

## カルマンフィルタによる非線形 1 自由度系の等価線形的同定

Identification of Equivalent Linear Parameters of Nonlinear System  
by Extended Kalman Filter澤田 勉<sup>\*</sup>・原井大輔<sup>\*\*</sup>・平尾 潔<sup>\*\*\*</sup>・成行義文<sup>\*\*\*\*</sup>・辻原 治<sup>\*\*\*\*\*</sup>

Tsutomu SAWADA, Daisuke HARAI, Kiyoshi HIRAO, Yoshifumi NARIYUKI and Osamu TSUJIHARA

<sup>\*</sup>正会員 工博 徳島大学教授 工学部建設工学科 (〒770-8506 徳島県徳島市南常三島町 2-1)<sup>\*\*</sup>学生員 徳島大学大学院博士前期課程 工学研究科エコシステム工学専攻 (同上)<sup>\*\*\*</sup>フェロー 工博 徳島大学教授 工学部建設工学科 (同上)<sup>\*\*\*\*</sup>正会員 工博 徳島大学大学院助教授 工学研究科エコシステム工学専攻 (同上)<sup>\*\*\*\*\*</sup>正会員 工博 和歌山工業高等専門学校助教授 (〒644-0023 和歌山県御坊市名田町野島 77)

This study deals with a numerical method for equivalent linear identification of nonlinear systems with the help of the extended Kalman filter, where a technique of local iterations of the filter by Hoshiya et al. is applied to attain efficient identification of nonlinear behavior of systems. A bilinear hysteretic restoring system is numerically analyzed to demonstrate the accuracy of the method.

**Key Words :** Identification, Equivalent linear system, Extended Kalman filter, The EK-WLI method

## 1. まえがき

本研究は、カルマンフィルタの重み付きローカルな繰り返し法 (EK-WLI 法)<sup>1),2)</sup>を用いて、履歴復元力特性を有する非線形系を等価線形的に同定する手法を提示し、数値解析により、その妥当性を検証したものである。

近年、地盤や構造物の地震時挙動の把握や既存構造物の損傷度評価を目的として、各種振動系の同定に関する研究が盛んに行われている。振動系の同定解析法は、周波数領域の方法<sup>3),4)</sup>と時間領域の方法<sup>1),2),5)~18)</sup>に大別される。時間領域の方法は、さらにデータを逐次的に処理する方法と一括処理する方法に分類できる。これらのうち、時間領域の逐次処理法である拡張カルマンフィルタによる解析法は、ノイズに対する安定性に優れているなどの利点があり、各種振動系の同定解析に多用されている。特に、非線形系の同定に関する研究は、拡張カルマンフィルタを用いたものが多い<sup>9)~10),17)</sup>。

一方、非線形系の同定解析法は、次の 2 つに分類できる。その 1 つは、非線形系を等価線形系に置換して等価線形パラメータを同定する方法である。この種の研究としては、時間領域または周波数領域の方法を用いて、データを一括処理 (バッチ処理) することにより等価線形パラメータを求めたものが多い。この方法により等価線形パラメータの時間変動を捉えるには、ある時刻近傍の

データをバッチ処理し、パラメータを逐次同定する方法がとられる<sup>たとえば 11)</sup>。他方、データを逐次処理する方法を用いて、パラメータを等価線形的に同定した研究は少ない。特に、カルマンフィルタを用いたこの種の同定解析は初期の研究に 2, 3 見られる程度である<sup>5),6)</sup>。第 2 は、非線形系の履歴復元力特性を規定するパラメータを直接同定する方法であり、カルマンフィルタを用いる方法<sup>9)~10),17)</sup>、漸化型最小自乗法を用いる方法<sup>12),16)</sup>、ニューラルネットワークを用いる方法<sup>15),18)</sup>等の研究が活発に行われている。これら 2 つの同定解析法には、それぞれ長所、短所がある。カルマンフィルタを用いて非線形系を等価線形的に同定する方法は、従来のカルマンフィルタをそのまま適用できるので手法的には簡単であるが、非線形パラメータを直接同定できない。これに対し、第 2 の方法は非線形パラメータを直接同定できるが、同定解析がかなり煩雑になる。

強震下における構造物は、非線形かつ非定常に応答する。したがって、非線形構造物の同定では、パラメータの時間変動への追従性を有する方法を用いることが必要となる。この追従性を有する手法としては、星谷等による EK-WLI 法 (カルマンフィルタの重み付きローカルな繰り返し法)<sup>1),2)</sup>、佐藤等による重み付き漸化型最小自乗法による方法<sup>12)</sup>および適応型カルマンフィルタによる方法<sup>17)</sup>がある。

本研究は、拡張カルマンフィルタを用いて、履歴復元

力特性を有する非線形系を等価線形的に同定し、解析結果よりその妥当性を検証したものである。パラメータの時間変動への追従性を有する手法としては、星谷等が提案した EK-WLI 法を用いた。前述のように、非線形系を等価線形的に同定する解析法は、非線形パラメータを直接同定できないという欠点はあるが、手法は簡単である。また、後述のように、同定された等価線形パラメータを用いることにより履歴復元力特性を間接的に同定しうる可能性もあることから、従来の研究に対する補完的な手法として有用であると考えている。

## 2. 同定手法の概要

履歴復元力特性を有する非線形 1 自由度系を、EK-WLI 法を用いて等価線形的に同定する問題を考える。本研究では、以下の仮定を設ける。

- (a) 履歴復元力はバイリニア型とする。
- (b) 観測記録として、基礎の加速度、速度および変位と質点の速度および変位の記録が得られているとする。
- (c) 観測記録は、実用の便を考えて絶対加速度、速度および変位の形で与えられるとする。
- (d) 同定解析では、文献 19) の入力ノイズ処理法を適用し、全ての入出力の観測記録はノイズを含むとする。

### 2.1 解析モデルと観測記録の作成

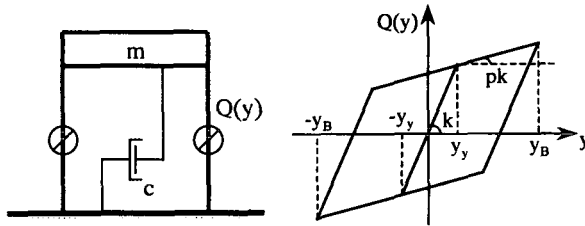


図-1 非線形モデル 図-2 バイリニア復元力特性

図-1 および図-2 に示すようなバイリニア復元力特性を有する非線形 1 自由度系を考える。この非線形系の運動方程式は次のようになる。

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + Q(y) = -m\ddot{z}_g \quad (1)$$

ここで、 $m$  は質量、 $c$  は粘性減衰係数、 $Q(y)$  はバイリニア復元力特性を表す関数、 $y$  は質点の相対変位、 $\ddot{z}_g$  は基礎の絶対加速度である。バイリニア復元力特性を表す関数  $Q(y)$  は、図-2 より次のように与えられる。

$$Q(y) = \begin{cases} ky \\ pky \pm (1-p)ky, \\ ky \pm (1-p)(y \mp y_B) \end{cases} \quad (2)$$

ここで、 $p$  は弾塑性剛性比、 $y_B$  は降伏変位、 $y_B$  は速度が反転するときの変位である。式(1)は各種の数値積分法

により解くことができるが、ここでは、Newmark の  $\beta$  法 ( $\beta=1/6$ ) により質点の相対加速度、速度および変位を計算する。

次に同定解析に用いる観測記録の作成方法について述べる。本研究では、非線形系の等価線形的同定より得られる結果の妥当性を検証することを目的とするため、実際の観測記録は用いず、シミュレーションより得られる応答にノイズを付加して観測記録を作成する。一般に、観測記録は絶対加速度、速度および変位の形で得られることが多い。したがって、実用的な見地からは、質点の観測記録は全て絶対応答で表すことが必要である。また、基礎への入力地震動も観測より得られるものであるから、それらにはノイズが含まれると考えるのが自然である。以上のことより、質点の応答を絶対応答で表すとともに、入出力のそれぞれにノイズを付加して観測記録を作成した。

$$\begin{cases} \hat{\ddot{z}} = \ddot{y} + \ddot{z}_g + e_1 \\ \hat{\dot{z}} = \dot{y} + \dot{z}_g + e_2 \\ \hat{z} = y + z_g + e_3 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \hat{\ddot{z}}_g = \ddot{z}_g + e_4 \\ \hat{\dot{z}}_g = \dot{z}_g + e_5 \\ \hat{z}_g = z_g + e_6 \end{cases} \quad (4)$$

ここで、 $\hat{\ddot{z}}$ ,  $\hat{\dot{z}}$ ,  $\hat{z}$ ,  $\hat{\ddot{z}}_g$ ,  $\hat{\dot{z}}_g$ ,  $\hat{z}_g$  は同定に用いる観測記録、 $\ddot{y}$ ,  $\dot{y}$ ,  $y$  は質点の相対加速度、速度および変位、 $\ddot{z}_g$ ,  $\dot{z}_g$ ,  $z_g$  は基礎の加速度、速度および変位、 $e_i$  は互いに独立なノイズである。式(3), (4)の観測記録は適宜選択して同定解析に用いることとする。

### 2.2 同定モデルと状態方程式

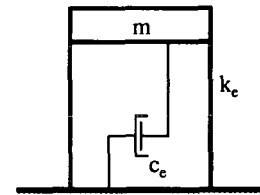


図-3 等価線形モデル

図-1 の非線形モデルを図-3 の等価線形モデルを用いて同定する問題を考える。前述のように、観測記録は絶対加速度、速度および変位の形で得られることが多いので、図-3 の等価線形系の運動方程式も絶対応答で表す。

$$m\ddot{z} + c_e\dot{z} + k_e z = c_e\dot{z}_g + k_e z_g \quad (5)$$

ここで、 $\ddot{z}$ ,  $\dot{z}$ ,  $z$  は質点の絶対加速度、速度および変位、 $c_e$  は等価減衰係数、 $k_e$  は等価ばね定数、 $\dot{z}_g$ ,  $z_g$  は基礎の速度および変位である。なお、上式は式(1)の非線形系に対する単なる等価線形系であり、変位の drift を表す項は考慮されていない。

カルマンフィルタを用いて図-3 (式 (5)) の等価線形

パラメータ ( $c_e$  および  $k_e$ ) を同定するには、観測方程式と状態方程式が必要である。このうち観測方程式は式(3)、(4)の観測記録を用いて表現できるから、以下では状態方程式について簡単に述べる。

本研究では、文献 19) の入力ノイズ処理法を適用し、基礎の入力地震動も状態方程式に含めるため、状態量は入出力の加速度、速度、変位と同定すべき等価線形パラメータから構成される。

$$X = \{\ddot{z}, \dot{z}, z, k_e, c_e, \ddot{z}_g, \dot{z}_g, z_g\}^T \quad (6)$$

これらの状態量の時刻  $k(=k\Delta t)$  から  $k+1(=(k+1)\Delta t)$  への時間推移を Newmark の  $\beta$  法を用いて、文献 19) と同様な方法により表すと、次のようになる。

$$\begin{cases} \ddot{z}(k+1) = \{f(k+1) - c_e a(k) - k_e b(k)\} / d(k) \\ \dot{z}(k+1) = a(k) + \Delta t \cdot \ddot{z}(k+1) / 2 \\ z(k+1) = b(k) + \Delta t^2 \cdot \ddot{z}(k+1) / 6 \\ k_e(k+1) = k_e(k) \\ c_e(k+1) = c_e(k) \\ \ddot{z}_g(k+1) = \ddot{z}_g(k) + w(k) \\ \dot{z}_g(k+1) = a_1(k) + \Delta t \cdot w(k) / 2 \\ z_g(k+1) = b_1(k) + \Delta t^2 \cdot w(k) / 6 \end{cases} \quad (7)$$

ここで、

$$\begin{cases} f(k+1) = c_e \ddot{z}_g(k+1) + k_e z_g(k+1) \\ a(k) = \dot{z}(k) + \Delta t \cdot \ddot{z}(k) / 2 \\ b(k) = z(k) + \Delta t \cdot \dot{z}(k) + \Delta t^2 \cdot \ddot{z}(k) / 3 \\ a_1(k) = \dot{z}_g(k) + \Delta t \cdot \ddot{z}_g(k) \\ b_1(k) = z_g(k) + \Delta t \cdot \dot{z}_g(k) + \Delta t^2 \cdot \ddot{z}_g(k) / 2 \\ d(k) = m + \Delta t \cdot c_e / 2 + \Delta t^2 \cdot k_e / 6 \end{cases} \quad (8)$$

$$w(k) = \ddot{z}_g(k+1) - \ddot{z}_g(k) \quad (9)$$

ただし、式(9)の  $w(k)$  は入力ノイズ処理のために導入されたシステムノイズとみなされるものであり、入力加速度記録の差分より求められる。

式(7)の状態方程式と式(3)および(4)より適宜選択した観測記録を用いると、カルマンフィルタより式(6)の状態量を逐次同定することができる。

### 2.3 履歴復元力の推定

前項の等価線形モデルの同定結果を用いると、非線形系の履歴復元力を推定することができる。ただし、非線形系の履歴復元力は相対応答により表されるため、式(5)を次のように変形する。

$$m\ddot{y} + c_e \dot{y} + k_e y = -m\ddot{z}_g \quad (10)$$

ここで、 $\ddot{y} = \ddot{z} - \ddot{z}_g$ 、 $\dot{y} = \dot{z} - \dot{z}_g$ 、 $y = z - z_g$  はそれぞれ質点の相対加速度、速度、変位であり、式(6)の状態量の推定値から求められる。式(1)左辺に含まれる履歴復元力  $Q(y)$  は、式(1)と(10)を等置することにより、次のように得られる。

$$Q(y) = c_e \dot{y} + k_e y - c_y \quad (11)$$

ここで、粘性減衰係数  $c$  は入力地震動の振幅が小さい初期の振動記録より同定される。他方、等価線形パラメータ  $c_e$  および  $k_e$  と応答  $\dot{y}$  および  $y$  の各時刻における値は、次節に述べるカルマンフィルタの重み付きローカルな繰返し法により同定されるから、式(11)より各時刻の履歴復元力を推定することができる。

### 3. カルマンフィルタの重み付きローカルな繰返し法(EK-WLI 法)の適用

強震下の構造物は非線形かつ非定常に応答する。非線形構造物の同定では、パラメータが時間的に変動し非定常性を有するから、追従性の良い手法を用いることが必要となる。前述のように、この追従性を有する方法として、星谷等<sup>1),2)</sup> および佐藤等<sup>12),17)</sup> の方法が提案されているが、ここでは星谷等によるカルマンフィルタの重み付きローカルな繰返し法(EK-WLI 法)を適用して、等価線形パラメータを同定する。

一般のカルマンフィルタによる推定値は、各時間ステップにおける観測値を同じ重みで評価するので、対象とする系のパラメータが非定常性を有する場合には、追従性が悪いという欠点がある<sup>17)</sup>。EK-WLI 法は、状態推定量の誤差共分散行列の減少を修正するために、各時刻でのローカルな繰返しに重みを導入したものである<sup>1)</sup>。つまり、各時刻でのローカルな繰返しごとに、状態推定量の誤差共分散行列に重みを乗じて、パラメータの非定常性に対する追従性を改善する方法である。以下では、本研究の問題に対する EK-WLI 法の適用法について述べる。

いま、時刻  $k+1(=(k+1)\Delta t)$  におけるカルマンフィルタのローカルな繰返しを考える。時刻  $k$  での状態推定量  $\hat{x}(k|k)$  とその誤差共分散行列  $P(k|k)$  が既知であるとき、時刻  $k+1$  での状態推定量  $\hat{x}(k+1|k+1)$  は次のようにして求められる。(図-4 参照)

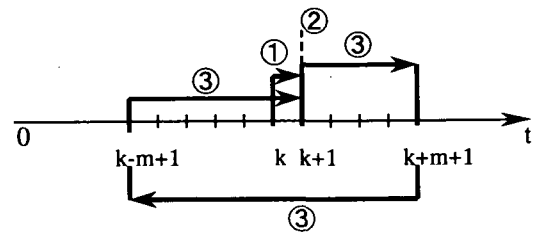


図-4 状態量推定のローカルな繰返しの説明

- ①カルマンフィルタを用いて、 $\hat{x}(k|k)$  と  $P(k|k)$  から時刻  $k+1$  での状態推定量  $\hat{x}'(k+1|k+1)$  とその誤差共分散行列  $P_1(k+1|k+1)$  を求める。
- ②  $P_1(k+1|k+1)$  に重み  $r$  を乗じて誤差共分散行列を修正する。

$$P'(k+1|k+1) = r \cdot P_i(k+1|k+1) \quad (12)$$

③上で求めた時刻 $k+1$ での  $\hat{x}'(k+1|k+1)$ と $P'(k+1|k+1)$ より出発して、時刻 $k+1 \rightarrow k+m+1 \rightarrow k-m+1 \rightarrow k+1$ の順に、状態推定量とその誤差共分散行列を求める。

④過程③を繰り返し、最終的に時刻 $k+1$ での状態推定量 $\hat{x}(k+1|k+1)$ とその誤差共分散行列 $P(k+1|k+1)$ を得る。

以上のような重み付きローカルな繰り返し法のポイントは次の4点である。

- (1)時刻 $k+1$ での誤差共分散行列に乗じる重み ( $r$ )
- (2)時刻 $k+m+1$ から $k-m+1$ への状態量の推移(後退過程)の表現法
- (3)時刻 $k+1$ での状態量推定に用いる、ローカルな繰り返しにおける解析データの数 ( $4m$ )
- (4)ローカルな繰り返し数 ( $n$ )

これらのうち、(1)の重み $r$ は大きいほど追従性の良いパラメータ同定ができるが、収束性は悪くなる。本研究では、この重みについて、 $r=1.2 \sim 10$ 程度の値を用いた。その理由は以下の通りである。上述の①のように、時刻 $k+1$ でのローカルな繰り返し時の状態量の初期値として、時刻 $k$ での同定値から推定される $\hat{x}'(k+1|k+1)$ が用いられる。時刻 $k$ が大きくなり状態量が収束状態になったとき、重みを $r=1$ としてローカルな繰り返しを行うと、誤差共分散行列がほとんど変化しなくなるため、時刻 $k+1$ での同定値 $\hat{x}(k+1|k+1)$ は時刻 $k$ での $\hat{x}(k|k)$ と変わらない値となる。このため、EK-WLI法では、重み $r$ を1より大きい値として誤差共分散行列を変化させ、ローカルな繰り返しの初期の状態量に変動を与える。しかし、上述のような $\hat{x}'(k+1|k+1)$ を初期値として用いる場合には、 $\hat{x}'(k+1|k+1)$ が時刻 $k+1$ での同定値 $\hat{x}(k+1|k+1)$ と大きく違わないことが考えられるので、重み $r$ をそれほど大きくする必要はない。以上のようなことより、重み $r$ は状態量に揺らぎを与える程度でよいと考え、 $r=1.2 \sim 10$ 程度の値を用いた。

(2)の状態量の後退過程の推移は、式(7)および(8)で表される状態方程式(前進過程)において、時間刻み $\Delta t$ の代わりに $-\Delta t$ を用いれば表現できる。

(3)の解析データの数と規定するパラメータ $m$ については、数値計算例で $m=10 \sim 200$ に変化させて検討する。

(4)のローカルな繰り返し数については、後述の数値計算例の全ての場合について $n=1$ を用いた。

ここで、重み $r$ 、解析データ数 $m$ およびローカルな繰り返し数 $n$ について若干触れておく。重み $r$ は、時刻 $k$ と $k+1$ の状態推定量の関係を切り、各時刻での状態量の追従性を良くするために必要であり、 $r$ が大きいと追従性は良くなるが収束性が悪くなる。 $m$ は、ローカルな繰り返しに用いる解析データ数であり、 $m$ が小さい場合には、時刻毎に独立なデータ数を用いる割合が多くなるので、状態量の追従性は良くなるが、同定値に及ぼ

すノイズの影響が大きくなる。反対に、 $m$ が大きくなるとローカルな同定値に及ぼすノイズの影響は小さくなるが、時刻毎の解析に用いる共通のデータ数が多くなるため、状態量の追従性は悪くなる。ローカルな繰り返し数 $n$ は、状態量および誤差共分散行列の収束性に関係するが、状態量の追従性にはほとんど関与しない。また、本研究のように重み $r$ が大きくない場合には、 $n$ を1~5に変化させても各時刻の同定値はほとんど変化しなかった。

## 4. 数値計算例および考察

### 4.1 解析条件

図-1 および図-2 に示すバイリニア復元力特性を有する非線形1自由度系を、図-3 に示す等価線形モデルを用いて同定する。解析の対象とした非線形系のパラメータのうち弾性領域の動特性( $c, k$ )を次のように表す。

$$\begin{cases} c = 2h\omega_0 \\ k = \omega_0^2 \end{cases} \quad (13)$$

ただし、質量 $m$ は1とする。ここで、 $h$ は粘性減衰定数、 $\omega_0 = 2\pi f_0$ は固有円振動数、 $f_0$ は固有振動数である。解析モデルにおけるこれらのパラメータおよび履歴復元力を規定するパラメータ(式(2)参照)は次のように与えた。

$$\begin{cases} \text{固有振動数} & : f_0 = 1\text{Hz} \\ \text{粘性減衰定数} & : h = 0.05 \\ \text{弾塑性剛性比} & : p = 0.1 \\ \text{降伏変位} & : y_y = 1\text{cm} \end{cases} \quad (14)$$

これらの値を式(1)および(2)に代入し、Newmarkの $\beta$ 法( $\beta=1/6$ )を用いて応答計算を行った後、式(3)および(4)より観測記録を作成した。その際に用いた入力地震動はEl Centroの加速度記録とし、時間刻みは $\Delta t=0.005\text{sec}$ 、継続時間は $10\text{sec}$ とした。観測記録に含まれるノイズは $0.1 \sim 100\text{Hz}$ の有帯域ホワイトノイズとし、そのレベルは入力または応答のrms値を基準に設定した。以下の計算例では、全ての観測記録に含まれるノイズの割合は5%とする。

次に、図-3の等価線形モデルによる同定解析における諸条件を示す。まず、式(5)の同定パラメータ $c_e = 2h_e\omega_e$ と $\omega_e = 2\pi f_e$ の初期値については、 $h_e=0.1$ および $f_e=2\text{Hz}$ 、すなわち上述の弾性パラメータの2倍とした。状態量の誤差共分散行列の初期値 $P_{ii}(0|0)$ については、文献19)と同様に、次式を用いて与えた。

$$P_{ii}(0|0) = \left( \frac{\hat{x}_{i\max}}{N_p} \right)^2 \times R_{ii} \quad (15)$$

ここで、 $\hat{x}_{i\max}$ は、状態量が入出力の場合はそれぞれの最大値、状態量が同定パラメータ( $c_e, k_e$ )の場合はそ

これらの初期値とする。係数  $N_p$  は  $P_{ii}$  の大きさを決める係数で、 $N_p=2\sim 20$  程度のとき同定精度が良好となるので、数値計算では  $N_p=5$  を用いた。また、 $R_{ii}$  は観測ノイズの共分散行列であり、ここでは  $R_{ii}=10^5$  とした。次に、EK-WLI 法における重みは  $r=1.2\sim 10$  の範囲で変化させたが、同定結果にほとんど影響がなかったので (4.3 参照)、4.2 の計算例では  $r=2$  とした。また、ローカルな繰り返しにおける解析データ数を決める係数  $m$  は  $10\sim 200$  の範囲で変化させて、パラメータの非定常性に対する追従性を調べた。

以下の計算例では、時刻  $k+1$  でのローカルな繰り返し数は、全ての場合で  $n=1$  とする。なお、同定解析に用いる観測記録は、基礎の加速度、速度および変位記録と、質点の速度および変位記録である。このうち、基礎の加速度記録は、入力ノイズの影響を低減するために必要である<sup>19)</sup>。一方、基礎および質点の速度と変位記録は、履歴復元力が変位および速度により制御されるために、同定解析を行う上で必要となる。

#### 4.2 解析データ数 $m$ の影響

本研究で用いた EK-WLI 法では、時刻  $k+1$  でのローカルな状態推定量およびその誤差共分散行列を求めるために、時刻  $k+1$  の前後にあるそれぞれ  $m$  個の観測データを用いる。この  $m$  が小さいときはパラメータの非定常性に対する追従性は良くなるが、観測ノイズの同定値に与える影響が増加する<sup>17)</sup>。他方、 $m$  が大きい場合には観測ノイズの影響は小さくなるが、同定パラメータの時間変動が平均化されてしまう。ただし、本研究のように非線形系を等価線形的に同定する場合には、 $m$  の値はある程度大きくしなければ、パラメータの同定値の変動が大きくなる。以下では、EK-WLI 法による同定解析における解析データ数  $m$  の影響を検討する。

図-5(b)～(f)は、ローカルな解析データ数が  $m=10, 20, 50, 100, 200$  の各場合について、質点変位の同定結果を観測記録(変位記録)と対比して示したものである。また、比較のためにローカルな繰り返しを行わない場合の結果を図(a)に示す。図の横軸は時間(sec)、縦軸は変位(cm)であり、図中の細線は同定波形、点線は観測記録を示す。図より、 $m$  が小さい場合には、同定波形と観測記録は良く一致するが、 $m$  が大きくなるにつれて両者の間に差が生じることがわかる。これは、 $m$  が大きくなると各時刻でのパラメータの同定値が平均化され、観測波形への追従性が悪くなるためである。また、ローカルな繰り返しを行わない場合(図(a))との比較より、ローカルな繰り返しにより変位波形の追従性は格段に良くなることわかる。

図-6 は、同定された等価線形パラメータの時間推移を示したもので、図の横軸は時間(sec)、縦軸は等価線形系の固有振動数(左)と減衰定数(右)である。図中の実線は固有振動数を、細線は減衰定数を示す。図に見

られるように、ローカルな解析データ数  $m$  が小さい場合には同定パラメータの時間変動は大きい、 $m$  が大きくなるにつれて各時刻で平均化された値となる。また、 $m$  が大きい場合 ( $m=100$  および  $200$ ) の同定パラメータを図-5の変位波形と比較すると、変位振幅が大きい  $2\sim 7$  sec において、固有振動数は小さく、減衰定数は大きく同定され、等価線形パラメータが変位波形と良く対応することがわかる。

図-7 は、同定された状態推定量をもとに式(11)より算定した履歴復元力を示したもので、横軸は変位(cm)、縦軸は復元力(cm/sec<sup>2</sup>)である。図中の点線は観測値、細線は同定値を示す。図より、 $m$  が小さい場合には、観測値に近い復元力を同定するが、ノイズの影響が大きく現れ、凸凹の激しい形状となる。 $m$  が大きくなるにつれて変位—復元力の形状は滑らかになるが、全体的な形状は原型と異なるものとなる。

以上のように、非線形系を等価線形系で置換して、等価線形パラメータを同定した場合、ローカルな解析データ数が小さいと同定パラメータは安定しないが、履歴復元力はかなり忠実に再現できる。ただし、 $m$  が小さいと観測ノイズの影響が顕著に現れるので、 $m$  は若干大きくすることが必要である。本研究の数値計算例では、 $m=20$  程度が適切であった。

#### 4.3 ローカルな繰り返しにおける重み $r$ の影響

EK-WLI 法では、ローカルな繰り返しの初期の状態推定量の誤差共分散行列に乗じる重みが各時刻の同定に影響を及ぼす。重み  $r$  が小さいと前の時刻での状態推定量との差が小さく、同定値がパラメータの非定常性に追従できない。他方、 $r$  が大きい場合には、各時刻での同定値の収束性が悪くなる。ここでは、重み  $r$  を  $1.2\sim 10.0$  の範囲で変化させ、 $r$  が同定値に及ぼす影響を検討した。図-8 は、解析データ数  $m$  が 20 の場合に、 $r$  を  $1.2, 2.0, 5.0, 10.0$  の 4 通りに変化させたときの履歴復元力を示したものである。図より、重み  $r$  が同定値に及ぼす影響はほとんどないことがわかる。

### 5. あとがき

本研究は、履歴復元力特性を有する非線形系を等価線形系で置換して、拡張カルマンフィルタを用いて等価線形パラメータを同定し、数値計算より解析結果の妥当性を検証したものである。非線形系のパラメータ同定では、追従性の良い手法を用いなければならないが、本研究では星谷等が提案した EK-WLI 法(拡張カルマンフィルタの重み付きローカルな繰り返し法)を用いた。

本研究の内容を要約すると、以下ようになる。

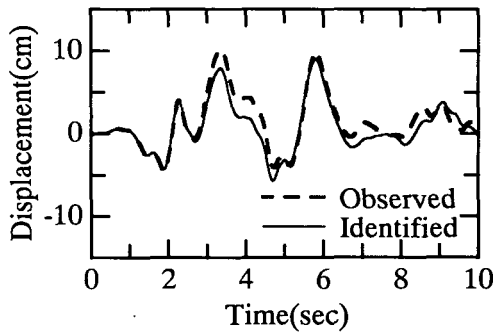
- (1) 非線形系を等価線形的に同定することにより、履歴復元力特性の形状を推定することができる。

(2) ローカルな同定に用いる解析データ数  $m$  が小さい場合は、ノイズの影響が顕著に現れる。他方、 $m$  が大きい場合には平均的なパラメータ同定がなされる。本研究では、 $m$  を 10~200 の範囲で変化させてバイリニア型復元力の形状同定を行ったが、 $m=20$  程度の時にノイズの影響が比較的小さく、また追従性の

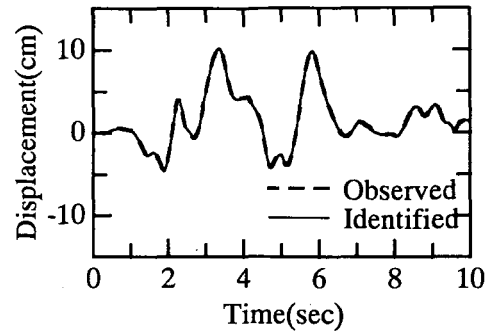
良い同定結果が得られた。

(3) 星谷等が提案した EK-WLI 法は、 $m$  が小さい場合においては追従性に優れた方法である。

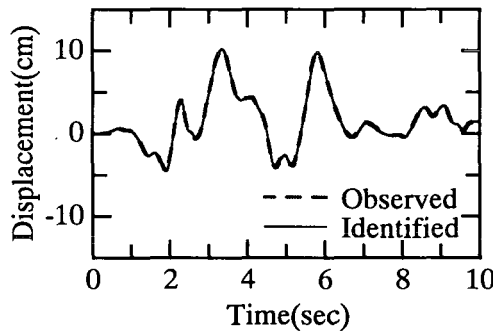
(4) 非線形系を等価線形的に同定する手法は、履歴復元力を間接的に同定できるので、従来の非線形系同定法に対する補完的な手法として有用である。



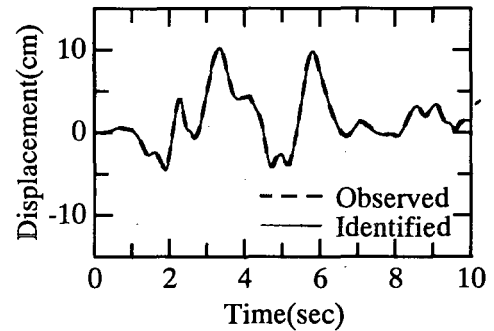
(a) Without Local Iteration



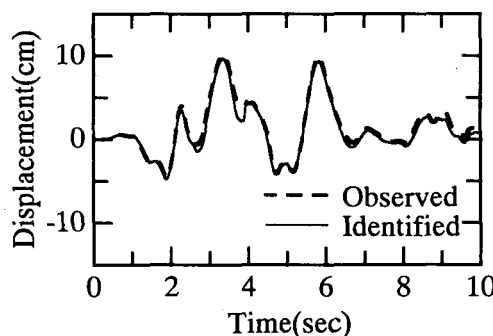
(b) Local Iteration ( $m=10$ )



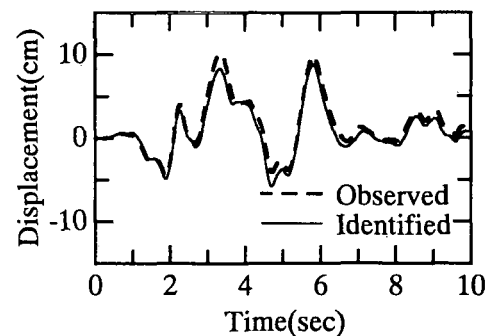
(c) Local Iteration ( $m=20$ )



(d) Local Iteration ( $m=50$ )

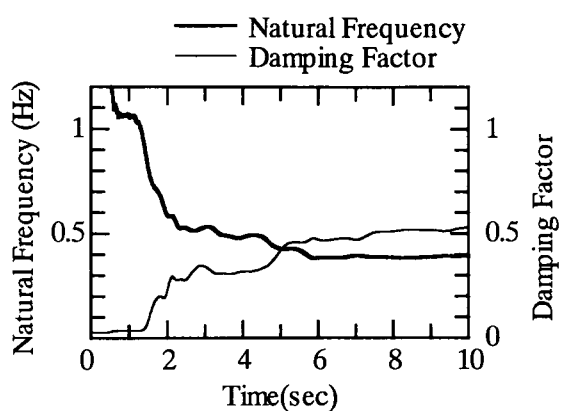


(e) Local Iteration ( $m=100$ )

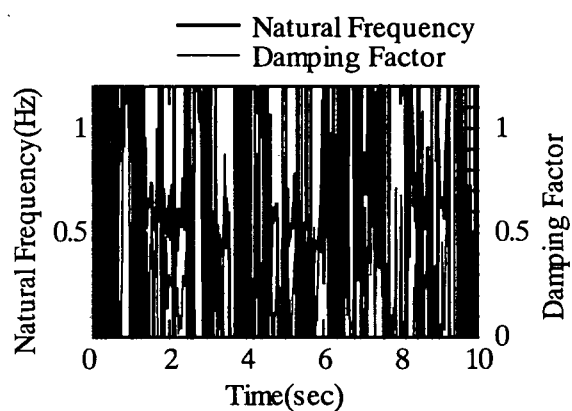


(f) Local Iteration ( $m=200$ )

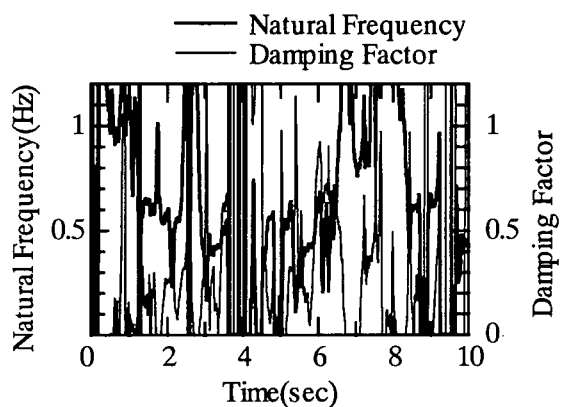
図-5 質点変位の同定結果



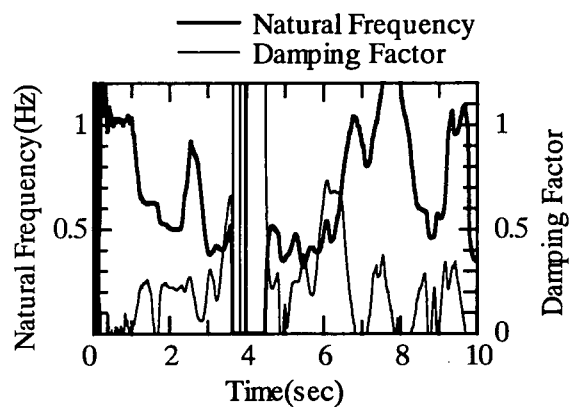
(a) Without Local Iteration



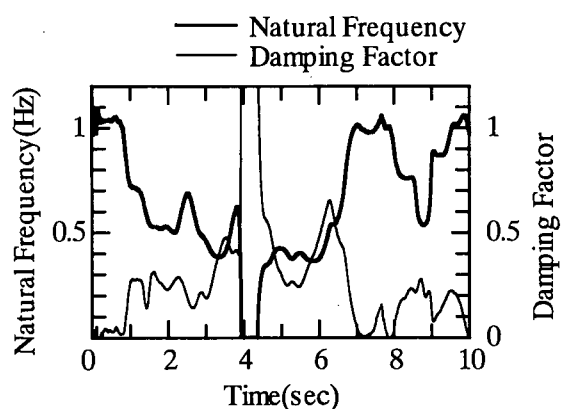
(b) Local Iteration ( $m=10$ )



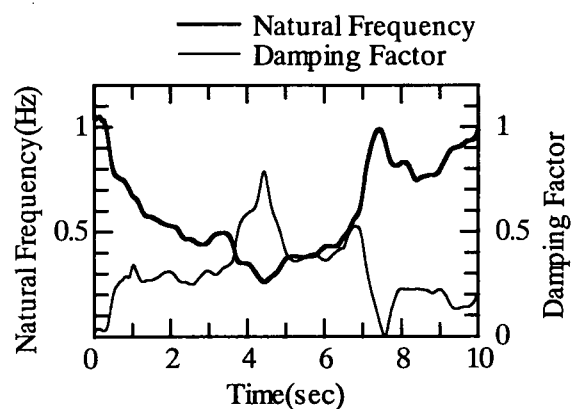
(c) Local Iteration ( $m=20$ )



(d) Local Iteration ( $m=50$ )

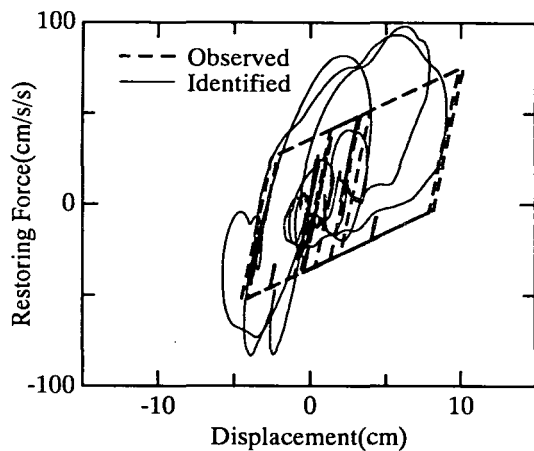


(e) Local Iteration ( $m=100$ )

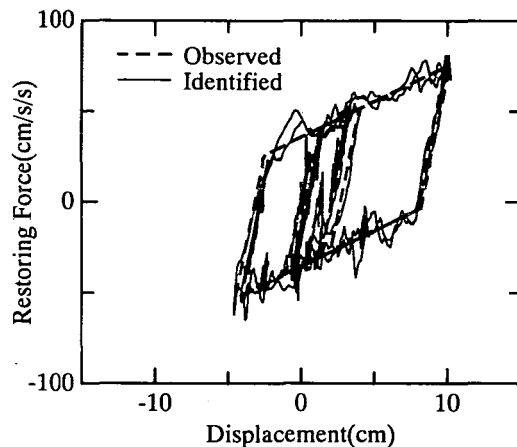


(f) Local Iteration ( $m=200$ )

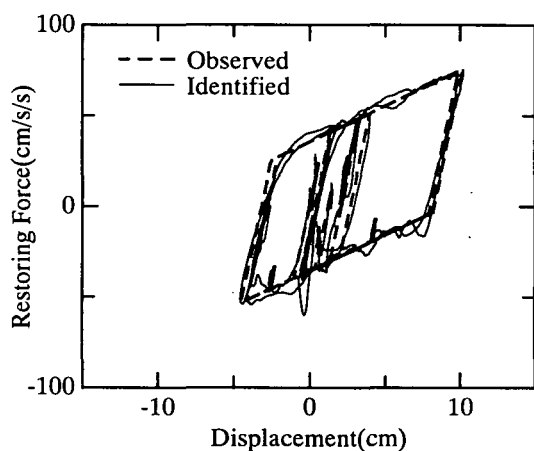
図-6 等価線形パラメータの時間推移



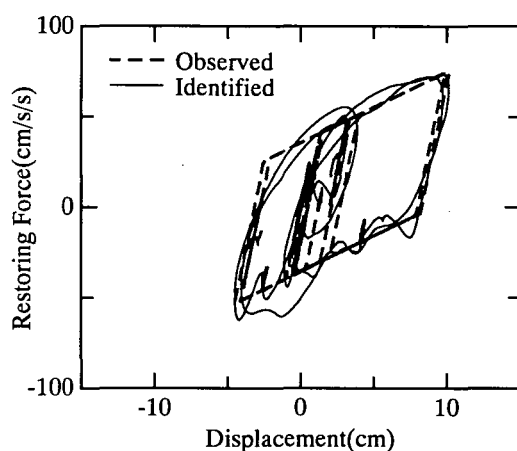
(b) Without Local Iteration



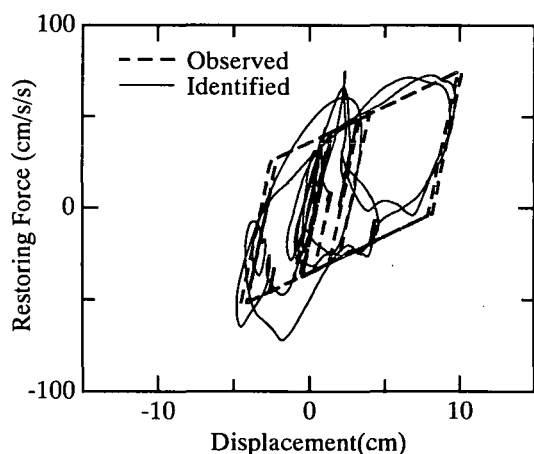
(b) Local Iteration (m=10)



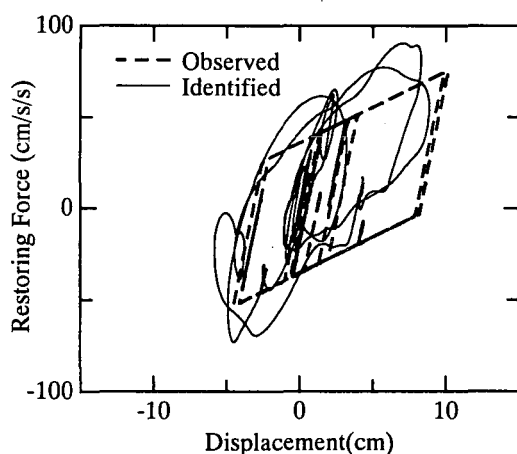
(c) Local Iteration (m=20)



(d) Local Iteration (m=50)

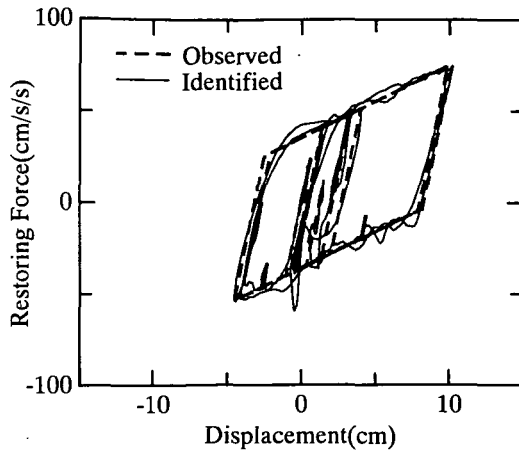


(e) Local Iteration (m=100)

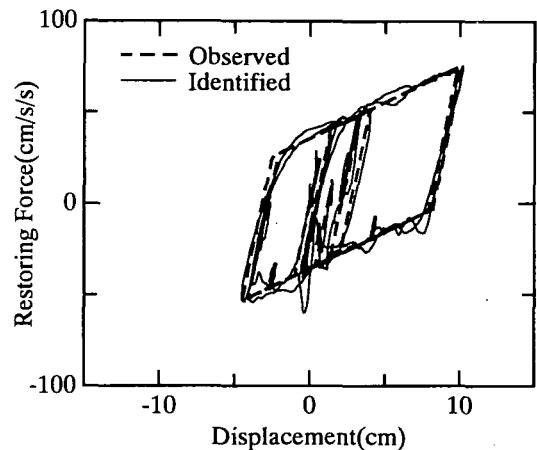


(f) Local Iteration (m=200)

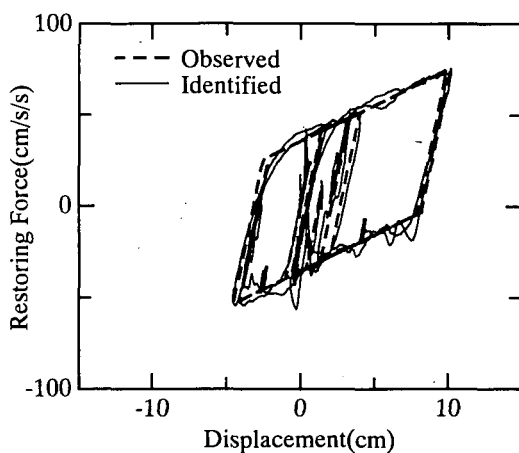
図-7 履歴復元力の同定



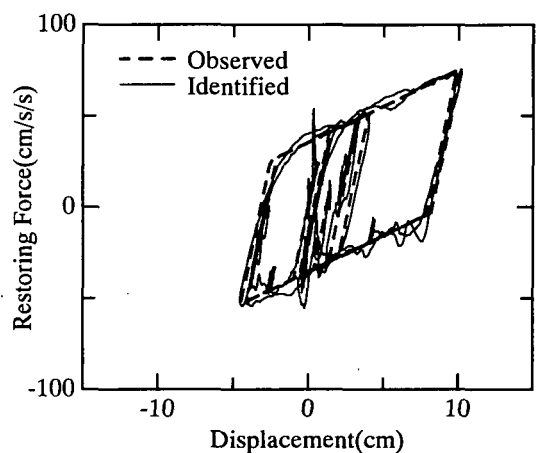
(a) Local Iteration ( $m=20, r=1.2$ )



(b) Local Iteration ( $m=20, r=2.0$ )



(c) Local Iteration ( $m=20, r=5.0$ )



(d) Local Iteration ( $m=20, r=10.0$ )

図-8 ローカルな繰り返しにおける重み  $r$  の影響

#### 参考文献

- 1) 須藤敦史・星谷勝：拡張カルマンフィルタの基本的考察と EK-WLI 法の提案，土木学会論文集，No.437/I-17，pp.203-211，1991.
- 2) 須藤敦史・星谷勝：EK-WLI 法と有限要素法を用いた逆解析，土木学会論文集，No.446/I-19，pp.177-185，1992.
- 3) Mcverry, G.H. : Structural identification in the frequency domain from earthquake records, Earthquake Engineering & Structural Dynamics, Vol.8, pp.161-180, 1980.
- 4) Zhao, Q., Sawada, T., Hirao, K. and Nariyuki, Y. : Localized identification of MDOF structure in the frequency domain, Earthquake Engineering & Structural Dynamics, Vol.24, pp.325-339, 1995.
- 5) 星谷勝・斉藤悦郎：拡張カルマンフィルタを用いた同定問題の各種振動系への応用，土木学会論文報告集，第 339 号，pp.59-67，1983.
- 6) 星谷勝・斉藤悦郎：液状化を伴う地盤の等価線形化，土木学会論文報告集，第 340 号，pp.59-65，1983.
- 7) 星谷勝・斉藤悦郎：線形多自由度系の動特性の推定，土木学会論文集，第 344 号/I-1，pp.289-298，1984.
- 8) 星谷勝・丸山収：非線形構造系の地震時挙動特性の同定，土木学会論文集，第 386 号/I-8，pp.397-405，1987.
- 9) Loh, C-H. and Lee, C-H. : Identification study on base isolation systems by full-scale buildings, Structural Eng./Earthquake Eng., Vol.9, No.3(Proc. of JSCE, No.455/I-21), pp.169-180, 1992.
- 10) 瀧本幸・星谷勝：カルマンフィルタを用いた非線形構造物の同定，土木学会論文集，No.556/I-38，pp.179-187，1997.
- 11) 田蔵隆・佐藤正義・畠山昭：強震記録に基づく地盤の非線形地震応答解析，第 19 回地震工学研究発表会講演概要，pp.101-104，1987.
- 12) 佐藤忠信・竹井賢二：構造物の非定常動特性の漸化型同定法，土木学会論文集，No.577/I-41，pp.65-

- 73, 1997.
- 13) 吉田郁政・豊田耕一・星谷勝：時間更新を考慮した逆解析と観測点配置の評価指数，土木学会論文集，No.543/I-36，pp.271-280，1996.
  - 14) Tan,R.Y. and Weng,I.W.：System identification of an isolation system, Proc.of EASEC-5, pp.1521-1526, Gold Coast, 1995.
  - 15) 野田茂・星谷勝・小淵康義：構造化学習による非線形振動系の同定，構造工学論文集，Vol.40A，pp.781-794，1994.
  - 16) Loh,C-H. and Lin,H-M.：Application of off-line and on-line identification techniques to building seismic response data, Earthquake Engineering & Structural Dynamics, Vol.25, pp.269-290, 1996.
  - 17) 佐藤忠信・竹井賢二：適応型カルマンフィルタの構築とその応用，土木学会論文集，No.584/I-42，pp.163-173，1998.
  - 18) 佐藤忠信・菊川雅士：非線形構造システム方程式の線形同定法，土木学会論文集，No.584/I-42，pp.175-184，1998.
  - 19) 沢田勉・平尾潔・畠一樹・成行義文・山村猛：拡張カルマンフィルタによる線形多自由度系の部分同定における入力ノイズ処理法，土木学会論文集，No.570/I-40，pp.175-186，1997.
  - 20) 武島唯志・大野友則・西岡隆：不規則入力波に対する弾塑性構造物の線形的応答評価，土木学会論文集，第344号/I-1，pp.253-262，1984.

(1998年4月24日受付)