

座屈固有値解析による構造安定性の定量評価

篠田 隆作¹・杉山 裕樹¹・篠原 聖二¹・河野 晴彦¹
鈴木 俊洋²・深谷 茂広²・館 浩司²

¹正会員 阪神高速道路株式会社 神戸建設部（〒650-0023 神戸市中央区栄町通1-2-10）

²正会員 株式会社長大（〒550-0013 大阪市西区新町2-20-6）

1. はじめに

道路橋示方書¹⁾（以下、「道示」という。）では、過去に発生した地震動の特性を踏まえ、橋の地震応答特性やそれらのばらつきの影響等を考慮して設計地震動を規定している。大規模な地震動としてレベル2地震動が作用した状況において、橋梁の要求性能に応じた耐荷性能を満足させることが基本的な設計法である。近年では、道路の耐災害性や危機耐性²⁾の観点から、要求性能や設計基準等を基に設定した設計用地震動以上の超過外力が作用した状況下においても、橋梁全体系をじん性的な望ましい破壊プロセスに誘導することが求められている。

設定した設計用地震動以上の超過外力が作用した状況で、橋梁全体系をじん性的な望ましい破壊プロセスに誘導するためには、想定する破壊プロセスに対する橋梁全体系としての冗長性を定量的に評価し、損傷を許容する部位と損傷を制御する部位を設定し、部位毎に確実な耐力の階層化を実現する必要がある。

道示における橋の構造安全性は、要求性能に応じた耐荷性能を満足するように設計する必要がある。各構造部材に対して部材の限界状態に至らないことで、橋全体の構造安全性が確保されるとしており、どの部材の終局状態が橋全体の終局状態に至らしめるかは必ずしも明らかにされておらず、橋全体の構造安全性の合理的な定量評価には至っていない。

一般的な桁橋は変形特性や振動モードが明確であり、損傷を許容する部位が道示で示されている。一方で、斜張橋等の高次不静定構造物は、作用に対しての損傷順序と橋が致命的な状態に至るまでの破壊プロセスが十分に解明されておらず、その特定方法も一般化されていないことが課題である。

そこで本稿では、橋梁全体系としての冗長性を定

量的に評価することを目的に、1本主塔の長大斜張橋を対象に、固有値解析で振動特性を把握したうえで複数の破壊プロセスを検討し、想定される破壊プロセスに基づき損傷個所を仮定した条件で座屈固有値解析³⁾を行い、橋梁全体系として不安定になる損傷箇所を特定する。また、座屈固有値解析による部材の耐力階層化を検討し、望ましい破壊プロセスに基づく耐震戦略を検討する。さらに座屈固有値解析とプッシュオーバー解析の結果を比較し、座屈固有値解析の妥当性を検証する。

2. 座屈固有値解析による構造安定性の評価

(1) 構造安定性の評価手法

a) 従来の評価手法（プッシュオーバー解析）

構造安定性の評価手法として、破壊プロセスの確認や設計で想定した耐力の階層化を確認するためにプッシュオーバー解析⁴⁾が提案されている。プッシュオーバー解析は幾何学的非線形及び材料非線形を考慮した解析モデルに対して、荷重を静的に漸増載荷させることで、非線形現象に対する不安定化現象を間接的に把握することができる手法ではあるが、どの部材の損傷が不安定化現象の主たる要因であるかを定量的に把握することは容易ではない。また、部材の破断・衝突により構造が不連続化する飛び移り現象に対しては、作用の設定が一般化されておらず、解析の収束性も悪化することが課題である。

b) 座屈固有値解析

座屈固有値解析はある作用荷重状態での固有値解析から橋梁全体系の分岐座屈強度を求める方法である。部材剛性と幾何剛性を用いて座屈荷重の概算値を算出し、座屈固有値 (λ) を求める。例えば、死

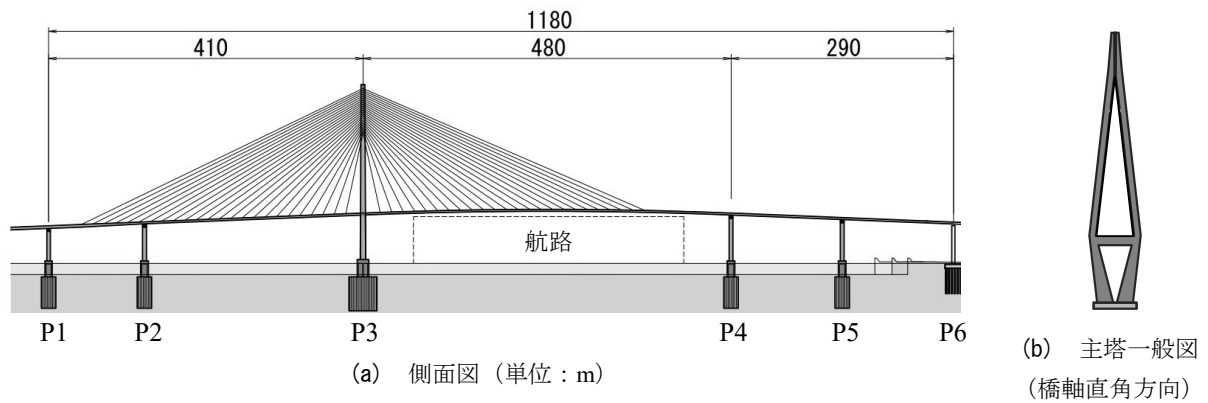


図-1 対象橋梁

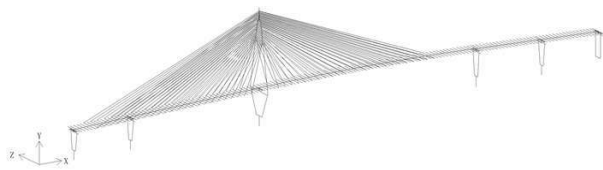


図-2 解析モデル

表-1 支承条件

	端 橋脚 P1	中間 橋脚 P2	主塔 P3	中間 橋脚 P4	中間 橋脚 P5	端 橋脚 P6
橋軸 方向	免震	免震	免震	免震	免震	可動
直角 方向	固定	免震	免震	免震	免震	固定

荷重が作用した状態で座屈固有値解析を行った結果、得られた座屈固有値は橋梁全体系で不安定となる荷重作用の倍率とみなすことができる。座屈固有値が1未満であれば作用荷重に対して、構造が不安定な状態に至ると評価できる。なお、座屈固有値が1となる場合、直ちに崩壊に至るわけではないが、安定と不安定の極値に相当するため、不安定領域は考慮せずに座屈固有値1を閾値として評価する。

本検討では、地震時の作用荷重および残留変位の変形が座屈固有値に及ぼす影響は小さいと考えられることから、完成時の死荷重（ケーブルのプレストレスを含む）が作用する状況に対して評価することとした。ただし、鋼材の降伏、初期不整および残留応力に伴う座屈耐荷力の低下は無視できないことから、柱の耐荷力曲線に基づく有効接線弾性係数法（Ef法³⁾）により弾塑性座屈固有値を求める。本手法は損傷に対する評価が直接的であるため、想定する損傷から構造安定性を座屈固有値により定量的に評価できる点で有用である。

(2) 検討手順

座屈固有値解析を用いた構造安定性の定量評価は

以下の手順で行うものとする。

a) 固有値解析による破壊プロセスの推定

固有値解析より橋梁の振動特性を確認する。振動特性より変形が大きい部位を想定し、変形メカニズムより損傷を仮定する部位を抽出する。

b) 損傷を仮定した座屈固有値解析

a)において損傷を仮定した部位に対して、損傷部位をヒンジ化したモデルを作成し、座屈固有値解析を行う。解析結果より、座屈固有値(λ)を閾値である1と比較し、構造が不安定な状態となるか、または大きく座屈固有値が低下するかを確認する。

c) 座屈固有値解析結果に基づく耐力階層化の検討

望ましい破壊プロセスを実現するために、塑性ヒンジを想定する損傷部、副次的な塑性化を想定する損傷部が混在した条件の座屈固有値解析を行い、耐力階層化の検討により耐震戦略を検討する。

3. 解析モデル

本検討の対象構造物は1主塔斜張橋とした。図-1に対象橋梁の側面図と主塔の橋軸直角方向の一般図を示す。主塔は鋼製ダイヤ型、主桁は鋼床版一箱桁、橋脚は鋼製ラーメン橋脚とした。対象橋梁は道示のレベル2地震動が作用する状況において、主塔、主桁、橋脚、ケーブルは弾性状態となるように設計した。支承は免震支承を使用し、せん断ひずみが250%以内に留まるように設計した。

座屈固有値解析の解析モデルを図-2に、支承条件を表-1に示す。解析モデルは3次元骨組みモデルを用いており、主塔、主桁および橋脚は弾性梁要素を、ケーブルは弾性トラス要素によりモデル化した。想定する損傷部材については、損傷部位を完全な塑性ヒンジにより断面力に抵抗しないもの（曲げ剛性を0と設定）としてモデル化した。

4. 検討結果

(1) 固有値解析による破壊プロセスの推定

a) 橋軸方向

図-3に橋軸方向の有効質量比が大きい固有振動モードを示す。固有振動モードは全体3次および全体4次の橋軸Swayモードに対応している。アンカースパンにより鉛直たわみが効果的に抑制され、橋軸方向の振動モードとしては、Sway挙動に伴う桁の水平移動に対する塔の曲げ変形が主たるものである。

図-4に橋軸方向の変形メカニズムを示す。ケーブル吊り区間の桁および塔のケーブル定着部は、ケーブルの剛性による補剛効果でやや剛体的な挙動を示す。その結果、橋軸方向は桁の水平移動に対する破壊プロセスとして、以下の4つの経路が考えられる。

1. 主桁の水平移動により支承が破断する。
2. 主桁の水平移動により主塔上部にケーブルの引張力が作用し、主塔上部（図-4の塔の曲げ変形が生じる箇所）が塑性化（曲げ変形）する。
3. 主桁の水平移動により支承から主塔に水平力が伝達され、主塔基部が塑性化（曲げ変形）する。
4. 主桁の水平移動により支承から橋脚に水平力が伝達され、橋脚基部が塑性化（曲げ変形）する。

b) 橋軸直角方向

図-5に橋軸直角方向の有効質量比が大きい固有振動モードを示す。固有振動モードは全体2次および全体5次であり、桁に着目した振動モードでは全体2次が水平たわみの1次に、全体5次が水平たわみの2次に対応している。この振動モードは主桁の水平変位に励起された変形モードであると考えられる。

図-6に橋軸直角方向の変形メカニズムを示す。橋軸直角方向に対する破壊プロセスとしては、橋軸方向で示した4つの経路が主であると考えられる。

(2) 損傷を仮定した座屈固有値解析

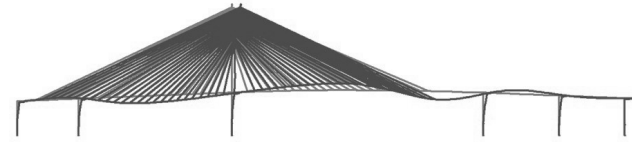
(1)の破壊プロセスより仮定した部位の損傷に基づき、座屈固有値解析の解析ケースを表-2に示す。支承の破断と主塔基部、橋脚基部、主塔上部の損傷を仮定し、橋軸方向または橋軸直角方向を対象に座屈固有値解析を行う。

a) 支承の破断

支承の破断を想定した座屈固有値解析の結果を図-7に示す。図-7より、橋軸方向を対象とした座屈固有値解析の結果から、全支承が破断すると主桁が水平移動し、ケーブルを介して主塔上部に引張が作用し、主塔の基部から曲げ変形し、主塔全体が座屈し構造が不安定な状態となる。また、座屈固有値は0.96となり1未満であることから構造が不安定な



(a) 全体3次モード 固有周期 3.66 秒



(b) 全体4次モード 固有周期 3.28 秒

図-3 橋軸方向の主な固有振動モード

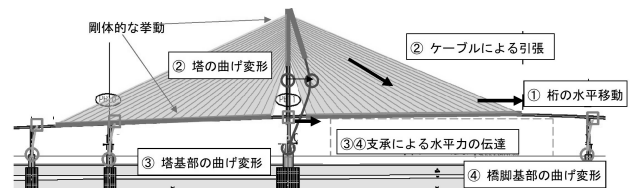


図-4 橋軸方向の変形メカニズム



(a) 全体2次モード 固有周期 4.38 秒



(b) 全体5次モード 固有周期 2.97 秒

図-5 橋軸直角方向の主な固有振動モード

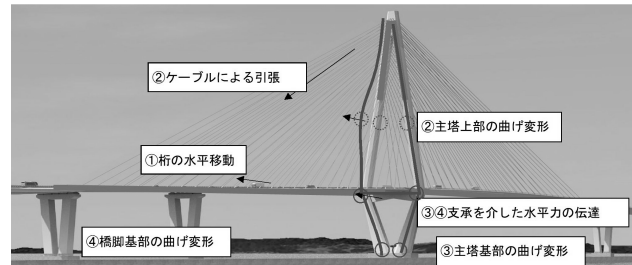


図-6 橋軸直角方向の変形メカニズム

表-2 座屈固有値解析の解析ケース（損傷の仮定）

	支承	主塔基部	橋脚基部	主塔上部
図-7	破断	健全	健全	健全
図-8(a)	健全	塑性ヒンジ	健全	健全
図-8(b)	健全	健全	塑性ヒンジ	健全
図-8(c)	健全	健全	健全	塑性ヒンジ
図-8(d)	健全	塑性ヒンジ	塑性ヒンジ	塑性ヒンジ
図-8(e)	健全	塑性ヒンジ (4箇所)	健全	健全
図-8(f)	健全	塑性ヒンジ (4箇所)	塑性ヒンジ (4箇所)	健全

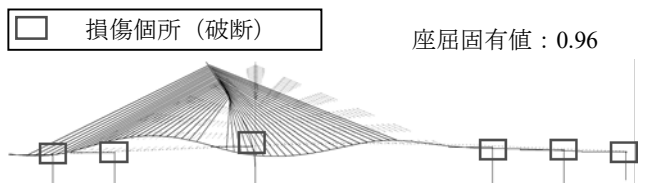


図-7 支承の破断を想定した座屈固有値と座屈モード

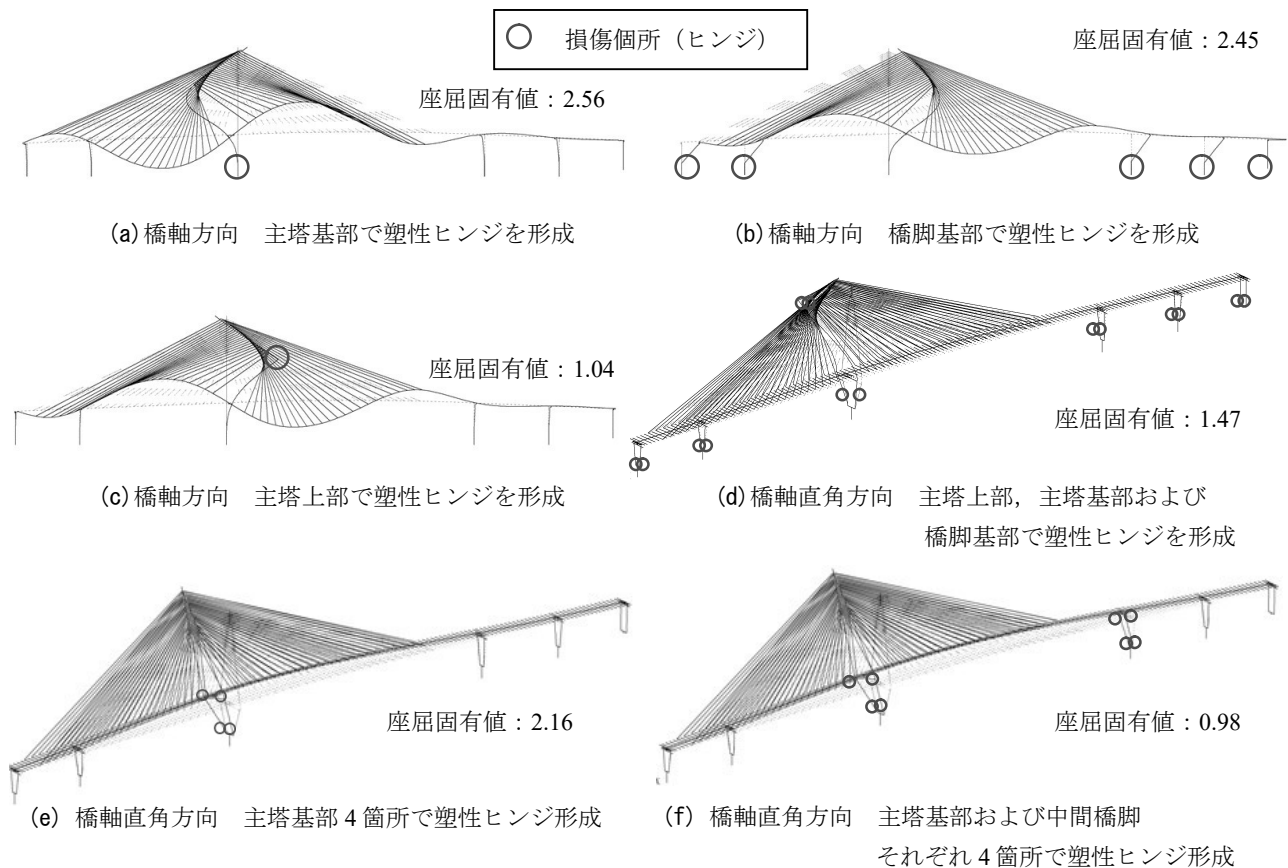


図-8 主塔及び橋脚の損傷を想定した座屈固有値と座屈モード

状態といえる。ここで、支承の1箇所が健全な状態であれば構造は安定な状態であるが、支承の1箇所が破断すると水平力が他の支承に分配され、全支承の破断に連鎖する可能性が高いため、支承の破断は避けるべき破壊モードと考える。なお、橋軸直角方向に対しては、全支承が破断しても橋軸直角方向の構造が不安定な状態には至らない。しかし、支承は2方向免震を想定していることから、橋軸直角方向の支承破断は橋軸方向に対する構造安定性にも影響するため、橋軸直角方向に対しても支承の破断は避けるべき破壊モードであるといえる。従って、ストッパーの設置等の構造的な工夫により、支承破断の破壊モードを回避する対策が必要と考える。

b) 主塔および橋脚の損傷

主塔および橋脚の損傷を想定した座屈固有値解析の結果を図-8に示す。図-8(a) (b) (c)より、橋軸方向を対象とした座屈固有値解析の結果から、主塔基部に塑性ヒンジが形成された場合の座屈固有値は2.56、橋脚基部に塑性ヒンジが形成された場合の座屈固有値は2.45となり、それぞれ塑性ヒンジを形成しない健全な部材で荷重を支えることができるため、構造は安定な状態であるといえる。一方、主塔上部に塑性ヒンジを想定した場合の座屈固有値は1.04と大きく低下し、構造が不安定化に至る近傍であるこ

とが確認された。主塔はケーブルと支承を介して主桁を支持するため、主塔上部の損傷は構造安定性に与える影響が大きいことが原因と考えられる。以上より、橋軸方向に対しては橋脚基部や主塔基部の塑性化を先行させることは、崩壊機構として粘り強く、望ましい破壊プロセスと考える。ただし、超過外力が作用する状況を想定した場合において、主塔上部の損傷は避けられるものではなく、橋脚基部と主塔基部の損傷と同時に作用することが考えられるため、耐力階層化の検討が必要である。

図-8(d)より、橋軸直角方向を対象とした座屈固有値解析の結果から、主塔上部、主塔基部および橋脚基部に塑性ヒンジを形成した場合の座屈固有値は1.47であるため、構造は安定な状態であることを確認した。図-8(e)より、主塔基部のラーメン構造の4箇所にて塑性ヒンジを形成した場合の座屈固有値は2.16であるため、構造は安定な状態であることを確認した。図-8(f)より、主塔基部および中間橋脚それぞれ4箇所にて塑性ヒンジを形成した場合の座屈固有値は0.98であるため、構造が不安定な状態であることを確認した。以上より、橋軸直角方向は比較的ねばり強い構造であると考えられるが、主塔と中間橋脚のラーメン構造に塑性ヒンジが複数箇所に発生しないように損傷の制御方法を検討する必要がある。

(3) 座屈固有値解析結果に基づく耐力階層化の検討

斜張橋の破壊プロセスは、桁の変形に伴うケーブルを介した主塔上部の損傷と、支承を介した主塔基部および橋脚基部の損傷が同時に発生することが考えられる。本節ではキャパシティデザイン観点から、それぞれの経路の損傷を評価し、部材の耐力階層化の検討を行う。このため、塑性ヒンジ（初期剛性比が $0.0EI$ ）を想定する損傷部、副次的な塑性化（初期剛性比が $0.2EI$ 程度）を想定する損傷部が混在した条件の座屈固有値解析を行う。具体的な解析ケースを表-3に示す。図-9に示すように副次的な塑性化を想定する損傷は初期剛性比 $0.2EI$ の断面を設定し、接線剛性は $2\epsilon_y$ 程度である。なお、図-9は主塔中間部の座屈を想定する断面における $M-\phi$ 関係から応答ひずみと初期剛性比の関係性を求めたものである。損傷は塑性ヒンジが形成される要素長を仮定する。

各損傷を想定した座屈固有値解析結果と座屈モードを図-10に示す。図-10(a)より主塔上部、主塔基部および橋脚基部が副次的な塑性化に留まる場合、座屈固有値は 2.43 であり、構造は安定な状態であることを確認した。図-10(b)より全ての橋脚がヒンジ化した場合においても、主塔上部および主塔基部が副次的な塑性化程度の損傷に留まれば座屈固有値 2.23 である。図-10(c)より主塔基部がヒンジ化しても、全ての橋脚と主塔上部が副次的な塑性化程度の損傷に留まれば、座屈固有値 2.40 であり構造は安定な状態であることを確認した。ただし、図-10(d)より主塔上部がヒンジ化し、橋脚基部や主塔基部が副次的な塑性化に留まった場合において、座屈固有値 0.99 であり、構造が不安定な状態となる。以上より、階層化の順序は、橋脚基部<主塔基部<主塔上部の順に耐力を階層化することが基本的な耐震戦略として望ましいと考える。

5. 座屈固有値解析とプッシュオーバー解析の比較

座屈固有値解析による評価の妥当性を確認するため、プッシュオーバー解析と比較した。

(1) 検討方法

比較対象のプッシュオーバー解析は、別途実施した動的解析による応答を復元したものである。主塔部の最大ひずみが発生する時刻の慣性力の分布を確認し、その分布に倍率 α を漸増させた。

座屈固有値解析に塑性座屈の影響を考慮するため、各断面の地震時の軸力を考慮した $M-\phi$ 関係を求め、

応答ひずみと初期剛性に対する剛性低下率の関係を求める。その後、プッシュオーバー解析の発生ひずみに対する剛性低下率を各要素で算定し、座屈固有値解析に反映した。ここでは主塔のみ接線剛性による補正を行い、橋軸方向に対する座屈を対象とした。

表-3 座屈固有値解析の解析ケース（耐力階層化）

図-10	橋脚基部	主塔基部	主塔上部
(a)	副次的な塑性化	副次的な塑性化	副次的な塑性化
(b)	塑性化	副次的な塑性化	副次的な塑性化
(c)	副次的な塑性化	塑性化	副次的な塑性化
(d)	副次的な塑性化	副次的な塑性化	塑性化

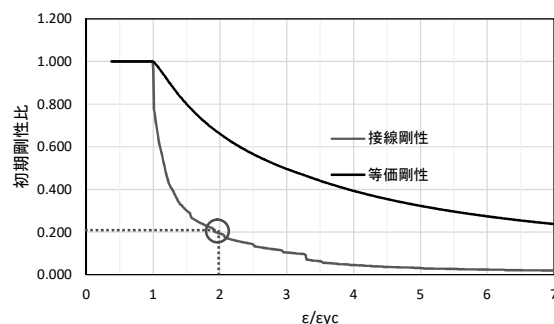
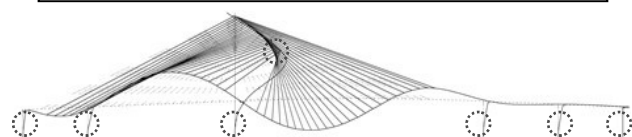
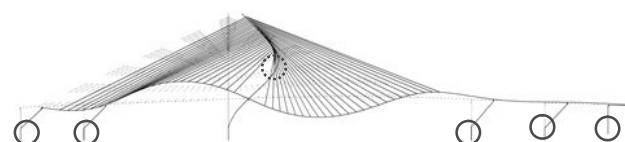


図-9 初期剛性に対する剛性比と塑性率の関係

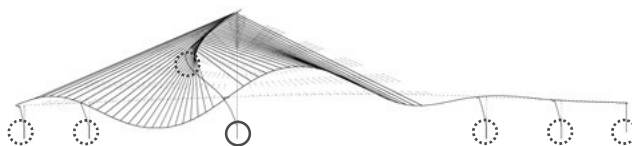
○ 損傷箇所（ヒンジ） ○ 損傷箇所（副次的な塑性化）



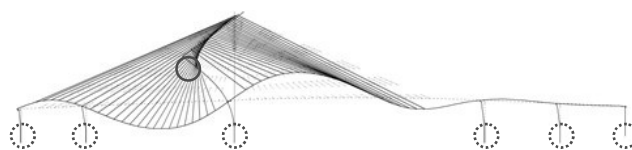
(a) 全箇所副次的な塑性化が生じた場合 $\lambda=2.43$



(b) 全ての橋脚がヒンジ化した場合 $\lambda=2.23$



(c) 主塔基部がヒンジ化した場合 $\lambda=2.40$



(d) 主塔上部がヒンジ化した場合 $\lambda=0.99$

図-10 各損傷に対する座屈固有値と座屈モード

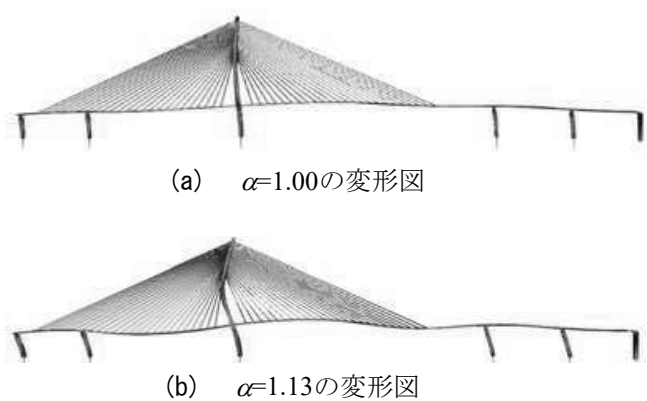


図-11 プッシュオーバー解析結果

(2) 検討結果

図-11にプッシュオーバー解析の結果を示す。主塔上部の最大ひずみが発生する時刻の慣性力の倍率 α を漸増させて解析を行った結果、 $\alpha=1.13$ 倍で構造が不安定化することがわかった。

図-12にプッシュオーバー解析の主塔剛性を考慮した座屈固有値解析の結果を示す。プッシュオーバー解析の $\alpha=1.00$ では座屈固有値は1.99であり、構造は安定な状態である。プッシュオーバー解析で構造が不安定化する $\alpha=1.13$ では座屈固有値は0.87であり、構造は不安定な状態である。以上より、着目部材の剛性を適切に補正することで、プッシュオーバー解析における曲げ変形による塑性化が主塔剛性を低下させ座屈に至る現象を再現できた。なお、プッシュオーバー解析で不安定化する倍率 $\alpha=1.13$ の時に座屈固有値が1.0を下回るのは、プッシュオーバー解析では考慮していない初期不整等の影響について、Ef法では考慮していることが原因と考えられる。

6. おわりに

本稿では、橋梁全体系としての冗長性を定量的に評価することを目的に、1本主塔の長大斜張橋を対象に、固有値解析で振動特性を把握したうえで複数の破壊プロセスを検討し、想定される破壊プロセスに基づき損傷箇所を仮定した条件で座屈固有値解析を行い、橋梁全体系として不安定になる損傷箇所を特定した。また、座屈固有値解析による部材の耐力階層化を検討し、望ましい破壊プロセスに基づく耐震戦略を検討した。さらに座屈固有値解析とプッシュオーバー解析の結果を比較し、座屈固有値解析の妥当性を検証した。以下に得られた主な知見を示す。

(1) 提案した座屈固有値解析による構造安定性の定

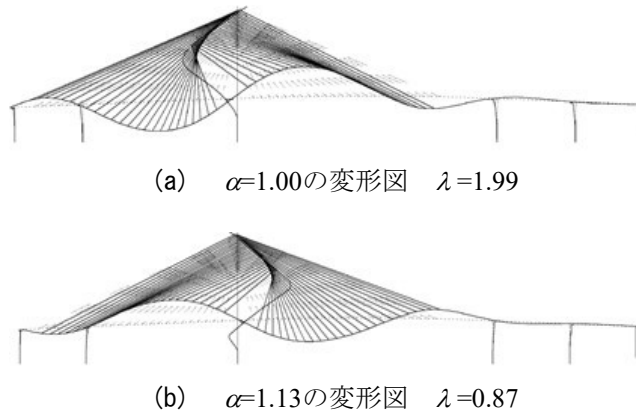


図-12 主塔剛性を考慮した座屈固有値解析

量評価手法に基づき、1主塔斜張橋を対象に構造が不安定になる損傷箇所を特定した。本手法は損傷に対する評価が直接的であるため、想定する損傷から構造安定性を定量的に評価できる点で有用である。

- (2) 座屈固有値解析の結果、支承破断や主塔上部の損傷が構造安定性に大きく影響を与えることが確認された。従って、ストッパーの設置等の構造的工夫により、支承破断等の破壊モードを回避する対策が必要と考える。
- (3) 座屈固有値解析結果に基づく耐力階層化の検討より、橋脚基部<主塔基部<主塔上部の順に耐力を階層化することが基本的な耐震戦略として望ましいことが確認された。
- (4) 座屈着目部材の剛性を適切に補正することで、プッシュオーバー解析における曲げ変形による塑性化が主塔剛性を低下させ座屈に至る現象を再現できることが確認された。

参考文献

- 1) (公社)日本道路協会：道路橋示方書・同解説V耐震設計編，2017.11
- 2) 本田利器，秋山充良，片岡正次郎，高橋良和，野津厚，室野剛隆：「危機耐性」を考慮した耐震設計体系一試案構築に向けての考察一，土木学会論文集A1（構造・地震工学），Vol.72,No.4（地震工学論文集第35巻），pp.I_459-I_472,2016
- 3) 野上邦栄，岩崎秀隆，柴田晃一，長井正嗣：長大斜張橋主桁の耐荷力評価手法としてのEf法の精度と終局強度照査法，土木学会論文集，No.668/I-54,pp.217-230,2001.1
- 4) 篠原聖二，鬼木浩二，田崎賢治：超過作用に対する破壊プロセスに基づく耐震設計法の高度化の検討，第22回性能に基づく橋梁等の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集，2019.7