

等価1自由度モデルを用いた動的解析における 骨格曲線の高度化のための試検討

名波 健吾¹・坂井 公俊²

¹正会員 修士（工学） （公財）鉄道総合技術研究所 鉄道地震工学研究センター
（〒185-8540 東京都国分寺市光町2-8-38）

²正会員 博士（工学） （公財）鉄道総合技術研究所 鉄道地震工学研究センター
（〒185-8540 東京都国分寺市光町2-8-38）

1. はじめに

土木構造物の耐震設計では、設計地震動を入力して地震応答値を算定し、この結果から要求性能を満足することを照査している。構造物の地震応答値を算出する際には詳細な解析モデルを用いて動的解析を実施することが望ましいが、地震時挙動を適切に評価できる場合には等価1自由度モデルに置換して応答値を算出することができる^{1),2)}。その場合の骨格曲線は、構造物のプッシュオーバー解析から得られる荷重－変位関係に適合するように設定する必要がある。

このとき、例えば鉄道分野においては、L2地震作用時に塑性化を許容する設計体系となっており、等価1自由度モデルにおいて骨格曲線にはバイリニア型が用いられる。このようなバイリニア型の骨格曲線を用いた地震応答値の評価事例は、鉄道分野に留まらず多数存在する^{3)~8)}。上記のように、バイリニア型の骨格曲線は、構造物が塑性化する比較的大きい外力レベルの地震に関して、応答値を適切に評価できる点が長所である。

一方で、近年は2018年大阪北部地震に代表されるように中小規模地震が一定の頻度で発生している。鉄道施設の早期復旧を考えると、このような地震の応答値も適切に評価することが望ましい。そのためには、降伏点前後に相当する応答値を精度よく算出する必要がある。

このとき、バイリニア型の骨格曲線は本来の荷重－変位関係を2本の直線で表現することから、降伏点前後の領域では骨格曲線と本来の荷重－変位関係の間の差異が大きくなる点に問題がある。そのため、

中小規模地震発生時の応答値の評価には不十分である。本稿では構造物全体系の荷重－変位関係への幅広い変位レベルにおける適合性を高めた新たな等価1自由度モデルの骨格曲線を提案する。そして、提案法と従来法（バイリニア型）を用いた非線形動的解析を実施して応答値を算出し、これを詳細モデルと比較することにより、提案法の優位性を確認した。

2. 応答値評価の精度向上を目的とした骨格曲線の設定方法

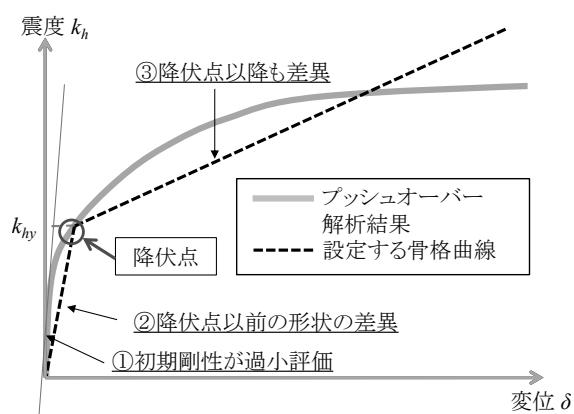
(1) 従来法①：バイリニア型（折れ点：初期降伏点）

構造物の等価1自由度モデルの応答解析を実施する際には、バイリニア型の骨格曲線の折れ点を設定することが必要となる。これをプッシュオーバー解析の荷重－変位関係から得られる降伏点とする方法は、設定根拠が明確であり、単柱式の橋脚に代表される荷重－変位関係の折れ点が明瞭な構造物の応答値を精度よく算出できる点が長所である。そのため、この方法は以前から用いられてきた。

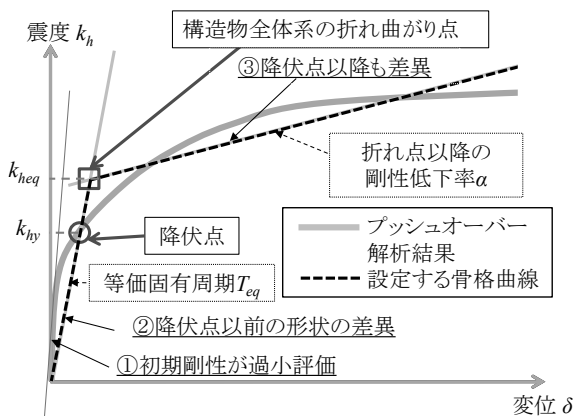
しかしながら、ラーメン高架橋のように不静定次数が高い構造物においては、プッシュオーバー解析による荷重－変位関係の初期降伏点と折れ曲がり点が一致しない場合が多い（図-1(a)）。このような場合には、応答値を適切に評価できない可能性がある。

(2) 従来法②：バイリニア型（折れ点：構造物全体系の折れ曲がり点）

前節の問題を解消するために、室野・佐藤⁹⁾は構造物全体系の折れ曲がり点と第2勾配比を荷重～変



(a) 折れ点を初期降伏点とした場合



(b) 折れ点を構造物全体系の折れ曲がり点とした場合

図-1 従来法（バイリニア型）の骨格曲線設定方法

位関係に適合するように設定することを提案している（図-1(b)）。この方法は鉄道標準⁹⁾においても用いられている。この設定方法を取り入れることにより、骨格曲線の折れ点が初期降伏点と一致しなくなるものの、明確な折れ曲がり点がない構造物についても、プッシュオーバー解析から得られた荷重－変位関係が適切に表現できる。したがって、大規模地震発生時などの塑性化が進行する場合について、地震応答を適切に表現することが可能となった。

一方で、中小規模地震時の損傷程度の把握を目的としたとき、上記のようなバイリニア型の骨格曲線の設定法を用いた場合でも、以下の3つの問題点が考えられる（図-1）。

- ① 第1勾配区間を原点と初期降伏点を結ぶ直線で表現するため、構造物全体系の弾性周期に対して、初期剛性が過小に表現される。その結果、微小な地震動が作用した場合の地震応答の再現性が低くなる可能性がある。
- ② 同じく第1勾配区間が直線で表現されるため、降伏点に至るまでの区間の荷重－変位関係の形

状が再現できない。その結果、中小規模の地震動が作用した場合の地震応答の再現性が低くなる。

- ③ 降伏点以降の第二勾配が一定となるため、降伏点以降の荷重－変位関係にも若干の差異が生じる。その結果、大規模地震時の地震応答の再現性についても、若干低くなっている可能性がある。

(3) 提案法：トリリニア型＋楕円関数

中小規模の地震についても適切に地震応答を算出可能とすることを目的として、(2)で述べた3つの問題点を改善可能なモデルを提案する。提案法の等価1自由度モデルには2つのばねを組み合わせるにより、構造物全体系の荷重－変位関係のより適切な表現を目指す。2つのばねの内訳は、図-2に示すばね1（トリリニア型のばね）およびばね2（楕円関数のばね）である。ばね1（トリリニア型のばね）により、バイリニア型と比較して折れ点が多いことから降伏点以降について荷重－変位関係への適合性を向上させる。ばね2（楕円関数のばね）により、降伏点以前の荷重－変位関係の丸みを帯びた部分への適合性を向上させる。以上のように、直線と単純な関数の組み合わせにより、比較的容易に構造物全体系の荷重－変位関係への適合性を高めた等価1自由度モデルの骨格曲線が作成できる点が、提案法の長所といえる。

具体的な提案法のばね1、ばね2の設定方法は、以下の項に示す。

a) ばね1：トリリニア型のばね

骨格曲線はトリリニア型とする。詳細モデルの荷重－変位関係に適合するように、トリリニアの2つの折れ点を決定するが、1つ目の折れ点は、降伏点とする。2つ目の折れ点は、詳細モデルの荷重－変位関係に可能な限り適合するように設定する。このような2つの折れ点から規定されるトリリニア関数について、本稿では図-2中に示す各パラメータにより表現する。

履歴特性は武田モデル¹⁰⁾とし、除荷時の剛性低下係数 $\beta=0.4$ とする。

b) ばね2：楕円関数のばね

荷重－変位関係の降伏点以前の丸みを表現するためのばねで、骨格曲線を楕円関数で表現する。楕円関数は以下の3つの条件を満足させたい。荷重－変位関係とトリリニア型の第1勾配区間の差を表現可能なものとする。最適化計算を実施し、各変位に対応する震度の二乗和の誤差が最小となるように

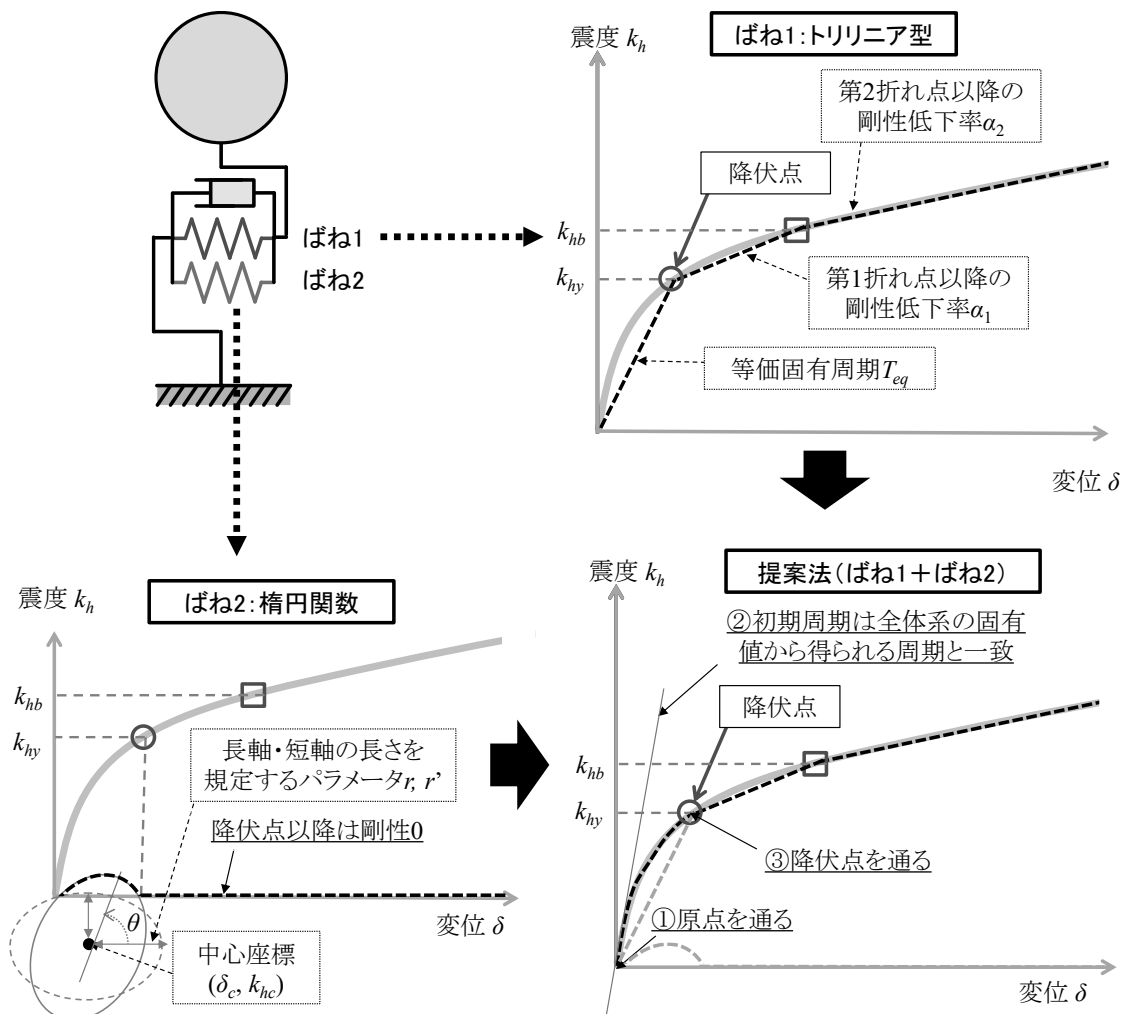


図-2 提案法の骨格曲線設定方法

設定する。

- ・骨格曲線は原点を通る。
- ・初期周期は全体系の固有値から得られる周期と一致する。
- ・骨格曲線は降伏点を通る。

本稿においては、設定した楕円関数は以下の式(1)および(2)のパラメータにより表現する。

$$\begin{cases} \delta = \delta' \cdot \cos \theta - k'_h \cdot \sin \theta \\ k_h = \delta' \cdot \sin \theta + k'_h \cdot \cos \theta \end{cases} \quad (1)$$

$$(\delta' - \delta_c)^2 + r'^2 \times (k'_h - k_{hc})^2 = r^2 \quad (2)$$

ただし、

- θ : 楕円の回転角
- δ', k'_h : 楕円の回転移動に関する媒介変数
- δ_c : 回転前の楕円中心の変位
- k_{hc} : 回転前の楕円中心の震度
- r, r' : 回転前の楕円の長軸および短軸の長さを規定するパラメータ

である。

履歴特性について、降伏前は骨格曲線を動くもの

とした。一旦降伏点を超える変位を経験すると、ばね2の剛性は0となり、ばね1のみが機能する。

c) 提案法を用いた骨格曲線の設定例と応答値への影響

以上のばね1とばね2の骨格曲線を組み合わせたものが、提案法の骨格曲線となる(図-2)。これにより、構造物全体系の荷重-変位関係および初期剛性を適切に表現でき、かつ原点および降伏点を通る骨格曲線の設定が可能となる。

本項では提案法を用いて具体的に骨格曲線を設定する例を示し、動的解析結果として得られる応答値への影響をみる。図-3に示す提案法のばねを設定した等価1自由度モデルを用いて、鉄道標準¹⁾記載のL2地震動スペクトルⅡ(図-4)の振幅を調整して入力して動的解析を実施した算定例を図-5に示す。図-5においては従来法の応答値で正規化したものを示しており、楕円関数の膨らみ具合が異なる3つのケースについて検討している。

図-5 から、Case1(膨らみ:大)については、入

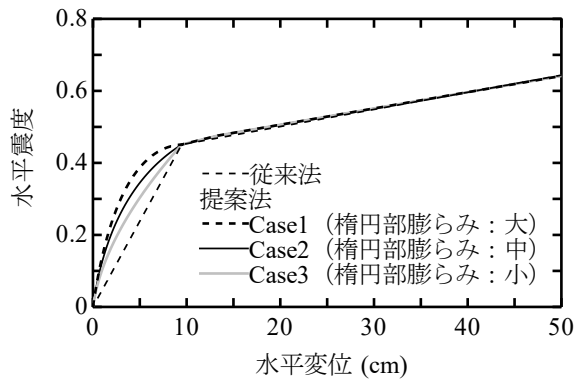


図-3 提案法の骨格曲線の設定例

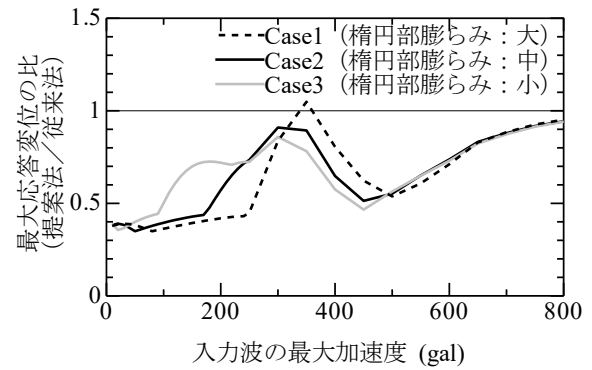


図-5 提案法による応答値の算定例

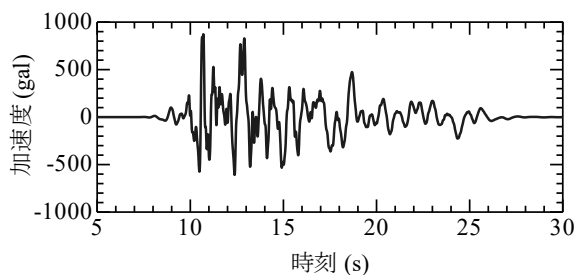


図-4 入力地震動（振幅調整前）

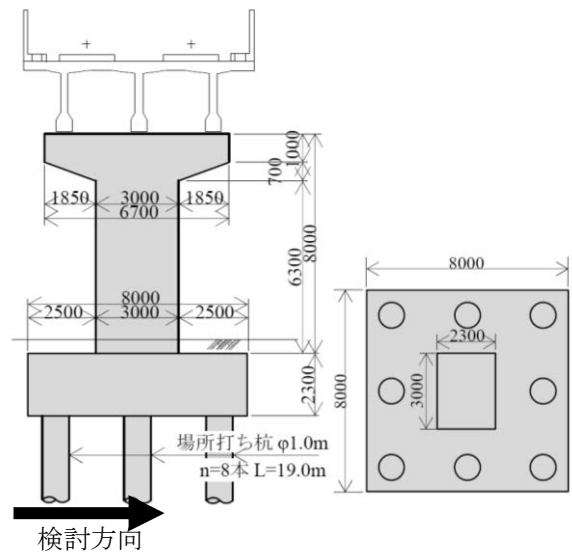
力加速度が小さい（およそ 200gal 以下の）領域では最大応答変位の比は小さくなる一方で、入力加速度が中程度（およそ 300gal～400gal 程度）の領域では最大応答変位の比が大きくなることを確認できる。Case3（膨らみ：小）についても類似の傾向が確認できるものの、最大応答変位の比の変動幅は小さい。以上より、提案法を用いる場合には、楕円関数の膨らみ具合が応答値に与える影響が大きく、したがって骨格曲線は適切に設定される必要がある。

以上を踏まえ、次章においては、プッシュオーバー解析から得られた荷重－変位関係に適合するように提案法のパラメータを設定し、動的解析を実施する。また、比較のためにバイリニア型の骨格曲線（鉄道標準¹⁾の方法）を用いた動的解析も実施し、提案法と比較する。

3. 検討対象構造物のモデル化

(1) 検討対象構造物

検討対象構造物は鉄道構造物等設計標準・同解説（コンクリート構造物）の照査例¹⁾に記載された杭基礎 RC 橋脚とする。概略の一般図を図-6 に示す。なお、解析方向は線路直角方向とする。



(a) 側面図 (b) 平面図

図-6 検討対象構造物¹⁾

(2) 解析モデルの構築

解析モデルの設定に際して、部材は梁要素と質点でモデル化した。地盤はばねでモデル化した。橋脚く体および杭部材は C 点、Y 点および M 点を折れ点とするトリリニア型の曲げモーメント－曲率関係で設定した。地盤ばねは、水平ばね、周面摩擦ばね、先端ばねの 3 種類を考えた。詳細な非線形性は伊藤らの設定方法¹²⁾ によった。

上記により作成した解析モデルについて、3 次元骨組構造物非線形動的解析システム DYNA2E を用いて解析を実施した。

最初に、固有値解析の結果を表-1 に示す。表より、1 次モードは約 2.1Hz、2 次モードは約 10.0Hz であり、1 次モードと 2 次モードを合わせて有効質量は全体の約 98.8% となることを確認できる。

続いて、プッシュオーバー解析を実施し、橋脚天端位置の荷重－変位関係の曲線を評価した。その結

表-1 固有値解析結果

固有モード	振動数 (Hz)	刺激係数	有効質量比	モード減衰
1	2.132	-3.07×10^1	0.7891	0.0508
2	9.9782	1.55×10^1	0.1999	0.0587
3	26.0449	3.57×10^0	0.0107	0.0472
4	50.3241	-6.26×10^{-1}	0.0003	0.0430

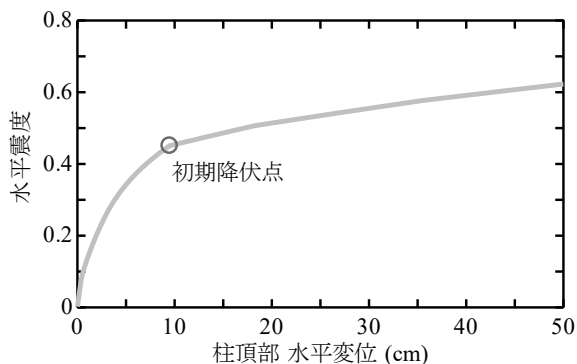


図-7 プッシュオーバー解析結果

表-2 従来法の骨格曲線のパラメータ

T_{eq}	0.469 (s)	α	0.100
k_{heq}	0.452		

表-3 提案法の骨格曲線のパラメータ

T_{eq}	0.469 (s)	δ_c	3.10×10^7 (cm)
k_{hy}	0.451	k_{hc}	-2.28×10^{-1}
k_{hb}	0.476	r	3.10×10^7 (cm)
α_1	0.136	r'	4.00×10^{-5} (cm)
α_2	0.950	θ	-8.11×10^{-2} (rad)

果を図-7に示す。解析対象構造物は変位 9.5cm で柱基部が先行して降伏した。

(3) 等価 1 自由度モデルの構築

(2) で設定した解析モデル（以下、詳細モデルと呼ぶ）に適合するように、等価 1 自由度モデルの骨格曲線のパラメータを設定した。設定したパラメータの具体的な値を表-2、表-3に示す。

上記により設定した提案法と従来法の骨格曲線を図-8に示す。図より、主に降伏点以前の区間において、提案法と従来法の差異が大きいことが確認できる。

4. 提案法の有効性の検証

(1) 動的解析の条件

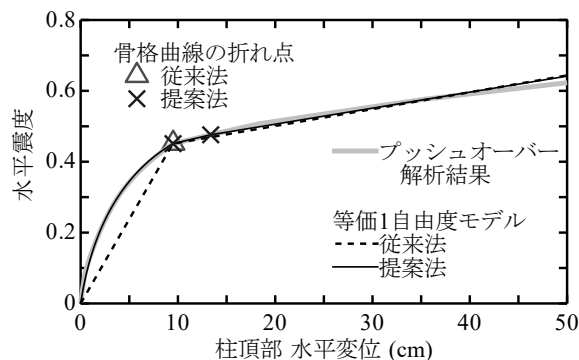


図-8 設定した骨格曲線

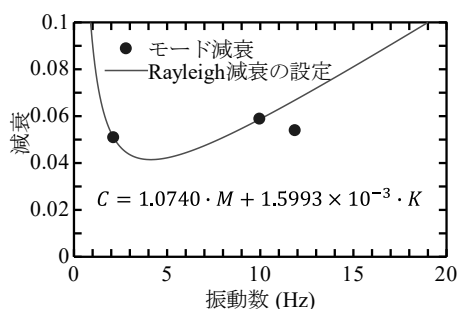


図-9 各モードの減衰と Rayliegh 減衰の設定

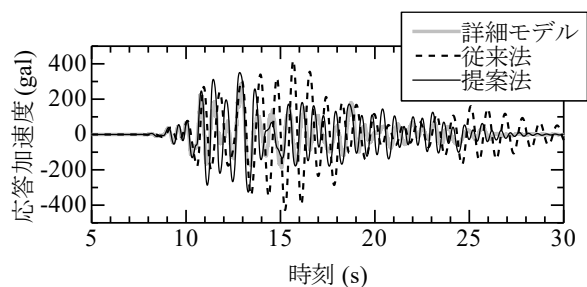
動的解析に際して、入力地震動として 3. (3)c) と同様に鉄道標準¹⁾の L2 地震動スペクトル II (G3 地盤) を振幅調整した波形を用いた (図-4)。

また、詳細モデルの減衰は Rayliegh 減衰とし、各パラメータは表-1 の固有値解析結果から、1 次モードおよび 2 次モードのモード減衰に適合するように設定した (図-9)。等価 1 自由度モデルの減衰定数は、表-1 の 1 次のモード減衰の値を設定した。

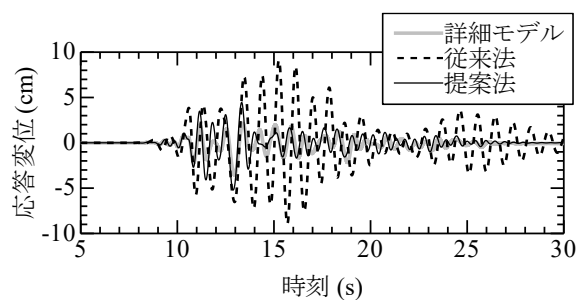
(2) 最大応答変位が降伏変位の前後となる地震の場合

最大応答変位が降伏変位の前後となる地震動として、図-4の波形の最大加速度を200(gal)に調整して非線形動的解析を実施した。その結果得られた、応答加速度と応答変位の時刻歴、および応答加速度と応答変位の関係を図-10に示す。

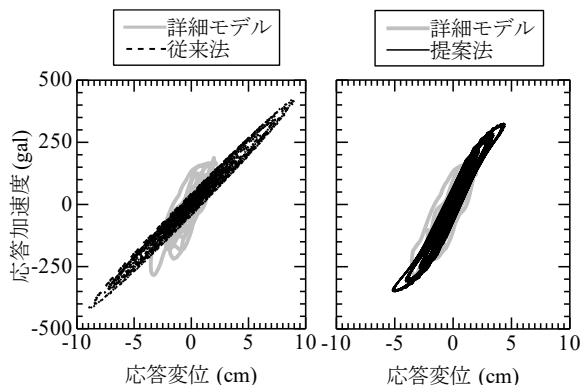
図-10(a), (b)において、詳細モデルと従来法の時刻歴応答の差異が比較的大きいことが確認できる。他方で、詳細モデルと提案法によって算出した時刻歴応答が概ね一致していることが確認できる。また、図-10(c)において、従来法は詳細モデルと比較して応答変位－応答加速度の関係の傾きが緩やかであり、周期が長めに評価される傾向が確認できる。



(a) 応答加速度の時刻歴

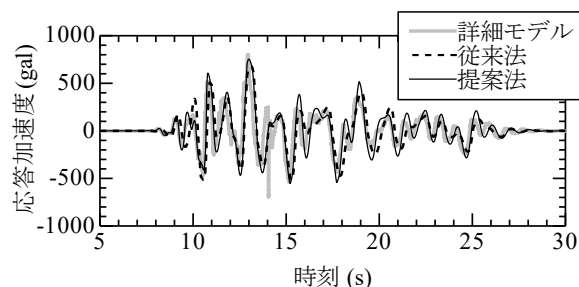


(b) 応答変位の時刻歴

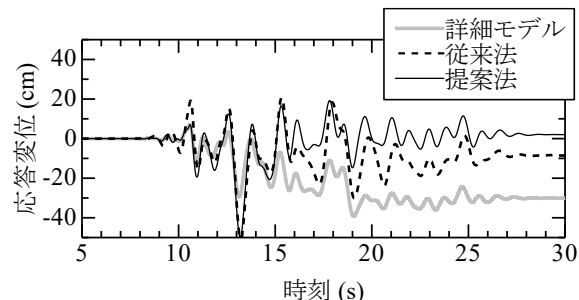


(c) 応答加速度－応答変位関係

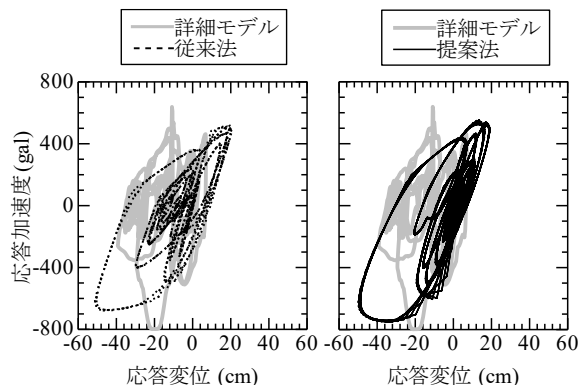
図-10 中程度の地震動(Max=200gal)の動的解析結果の比較



(a) 応答加速度の時刻歴



(b) 応答変位の時刻歴



(c) 応答加速度－応答変位関係

図-11 振幅が大きい地震動(Max=872gal)の動的解析結果の比較

一方で、提案法の傾きは詳細モデルに近く、周期が適切に評価できる。このことから、従来法と比較して、提案法では詳細モデルの特性が表現可能である。

以上から、中小地震に相当する地震動について非線形動的応答解析を行う場合に、従来法と比較して提案法を用いることにより、詳細モデルの非線形応答を精度よく再現できることが確認された。

(3) レベル2地震動の場合

設計で想定するレベルの地震動として、図-4の波形を振幅調整せずにそのまま入力して非線形動的解析を実施した(図-11)。

図-11(a), (b)より、従来法、提案法によって算出した時刻歴応答が近い傾向を示すことが確認できる。また、図-11(c)より、この入力レベル(Max=872gal)

においては従来法と提案法の間で顕著な差異は確認されないことがわかる。最大応答変位は50cm程度となることが確認できるが、図-8の骨格曲線において変位50cm付近では従来法と提案法の差異が僅かであり、意図した通りの結果が得られているものと推察される。

以上から、入力地震動がレベル2地震動の場合には、従来法と提案法に大きな差異はないことが確認された。

(4) 入力レベルを様々に変更した場合の解析結果

本節では、より多くの入力レベルについて詳細モデルと等価1自由度モデル(提案法、従来法)の比較を行う。具体的な入力波の振幅レベルとして、最大加速度250(gal)までは10(gal)刻みで、250(gal)以上

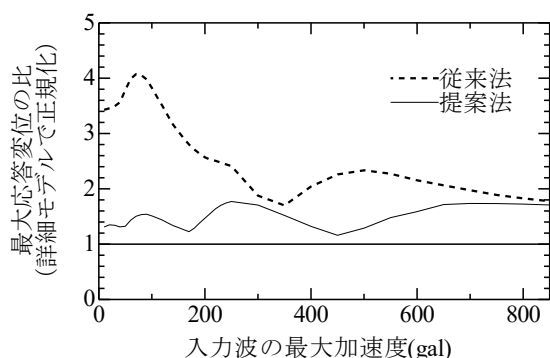


図-12 入力波の最大加速度と最大応答変位の関係

は 50(gal)刻みで、872(gal)（振幅調整しない場合の最大加速度）まで地震動の振幅を逐次調整して非線形動的解析を行い最大応答変位を算出した。従来法、提案法の最大応答変位について、同一条件の詳細モデルから得られる値で正規化した結果を図-12 に示す。図からは、従来法と比較して提案法の応答変位比が 1 に近いことが確認できる。このことから、提案法を用いる方が詳細モデルによる結果に適合しており、提案法の精度が高いことがわかる。また、提案法の応答変位比の方が値が小さく、この傾向は入力加速度が比較的小さい領域で顕著である。このことから、主に中小規模地震に相当する地震が作用した場合に、提案法を用いることにより応答変位をより合理的に設定できる可能性がある。

5. 結論

本検討では等価 1 自由度系モデルでの非線形動的解析に用いる骨格曲線について、既存のバイリニア型（従来法）と比較して、中小規模地震に対して適切に地震応答を評価可能な設定方法を提案した（提案法）。更に、提案法を用いて実際に非線形動的解析を実施し、詳細モデルと比較することで有効性を確認した。以下に本検討から得られた知見を示す。

- ・トリリニア型の骨格曲線の第 1 勾配区間に楕円関数を付加することにより、プッシュオーバー解析から得られる荷重－変位関係に近い骨格曲線を作成する方法を提案した。提案法により算出される応答値は骨格曲線の膨らみ具合に応じて変動するため、骨格曲線を適切に設定する必要がある。
- ・提案法により、特に中小規模の地震動に対して、従来法（バイリニア型）と比較して高い精度で詳細モデルの応答変位を再現できることを確認した。また、提案法により算出される応答変位は従来法

と比較して小さくなることから、提案法を用いることでより合理的に応答変位を評価できる可能性がある。

本検討の成果を用いて、中小規模地震をより適切に表現できる等価 1 自由度系の動的解析モデルを容易に構築できる可能性がある。一方で、提案法は楕円関数に関係するパラメータが多数存在するため、合理的な設定方法について検討する必要がある。

謝辞：本検討の一部は、国土交通省の鉄道技術研究費補助金を受けて実施しました。ここに記して謝意を示します。

参考文献

- 1) 鉄道総合技術研究所：鉄道構造物等設計標準・同解説（耐震設計），丸善出版，2012.
- 2) 公益社団法人土木学会：道路橋示方書（V耐震設計編）・同解説，2017.
- 3) 松田泰治，大島康樹，鶴野禎史，兼子一弘，徳丸昂，内藤伸幸：バイリニア型Double Targetモデルを用いた免震橋の地震応答評価，土木学会論文集A1（構造・地震工学），Vol.72，No.4，pp.993-1004，2016.
- 4) 古川愛子，五十嵐晃，清野純史：バイリニア型履歴を持つ1自由度系の地震時応答加速度より算出される等価固有周期及び等価減衰定数から最大応答塑性率を推定する試み，土木学会論文集A2（応用力学），Vol.67，No.2，pp.801-812，2011.
- 5) 家村浩和，三上卓：目標耐震性能に必要な降伏強度と塑性率のスペクトル，土木学会論文集，Vol.57，No.689，pp.333-342，2001.
- 6) 渡邊康介，植村佳大，高橋良和：骨格曲線に負勾配を有する構造物の定常振動下での動的応答安定性の理論的考察，土木学会論文集A1（構造・地震工学），Vol.76，No.4，pp.301-309，2020.
- 7) 袴田文雄，中村忠春，志村敦：骨格曲線を外生的に与えたときの非線形動的解析法に関する検討，阪神高速道路公団技報，Vol.17，pp.97-104，1999.
- 8) 中田裕喜，田所敏弥，岡本大，室野剛隆：せん断補強が困難な柱を有するRCラーメン高架橋の耐震性能の評価法，鉄道総研報告，Vol.33，No.9，2019.
- 9) 室野剛隆，佐藤勉：構造物の損傷過程を考慮した非線形応答スペクトル法の適用，土木学会地震工学論文集，pp.520-528，2007.
- 10) Takeda, T., Sozen, M.A., and Nielsen, N.N: Reinforced Concrete Response to Simulated Earthquakes, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 96, No. ST15, pp.2557-2573, 1970.

- 11) 鉄道総合技術研究所：鉄道構造物等設計標準・同解説（コンクリート構造物），丸善出版，2007.
- 12) 伊藤公二，佐名川太亮，坂井公俊，豊岡亮洋，室野剛隆：対象とする地震動レベルが変化した場合のバイリニア型の地盤－構造物相互作用ばねの有効性，第55回地盤工学研究発表会論文集，pp.xx-xx，2020.
- 13) Clough, R. W. and Johnston, S. B.: Effect of stiffness degradation on earthquake ductility requirements, 第2回日本地震工学シンポジウム梗概集, pp. 227-232, 1966.