

地盤の動的解析における変形特性パラメータの 設定手法に関する一考察

山内 泰知¹・山本 昌徳¹・井澤 淳²

¹正会員 工修 鉄道総合技術研究所 鉄道地震工学研究センター（〒185-8540 東京都国分寺市光町2-8-38）
²正会員 工博 鉄道総合技術研究所 鉄道地震工学研究センター（〒185-8540 東京都国分寺市光町2-8-38）

1. はじめに

構造物の耐震設計では、L2地震のような大地震時における表層地盤の非線形性の挙動を精緻に評価し、構造物に作用する慣性力と地盤変位を適切に設定する必要がある。鉄道構造物等耐震設計標準・耐震設計¹⁾では地盤の非線形性を考慮した逐次非線形の動的解析の実施が推奨されている。また、地盤の非線形性にはGHE-Sモデル²⁾の使用が推奨されており、別途実施する対象土層の変形特性試験結果に骨格曲線が適合するようにパラメータが決定される。このパラメータ設定では、一般的に解析者により試行錯誤的に実施されるため、解析者によってばらつきが生じ、その後の地盤の動的解析、構造物の設計にも影響を及ぼす恐れがある。

本稿では、経験の異なる3名の解析者および最適化手法により設定されたGHE-Sパラメータを用いた動的解析を実施し、ハイブリット地盤応答試験結果と比較することで、動的解析に及ぼすGHE-Sパラメータの影響について検討を行った。

2. GHE-Sモデルについて

大地震時の非排水繰返し载荷によって地盤内のせん断ひずみが増加するに従い、せん断ひずみが1%を超えたあたりから応力-ひずみ関係は紡錘型から逆S字型へ変化し、履歴減衰も単調増加から減少へと転ずる。これを表現できる非線形モデルとして、GHE-Sモデルが提案されている²⁾。GHE-Sモデルは骨格曲線にGHEモデル(General Hyperbolic Equation model, GHE)³⁾を用い、履歴法則に用いるMasing則の相似比をせん断ひずみに応じて変化させることで、

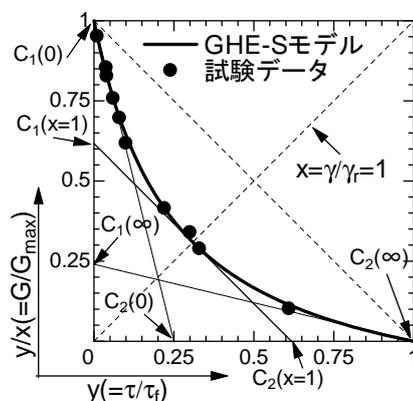


図-1 GHE-Sモデルパラメータの概要

履歴曲線を逆S字型として、履歴減衰の減少を表現できるように改良されたものである²⁾。

GHE-S骨格曲線モデルを下記式(1)、式(2)に示す。

$$y = \frac{x}{\frac{1}{C_1(x)} + \frac{x}{C_2(x)}} \quad (1a)$$

$$\begin{cases} C_1(x) = \frac{C_1(0) + C_1(\infty)}{2} + \frac{C_1(0) - C_1(\infty)}{2} \cos\left(\frac{\pi}{\alpha/x + 1}\right) \\ C_2(x) = \frac{C_2(0) + C_2(\infty)}{2} + \frac{C_2(0) - C_2(\infty)}{2} \cos\left(\frac{\pi}{\beta/x + 1}\right) \end{cases} \quad (1b)$$

$$\alpha = \frac{\pi}{\cos^{-1}\left(\frac{2C_1(1) - C_1(0) - C_1(\infty)}{C_1(0) - C_1(\infty)}\right) - 1} \quad (1c)$$

$$\beta = \frac{\pi}{\cos^{-1}\left(\frac{2C_2(1) - C_2(0) - C_2(\infty)}{C_2(0) - C_2(\infty)}\right) - 1}$$

$$h = h_{\max}(1 - G/G_0)^\kappa \quad (2)$$

ここに $x = \gamma/\gamma_r$ は正規化ひずみ、 $y = \tau/\tau_f$ は正規化せん断応力、 γ_r は基準ひずみ、 τ_f はせん断強度である。図-1に、 $G/G_0 \sim \tau/\tau_f$ 軸上での変形特性試験結果とGHE-Sモデルパラメータの関係を示す。式(1)、式(2)に示すように、GHE-Sモデルでは骨格曲線とし

て $C_1(0), C_2(0), C_1(\infty), C_2(\infty), C_1(1), C_2(1)$ の6つ、履歴減衰として h_{\max}, κ の2つの計8つのパラメータを設定する必要がある。このうち、図-1に示す通り $C_1(0)$ と $C_2(\infty)$ は1.0であるため²⁾、設定すべきパラメータは6個となる。

3. 非線形最適化手法によるパラメータの同定

(1) 最適化手法

変形特性試験データに適合するようなGHE-Sモデルの骨格曲線に対するパラメータを最適化手法により推定する。推定には、最適化プログラムSolvOpt⁴⁾を使用した。SolvOptは反復Shor'sアルゴリズムに基づいており、制約あり・制約なし双方の非線形最適化問題に対応している。本稿において最適化手法により求めるべき未知変数 \mathbf{x} は前述した以下の6つのGHE-Sパラメータである。

$$\mathbf{x} = (C_1(\infty), C_1(1), C_2(0), C_2(1), h_{\max}, \kappa) \quad (3)$$

(2) 拘束条件(上限値・下限値)の設定

パラメータの同定において、物理的に意味のない解を除外するために図-1の関係から各パラメータ間に式(4)のような拘束条件を課した。

$$\begin{cases} 0 < C_1(\infty) < C_1(1) < C_1(0) = 1 \\ 0 < C_2(0) < C_2(1) < C_2(\infty) = 1 \end{cases} \quad (4)$$

また、履歴減衰パラメータ h_{\max} に関しては既往の結果を参考にして以下のような探索範囲の上限・下限を設定した。 κ については下限値のみ設定し、上限については解析結果への影響が小さいことから特に設定しなかった。

$$\begin{cases} 0.1 < h_{\max} < 0.5 \\ \kappa > 0 \end{cases} \quad (5)$$

(3) 目的関数(残差)の設定

目的関数はGHE-Sモデルと変形特性試験の残差の

$$E(\mathbf{x}) = E_1(\mathbf{x}) + E_2(\mathbf{x}) + E_3(\mathbf{x}) + E_4(\mathbf{x}) \quad (6a)$$

$$\begin{aligned} E_1(\mathbf{x}) &= \sum_{i=1}^{N_c} \{y(\mathbf{x})_i^{\text{cal.}} - (\tau/\tau_f)_i^{\text{test}}\}^2 \\ E_2(\mathbf{x}) &= \sum_{i=1}^{N_c} \{y(\mathbf{x})_i^{\text{cal.}} - (\tau/\tau_f)_i^{\text{test}}\}^2 \\ &\quad + \sum_{i=1}^{N_c} \{y/x(\mathbf{x})_i^{\text{cal.}} - (G/G_0)_i^{\text{test}}\}^2 \\ E_3(\mathbf{x}) &= \sum_{i=1}^{N_c} \{y/x(\mathbf{x})_i^{\text{cal.}} - (G/G_0)_i^{\text{test}}\}^2 \\ E_4(\mathbf{x}) &= \sum_{i=1}^{N_c} \{h(\mathbf{x})_i^{\text{cal.}} - h_i^{\text{test}}\}^2 \end{aligned} \quad (6b)$$

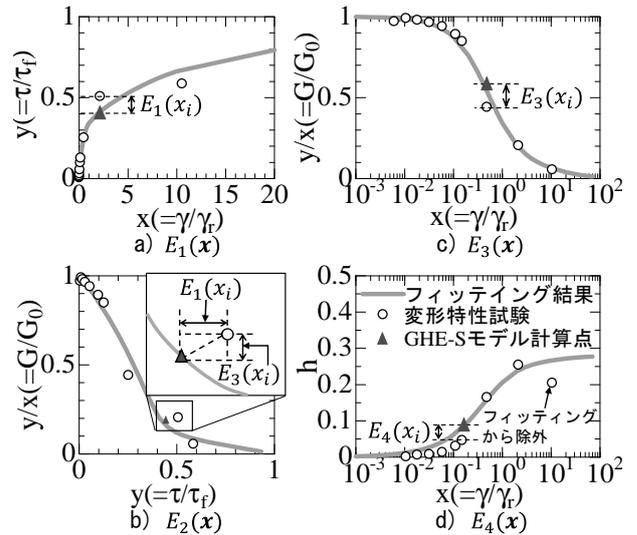


図-2 骨格曲線 a), b), c) および履歴減衰曲線 d) に対する最適化手法の目的関数の残差の模式図

2乗和として式(6)のように設定した。

ここに E_1 は $\tau/\tau_f - \gamma/\gamma_r$ 関係、 E_2 は $G/G_0 - \tau/\tau_f$ 関係、 E_3 は $G/G_0 - \gamma/\gamma_r$ 関係および E_4 は $h - \gamma/\gamma_r$ 関係の残差にそれぞれ対応する(図-2)。添え字“cal.”はGHE-Sモデルから算定した値，“test”は変形特性から得られた値である。 N_c は要素試験データ数である。なお、履歴減衰 h が低下する点以降はフィッティング計算から除外した(図-2 d)。

E_1 は正規化せん断ひずみ x が概ね 10^{-1} を超えるまではせん断応力も小さいため、それに伴って残差(試験値と計算値との乖離)も小さいが、正規化せん断ひずみ x が 10^{-1} を超えると正規化せん断応力 y は急激に増加する。そのため、仮にパラメータが不適切であれば $10^{-1} < x$ の大ひずみ領域における残差が顕著となる。このことから、 E_1 は大ひずみ領域に重きがおかれた残差評価式であるといえる。

また、 E_3 はせん断剛性 ($G/G_0 = y/x$) の残差を評価している式であるが、ひずみが増加するにつれて剛性は急激に低下する。仮にパラメータが不適切だとしても、大ひずみ領域において E_3 は小さな残差として評価される。その結果、式(6a)における E_3 の影響度が低下し、大ひずみ領域におけるパラメータの推定精度も低下する。このことから、 E_3 は微小ひずみ領域に重きがおかれた残差評価式であるといえる。

一方、 E_2 は式(6b)より $E_2 = E_1 + E_3$ の関係があり、大ひずみ領域において y/x が0に近い値をとる時、 y は1に近い値をとり、これとは逆に微小ひずみ領域において y/x が1に近い値をとる時、 y は0に近い値をとる。このことから E_2 は微小ひずみ領域および大ひずみ領域双方におけるパラメータの影響を同時に評価できる残差評価式と言える。

(4) 最適化問題の設定

式(4), 式(5)の拘束条件および式(6)の目的関数を含めた本稿におけるGHE-Sモデルのフィッティングに対する最適化問題は以下のように定義される。

$$\min\{ E(x) + r \cdot \max[0, \max(\mathbf{P})] \} \quad (7)$$

ここで, \mathbf{P} は式(4), 式(5)の拘束条件(パラメータの上限値・下限値)をペナルティ関数として組み込んだものである。 r はペナルティ係数で $r = 2n$ とした。 n は本最適化問題における未知数($n = 6$)である。

最適化計算は初期値 x_0 から開始され,式(7)が最小になるようなGHE-Sパラメータ(式(3))を反復計算により算出する。 なお, 最適化計算の初期値 x_0 にはGHE-S標準パラメータ⁵⁾を設定した。

4. GHE-Sパラメータの推定

(1) 検討に用いたデータ

検討に用いた変形特性試験データは, 筆者らの一部が提案している試験方法⁶⁾を, 表-1の豊浦砂, 珪砂6号, 珪砂8号のそれぞれ相対密度 $Dr=60, 80\%$ に対して適用して取得した。 この変形特性試験データに対して解析経験の異なる3名の解析者および3章で示した最適化手法を用いてフィッティングを行った。 なお, 基準ひずみ γ_r は式(8)の関係式を用いて算出した。

$$\begin{cases} \tau_f = \sigma' \cdot \tan \phi' \\ \gamma_r = \tau_f / G'_{\max} \end{cases} \quad (8)$$

(2) フィッティング結果

図-4に各試料の図-2に示す関係に対してフィッティングした結果を示す。 以下に各関係に対するフィッティング結果の特徴について説明する。

a) $\tau/\tau_f - \gamma/\gamma_r$ 関係(E_1)

微小ひずみ領域(正規化せん断ひずみ $x < 2.0$)では各解析者および最適化手法で違いは見られないが, $x > 2.0$ の大ひずみ領域では各々の乖離が見られる。

b) $G/G_0 - \tau/\tau_f$ 関係(E_2)

この関係は $\tau/\tau_f - \gamma/\gamma_r$ と $G/G_0 - \gamma/\gamma_r$ の影響を受けると考えられ, 後述するように $G/G_0 - \gamma/\gamma_r$ 関係が解析者によらずほぼ同一な結果を得ているため, 各フィッティングの残差は $\tau/\tau_f - \gamma/\gamma_r$ 関係の残差に左右される。 しかし, $\tau - \gamma$ 関係より残差は小さい。

c) $G/G_0 - \gamma/\gamma_r$ 関係(E_3)

全土質試料に対して, 各解析者および最適化手法による違いは見られず, ほぼ同一のフィッティング

表-1 用いた土質試料一覧

試料 No.	試料名	内部摩擦角 ϕ' (度)	拘束圧 σ' (kPa)
1	豊浦砂Dr60%	35.71	100.0
2	豊浦砂Dr80%	37.62	100.0
3	珪砂6号Dr60%	38.23	100.0
4	珪砂6号Dr80%	38.23	100.0
5	珪砂8号Dr60%	40.27	100.0
6	珪砂8号Dr80%	39.66	100.0

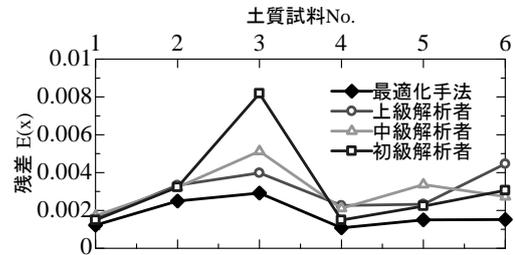


図-3 異なる解析者および最適化手法を用いた GHE-Sモデルの変形特性試験へのフィッティング時の式(6)に基づいた残差の比較。 土質試料 No.は表-1に対応。

結果が得られた。

d) $h - \gamma/\gamma_r$ 関係(E_4)

豊浦砂 $Dr80\%$, 珪砂6号 $Dr60\%$ および珪砂8号 $Dr80\%$ において初級解析者は減衰が低下した点も含めてフィッティングしたため大きな差が見られるが, それ以外の解析者は最適化手法によるフィッティング結果と概ね同様な結果が得られた。

図-3は各解析者および最適化手法により得られたGHE-Sパラメータを用いて式(6a)に基づいて計算した変形特性試験値との残差の比較である。 土質試料によらず, 最適化手法の方が各解析者よりも残差が小さいことがわかる。 したがって, 最適化手法が最も適切に試験データを推定できていると言える。

一方で, フィッティング状況および最適化手法の残差値との比較から, 各解析者による推定結果もおおむね妥当な値が得られているものと考えられる。 そのため, 従来どおり試行錯誤的なフィッティングによっても十分な精度でパラメータを推定することができると思われる。

今回は, 全試料についていずれの解析者も比較的容易に精度良くフィッティング出来たため, 各解析者間に顕著な差は見られなかった。 一方で, フィッティングが難しい変形特性試験データの場合, 解析者ごとにパラメータのばらつきが大きくなる可能性がある。 そのような状況では, 本稿で提案する残差を尺度とした最適化手法を適用することにより, 短時間で適切・客観的なパラメータを人為的ミス無く推定することができると思われる。

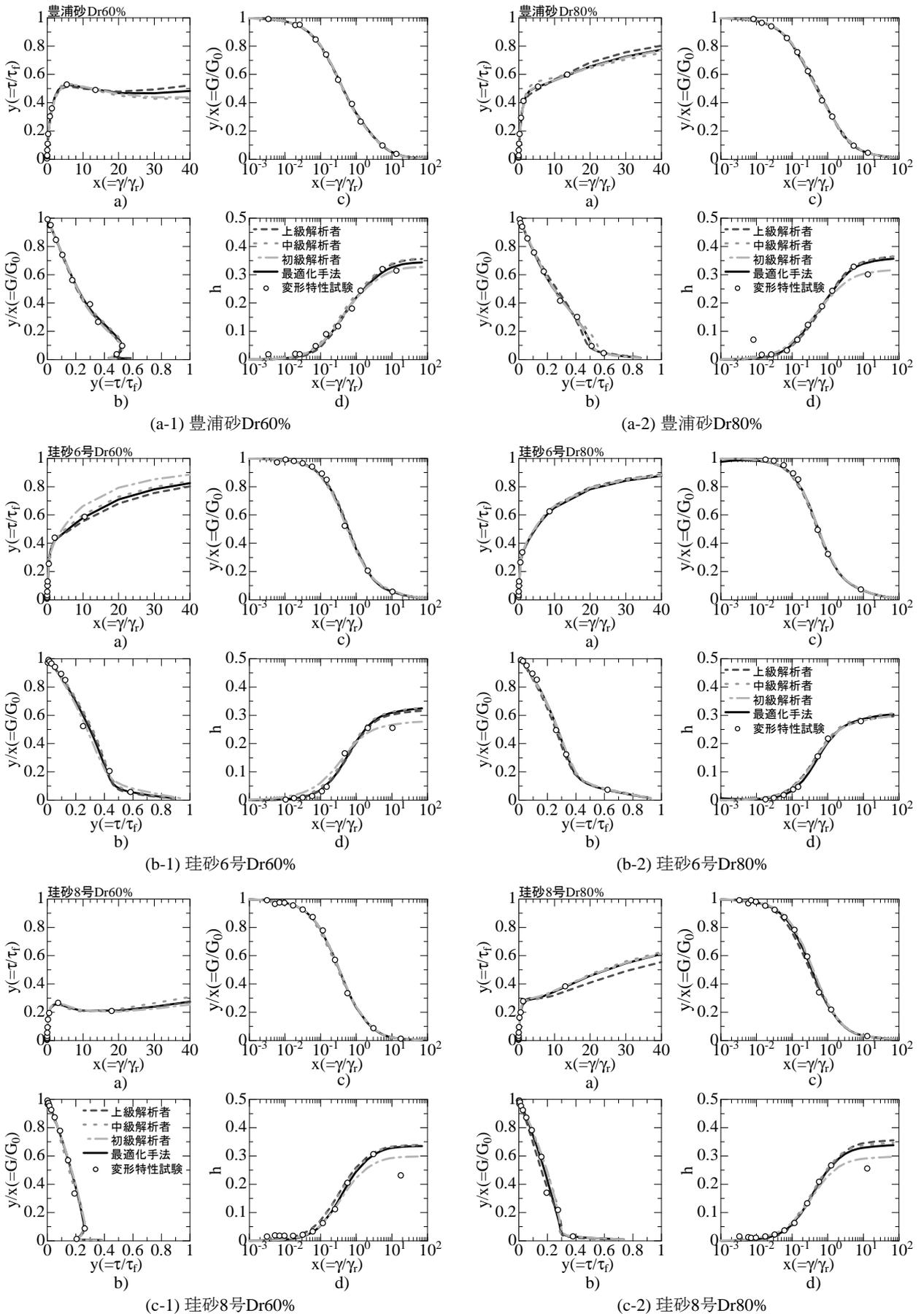


図-4 各解析者および最適化手法を用いたフィッティング結果

5. ハイブリッド地盤応答試験による精度検証

(1) 対象地盤

上記により得られた GHE-S パラメータを用いた一次元の逐次非線形動的解析を行った。一方で、その妥当性を検証するため、正解値を与える試験としてハイブリッド地盤応答試験⁶⁾を実施し、動的解析結果と比較した。

動的解析およびハイブリッド試験対象地盤を図-5に示す。試験対象層の GHE-S パラメータは図-4に示したフィッティングにより得られた値を用い、それ以外の層については標準パラメータ⁵⁾を適用した。変形特性試験は拘束圧 $\sigma' = 100.0(\text{kPa})$ で実施しており、ハイブリッド試験における対象層は拘束圧 $\sigma'_H = 20.0(\text{kPa})$ であるため、変形特性試験の初期せん断剛性 G_0^c およびせん断波速度 V_S は式(9)により拘束圧で補正して用いた。

$$\begin{aligned} G_0^c &= G_{\max} \sqrt{\sigma'_H / \sigma'} \\ V_S &= \sqrt{G_0^c / \rho} \end{aligned} \quad (9)$$

基盤には $\rho = 2.0 \text{g/cm}^3$ 、 $V_S = 400 \text{m/s}$ 相当の粘性境界を設置し、耐震標準に示されているスペクトル II 地震動 (G1 地盤) を入力した。

(2) 最大値分布の比較

図-6に各土質試料ごとの動的解析から得られた各解析者、最適化手法およびハイブリッド試験結果の最大値分布の比較図を示す。また、筆者らの提案する変形特性試験法の他、加速度・変位については従来の変形特性試験 (以降、従来法) から得られた変形特性に対して最適化手法によりられたパラメータによる動的解析結果も併せて示した。

変位分布に着目すると、最大値応答は各解析者および最適化手法によるフィッティング結果によらず概ね同程度の値が得られていることが確認できる。一方、珪砂6号 Dr60% の $\tau/\tau_f - \gamma/\gamma_r$ 関係のフィッティング (図-4(b-1) a) では、正規化せん断ひずみ $x > 2$ から各解析者とも最適化手法からの乖離が見られるが、最大値分布のせん断ひずみ (図-4(b-1) d) の解析対象層 (深度 4-6m) を見ると、最も乖離が大きい初級解析者のみ他の解析者と 2% 程小さい結果となっている。このことから大ひずみ領域の点が適切に考慮されていないと動的解析結果に影響があることがわかる。

また、初級解析者は履歴減衰低下点もフィットさせるようにフィッティングしていたものの (豊浦砂 Dr80%、珪砂6号 Dr60%、珪砂8号 Dr80%)、最大値分布にはそのような影響は見られず、他の解析者と同

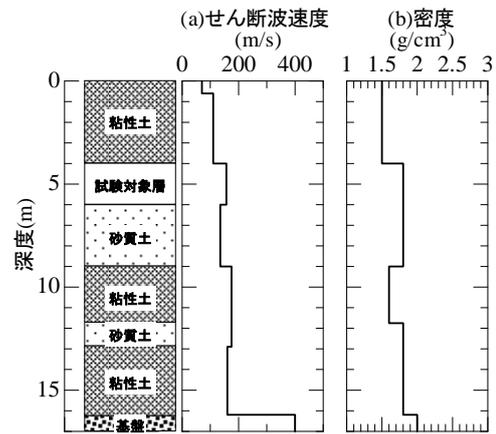


図-5 動的解析で用いる地盤モデル

程度の値を示している。このことから大ひずみ領域の履歴減衰は最大変位応答に関与しない可能性が考えられる。

加速度深度分布についてはすべてのケースでハイブリッド地盤応答試験結果よりも過小評価しているが、これはハイブリッド試験におけるサイクリックモビリティによる急激な剛性増加を GHE-S モデルで表現できていないためと考えられる。この点については検討課題であるが、非常に短周期の応答となるため、一般的な固有周期を有する鉄道構造物への影響は小さいと考えられる⁷⁾。

6. まとめ

本稿では、変形特性試験の動的解析パラメータの設定に関して、最適化手法を用いた設定方法について提案した。また、経験の異なる 3 名の解析者および最適化手法を用いて設定した場合のそれぞれについて動的解析を実施し、ハイブリッド試験と比較することで以下の知見を得た。

- ・ 最適化手法による GHE-S パラメータ同定結果と上級・中級解析者による同定結果は概ね同等の値が得られたが、最適化手法が最も精緻な同定であった。
- ・ 動的解析による最大値分布も各解析者および最適化手法は概ね同程度の値を示した

今回の検討では、パラメータ設定が比較的容易な試験結果を対象としたため、上記のような結果が得られたと考えられる。変形特性試験データの品質や、急激な剛性変化などの影響でフィッティングが困難な試験データに対しては、解析者によってばらつきが生じる可能性もある。そのような場合でも、最適化手法は瞬時に人為的エラーも無く、同じ精度で客観的にパラメータの同定を行うことができ、有効な手法であると考えられる。

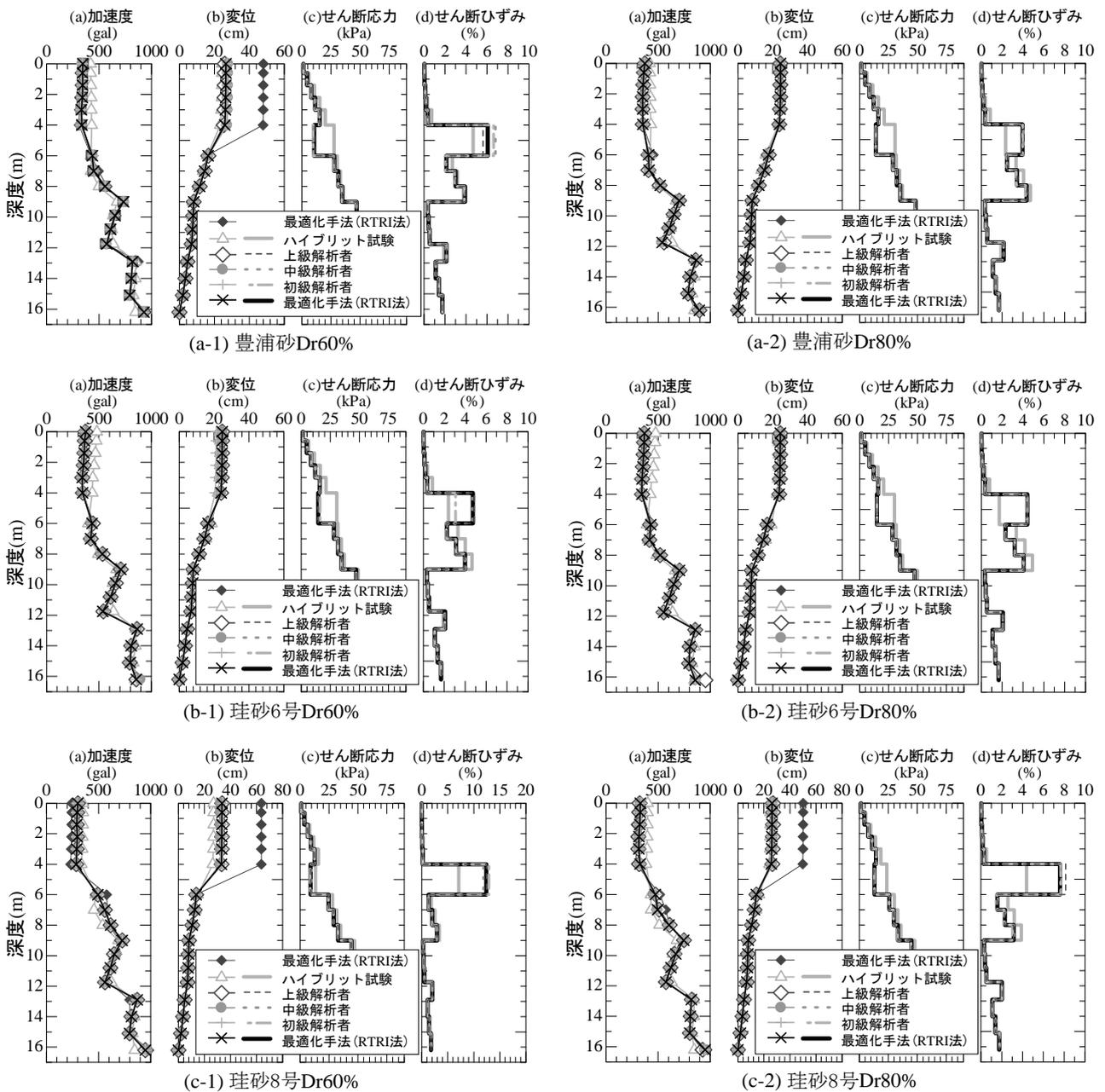


図-6 動的解析における最大値分布の比較

今後は本稿で用いた最適化手法を様々な土質試料に適用し、その適用性を検討していきたい。

参考文献

- 1) (公財) 鉄道総合技術研究所：鉄道構造物等設計標準・同解説 耐震設計，2012。
- 2) 室野剛隆，野上雄太：S字型の履歴曲線の形状を考慮した土の応力～ひずみ関係，第12回日本地震工学シンポジウム，pp.494-497，2006。
- 3) Tatsuoka, F. and Shibuya, S. : Deformation characteristics of soils and rocks from field and laboratory tests, Theme Lecture 1, Proc. of Ninth Asian Regional Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol.2, pp.101-170, 1992
- 4) Kappel, F, & Kuntsevich, A : An implementation of Shor's r-algorithm, *Computational Optimization and Applications*, Vol.15, No.2, pp. 193-206, 2000.
- 5) 野上雄太，室野剛隆：S字型履歴曲線を有する土の非線形モデルとその標準パラメータの設定，第30回土木学会地震工学研究発表会論文集，2009。
- 6) 鈴木聡，井澤淳，豊岡亮洋，小島謙一：耐震設計における適切な表層地盤応答評価法の構築，総研報告，Vol. 32, No. 9, 2018。
- 7) 笠井 悟，Duttine Antoine, 井澤 淳，鈴木 聡：杭基礎の耐震設計における土の変形特性試験の影響，土木学会第73回年次学術講演会，III-197, pp. 393-394, 2018。