第26回橋梁等の耐震設計シンポジウム
講演論文集（2023年7月）

計算負荷増加によるリアルタイムハイブリッド実験の精度低下に関する理論的考察

津田葉　涼太[1]・植村　佳大[2]・高橋　良和[3]

[1]学生会員　工修　京都大学大学院工学研究科（〒615-8540 京都市西京区京都大学桂）
[2]正会員　工博　京都大学助教　工学研究科（〒615-8540 京都市西京区京都大学桂）
[3]正会員　工博　京都大学教授　工学研究科（〒615-8540 京都市西京区京都大学桂）

1. 背景

土木構造物はその規模が全長数百メートルにわたるものが多く，その地震時挙動を実大実験によって正確に評価することは，実験施設や試験機の制約および供試体の製作コストの観点から不可能である．また，数値解析においても，構造部材が持つ複雑な材料非線形特性のモデル化および複雑な形状を忠実に再現することなど，困難な要素が多く存在する．これらの観点より，土木構造物の動的性能評価手法として，実験及び数値解析を独立して行うには限界がある．

そこで，対象とする構造物において，モデル化が困難な部材に対しては載荷実験を行い，残りの部材を数値モデルとして解析を行い，それらを同期させて同時に行うリアルタイムハイブリッド実験(Real-Time Hybrid Simulation，以下RTHSと呼ぶ)が，構造物の動的性能評価手法として有効であると考えられる(図-1)．さらに，RTHSは載荷実験を動的に行うため，速度依存性を有する部材への適用可能性も高い．また，RTHSにおいても解析モデルの大規模化が期待されており，近年では数千自由度以上の構造物モデルが用いられた事例も見られる[例えば1-2)]．

しかし，RTHSは，動的解析と動的載荷実験を同時に行うことから複雑なシステムの構築が必要であり，大規模で高精度な実験を行うにあたり，課題が多く存在する．その中で，実時間性の観点から計算時間の制約が存在し，数値解析規模の大規模化によって試験精度の著しい低下が懸念される．そこで本研究では，計算負荷の増加がRTHSの試験精度に与える影響について評価し，理論的に考察する．

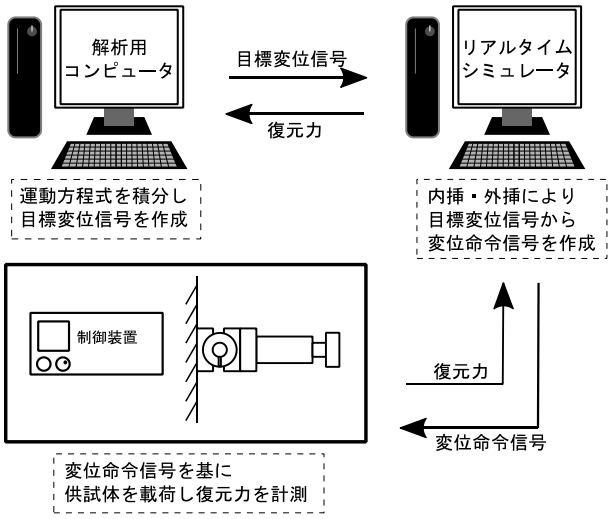
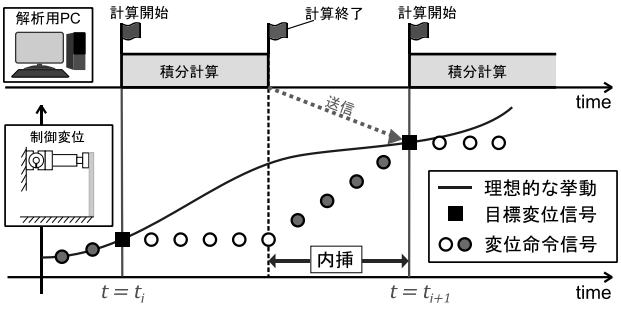


図-1　RTHS システムの概略図

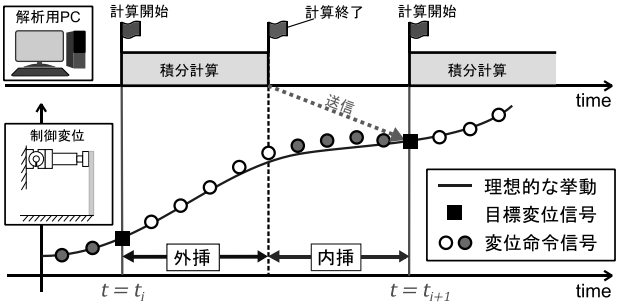
2. RTHSにおける数値積分計算中の試験機制御

(1) 内挿・外挿による試験機制御命令信号の生成

RTHSでは，数値積分計算の結果に応じて試験機制御を行う．数値積分計算は有限の時間を要し，その間，試験機は待機状態となる．この状態では数値積分計算の時間間隔内で待機と載荷を繰り返す状態となるため，動的な載荷とはならない(図-2(a))．そこで，Nakashimaら[3)]は，試験機制御の信号生成アルゴリズムを数値積分計算中のより細かい時間間隔で導入した．具体的には，試験ステップが開始してから数値積分計算が終了するまでは，過去の目標変位信号を用いた外挿計算により変位命令信号を予測して載荷を行う．そして，数値積分計算が終了してから次の目標変位信号に到達するまでの間，内挿計算

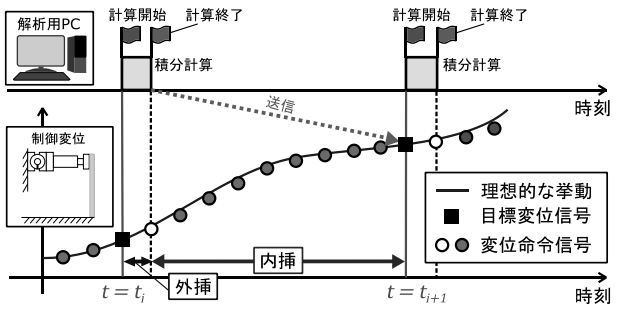


(a)　数値積分計算を加味しない場合

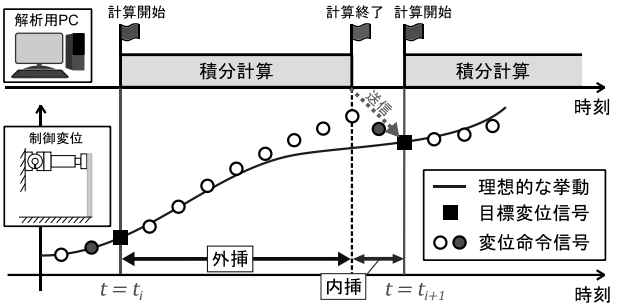


(b)　数値積分計算を加味する場合

図-2　数値積分計算中の試験機制御



(a)　計算負荷が小さい場合



(b)　計算負荷が大きい場合

図-3　計算負荷による変位命令信号の変化

により変位命令信号を生成する(**図-2**(b))．これにより，数値積分計算中にも変位命令信号が更新され続けるため，動的で理想的な挙動の再現が可能となる．

(2)計算負荷の増加による信号生成への影響

変位指令値計算のうち，外挿計算は次の目標変位信号が決定していない条件の下で予測を行うため，内挿計算よりも精度が低い．解析部分が比較的小規模で，計算負荷が小さい場合，数値積分計算による目標変位信号の決定が早いため，変位指令値計算の大部分が内挿計算によって行われる(**図-3**(a))．この場合，変位命令信号が理想的な挙動から乖離する幅が小さいため，内挿中の変位は同位相となる．この時，非線形部材を用いた場合においても，挙動を正確に再現可能である．一方で，大規模数値モデルなどの計算負荷が大きいモデルを用いる場合，数値積分計算による目標変位信号の決定が遅くなるため，変位指令値計算のうち外挿計算が占める割合が大きくなる(**図-3**(b))．外挿計算が支配的となる場合，外挿による変位命令信号が次の目標変位信号を超える可能性がある．この時，変位が逆位相となり，試験機制御としては載荷と除荷が切り替わるため，理想的な挙動が再現されないと言える．特に，免震支承やオイルダンパーなど，速度依存性を有する部材を実験部材としてRTHSを行う場合，実際の速度とは大きく異なるため，その応答性状も変化し，試験精度の低下が懸念される．

(3)変位指令値計算

変位指令値計算は，次のステップの目標変位信号が決定するまで変位命令信号を予測する外挿計算，目標変位信号が決定してから変位命令信号を補間する内挿計算に分けられる．また，変位指令値計算の手法は多項式近似を用いることが一般的であり，高次の多項式近似を用いるほど精度の向上が期待できるが，次数を上げることによって変位指令値計算の計算時間が増加するため，精度と計算時間のトレードオフが要求される．

本研究では，2次ラグランジュ多項式，3次ラグランジュ多項式，速度を加味した多項式近似を用いた．以下，それぞれD2，D3，DVと呼ぶ．

a)ラグランジュ多項式近似(D2, D3)

外挿関数$dsp_p(x)$および内挿関数$dsp_c(x)$は，以下の式で表される．

$$dsp_p(x) = \sum_{k=-n}^{0} f_k \, P_{n,k}(x) \tag{1}$$

$$dsp_c(x) = \sum_{\substack{k=-n+1 \\ k\neq 0}}^{0} f_k \, C_{n,k}(x, x_p) + f_{x_0} \, C_{n,x_p}(x, x_p) \tag{2}$$

ここで，xは数値積分計算の時間刻みに対する経過時間の割合，f_kは直前kステップの数値積分計算によって得られた変位，nは多項式近似の次数，x_pは数値積分計算終了時のxの値である．ここで，$n=2$の時，式(1)中の$P_{n,k}$および式(2)中の$C_{n,k}$はそれぞれｒ以下の式で表される．

$$P_{2,0}=\frac{1}{2}(x+1)(x+2)$$
$$,P_{2,-1}=-x(x+2),\quad P_{2,-2}=\frac{1}{2}x(x+1) \tag{3}$$

$$C_{2,1}=\frac{1}{2}x(x+1),$$
$$C_{2,x_p}=-(x-1)(x+1),C_{2,-1}=\frac{1}{2}(x-1)x \tag{4}$$

b) 速度を加味した多項式近似 (DV)

速度を加味した多項式近似は，Schellenbergら[4]によって考案された，速度精度を向上させるための変位指令値計算手法である．この手法は，近似多項式を算出する際に，その導関数も考慮することによって補間関数を決定するエルミート多項式に基づいて行われる．この手法による外挿関数$dsp_p(x)$は，以下の式で表される．

$$dsp_p(x)=\sum_{k=-n}^{0} f_k\,P_{2n+1,k}(x)+\sum_{k=-n}^{0} f'_k\,\hat{P}_{2n+1,k}(x) \tag{5}$$

ここで，$P_{2n+1,k}$は直前nステップにおける変位に対応する係数，$\hat{P}_{2n+1,k}$は直前nステップにおける速度に対応する係数である．本研究では3次多項式($n=1$)を使用し，この時，それぞれ以下の式で表される．

$$P_{3,0}=-(x+1)^2(2x-1)\ ,\ \hat{P}_{3,0}=(x+1)^2\,x$$
$$P_{3,-1}=x^2(2x+3)\ ,\ \hat{P}_{3,-1}=x^2\,(x+1) \tag{6}$$

また，現在ステップおよび直前のステップにおける速度f'_0，f'_1は，高次の後退差分近似によって表す．本研究では4次の後退差分近似を使用し，それぞれ以下の式で表される．

$$f'_0=\frac{1}{12}(25f_0-48f_{-1}+36f_{-2}-16f_{-3}+3f_{-4}) \tag{7}$$

$$f'_1=\frac{1}{12}(3f_0+10f_{-1}-18f_{-2}+6f_{-3}-f_{-4}) \tag{8}$$

また，内挿関数$dsp_c(x)$は，以下の式で表される．

$$dsp_c(x)=\sum_{\substack{k=-n+1\\k\neq 0}}^{0} f_k\,C_{2n,k}(x,x_p)$$
$$+\sum_{\substack{k=-n+1\\k\neq 0}}^{0} f'_k\,\hat{C}_{2n,k}(x,x_p)+f_{x_p}C_{2n,x_p}(x,x_p) \tag{9}$$

ここで，$C_{2n,k}$は直前nステップおける変位に対応する係数，$\hat{C}_{2n,k}$は直前nステップにおける速度に対応する係数である．本研究では2次多項式近似($n=1$)を使用し，この時，それぞれ以下の式で表される．

$$C_{2,1}=-\frac{(x+x_p-2)(x-x_p)}{(x_p-1)^2}$$
$$,\hat{C}_{2,1}=-\frac{(x-1)(x-x_p)}{x_p-1},C_{2,x_p}=\frac{(x-1)^2}{(x_p-1)^2} \tag{10}$$

3. 速度誤差の理論的評価

(1) 既往の研究

Nakashimaら[3]は，外挿計算から内挿計算に切り替わる点(以下，スイッチ区間と呼ぶ)における速度に着目し，スイッチ区間における不連続な速度変化について理論的に考察している．理論的な変位応答として正弦波を仮定しており，式(1)，式(2)中の変位f_kについて，振幅Aおよび固有円振動数ωとして以下の式で表される．

$$f_k=A\,sin(\omega t-\ \omega\Delta t(x-k)) \tag{11}$$

計算負荷が増加した場合，スイッチ区間では速度に不連続的な変化が生じる．スイッチ区間における速度は，外挿計算(式(1))及び内挿計算(式(2))を用いて以下のように表される．

$$v=\frac{dsp_c\left(x+\frac{\delta t}{\Delta t},x_p\right)-dsp_p(x)}{\delta t}$$
$$=\frac{AR_d}{\delta t}sin(\omega t+\varphi) \tag{12}$$

ここで，振幅誤差R_dおよび位相ずれφは，以下の式で表される．

$$R_d = \sqrt{C_s^2 + C_c^2} \quad , \quad \varphi = tan^{-1}\left(\frac{C_c}{C_s}\right) \tag{13}$$

$$\begin{aligned} C_s &= C_{cs}cos\omega\delta t + C_{ps} - C_{cc}sin\omega\delta t \\ C_c &= C_{cs}sin\omega\delta t + C_{pc} + C_{cc}cos\omega\delta t \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned} C_{cs} &= \sum_{\substack{k=-n+1 \\ k\neq 0}}^{1} cos\big(\omega\Delta t(x-k)\big)C_{n,k}(x,x_p) \\ &+ C_{n,x_p}(x,x_p)\sum_{k=-m}^{0} cos\left(\omega\Delta t\big(x_p-k\big)\right)P_{m,k}(x_p) \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned} C_{cc} &= -\sum_{\substack{k=-n+1 \\ k\neq 0}}^{1} sin\big(\omega\Delta t(x-k)\big)C_{n,k}(x,x_p) \\ &- C_{n,x_p}(x,x_p)\sum_{k=-m}^{0} sin\left(\omega\Delta t\big(x_p-k\big)\right)P_{m,k}(x_p) \end{aligned} \tag{16}$$

$$C_{ps} = \sum_{k=-n}^{0} cos\big(\omega\Delta t(x-k)\big)P_{n,k}(x) \tag{17}$$

$$C_{pc} = \sum_{k=-n}^{0} sin\big(\omega\Delta t(x-k)\big)P_{n,k}(x) \tag{18}$$

(2) 計算点における速度誤差の理論解

3. (1) の通り，スイッチ区間における速度応答は，変位指令値計算の精度を把握する上で重要である，しかし，実際に実験部材の応答に影響する部分はRTHSの試験ステップが終了した時点での速度であるため，最終の内挿点である，数値計算に影響する点(以下，計算点と呼ぶ)であると考えられる(**図-4**)．そこで本研究では，理論的な変位応答として正弦波応答を仮定し，計算点における誤差評価について整理する．速度依存性を有する部材を用いてRTHSを行う場合，計算点での速度応答は，次の目標値の数値積分計算に使用されるため，より詳細な検討が必要であると言える．本研究では，D2，D3，DVについて計算点における速度の振幅誤差を計算した．この時，外挿関数(式(1))及び内挿関数(式(2))を用いて以下の式で表す．

$$v = \frac{dsp_c(1,x_p) - dsp_c(x,x_p)}{\delta t} = \frac{AR_d}{\delta t}\sin(\omega t + \varphi) \tag{19}$$

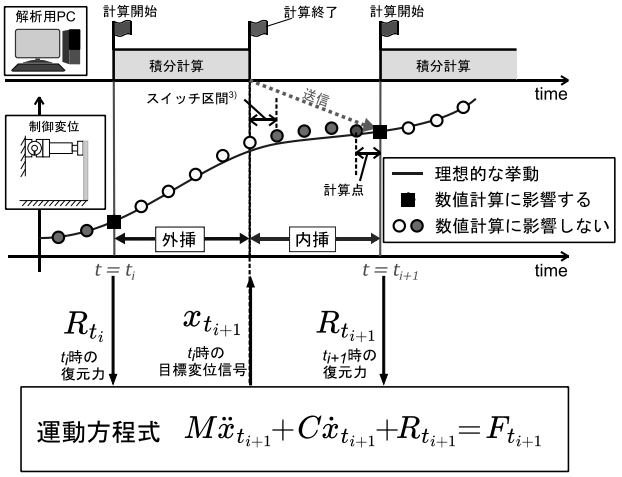


図-4 数値計算に影響する点

ここで，振幅誤差R_dおよび位相ずれφは，以下のようになる．

$$R_d = \sqrt{C_s^2 + C_c^2} \quad , \quad \varphi = tan^{-1}\left(\frac{C_c}{C_s}\right) \tag{20}$$

$$\begin{aligned} C_s &= C_{cs}sin\omega\delta t - C_{cc}cos\omega\delta t \\ C_c &= C_{cs}cos\omega\delta t + C_{cc}sin\omega\delta t - 1 \end{aligned} \tag{21}$$

計算点における速度の振幅誤差(式(20)のR_d)について，それぞれ**図-5**に示す．なお，グラフの横軸は数値積分計算の時間刻みΔtと固有周期Tの比($\Delta t/T$)としている．また，それぞれの図において，x=0.1(数値積分計算の所要時間がΔtに対して10%)，0.5，0.8であった場合の結果について示している．D2の場合，$\Delta t/T$ =0.05以内の範囲においてもxの増加につれて振幅誤差が1を大きく下回っていることが分かる．D3においては，$\Delta t/T$ =0.10~0.15の範囲でx＝0.8における振幅誤差が0.5を下回っており，試験精度が大きく低下することが予想される．DVにおいては，x＝0.8の場合に$\Delta t/T$ =0.05で0.9を示しており，他の2手法と比較して安定していると言える．また，いずれの手法においても，$\Delta t/T$=0.20以上の範囲では振幅誤差が1を大きく超えているため，高周波領域における試験精度は保証されないと考えられる．以上より，計算点における速度の観点から，DVによる変位指令値計算が最も優れていることが示された．

4. 計算負荷の増加を模擬したRTHS

(1) 概要

3. より，計算負荷の増加につれて，速度の精度が

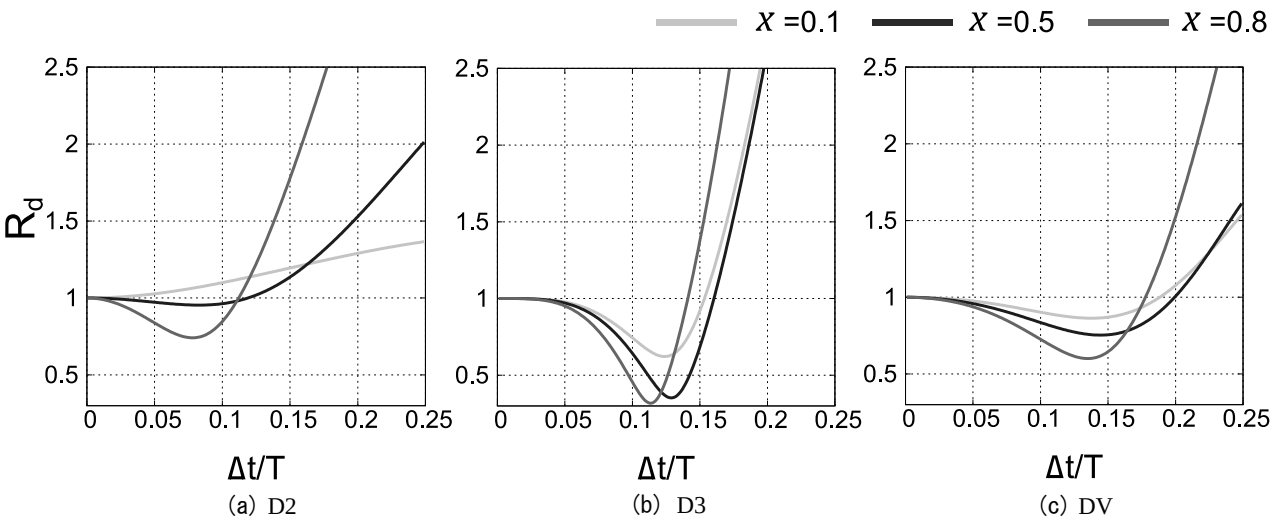


図-5 計算点における速度の誤差評価

低下していることが分かった．本章では，精度低下が実際の部材の応答に与える影響を調べるため，速度依存性を有する要素を用いた模擬的なRTHSを行った．

(2) 本研究で用いるRTHSシステム

RTHSでは，試験装置の制御遅れや実験供試体の減衰特性などの影響で，理想的な挙動を完全に再現することは難しい．そこで本研究では，それらの誤差要因を排除するため，実験部分についても解析モデルで理想化したRTHSを行った．

図-6に，実験部分を解析モデルで理想化したRTHSシステムの概略図を示す．本研究では，数値解析ソフトウェアにはOpenSeesを用いた．また，解析PCとリアルタイムシミュレータを連動させるミドルウェアとしてOpenFresco[5]を用いた．OpenSees内でOpenFrescoのパッケージを呼び出すことで，RTHSの環境構築を定義している．リアルタイムシミュレータにはSpeedgoat社製Performance real-time target machineを用いることとし，リアルタイムシミュレータの実験制御プログラム作成にはMath Work社MATLAB/Simulinkを採用している．また，解析PCとリアルタイムシミュレータ間のデータの送受信はGeneral Electric社製5565 Reflective Memoryを用いる．次ステップの数値積分計算に必要な実験部分の部材反力は，外挿計算・内挿計算後の変位命令信号に剛性を乗じた値と，計算点での速度応答に減衰定数を乗じた値の和とし，数値解析の復元力としている．なお，部材反力の計算はSimulinkモデル内にて実施した．

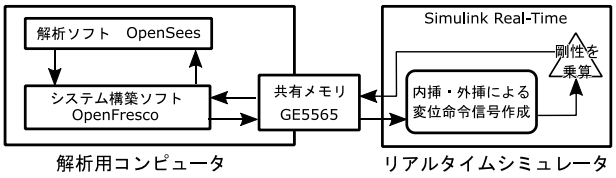


図-6 本研究で使用する RTHS システム

(3) 仮想的な時間遅延の挿入

RTHSの実時間性の制約において，要求される時間以内に何自由度まで数値解析を完了できるかは，数値解析用コンピュータの性能，使用するプロセッサの数など，計算環境に強く依存する．そこで本研究では，解析時間の増加を模擬するために，数値積分計算終了から目標変位信号送信までに仮想的な時間遅延(以下，スリープ時間と呼ぶ)を設定し，意図的に外挿信号を増加させた(**図-7**)．スリープ時間を挿入することにより，計算環境に依存することなくRTHSにおける計算負荷の増加による影響を評価することが可能である．

(4) 試験条件

a) 解析条件

本研究では試験条件を単純化するため，解析手法は自由振動を与える手法とした．数値積分計算の時間刻みは0.01(s)とし，数値積分計算法には陽的ニューマークβ法を用いた．変位命令信号の生成間隔は0.001(s)とした．すなわち，数値積分計算の時間間隔内に外挿計算および内挿計算による変位命令信号を10回生成している．また，解析の初期条件は，変位1(mm)，速度0(mm/s)とし，スリープ時間の挿入は0(ms)，4(ms)，7(ms)の3ケースとした．これらのケ

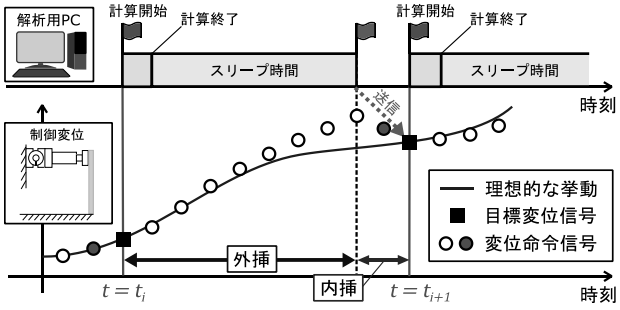


図-7 計算負荷の増加を模擬した場合の信号生成

ースは，3.(2)におけるx=0.1，0.5，0.8に対応する．

b) 解析モデル

本研究で用いた解析モデルは，弾性ばねとダッシュポッドが接続された1質点系モデルである．下端は固定端とし，解析モデルの固有周期を0.2(s)，0.1(s)の2ケースとした．なお，解析モデルにおける剛性は鋼板を想定した0.2277(kN/mm)とし，質点の質量は，固有周期の変化に応じて剛性から算出される値を用いている．また，減衰定数は2(%)とする．

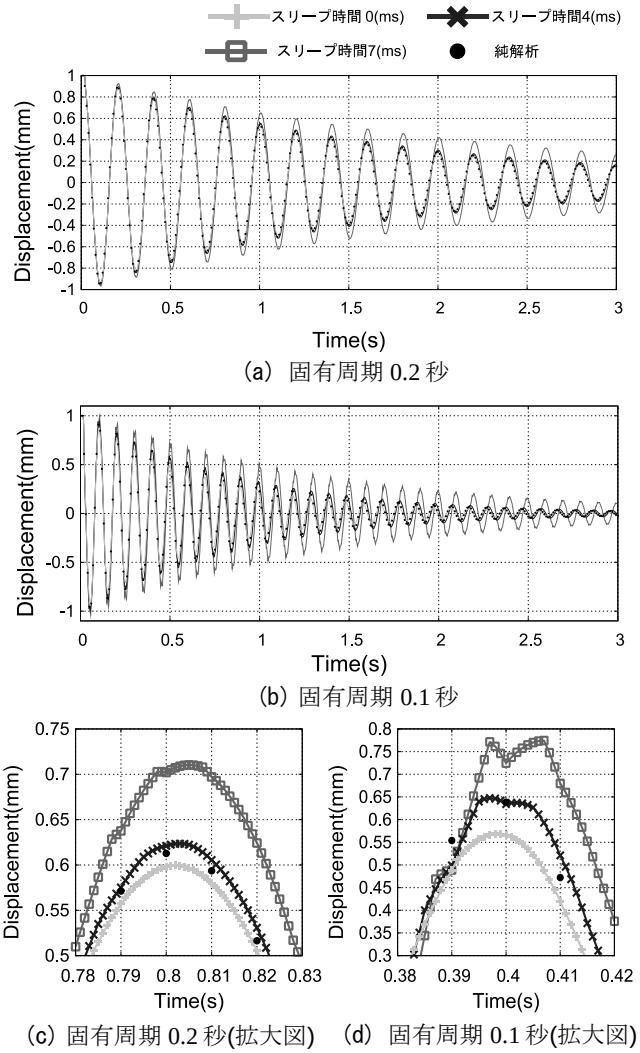
(5) 試験結果

a) 変位時刻歴

計算負荷の増加を模擬したRTHSを行い，得られた変位の時刻歴を**図-8**に示す．なお，変位指令値計算にはD2を使用している．それぞれの図において，自由振動開始3.0秒間，載荷開始5サイクル目の拡大図を示している．比較として，数値解析のみによる結果(以下，純解析と呼ぶ)についても併せて示している． 固有周期0.2(s)のケースでは，スリープ時間7(ms)挿入した場合において減衰が弱まっている様子が確認でき，純解析との誤差は載荷開始5サイクル目の時点でスリープ時間4(ms)で0.02(mm)，スリープ時間7(ms)で0.12(mm)程度であった．また，固有周期0.1(s)のケースでは，載荷開始5サイクル目の時点でスリープ時間0(ms)で-0.08(mm)，スリープ時間4(ms)で-0.01(mm)，スリープ時間7(ms)で0.1(mm)程度であった．これより，スリープ時間の挿入によって，計算負荷が大きくなるほど減衰が弱まっている様子が確認できた．この現象は，外挿計算が長くなることによって，計算点における速度が低下していることに起因すると考えられる．RTHSの応答としての速度の値が小さくなることにより，速度に比例する減衰項の値も小さくなるため，計算負荷の増加に伴って減衰が弱まることが示された．

b) 速度時刻歴

速度時刻歴を**図-9**に示す．変位時刻歴と同様に，



(a) 固有周期 0.2 秒

(b) 固有周期 0.1 秒

(c) 固有周期 0.2 秒(拡大図)　(d) 固有周期 0.1 秒(拡大図)

図-8 変位時刻歴

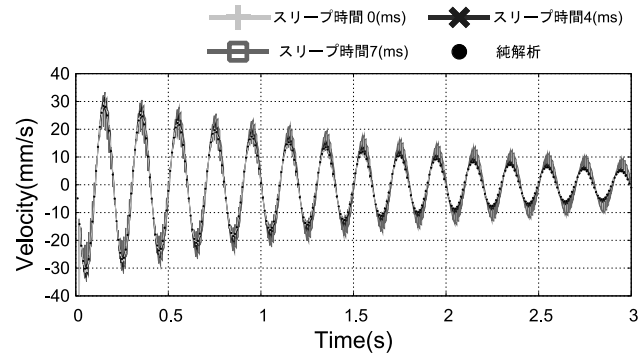
自由振動開始3.0秒間，速度の最大値近傍(1.0秒付近)の拡大図を示している．各ケースにおける速度応答は，変位指令値計算をもとに以下に示す1次後退差分近似を用いて計算した結果を使用している．

$$v = \frac{x_t - x_{t-\delta t}}{\delta t} \tag{22}$$

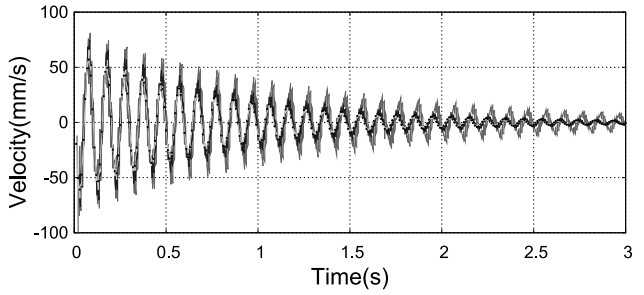
図より，スリープ時間が長くなるにつれ，計算点における速度が純解析と比較して減少傾向にあった．この誤差は固有周期が短くなるほど顕著に表れており，5サイクル目の時点でスリープ時間 7(ms)挿入した場合，固有周期 0.2(s)のケースでは時刻 0.75(s)の時点で 3.5(mm/s)，固有周期 0.1(s)のケースでは時刻 0.38(s)で 10(mm/s)程度であった．これより，計算負荷の増加によって変位の減衰の程度が低下していることが速度時刻歴からも確認された．

c) 変位指令値計算による比較

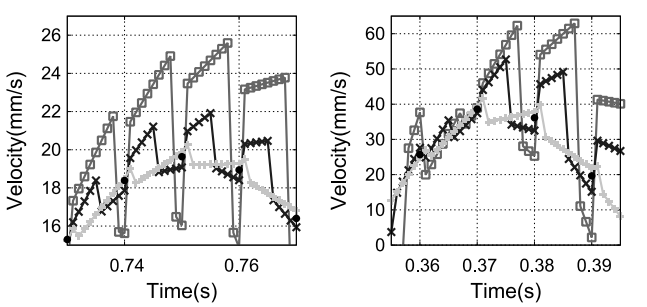
D2，D3，DV を用いた場合のスリープ時間を



(a) 固有周期 0.2 秒

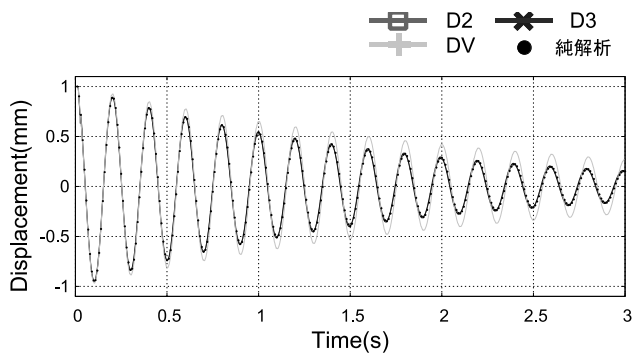


(b) 固有周期 0.1 秒

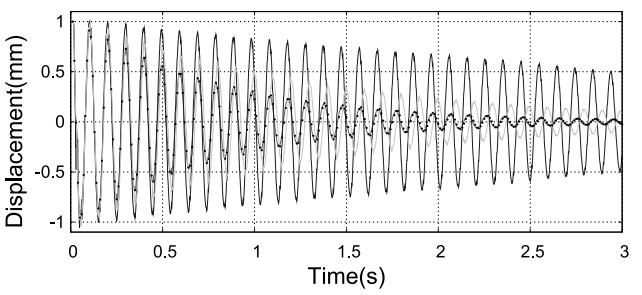


(c) 固有周期 0.2 秒(拡大図)　(d) 固有周期 0.1 秒(拡大図)

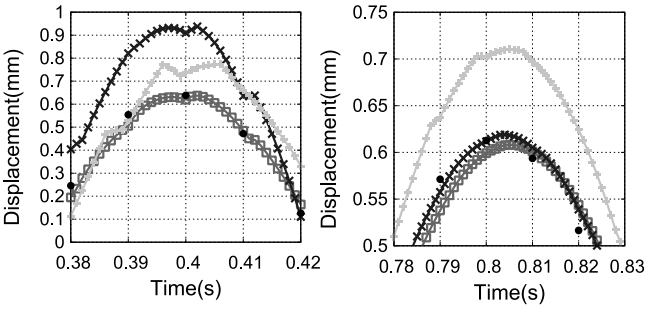
図-9　速度時刻歴



(a) 固有周期 0.2 秒



(b) 固有周期 0.1 秒



(c) 固有周期 0.2 秒(拡大図)　(d) 固有周期 0.1 秒(拡大図)

図-10　変位指令値計算手法の違いによる比較

7(ms)挿入した場合の変位応答の比較について，**図-10** に示す．それぞれの図において，自由振動開始3.0秒間，載荷開始5サイクル目の拡大図を示している．固有周期 0.2(s)のケースについては，D2 では時刻 0.8(s)の時点で純解析と比較して 0.1(mm)程度の誤差が生じていたが，D3，DV については純解析の値とほぼ一致していた．本試験において固有周期 0.2(s)の時，$\Delta t/T$ =0.05 であり，**図-5** における速度の振幅誤差でも D2 では 0.8 程度を示しており，D3，DV では 1 に近い値を示している．これより，$\Delta t/T$ =0.05 においては理論値から予測される応答結果が得られたと言える．

また，固有周期 0.1(s)においては，時刻 0.4(s)において D3 を用いた場合に，純解析と比較して 0.3(mm)程度の誤差が生じた．本試験において固有周期 0.2(s)の時，$\Delta t/T$ =0.10 であり，**図-5** より，D3 を用いた場合は速度の振幅誤差が 1 を大きく下回っていたため，減衰力が著しく低下していることがわかる．また，DV を用いた場合において，純解析と概ね一致している結果を示した．DV を用いた時，**図-5** より，$\Delta t/T$ =0.10 の場合に予想される振幅誤差は 0.7 程度であるため，実際に応答結果に表れる振幅誤差は固有周期が短くなるにつれて，理論値と乖離する可能性が示唆された．

5. まとめ

本研究では，RTHSにおける計算負荷の増加による試験精度への影響に着目し，計算負荷の増加を模擬したRTHSを行った．また，この手法を利用し，RTHSにおける速度の誤差評価を理論的に考察した．以下に本研究で得られた知見を示す．

- RTHSの誤差の理論的評価として，既往の研究ではスイッチ区間における速度誤差の検討に留

まっていたが，本研究では計算点における速度誤差の評価を行った，検討の結果，実験部分を理想的な線形部材と仮定した状況下では，変位指令値計算手法として，計算点での速度についても評価を加えることにより，DVを用いた変位指令値計算が最も優れていることが示された．

- 計算負荷の増加による試験精度の低下が実際の部材の応答に与える影響を調べるために，速度依存性を有する要素を用いたRTHSを行った．その結果，計算点における速度が低下していたことから，速度に比例する減衰項の値が小さくなり，計算負荷の増加に伴って減衰が弱まることが示された．
- $\Delta t/T$ =0.05の時，減衰振動によるRTHSから得られた振幅誤差は，計算点における速度の振幅誤差，理論値から予測される応答結果が得られた．しかし，実際に応答結果に表れる振幅誤差は固有周期が短くなるにつれて，理論値と乖離する可能性が示唆された．

謝辞：本研究は，科学研究費補助金基盤研究(A)21H04574と，戦略的イノベーション創造プログラム(SIP)の研究開発項目IX「実大部材地震挙動解析システムの開発」の助成を受けて実施した．謝意を表します．

参考文献

1) Ricles.J, AI-Subaihawi.S, Kolay.C, Marullo.T, Cao.L and Quiel.S : Multi-Natural Hazard Real-Time Hybrid Simulation of a Tall Building With Nonlinear Viscous Dampers, Proceedings of the 17th World Conference on Earthquake Engineering, 2020.
2) Alireza Sarebanha and Stephen A. Mahin : Real-Time Hybrid Simulation of Seismically Isolated Structures with Full-Scale Bearing and Large Computational Model, Computer Modeling in Engineering Science, Vol.120,No.3 ,pp.693-717,2019.
3) M.Nakashima and N.Masaoka : Real-time on-line test for MDOF systems, Earthquake Engineering Structural Dynamics, Vol.28(4),pp.393-420,1999.
4) Andreas H.Schellenberg, Stephen A.Mahin, Gregory L. Fenves: Advanced implementation of hybrid simulation, Pacific Earthquake Engineering Research Center,2009.
5) Yoshikazu Takahashi and Gregory Fenves : Software framework for distributed experimental-computational simulation of structural systems, Earthquake Engineering Structural Dynamics, Vol.35,No.3,2005.