begin{bmatrix} 111111111110000000000 \\ 000000000001111111111 \end{bmatrix} \quad (11)$$

従って図-2では U_1 の展開係数 r_1 の標準偏差を示したことに相当する。

以上の準備のもとで、未知パラメタベクトル x の共分散行列の評価式について考えてみる。以下、式を見やすくするために基底ベクトルは大きさが1.0になるように正規化しておく。

$$u_i^T u_i = 1.0 \quad (12)$$

r_1 に関する事前の共分散行列は次式で与えられる。

$$M_{r11} = U_1^T M U_1 \quad (13)$$

また r_1 の事後の共分散行列は次式で与えられる。

$$P_{r11} = (M_{r11}^{-1} + H_{r1}^T R^{-1} H_{r1})^{-1} \quad (14)$$

ここで、 H_{r1} は観測方程式(2)を r_1 で微分して得られるマトリックス(観測数 $\times n_1$)である。未知パラメタ x の事後の共分散行列は次式で表すことができる。

$$P_x = U P_r U^T = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{r11} & P_{r12} \\ P_{r21} & P_{r22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1^T \\ U_2^T \end{bmatrix} \quad (15)$$

書き下すと P_x は次のようになる。

$$P_x = U_1 P_{r11} U_1^T + U_2 P_{r22} U_2^T + U_1 P_{r12} U_2^T + U_2 P_{r21} U_1^T \quad (16)$$

P_{r11} は式(14)で求めることができ、 P_{r22} は更新されていない部分の共分散行列なので事前情報から次式のようになる。

$$P_{r22} = U_2^T M U_2 \quad (17)$$

式(16)の第1,2項は式(14),(17)より既知となるが、第3,4項は $P_{r12}(=P_{r21}^T)$ が不明である。 P_{r12} は逆解析の対象とした基底ベクトルの展開係数と、対象としない基底ベクトルの展開係数の共分散を表している。ここで、話を簡単にするため事前情報に関して r_1 と r_2 が相関を持たないように U_1 と U_2 を定めることとする。

$$U_1^T M U_2 = 0 \quad (18)$$

r_2 を逆解析の対象としないということは観測情報の影響を全く受けないということになる。従って、事前情報も観測情報についても、 r_1 と r_2 は相互に関係を持たないことになるので $P_{r12} = 0$ とおく。従って未知パラメタの事後の共分散行列 P_x は次式で求めることができる。

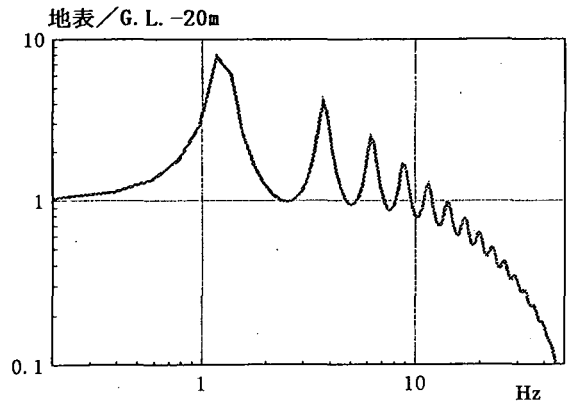


図-3 観測量としたフーリエスペクトル比の振幅

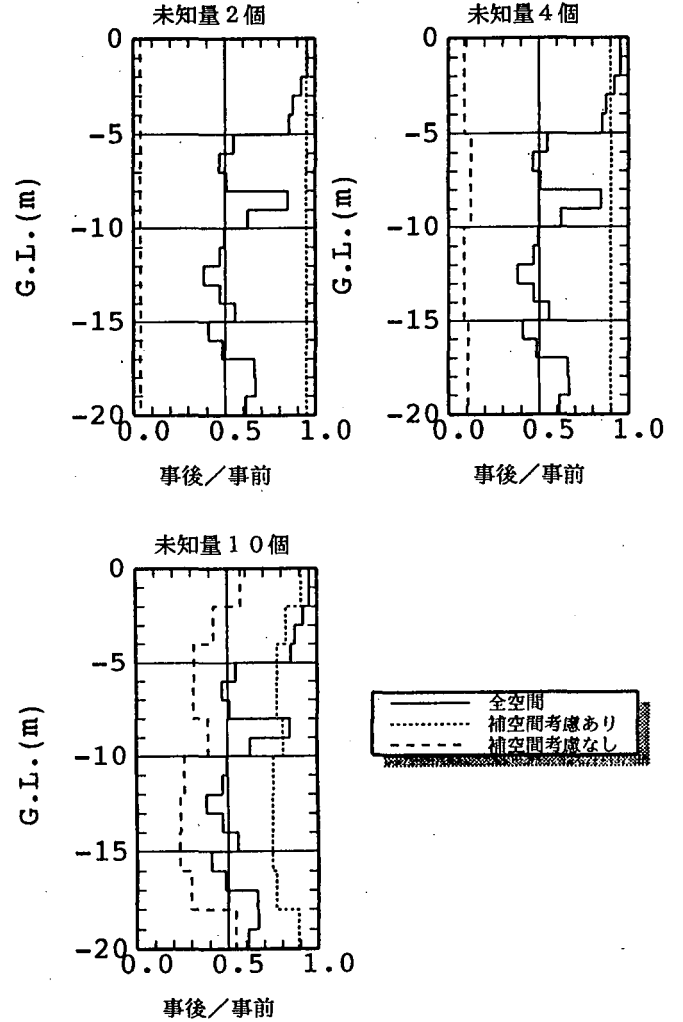


図-4 未知量の数の違いによる事前・事後の標準偏差の比

$$P_x = U_1 P_{r11} U_1^T + U_2 U_2^T M U_2 U_2^T \quad (19)$$

図-2では式(19)の第2項を無視して推定誤差の標準偏差を推定したことになる。

3. 推定精度に関する数値計算例

3.1 解析条件

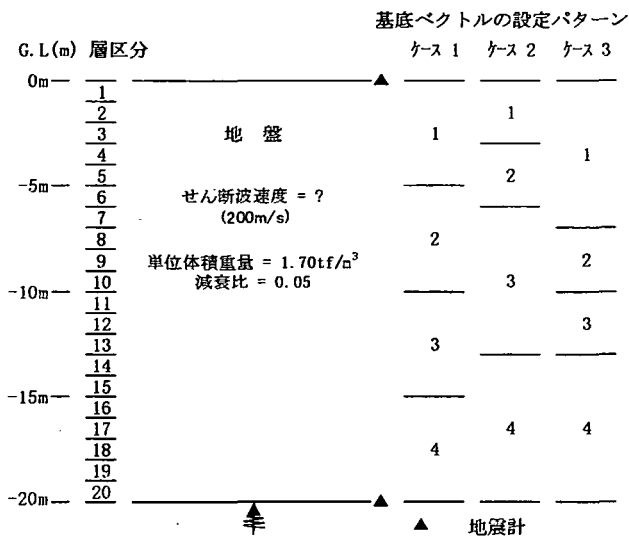


図-5 基底ベクトルの設定に関する3つのモデル

図-1 に示したせん断波速度の推定問題について、その条件を示す。逆解析に使用する観測量は 0 から 15Hz までの地表/地中(G.L.-20m)のスペクトル比の振幅の対数とした。振動数幅 $\Delta f = 0.195$ としたため、全観測量は 76 個となる。観測量誤差間には相関がなく、その標準偏差を 1.0 とした。観測量としたフーリエスペクトル比の振幅を図-3 に示す。事前情報は変動係数が 0.5 で各未知パラメタ間に相関がないものとした。また、未知パラメタに関する事前の平均は 200m/s としており、ヤコビアン行列 H_x はこの値をもとに求めている。その他の条件である単位体積重量、減衰比は図-1 に示したとおりである。手法の詳細については文献 10) を参照されたい。

3.2 逆解析の対象とする部分空間による信頼度の違い

図-1 に示した未知量の数を 2, 4, 10 個としたケースについて、今度は補空間も考慮、すなわち、式(19)の第2項も考慮して、信頼性の評価を行う。全空間は 20 次元と仮定した。全空間の考え方については改めて後述する。図-4 にそれぞれのケースについての事前、事後の標準偏差の比を示す。図-2 でも述べたとおり、補空間を考慮しない場合、未知量の数、すなわち、逆解析の対象とする部分空間の次数が小さい程信頼度が高い結果となるが、補空間を考慮すると逆に次数が小さい程信頼度が悪く、未知量の数が多くなるに従い、徐々に全空間の場合の信頼度に近づく。一部、全空間考慮のケースと補空間考慮のケースでグラフが交差しているが、これは $P_{n2} = 0$ という仮定をしているための誤差である。全空間を強制的に2つに分け、補空間は観測情報によって全く更新されないと仮定したが、まだ補空間にも観測情報により更新できる空間

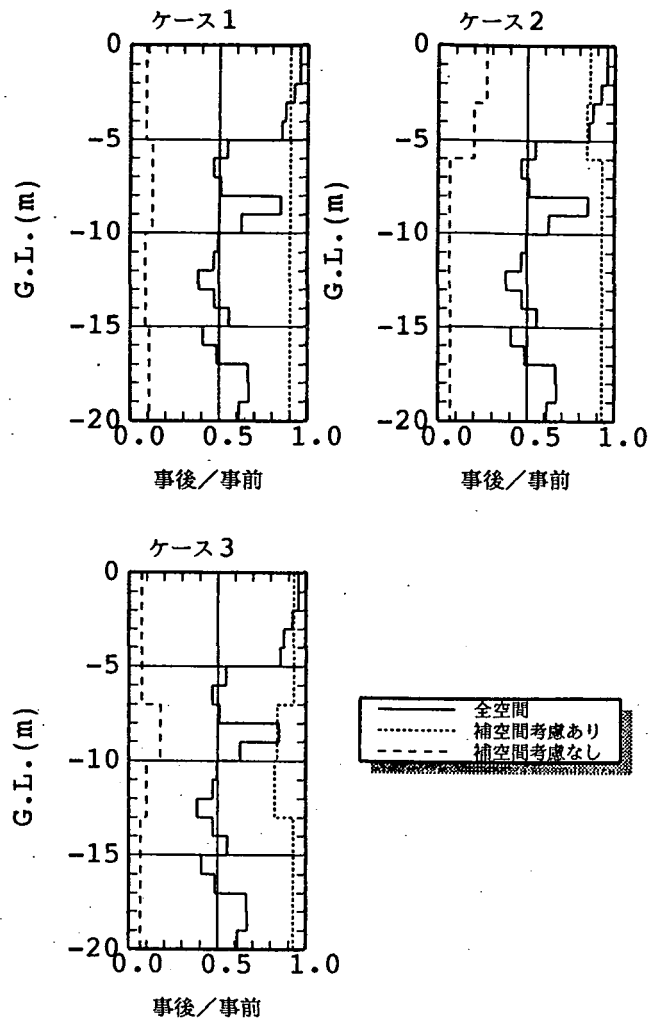


図-6 基底ベクトルの違いによる事前・事後の標準偏差の比

が残っているためにこのような交差が生じたと考えられる。

次に未知量の数を 4 個に固定して、基底ベクトルの設定をかえて同様の検討を行った。基底ベクトルの設定を図-5 に示す。ケース 1 は図-4 の未知量 4 個の場合と同じである。図-6 に事前・事後の標準偏差を示す。未知量の数が同じ、すなわち、逆解析の対象とする部分空間の次数が同じであっても、その基底ベクトルの取り方で、信頼度が変わることが分かる。

4. 最適観測点配置に関する数値計算例

4.1 問題設定と評価指数

逆解析による解の信頼度を積極的に用いる問題として観測点配置の問題がある^{6), 7), 9)}。最適な観測点配置も未知量の数によって、すなわち、対象とする部分空間の大きさによって変わってくることを示す。前節の例題において G.L. 0m と -20m の 2 点に地震計がある(表層及び入力地動が既知)時に、もう 1 点観測す

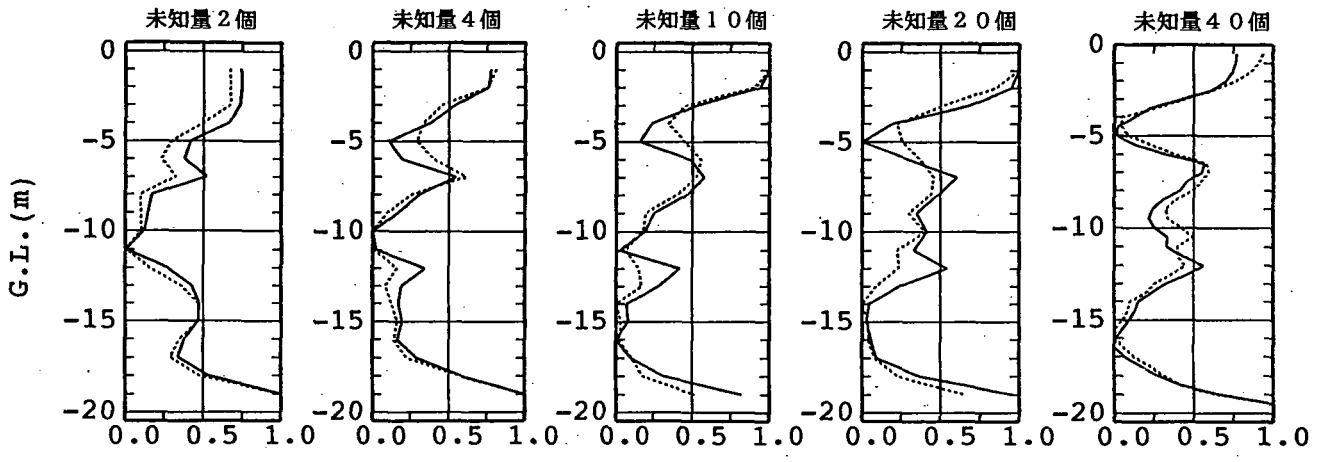


図-7 未知量の数による最適観測点位置の違い

— $I_1 \propto \ln(\det P)$
 $I_2 \propto \text{trace} P$

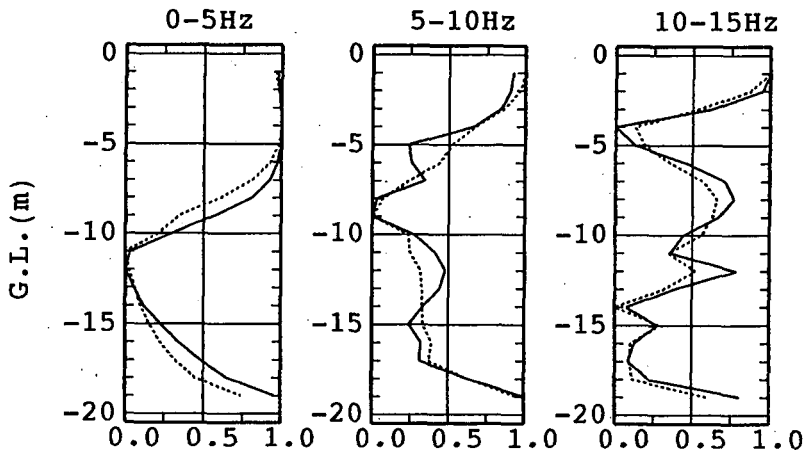


図-8 観測量とする振動数帯による最適観測点位置の違い

— $I_1 \propto \ln(\det P)$
 $I_2 \propto \text{trace} P$

図-9 1, 2, 3 次の振動モード

— 1次
 2次
 - - - 3次

るとしたら逆解析をする上でどこが最適であるかという問題について考える。

モデル全体の推定精度を評価する指標として、モデルの不確定性を表す情報エントロピー¹¹⁾に注目する。事後の未知量の不確定性がガウス性を有すると仮定すれば情報エントロピーは式(20)で表される。

$$I_1 = 0.5 \ln \{ (2\pi e)^n \det P \} \quad (20)$$

n : 未知量ベクトルの大きさ, e : 自然対数

次に情報エントロピーと同様にモデルの不確定性の度合を表す方法として共分散行列の分散和であるトレースを評価指標 I_2 として定義する⁶⁾。

$$I_2 = \text{trace} P \quad (21)$$

I_1 , I_2 はともにその値が小さいほど、モデルに対する信頼度が高く、推定精度が良いことを表している。そのため、 I_1 または I_2 が最小となるように観測点を定めればよいことになる。以下、 I_1 , I_2 の値を $I = (I - I_{\min}) / (I_{\max} - I_{\min})$ の形で基準化した値を用いて議論する。

4.2 数値解析結果

求められた評価指数の分布を図-7に示す。縦軸は新たに追加する3番目の観測点の位置を示しており、横軸は追加する観測点位置に対応した評価指数を表している。評価指数は前述のように最大が1.0、最小が0.0になるように基準化してあるので、横軸が0となっている点が最適観測点である。未知量の数が2, 4, 10, 20個の場合について示してあるが、これらは領域を等分割して未知量を設定、すなわち、部分空間を定めた。未知量の数が2, 4, 10のケースについては図-1に示した分割と同じである。未知量の数が2あるいは4個のケースでは最適な点がG.L. -10m付近になっているが、未知量の個数の増加に従い最適点に変化し、20個のケースではG.L. -5m付近と-15m付近となっている。個数をさらに増し40個としたケースでも最適点は変わらない。このように、逆解析の対象とする部分空間が十分に大きくないと、その部分空間の設定に依存した結果が求められることが分かる。なお、この一連の計算では補空間を考慮しない式で共分散行列を算定し、評価指数を求めた。補空間を考慮しても本質的には変わ

らない。

振動問題の最適観測点そのものを議論することは本論文の主旨ではないが、得られた最適点の意味について簡単に考察する。モデルの1, 2, 3次の固有振動数は2.5, 7.5, 12.5Hzである。そこで未知量20個のケースについて、観測量とするスペクトル比の振動数帯を0-5, 5-10, 10-15 Hzに分けて同様の最適観測点の図を作成し、図-8に示す。観測量とする振動数領域によって最適観測点位置は大きく異なり、0-15Hzを用いた図-7の未知量20個のケースは、10-15Hzの図の形によく似ている。このことより、3次モードの影響が強いことが分かる。図-9に1, 2, 3次の振動モード図を示す。振動モードの腹または節に対して評価指数がよい傾向が見られる。

この数値解析結果によると逆解析を行う上で高振動数領域の情報が重要であり、高次モードに対応して最適な観測点が決まっている。高振動数領域の方が重要なのは、i) 同じ振幅であれば高次モードの方がひずみが大きい、ii) 高次モードの方がひずみが大きくなる領域（モードの節）が多い、等の理由からも当然であろう。ただし、この結果は、観測量誤差の標準偏差が各振動数で同じであり、振動数間に相関がない場合のものである。実際には高振動数の方が信頼度（S/N比）が悪いことや、相関もある程度は存在することが予想される。観測量誤差の性質を明らかにし、検討を行う必要がある。観測量誤差の性質は今後の課題としたい。

5. 未知量の基底変換

これまで述べてきたように、モデルの信頼度を議論するには十分に大きな全体空間を定める必要がある。全体空間の定め方には2つの観点がある。前述のせん断波速度分布の推定問題を例に述べる。1つは地盤のせん断波速度の空間分布の性質である。空間方向へのせん断波速度のばらつきを調べて自己相関距離の評価をし、それに対応して細分化の程度を考えればよい。もう1つは解析の目的に対して必要とされる細分化の程度である。目的に対して影響を持たないような細かなモデル化は必要ない。例えば、10Hz までの振動数特性を議論したいときに1cm 刻みの細かいモデルは不要であろう。この両方の観点からモデル化を考え、粗い方のモデルを全空間とすればよい。

全空間がいくら大きくても事前情報を適切に与えれば、観測の質や量に関わらずとりあえず解は求まる。しかし、観測の質や量が乏しければ、観測により更新される未知パラメタも少なく、大部分は事前情報のままで更新されないことになる。すなわち、非常に効率の悪い数値計算となる。前述のような1次元の問題で

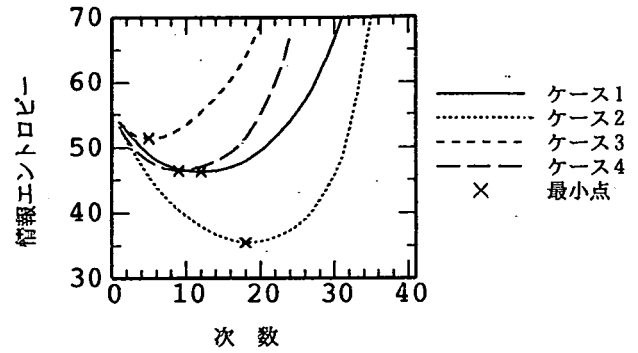


図-10 逆解析の対象とする部分空間の次数と情報エントロピー

表-1 検討ケースの一覧

ケース	観測量	
	振動数帯 (Hz)	誤差の標準偏差
1	0-15	1.0
2	0-15	0.5
3	0-10	1.0
4	0-10	0.5

あれば、全空間20あるいは40個の未知パラメタに対して計算を行っても支障はない。しかし、2次元、3次元の大規模な問題に対して数百、数千の未知パラメタを扱うことは今の計算機を持ってしても現実的ではない。観測量が限られていれば逆解析によって更新できる空間も限られるため、この部分空間を適切に定めることが重要である。

本研究では未知量の共分散行列のスペクトル分解、すなわち固有ベクトルからその部分空間を設定する。考え方の詳細は文献 12) を参照されたい。ここではその手順を簡単に示す。

- i) 未知パラメタが平均 0、共分散行列が単位行列 I になるように次式で基準化する。

$$\mathbf{x}' = \mathbf{M}^{-1/2} (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}) \quad \text{従って、} \quad \mathbf{x}' \sim N(0, I) \quad (22)$$

- ii) 平均値まわりで $\mathbf{x}'$ に関するヤコビアン行列を求め、事前情報がないとしたときの事後の共分散行列の逆行列 $\mathbf{P}^{-1}$ を算定する。

$$\mathbf{P}^{-1} = (\mathbf{H}_x^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}_x) \quad (23)$$

- iii) $\mathbf{P}^{-1}$ に関する固有値計算を行い、固有値 λ の大きい順に固有ベクトルを並べる。

- iv) 次式により情報エントロピーに比例する量を算定する。

$$S(i) = -\sum_{j=1}^i \frac{1}{\lambda_j} \quad (24)$$

- v) S が最小となる i を求め、1番目から i 番目の固

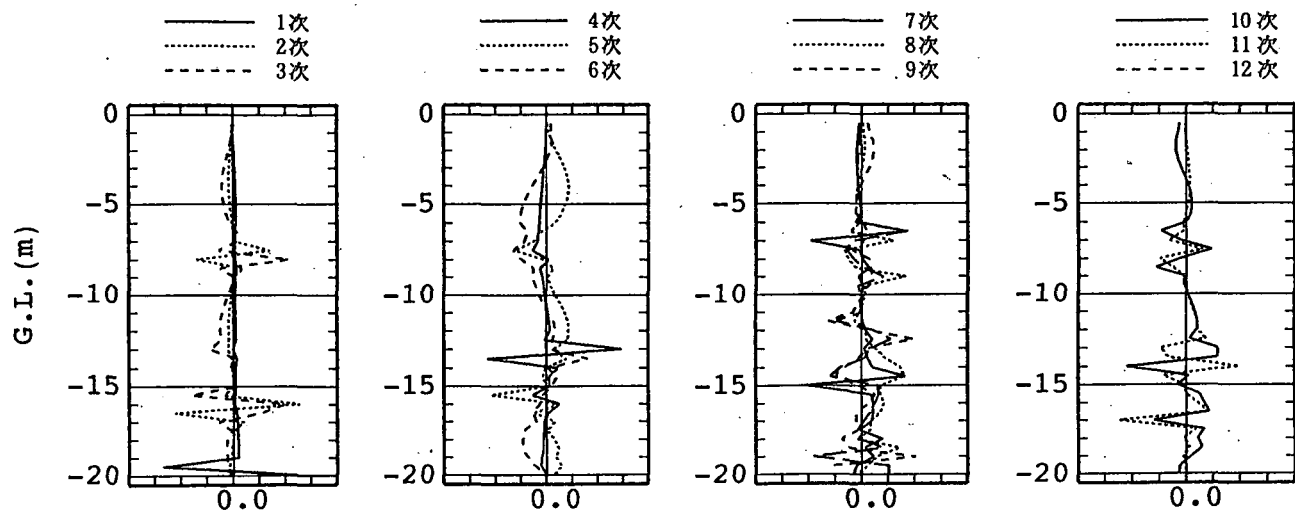


図-11 基本ケースの1-12次の基底ベクトル

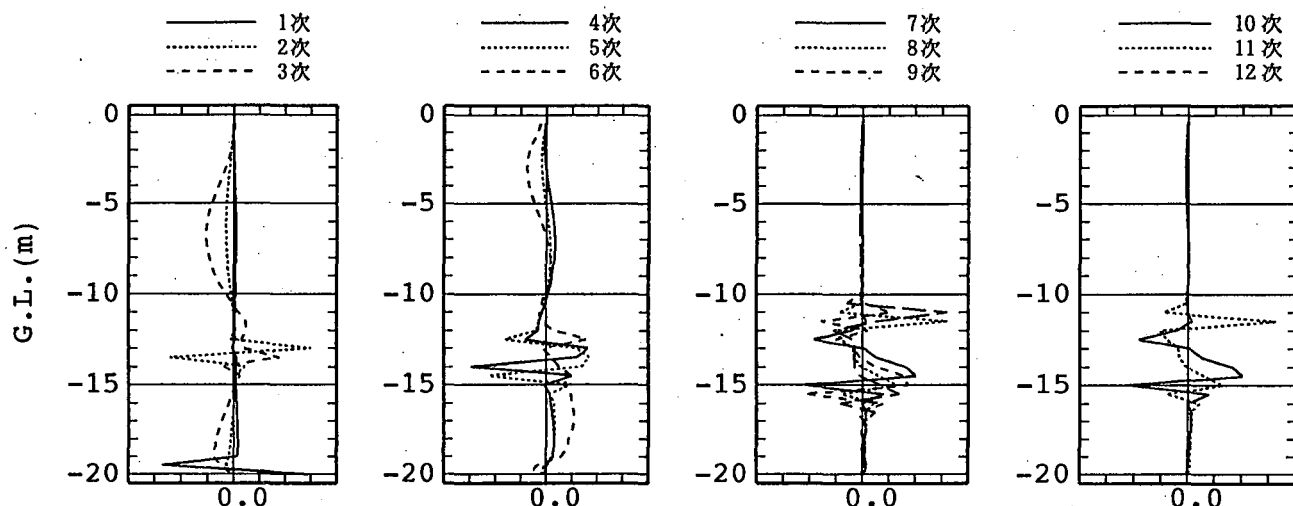


図-12 比較ケースの1-12次の基底ベクトル

有ベクトルで張られる空間を逆解析の対象とする部分空間とする。

ここで $S(i)$ は i 番目までの固有ベクトルで張られる部分空間を観測情報だけから定め、補空間は事前情報から定めたときのモデルの情報エントロピーに比例した量となっている。 S が最小になるように i を定めるということは、観測情報によって推定する空間と事前情報によって推定する空間を情報エントロピーが最小となるように分けていることになる。

図-1 に示した前述の例題について S を求め、これをケース1として図-10 に示す。求められた部分空間の次数は12次元である。1～12次の基底ベクトルを図-11 に示す。表層付近は感度がないことがわかる。

比較のために行ったケースをまとめ表-1 に示す。観測精度を向上させ、観測量誤差の標準偏差を半分の大きさ(0.5)にした場合をケース2とする。図-10 によると、観測量の精度が向上することにより、逆解析の対象となる部分空間が12次元から18次元と、大

きくなっていることが分かる。しかし、このように一律に各観測量の精度を向上させた場合は、式(24)より明らかなように、求められる基底ベクトルの形は変わらない。次にケース3として観測量の数を減らした場合についても同様の計算を行った。ケース1では0-15 Hz のスペクトル比を観測量としているが、これを0-10 Hz とした。図-10 によると、部分空間の大きさは12次元から5次元へと大幅に小さくなっている。基底ベクトルの形も変わるため、図-12 に1～12次の基底ベクトルを示す。10m 以浅の感度が小さく、10m-15m に感度が大きい領域が集中している。この傾向は図-13 に示した推定精度の分布と対応している。推定精度の良い領域は図-9 に示した2次の振動モードの節に相当している。さらにケース4として、ケース3と同じ観測量に対して観測量誤差の標準偏差を半分の0.5とした場合についても計算を行った。図-10 によると部分空間は5次元から9次元へと大きくなっているが、図-13 に示した推定精度では、8m 以深は改

善が見られるものの表層付近は改善されていない。図-12に示した基底ベクトルの形から明らかなように7-12次の基底ベクトルを対象としても表層付近に対しては推定が困難であることが分かる。

このように定めた部分空間について式(19)を用いて事後の共分散行列を求めると、全空間について求めた場合とほとんど同じ結果が得られ、効率的であることが分かる。

6. 結論

本研究では、逆解析によって求められるモデルの信頼度について、表層地盤の振動問題を対象として検討を行った。その主な成果は次のようにまとめることができる。

- 1) モデルの信頼度を議論する場合、逆解析の対象とした空間をそのまま全空間としてしまうと、未知パラメタの数を小さくすればするほどモデルの信頼度が向上するという不合理な結果となる。
- 2) 逆解析によって推定されるモデルの信頼度に注目して最適観測点位置を議論する場合、全未知パラメタ空間を不当に小さくすると誤った結果となる場合がある。
- 3) 逆解析のための部分空間の合理的設定方法として、事後の共分散行列の固有ベクトルから部分空間の基底ベクトルを定める方法を示し、表層地盤のせん断波速度を推定する例題について、観測の質と量に応じた部分空間を設定できることを示した。この方法は、線形問題に対するMoor-Penrose型一般化逆行列を非線形問題に拡張し、その次数を情報エントロピーから定める点に特徴がある¹²⁾。

今後の課題として、観測量誤差の共分散行列の与え方が挙げられる。例題にも示したように観測量誤差の程度によって部分空間の次数が大きく変わる。また、誤差間に相関がある場合や各観測量ごとに誤差の大きさが異なる場合には部分空間の基底ベクトルの形も変わる。観測量誤差の評価には、計器の誤差だけでなくモデル化誤差からの変換分が重要であり、実際の観測情報と整合するように最尤法やAICを用いて調整する必要がある。観測量誤差の共分散行列の与え方については今後の研究課題としたい。

参考文献

- 1) 吉田郁政,黒瀬浩公,福井史朗: 確率論に基づく逆解析手法の基礎研究, 土木学会論文集, 第483号/I-26, pp.61-68,1994
- 2) 佐藤忠信: 講座・地盤工学における逆解析・3. 逆解析の手法,土と基礎, 43-5,pp.67-72,1995

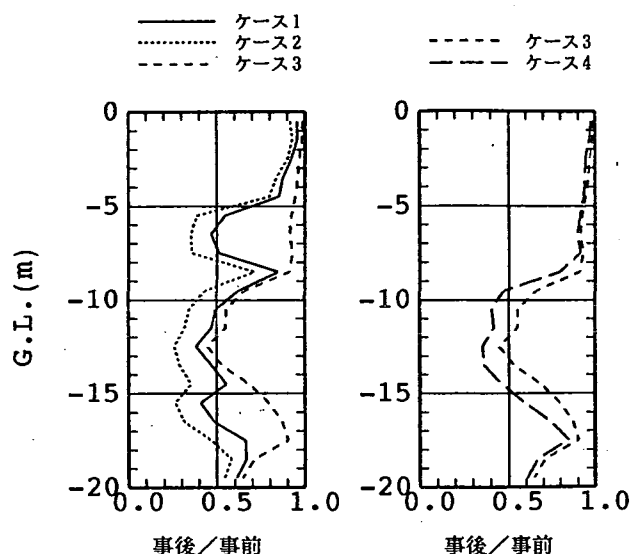


図-13 比較ケースの事前・事後の標準偏差の比

- 3) 逆解析の地盤工学への適用に関する委員会: 逆解析の招待, 第32回地盤工学研究発表会, pp.1-4, 1997
- 4) 本城勇介: 講座・地盤工学における逆解析・5. 逆解析における事前情報とモデルの選択, 土と基礎, 43-7, pp.63-68, 43-8, pp.51-56, 1995
- 5) 吉田郁政, 豊田耕一, 星谷勝: 2次元FEMを用いた確率論に基づく逆解析の定式化とその解法, 土木学会論文集, No.507/I-30, pp.129-136, 1995
- 6) 吉田郁政, 豊田耕一, 星谷勝: 時間更新を考慮した逆解析と観測点配置の評価指数, 土木学会論文集, No.543/I-36, pp.271-280, 1996
- 7) 本城勇介, 工藤暢章: 情報エントロピーによる逆解析のための観測計画の評価方法に関する基礎的考察, 土木学会論文集 (No.589/III-42, pp.321-333), 1998
- 8) 本多眞, 鈴木誠: GAによる地盤調査の追加配置計画に関する最適化シミュレーション, 第4回システム最適化に関するシンポジウム講演論文集, pp.89-94, 1995
- 9) Yoshida, I., Toyoda, K. and Hoshiya, M.: Appraisal of Observation Allocation Based on Information Entropy, 7th International Conference on Structural Safety and Reliability, 1997
- 10) 吉田郁政: 講座・地盤工学における逆解析・14. 動的問題, 土と基礎, 44-6, pp.45-50, 1996
- 11) 有本卓: 確率・情報・エントロピー, 森北出版, 1980
- 12) 吉田郁政: 未知パラメタ空間の基底変換を用いた逆解析, 土木学会論文集, No.577/I-41, pp.205-215, 1997.10

(1998年4月24日受付)