

遷移型 MCMC による構造パラメータ更新に与える 地震応答観測データの影響

北原 武嗣¹・北原 優²・Michael BEER³

¹正会員 博(工) 関東学院大学教授 理工学部土木学系 (〒236-8501 横浜市金沢区六浦東1-50-1)
²学生会員 Dr.-Ing. ライプニッツ大学ハノーファー 土木・測地学部 (Callinstr. 34, 30167 Hannover, Germany)
³非会員 Dr.-Ing. ライプニッツ大学ハノーファー教授 土木・測地学部 (Callinstr. 34 30167 Hannover, Germany)

1. 序論

種々の作用下で生じた部材損傷や経年劣化などにより老朽化した構造物の残存性能を精度よく評価することがライフサイクルマネジメントにおいて求められる。特に地震大国である我が国において非線形領域における残存耐震性能を評価することは重要な課題である。本研究では、地震観測データを用いることで現有状態の構造パラメータを精度よく推定する手法として、ベイズ推論の一手法である遷移型マルコフ連鎖モンテカルロ法 (TMCMC) ¹に着目し、サンプル間相関を低減する工夫を加えた相関低減型 TMCMC を構築した。構築した手法を既存免震橋梁の構造パラメータ更新問題に適用可能であることを確認し、地震観測データの入力強度、観測ノイズなどの影響を明らかにすることが目的である。

2. 対象構造物と解析概要

(1) 解析モデル

鉛プラグ入り積層ゴム支承 (LRB) を有する、既存の免震橋梁を解析対象とし、文献を参考に図-1 に示すような基礎固定の 2 自由度系ばね-質点系にモデル化した。表-1 に構造諸元を示す。地震応答解析において、免震支承は 0%、RC 橋脚は 2%の減衰定数を与え、Rayleigh 減衰として設定した。

免震支承と橋脚の履歴復元力特性は、それぞれバイリニアモデルと劣化型武田モデル (降伏後剛性は 0 の完全塑性) とした。のちに述べる地震波のうち、例として道路橋示方書 ²に示される I 種地盤上におけるレベル 2 タイプ II 地震動の標準波形である II-I-1 地震動を入力した際の、橋脚の荷重-変位関係を履歴復元力特性の例と

して図-2 に示す。

本研究では、免震支承と橋脚の経年劣化を、力学的特性の変化として考慮することとした。免震支承の経年劣化に関しては、例えば林ら ³による設置後十数年が経過した LRB の残存性能確認試験の報告で、性変化に伴う水平剛性の増加や破断ひずみの低下、鉛プラグが負担できるせん断力の減少に伴う切片荷重の低減などが示されている。

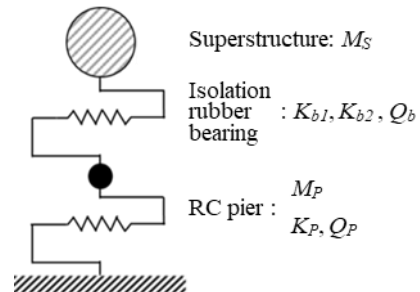


図-1 解析モデル図

表-1 構造諸元

構造パラメータ		設計値 [A]	現有値 [B]	B/A
上部構造	質量 M_S (ton)	604.0	604.0	1.0
免震支承	降伏荷重 Q_b (MN)	1.118	0.559	0.5
	初期剛性 K_{b1} (MN/m)	40.00	48.00	1.2
	降伏後剛性 K_{b2} (MN/m)	6.000	7.200	1.2
RC 橋脚	質量 M_P (ton)	346.2	346.2	1.0
	降伏荷重 Q_P (MN)	3.374	2.024	0.6
	初期剛性 K_P (MN/m)	110.100	88.080	0.8

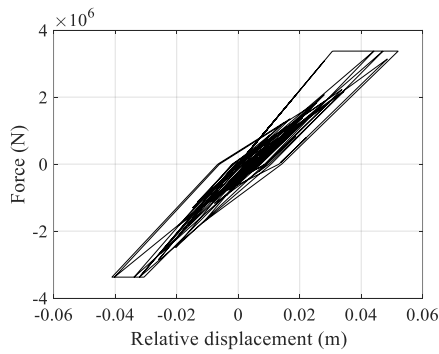


図-2 履歴復元力特性の例

ここでは、松崎ら⁴⁾に基づき表-1に示す設計時の諸元に対して、水平剛性 K_{b1} 、 K_{b2} が2割増加するとともに、降伏荷重 Q_b が5割減少した状態を免震支承の経年後の力学的特性とした。橋脚に関しては、経年や軽微な損傷などを勘案し、水平剛性 K_p と降伏剛性 Q_p は設計時から、それぞれ、2割、4割減少しているものと仮定した。

一方、質量は経年によっての変化は一般的には少ないと判断し、設計時から変化しないものとした。また、実橋梁の減衰特性は外的環境にも大きく作用されることが知られているが、地震応答観測データを用いたベイズ推定による非線形構造特性同定の適用性や、その際の観測ノイズや入力強度の影響を把握することであるため、まずは基礎的検討として減衰特性の変化は考慮しないものとした。

(2) 疑似観測データ

ベイズによるモデル更新に用いる観測データとして、構造物の地震時応答を観測することを想定している。ここでは、実際の観測データではなく疑似的にモデル応答結果を観測データとして用いることとした。入力として表-2に示す地震波を用いた。

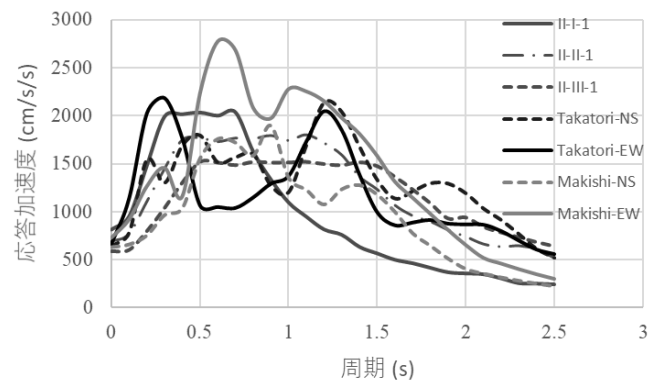
表-2中、1995兵庫県南部地震、2016熊本地震および道路橋示方書標準波レベル2地震の7波を観測ノイズの影響を検討する際に用い、入力地震波間の推定結果のロバスト性も考察した。

入力強度の影響を検討する際には、道路橋示方書標準波を入力として用い、支承および橋脚ともに非線形応答が生じる強度としてレベル2地震を、支承のみ非線形応答が生じ橋脚は線形応答に留まる強度としてレベル1地震を入力した。さらに、支承、橋脚ともに線形応答に留まるような微小な入力として、レベル1地震の加速度を1/10倍に縮減したものをを用いた。

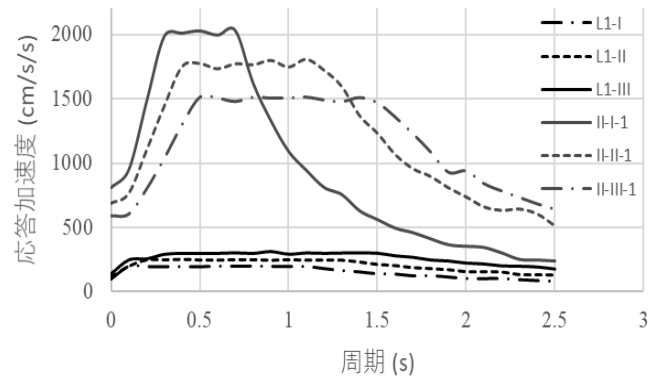
図-3 (a)には、観測ノイズの影響検討に用いた地震波の加速度応答スペクトルを、図-3 (b)には、入力強度の影響検討に用いた地震波の加速度応答スペクトルを示す。

表-2 入力地震波 (単位: cm/s^2)

地震	地震波	最大加速度
1995 兵庫県南部地震	JR 鷹取-NS	642.0
	JR 鷹取-EW	666.0
2016 熊本地震	益城-NS	631.5
	益城-EW	731.8
道路橋示方書標準波	レベル2タイプII-I種地盤-1	812.0
	レベル2タイプII-II種地盤-1	686.8
	レベル2タイプII-III種地盤-1	591.0
	レベル1-I種地盤	102.2
	レベル1-II種地盤	118.3
	レベル1-III種地盤	140.4



(a) 観測ノイズ検討入力地震波



(b) 入力強度検討入力地震波

図-3 加速度応答スペクトル

(3) 地震応答解析

疑似的な観測データとしての地震応答データ作成、およびパラメータ更新時の尤度計算の際に実施する非線形時刻歴応答解析には、Newmark β 法 ($\gamma=1/2$, $\beta=1/4$)を用い、時間刻みは0.001秒とした。

3. モデルパラメータのベイズ更新

(1) 更新手法概要⁵⁾

近似ベイズ計算 (ABC) によりパラメータ更新を実施

した。近似尤度は式(1)で示されるようなガウス型とした⁹⁾。事後分布の中心化係数 ε は下記の予備的検討結果から、 $\varepsilon=0.017$ と設定した。

$$P_L(\mathbf{Y}_{\text{obs}}|\mathbf{x}) \propto \exp\left\{-\frac{d_E(\mathbf{Y}(\mathbf{x}), \mathbf{Y}_{\text{obs}})^2}{\varepsilon^2}\right\} \quad (1)$$

式(1)中、モデル応答と観測とデータの一致度を表す統計量として、式(2)のようなユークリッド距離で評価する。

$$d_E(\mathbf{Y}(\mathbf{x}), \mathbf{Y}_{\text{obs}}) = \sqrt{(\mathbf{Y}(\mathbf{x}) - \mathbf{Y}_{\text{obs}})(\mathbf{Y}(\mathbf{x}) - \mathbf{Y}_{\text{obs}})^T} \quad (2)$$

更新におけるサンプリング手法には、サンプル間の相関を低減するように工夫した相関低減型 TCMC を用いた。また、更新対象となる構造パラメータ間の絶対値は大きく異なる。そのため、アップデート時にはそれぞれのパラメータを設計時の値で無次元化(表-1の最右列)して推定を実施した。

更新対象パラメータの事前分布はすべて一様分布とし、その存在範囲として、すべてのパラメータを同範囲とする場合と質量のみ狭範囲とする2ケースを考慮した。表-3に事前分布の設定をまとめる。

(2) モデルパラメータ検討

事後分布の中心化係数 ε を 0.01, 0.017, 0.04, 0.1 と変化させたときの事後分布の推定結果を比較した。中心化係数と計算時間および推定の確度(事後分布の変動係数)の関係を図-4に示す。

図より、 ε が 0.04~0.017 付近より小さいと、急激に計算時間が増大することがわかる。どの場合も事後分布の最頻値はほぼ精度よく経年後の値を推定出来ていたが、事後分布の変動係数は中心化係数が大きくなるほど大きな値となり、推定結果の確度が小さくなる傾向にある。

観測データの縮小化の結果に関して、時間幅(ウィンドウレングス: WL)を1秒, 2秒, および4秒と変化させた場合の、WL と計算時間および推定の確度(事後分布の変動係数)の関係を図-5に示す。この際、前述の検討から $\varepsilon=0.017$ としている。WL を小さくすると計算時間が増大することが、中心化係数と比較すると WL が計算時間に与える影響は小さい。

これらを検討から、以降の観測ノイズや入力強度の影響を検討する際には、中心化係数 $\varepsilon=0.017$, WL=1 と設定して実施するものとした。

表-3 更新パラメータの事前分布

更新パラメータ	事前分布範囲	分布形状	
上部構造	質量 M_S	[0.3, 1.5] or [0.95, 1.05]	正規分布
免震支承	降伏荷重 Q_b	[0.3, 1.5]	
	初期剛性 K_{b1}	[0.3, 1.5]	
	降伏後剛性 K_{b2}	[0.3, 1.5]	
RC橋脚	質量 M_P	[0.3, 1.5] or [0.95, 1.05]	
	降伏荷重 Q_P	[0.3, 1.5]	
	初期剛性 K_P	[0.3, 1.5]	

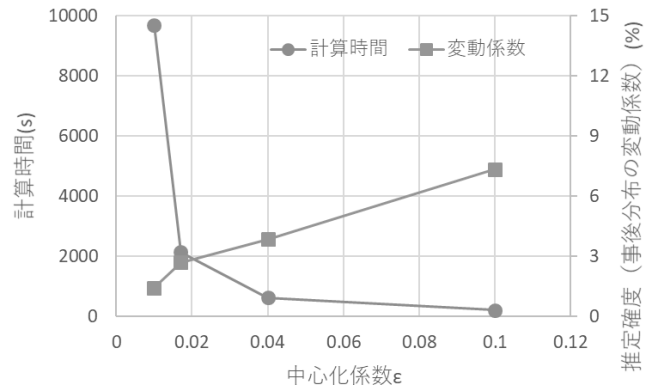


図-4 中心化係数と計算時間の関係

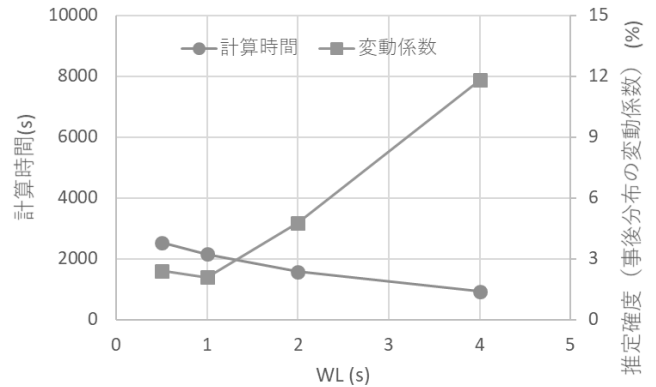
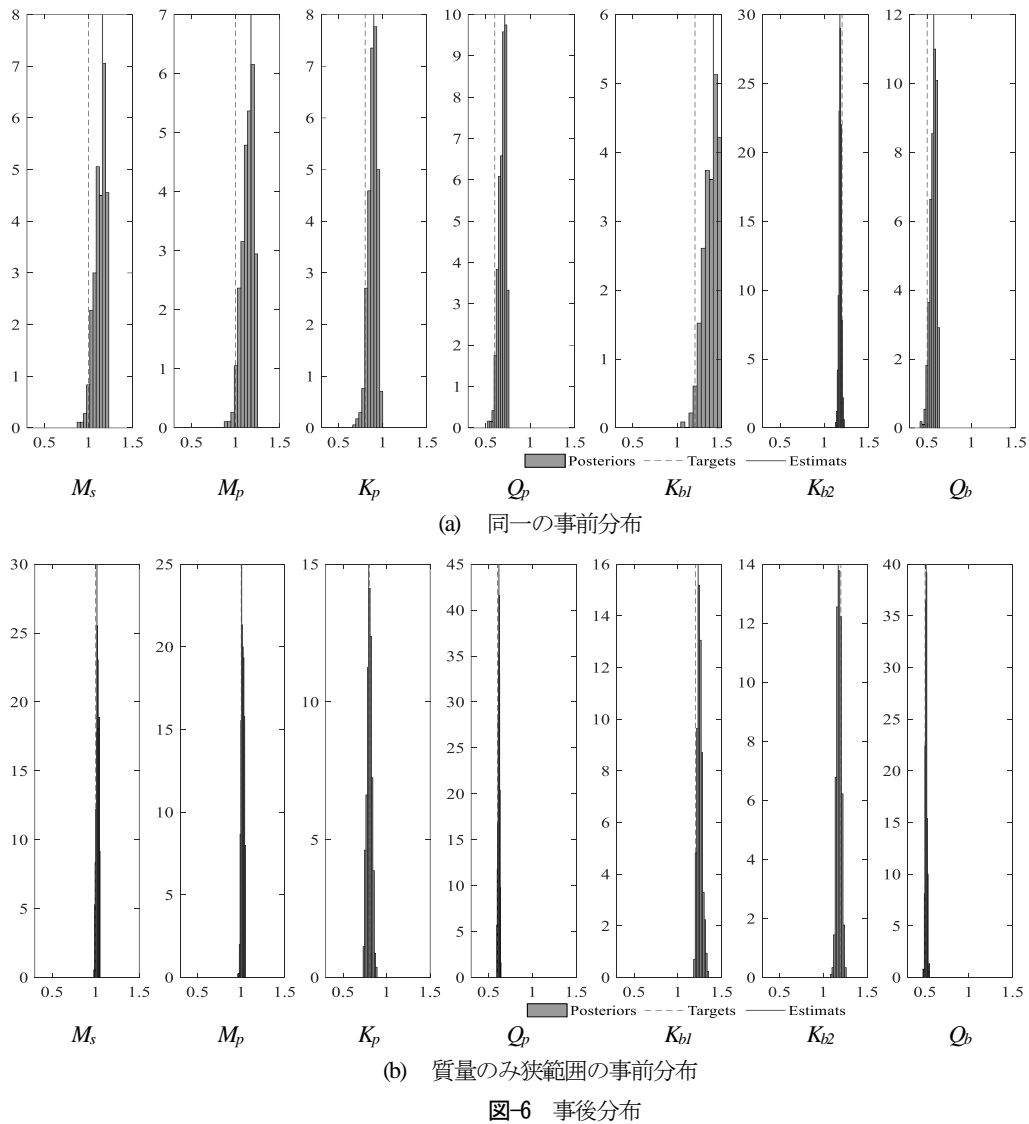


図-5 時間幅 WL と計算時間の関係

4. 更新結果とその考察

更新結果の例として、JR 鷹取 EW 成分波入力時の観測ノイズ 5%データを用いて更新した結果を図-6に示す。(a)は全パラメータとも同範囲の事前分布、(b)は質量のみ狭範囲の事前分布とした際の結果である。図-6より、同一の事前分布を仮定して更新した場合でもヒストグラムは幅が狭く確度が高く推定できているといえる。しかし、質量の事前分布を狭範囲に絞って更新した方が、事後分布の最頻値と確度ともに十分な精度で推定出来ることがわかる。



振動理論において、特に線形範囲においては質量と剛性には強い相関性を有しているため、この両者とも幅広い事前範囲を仮定して更新した場合、質量と剛性の比が同一であれば同じ振動数で振動する。このために、幅広い事前分布で更新した場合、質量と剛性がともの同じ方向に最頻値がずれることが生じうる。しかしながら、実際の構造物において、他のパラメータと比較した場合質量の変化は十分に小さいと考えて差し支えない。したがって、質量に関しては事前に十分な事前情報を得ているものとして、更新することが肝要であるといえる。

以降、観測ノイズの影響と入力強度の影響の関しては、質量の事前分布を狭範囲とした際の結果で考察する。

(1) 観測ノイズの影響

観測ノイズの影響を検討した結果を、図-7 に示す。

(a)より最頻値に与える観測ノイズの影響は小さい。(b)より推定誤差としてみると、 K_p 、 K_{bl} 、 Q_b 、以外は2%以下の誤差であり精度よくかつノイズの影響も小さく推定で

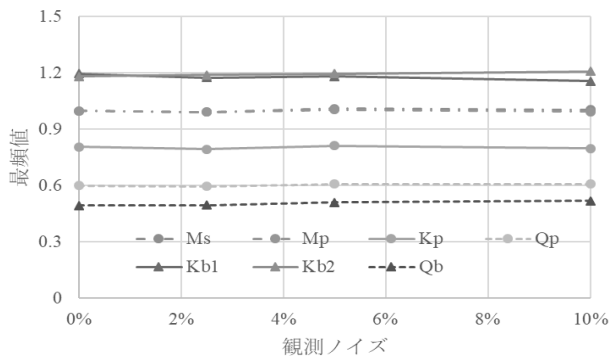
きている。 K_p 、 K_{bl} 、 Q_b 、はノイズが大きくなると誤差も大きくなる傾向があるようだが、ノイズ10%でも誤差4%程度と十分な推定が行えているといえる。

(c)の事後分布の変動係数をみても、ノイズの影響は小さく全範囲において2~5%弱の値となっており、推定結果の確度は高いと判断できる。また、(d)から地震波7波間での推定結果のばらつきも観測ノイズの影響は全体的に小さく K_p と Q_b 以外では2~4%の範囲に収まっていることが、 K_p と Q_b はノイズが10%の際に他のパラメータよりも若干大きめのばらつきとなることがわかる。

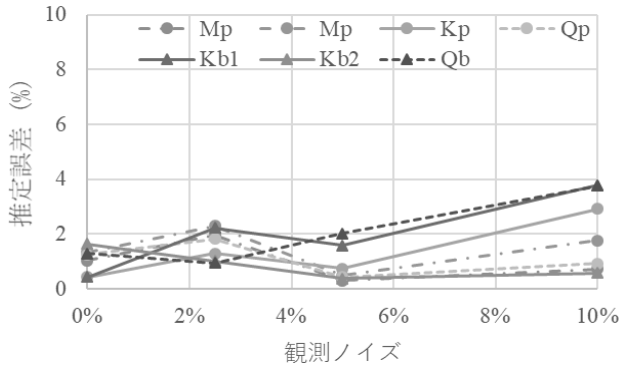
これらより、ノイズが10%程度未満の観測データを取得できれば地震波の特性の拘わらず、ロバスト性を有した更新が実行できていると考えられる。

(2) 入力強度の影響

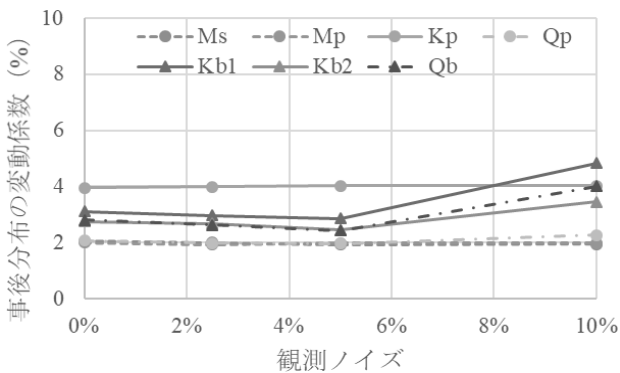
入力強度の影響を検討した結果を、図-8 に示す。(a)、(b)より、 M_s 、 M_p 、 K_p 、 K_{bl} に関しては、入力強度に関係なく誤差が小さく推定出来ていることがわかる。一方、



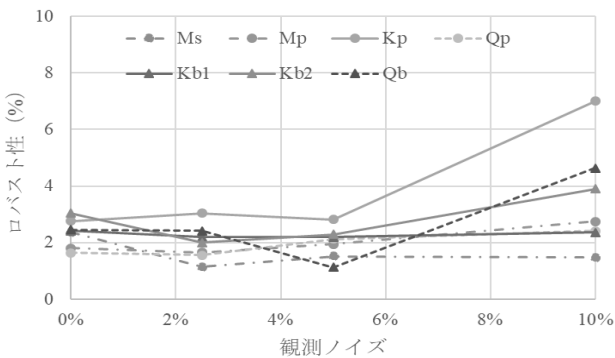
(a) 最頻値 (7データによる期待値)



(b) 推定誤差 (7データによる期待値)

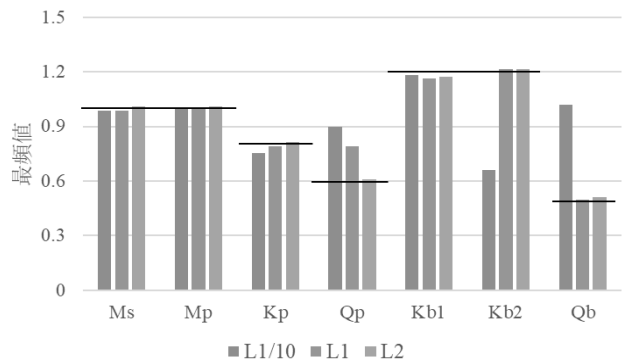


(c) 各推定の確度 (7データによる期待値)

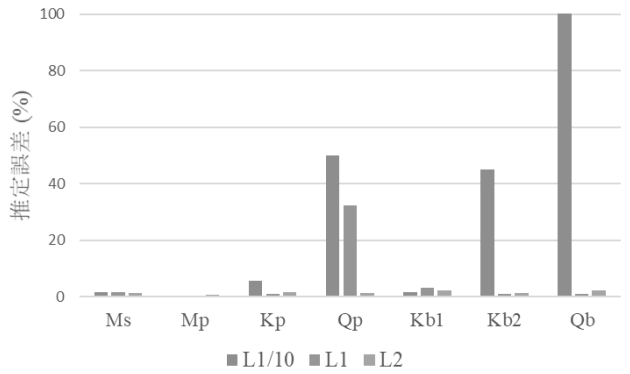


(d) 7地震による推定間のロバスト性

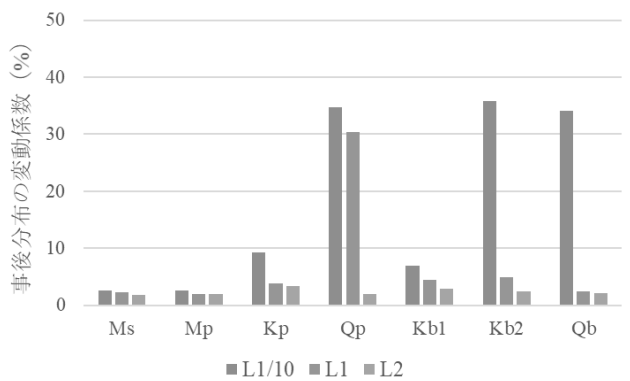
図-7 推定結果と観測ノイズの関係



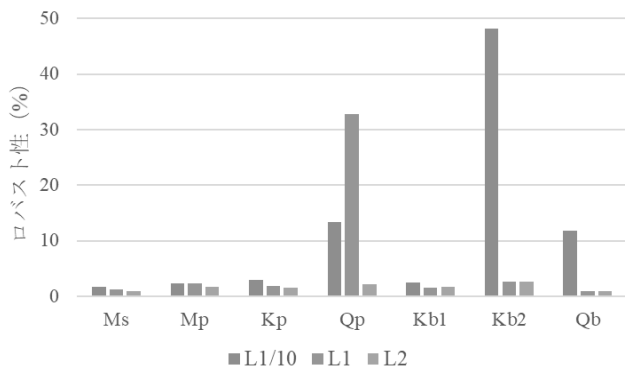
(a) 最頻値 (7データによる期待値)



(b) 推定誤差 (7データによる期待値)



(c) 各推定の確度 (7データによる期待値)



(d) 7地震による推定間のロバスト性

図-8 推定結果と入力強度の関係

非線形性の影響を強く受ける Q_p , K_{b2} , Q_b に関しては L1/10 ではまったく更新できておらず, L1 では, K_{b2} と Q_b はほぼ推定可能であるが, Q_p は十分には更新できて

いないことがわかる. これらは, 免震支承は L1 入力でも非線形応答を示すが, 橋脚は線形応答に留まることが理由であるといえる.

また(c)をみると, どのパラメータに関しても L1/10,

L1, L2 の順に変動係数は小さくなり推定結果に対する確度が高まることがわかる。 K_{b2} は L1 でも推定誤差が小さく更新できていたが、変動係数は L2 よりも大きく推定結果の確度は小さいと判断される。また、(d)より、7つの地震波間での推定結果のロバスト性も L2 が最も大きいことがわかる。

以上より、非線形性を有するすべての構造パラメータを、精度よく確度高く更新するためには L2 入力が必要である。また、 Q_b 以外のパラメータ推定においては、L2 には若干劣るが、L1 入力でも十分な精度と確度を有した更新が可能と考えられる。地震応答観測データを用いた構造パラメータ更新を実際に用いることを考えると、L2 レベルの地震と比較して発生頻度が大きい L1 レベルでも更新可能という結果は重要であるといえる。

5. 結論

相関低減型 TMCMC による地震観測データを用いた構造パラメータ更新手法の適用を試みた。観測データのノイズや入力強度の影響結果を以下にまとめる。

- (1) 既存免震橋梁のパラメータ更新への相関低減型 TMCMC の適用可能性を明らかにした。この際、事後分布の中心化係数やデータ縮約時の時間幅が与える影響を明らかにした。
- (2) 地震観測データのノイズが、構造パラメータ更新の結果に与える影響を定量的に示した。
- (3) 非線形性を有する構造パラメータ更新に地震応答観測データを用いる際、必要となる入力強度レベルを検討した。その結果、レベル 2 相当の入力があれば

十分な精度とロバスト性を有した推定ができることがわかった。

- (4) レベル 2 相当入力より確度とロバスト性において若干は劣るが、レベル 1 相当の入力でも Q_b 以外はある程度の精度でもって推定可能であり、実務に適用する際にも有用な結果といえる。

参考文献

- 1) Ching, J. and Chen, Y. C. : Transitional Markov chain Monte Carlo method for Bayesian model updating, model class selection, and model averaging, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 133, No. 7, pp.816-832, 2007.
- 2) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編，丸善出版，2017.
- 3) 林訓裕，足立幸郎，甲元克明，八ツ元仁，五十嵐晃，党紀，東出知大：経年劣化した鉛プラグ入り積層ゴム支承の残存性能に関する実験的検証，土木学会論文集 A1（構造・地震工学），Vol.70, No.4（地震工学論文集第 33 巻），pp.I_1032-I_1042, 2014.
- 4) 松崎裕，小野寺周，津村拓都，鈴木基行：免震支承の経年劣化が免震支承—RC 橋脚系の地震時損傷モードに及ぼす影響に関する基礎的研究，構造工学論文集，Vol.63A, pp.397-410, 2017.
- 5) 北原優，Broggi, M., Beer, M. : 近似ベイズ計算（ABC）を用いたモデル更新による免震橋梁の残存耐震性能評価の検討，土木学会論文集 A1（構造・地震工学），Vol.77, No.4（地震工学論文集第 40 巻），pp.I_61-I_70, 2021.
- 6) Safta, C., Sargsyan, K., Najm, H., Chowdhary, K., Debusschere, B., Swiler, L. P. and Eldred, M. S.: Probabilistic methods for sensitivity analysis and calibration in the NASA challenge problem, *Journal of Aerospace Information Systems*, Vol. 12, No. 1, pp.170-188, 2015.