構造計画における連続トラス橋の危機耐性評価手法の提案

野村 一貴1・植村 佳大2・高橋 良和3

1学生会員 京都大学大学院工学研究科(〒615-8540京都府京都市西京区京都大学桂) 2正会員 工博 京都大学助教 工学研究科(〒615-8540京都府京都市西京区京都大学桂) 3正会員 工博 京都大学教授 工学研究科(〒615-8540京都府京都市西京区京都大学桂)

1. はじめに

2011年東北地方太平洋沖地震を契機として,想定 外の災害が生じても,構造物や社会システムが壊滅 的な状況に陥らないために,予め対処可能な計画や 設計をしておくべきという危機耐性の概念が提唱さ れた.しかし,危機耐性の定量化手法は確立されて おらず,危機耐性を実現するための具体的な構造技 術の開発や構造計画手法の提案などの例は未だ少な いのが現状である.特に,構造計画段階では,構造 の大要が決まっていないため,詳細な解析を行うこ とができないことから,簡易かつ理解しやすい危機 耐性評価手法が求められているといえる.

以上の背景をふまえ、本研究では、連続トラス橋 を対象とした危機耐性評価手法の提案を行う.具体 的には、橋梁が重要部材や支承の損傷等の危機的な 状況に陥ったとしても、最低限死荷重を支持できる ような構造の実現を目的として、図式力学的な表現 を活用した構造計画手法を提案する.また、提案手 法の適用例を示し、危機耐性向上を目指した対策の 効果を確認する.

2. 構造計画における危機耐性

(1) 構造計画の定義

土木事業を実現するためには、まず計画が立案されるが、その計画を実現するために構造物が必要となった場合、土木構造物の建設が計画される.この段階より、構造技術者が参画し、土木構造物の実現に向けた検討が行われる.構造計画は、計画理念に基づき構造物に要求される性能を確保できる構造種別や構造形式を、施工、維持管理、環境および経済

性を考慮して具現化を行う行為であり、広義の意味 では設計作業に含まれるものである.近年、より良 い構造物を創造するためにも、設計作業の上位工程 である構造計画段階での検討が最も重要であるとの 認識が高まり、構造物の大要を決める構造計画と、 その詳細を検討する構造設計段階を陽に区別するよ うになってきた.土木学会が策定した土木構造物共 通示方書¹⁾でも、構造計画編が独立した書籍として 発刊されている.

構造物の大要とは、構造物の成立性を決定づける 基本形式、構造、施工法、概算工費などを指し、特 に詳細の検討となる構造設計段階で大きな手戻りが ないよう、構造物の基本構造の材料、主要断面等の 寸法を決めることが重要である.

(2) 構造計画における定量的評価

構造計画では、建設する土木構造物の構造種別や 構造形式を決定するにあたり計画理念をいかに満足 し、体現しているかを示す根拠が必要となるため、 様々な提案に対する定量的な評価が必要となる.ま た、構造計画では、構造物の詳細ではなく、基本構 造・形式に関する大まかな見積もりなどの概略解 析・計算が行われる.ここで、概算といっても、正 確な計算ではないという意味ではなく、構造物の特 徴を表現する重要な基本構造に対して検討を行い, その実現可能性を見積もるという意味である.構造 計画は構造物の大要を決定する行為であるため、詳 細な断面や寸法がまだ決まっていないことから、非 線形挙動などの検討を行うことは不可能である.構 造物の大要に関する概算を行うことで、

構造全体と 部分の関係や、作用と内力の関係、抵抗メカニズム などのマクロ的関係・挙動を理解し、構造物全体に 対する理解を深めることが重要である.

(3) 構造計画における危機耐性

構造計画段階では自由度が高い(制約が少ない)検 討が可能であるため,構造計画で危機耐性を検討す ることは効果的である.道路橋示方書²⁾では、「設 計で考慮する地震動に対して耐震設計された橋は, これらの事象に対してある程度までは抵抗特性を発 揮することができると考えられるものの,極めて大 きな作用に対してまで抵抗特性を確保することは困 難であり、また、これらの極めて大きな作用に対し ては対応できる対策にも限度がある. | と記されて おり、設定外の事象に対しては架橋位置や構造形式 の選定により対処することが標準的な対処法とされ ている.また、土木構造物共通示方書¹⁾では、「設 定外への対応は,現状の設計体系においては構造計 画段階で行う必要がある」と記されており、構造物 は要求性能を保持することに加えて、冗長性と頑強 性を有するような構造種別や構造形式を具現化する 設計を構造計画に組み込むことで, 危機耐性につい て考慮するよう述べている.

危機耐性は、概念や考え方としては既に設計体系 に取り込まれている部分も多いものの、それをいか に実現するかに関しては、未だ定まった手法はない、 構造計画では、橋梁のスパン長を変化させたり、構 造物の基本構造すら変化させることも可能であるた め、危機耐性の検討を効果的に実現、検証すること が可能である一方、構造の大要が決定していないた め、詳細な解析を行うことはできないことを前提と した検討法を研究する必要性がある.そこで本研究 では、構造計画における概略解析・計算法を踏まえ た線形解析に基づく危機耐性検討法に取り組む.

3. 構造計画における連続トラス橋の危機耐性 評価手法の提案手法

(1) 提案手法の目的

通常,健全時の橋梁は,死荷重・活荷重に対して 耐荷性能を満足するように設計されているが,損傷 を受けた場合の耐荷性能は保証されていない.本研 究で提案する危機耐性評価手法では,不静定トラス 橋梁が部材・支承の損傷を受けたとしても落橋に至 らないようにすることを目的とする.ここで,実際 には,損傷のある橋梁が通常通り利用されることは ないため,損傷時には死荷重のみに対して耐荷性能 を満足していることを確認すれば良いと考える.

また,橋梁のどの部材や支承の損傷を想定するか についてだが,本手法では影響度合いの特に大きい 部材・支承の損傷について考慮する.これは,もし 影響の大きい部材が損傷すれば,他の部材が許容応 力度を超えて損傷する可能性が高く,最終的には進 行性破壊により落橋に至る可能性があるためである.

なお、一般的に部材損傷時でも完全な損傷でなけ れば、部材は力を負担するものと考えるが、本手法 では、計画段階での適用を可能とするため、部材の 非線形挙動は考慮せず、部材損傷は部材が消失した ものとして考える.以下、本研究における部材損傷 は部材消失と呼び、支承損傷は支承消失と呼ぶ.

(2) 提案手法で利用する既往の指標及び手法

a) ロバストネスインデックス

F.Biondini³⁾らは、構造物のロバスト性を評価する ための指標「ロバストネスインデックス」を提案し ている.著者ら⁴⁾は、F.Biondiniらが提示したロバス ト性を評価する指標(ロバストネスインデックス)を 用いてトラス構造物の各部材や各支承の耐荷メカニ ズムへの影響の程度を評価した.その際、剛性マト リクスK、固有周期T、変位sの3種類についてのロバ ストネスインデックスを算出することでトラス構造 の部材・支承の重要度を指標化した.本研究では、 その中でも剛性マトリクスKによるロバストネスイ ンデックスを活用する.ロバストネスインデックス は次のように定義される.

$$\rho_c = \frac{c_0}{c_1} \tag{1}$$

$$c = \frac{\max_{i} \lambda_{i}(K)}{\min_{i} \lambda_{i}(K)}$$
(2)

ここで、 $\lambda_i(K)$ は剛性マトリクスKのi番目の固有値 を示す.また、添字の0は健全時、添字の1は損傷時 を示す.ロバストネスインデックス ρ_c は、健全時と 損傷時の値の比をとることで定義される.また、こ の指標は値が0に近ければ、耐荷メカニズムへの影 響が大きいことを示し、一方で値が1に近ければ、 耐荷メカニズムへの影響が小さいことを示す.

b)図式力学

本提案手法では,構造物に作用する荷重と構造形 態の関係をベクトルを用いて図式化する図式力学を 活用する.

図式力学は、構造形状と作用する外力を示した 「形状図」と構造全体の力の流れを示した「力線図」 という2つの図によって構成されている.形状図の 情報を元に力線図を描き、力線図上の線分の長さや 角度から、特定の部材の力学的性状を把握すること ができる.ここで、図-1(a)の静定トラス構造を例



図-1 図式力学

に図式力学に利用方法を示す.図-1(a)の静定トラ ス構造の図式力学は、図-1(b)(c)のように描ける. ここで、形状図には、領域内に記号が割り振られて いるが、それらは力線図上の番号に対応している. 例えば、図-1(b)の形状図上で太線で示す部材は、 図-1(c)の力線図上で太線で示す線分に対応してい る.このように、形状図上の領域や線分は、力線図 上の点や線分に対応している.

本来, 図式力学は, 解析手法や計算機が未発達で あった時代において,力の流れや荷重と構造形態の 関係を視覚的に捉えることで、部材力学の厳密解を 算出するために活用された. 図式力学は,構造全体 の外力に対する耐荷メカニズムや、ある特定の部材 が構造全体の耐荷メカニズムにおいて担っている役 割など、構造全体および構造部材に関する力学的情 報や、力の流れと構造形態の関係等を視覚的に捉え ることを可能にしている. そのため, 近年, 図式力 学を活用した設計手法や最適化手法の提案が盛んに 行われている. 例えば, L.L.Beghiniら⁵は, 図式力 学を用いた構造の位相最適化を行い、建築構造物の 構造設計に対する適応を検討している. この研究の 中で,従来の最適化の手法と比較して、部材の合成 や力の釣り合いなどを計算する必要がなく設計変数 を少なくできる利点を示している. そこで本研究で も,図式力学により力の流れと構造形態の関係等を 視覚的に表現することで、部材の損傷前後の力の流 れを可視化し,損傷が構造物の耐荷メカニズムへ与 える影響を確認することとした.

(3) 力学的骨格の定義

本研究では,耐荷メカニズムに対して影響の大き い部材の集合を「力学的骨格」と定義する.力学的 骨格の構成部材の損傷は耐荷メカニズムへ大きな影 響を与えるため,力線図の形状変化も大きくなる. 一方,力学的骨格でない部材は消失しても耐荷メカ ニズムへ大きな影響を与えず,消失時の力線図の形 状変化は小さい.

ここで、力学的骨格の具体的な抽出方法について 述べる.まず、構造全体から軸力の絶対値が小さい 部材から消失させ、力線図の変化を確認する.その 際、もし部材の消失により力線図の形状が大きく変 化すれば、その部材はたとえ軸力の絶対値が小さい とはいえ、構造内では大きな影響を持っていると判 断できる.そのため、力線図が大きく変化する場合 は、その部材は消失させず、次の部材の消去へ移る. 以上の作業を繰り返すことで、最終的にどの部材を 消失させても力線図が大きく変化してしまう構造が 抽出でき、これを対象構造の力学的骨格とする.

例として、図-2(a)に示す不静定トラス構造に死 荷重を模擬した力を作用させた時の力学的骨格を抽 出すると、図-2(b)のような構造形式となる.ここ で、元の不静定トラス構造と力学的骨格のみで形成 されたトラス構造の力線図を比較すると(図-2(d)(e))、両図は類似していることがわかる.

また、図-2(a)に示す不静定トラス構造から中央 付近の上弦材を消去した構造(図-2(c))の力線図を 描くと図-2(f)となる.元の不静定トラス構造の力 線図と比較すると、図形が大きく変化したことが確 認できる.このことから、消去した上弦材は力学的 骨格を構成する部材であることがわかる.

(4)提案手法の手順

a) 手順1: ロバストネスインデックスを算出して, キーエレメントを特定する

部材消失や支承消失によるロバストネスインデッ クスρ_cは、ある荷重条件に対するその部材の重要性 を示すと考えられ、本研究では、式(1)に示すρ_cが最 も0に近い部材・支承をキーエレメントと定義する. そこで、本手法ではまず、トラス橋を構成する全部 材・全支承のロバストネスインデックスρ_cを算出し、 キーエレメントを特定する.なお、本手法ではキー エレメントが消失した場合のみを考慮する.これは、



図-2 力学的骨格

(f) 力線図(上弦材が消失した構造)

先述したように、キーエレメントでない部材や支承 が損傷を受けた場合では、構造全体の耐荷メカニズ ムへの影響は小さく、落橋に至る可能性は低いと考 えられることから、全要素の損傷について検討する 必要はないと考えたためである.

b) 手順 2: キーエレメントを消去した構造に死荷重 が作用した際の力線図を描く

手順1で特定したキーエレメントが消失する状況 は、トラス橋の死荷重支持性能の維持する上で最も 危機的な状況であるといえる. そこで、キーエレメ ントを消去した構造に死荷重が作用したときの各部 材の軸力を数値解析で算出し,その結果を元に死荷 重作用下における対象構造の力線図を描く. その際, 構造計画段階では各部材の詳細な情報が確定してい ないことを考慮し,線形解析により,各部材の軸力 を算出する.

c) 手順 3: キーエレメントを消失した状態での死荷 重作用時の対象構造における力学的骨格を抽出す る

本手法では、キーエレメントが消失した状態で死 荷重が支持できる構造の概算を目的としているが、 例えば、手順2での結果を元に、許容応力度以上の 応力が発生している全部材を補強すると、「キーエ レメントが消失したとしても全ての構造部材に損傷 が発生しない」ことを目指すこととなり、不静定構 造物の補強法としては、コスト面から考えて過度な

対策となってしまう. そこで、本手法では手順2で の解析結果において、許容応力度以上の応力が発生 している全部材を補強するのではなく,3.(3)で述 べた力学的骨格を構成する部材が確実に機能するこ とを確認し、必要に応じて補強を行う. そこで手順 3では、キーエレメントが消失した状態での、対象 構造の死荷重に対する力学的骨格を抽出する.

d) 手順 4: 力学的骨格を構成する各部材に生じてい る応力と許容応力度を比較し、対策を講じる

力学的骨格を構成する各部材に生じている応力と 許容応力度を比較する.そして,部材に生じている 応力が許容応力度を超えている場合、その部材の断 面積の増大や、新たな部材の追加、構造形式の変更 など、状況に応じた適切な対策を講じる.

e) 手順5: 補強後の構造に対して数値解析を実施し, 補強効果を確認する

補強後の構造に対し、手順2と同様の数値解析を 行って対象構造の力線図を描くとともに、各部材に 発生している応力と許容応力度を比較することで、 手順4における補強の効果を確認する.もし、補強 後、発生している応力が許容応力度内に収まってい ない部材がある場合は、再度対策を講じる.この手 順を力学的骨格を構成する全部材の応力が許容応力 度内に収まるまで繰り返す.



図-3 解析対象となる3径間複斜材式トラス

表-1 対象橋梁の各部材断面積

4. 提案手法の適用例

(1) 対象構造及び解析条件

本検討の対象構造は、既往の研究⁴⁾を参考に図-3 で示す3径間複斜材トラスとした.対象構造の部材 断面積は表-1に示す通りであり、Node22は固定支承、 Node2とNode42とNode62は移動支承である.また、 解析の際は、トラス構造の節点は全てヒンジとして モデル化し、鋼材のヤング率は2.0×10⁷ N/cm²、鋼 材の質量を7.75t/m³として、全ての部材の自重の合 計436.46tを死荷重とした.その際各部材の断面積を 考慮し、Node2から Node62の偶数番号の節点に相応 の荷重を載荷した.

(2) 提案手法の適用結果

a) 手順1: ロバストネスインデックスを算出して, キーエレメントを特定する

著者ら⁴⁾は、本検討の対象構造である3径間複斜材 トラスに対し、式(1)によるロバストネスインデック スを算出している(図-4).なお、縦軸がロバストネ スインデックスρ_c、横軸が節点の番号を示しており、 部材や支承の大まかな位置を示している.図より、 部材と比較して支承のロバストネスインデックスρ_c のほうが0に近いことが確認できる.本検討では、 Node2の支承E1をキーエレメントとし、支承E1が消 失した場合を考える.なお支承の消失は、支承位置 に断層が存在する状況では想定すべき事象であると 言える.

b) 手順 2: キーエレメントを消去した構造に死荷重 が作用した際の力線図を描く

3径間複斜材トラスの支承E1消失時の図式力学に おける形状図を図-6(a)に、力線図を図-6(b)に示す. また、比較のため、死荷重作用下における3径間複 斜材トラスの支承E1消失前(健全時)の図式力学にお ける形状図及び力線図を図-5(a)(b)に示す.図-5, 図-6より、健全時の力線図と比較すると、E1消失に より力線図が大きく変化していることが確認できる. ただ、支承消失は橋梁にとって大きなダメージであ ることは自明なことであり、一見すると対策の余地 がないように見える.しかし、死荷重と活荷重が作 用する3径間複斜材トラスの支承E1消失前(健全時) の図式力学における力線図(図-5(c))と図-6(b)とを

-14		шıқ
	部材名	断面積(cm)
	1,2,8-14,17,23,29,30	548.02
	15,16	577
上弦材	3,28	643.6
(0)	7,24	692.6
	6,25	756.2
	4,5,26,27	800.8
	1,9,13,18,22,30	400.6
	12,19	409
	14,17	425.8
Γ	8,23	438.4
	2,15,16,29	497.8
下弦材	10,21	551.8
(U)	11,20	610.6
	7,24	626.6
Γ	3,28	668.6
Γ	6,25	723.8
Γ	4,27	756.2
Γ	5,26	777.8
公古材	1-9,11-19,21-29	153.84
	0,30	484.64
	10,20	1322.6
	7-10,51-54	97.14
Γ	29-32	111.48
	11,12,49,50	133.14
	5,6,27,28,33,34,55,56	138.78
	13,14,25,26,35,36,47,48	171.41
	4,24,37,57	192.78
斜材	3,23,38,58	198.78
(D)	17,26	222.78
	1,16,45,60	225.4
Γ	22,39	239.82
Γ	2,21,40,59	243.4
Γ	17,18,43,44	271.42
Γ	19,42	333.02
Γ	20,41	333.42



 図-4 剛性マトリクスによるロバストネス インデックス(著者ら⁴⁾の計算結果)



(b) 力線図(死荷重作用下) 図-7 支承 El 消失時における力学的骨格の形状図及び力線図

比較すると、一部の部材では軸力増加が見られるも のの、ほとんどの部材では軸力が明確に増大してい ないことが確認できる.このことから、支承損傷に よる落橋防止策では、一部部材についてのみの対策 で済むことから、コスト面でも現実的な範囲で対応 できる可能性が高いと言える.なお、活荷重は既往 の研究⁶⁾より7.5t/mとし、死荷重同様、Node2から Node62の偶数番号の節点に相応の荷重を載荷した.



(b) 力線図 図-8 吊り弦材の導入

c) 手順 3: キーエレメントを消失した状態での死荷 重作用時の対象構造における力学的骨格を抽出す る

この手順によって抽出された力学的骨格の図式力 学における形状図を図-7(a)に、力線図を図-7(b)に 示す.特定された力学的骨格は、元の構造から31の 部材が消失した構造となっているが、その力線図は 元の力線図と類似した形をしていることがわかる.

d) 手順 4: 力学的骨格を構成する各部材に生じてい

る応力と許容応力度を比較し、対策を講じる

力学的骨格を構成する各部材に生じている応力と 許容応力度を比較する.許容引張応力度は 1200N/cm²,許容圧縮応力度は表-2に示すものを用 いた.表中で※で表示している箇所は,既往の研究 ⁶⁾から値を得ることができなかった箇所である.比 較の結果,U9とU12で許容応力度を超える応力が発 生しており,U9とU12に生じる応力を低減させるた めの対策を講じる必要があることがわかった.

そこで本検討では、その対策として、トラス構造 に吊り弦材を追加する方法と支承の位置を変更する 方法という2種類の対策を適用し、それぞれの効果 を検討することとした.

e) 手順 5: 補強後の構造に対して数値解析を実施し, 補強効果を確認する

手順4で提示した2つの対策の効果を検討する.具体的には、各対策を講じた構造に対し、手順2と同様の数値解析を行い、対象構造の形状図と力線図を描くとともに、各部材に発生している応力と許容応力度を比較した結果を示す.

まず、トラス構造に吊り弦材を追加する方法について検討を行う.著者らの研究⁴⁾で解析対象に用いられた鴨緑江橋梁を参考に、吊弦材を追加する対策について検討する(図-8(a)).追加した吊り弦材に

(b) 力線図 図-9 支承 E1 の移動

表-2 対象橋梁の各部材許容圧縮応力度

	部材名	許容圧縮応力度(N/cm)
	1,2,8-14,17-23,29,30	-1151.37
	15,16	-1153.76
上弦材	3,28	*
(0)	7,24	*
	6,25	*
	4,5,26,27	-1144.33
	1,9,13,18,22,30	-1150.62
	12,19	-1150.89
	14,17	*
	8,23	-1151.58
	2,15,16,29	-1147.38
下弦材	10,21	-1145.75
(U)	11,20	-1148.5
	7,24	*
	3,28	*
	6,25	*
	4,27	*
	5,26	-1142.75
	1-9,11-19,21-29	*
	0,30	*
	10,20	-1106.011
	7-10,51-54	-967.09
	29-32	-967.48
	11,12,49,50	*
	5,6,27,28,33,34,55,56	*
	13,14,25,26,35,36,47,48	-1027.12
	4,24,37,57	-1004.71
斜材	3,23,38,58	-1002.41
(D)	17,26	-993.92
	1,16,45,60	-1013.89
	22,39	-1011.80
	2,21,40,59	-1000.94
	17,18,43,44	-1025.45
	19,42	-1021.27
	20,41	-1015.61

も、同様の鋼材と同様のものを用いることとし、吊 り弦材の断面積は、主塔部分を1322.60cm²、ケーブ ル部分を513.28cm²,ハンガー部分を123.76cm²とし た. また、この構造では吊り弦材の質量を考慮した 荷重をかけているが、その合計は、541.58tである. 橋梁構造における新たな構造の導入は、構造設計段 階では行うことができず,構造全体の詳細が決定し ていない構造計画段階ならではの対策であるといえ る.図-8(b)に、吊り弦材を追加した構造の力線図 を示す.対策前の力線図(図-7(b))と比較すると, 吊り弦材を追加することで力線図の変化が小さくな っており、吊り弦材による効果が力線図上で確認で きる.これは、支承消失がもたらす耐荷メカニズム への影響波及を、吊り弦材が抑制しているというこ とを意味する.実際,部材の応力と許容応力度と比 較すると,力学的骨格を構成する全部材で許容応力 の範囲内にあることが確認できた.

次に、支承の位置を変更する方法についての検討 を行う.支承E2をNode22からNode20に移動させた 場合(図-9(a))に対して検討を行った.橋梁構造に おける支承位置の変更も、構造設計段階では行うこ とができず、構造全体の詳細が決定していない構造 計画段階ならではの対策であるといえる.Node20に 移動させた場合の力線図を図-9(b)に示す.まず、 対策前の力線図(図-7(b))とE2支承をNode20に移動 させた場合の力線図(図-9(b))を比較する.図より、 支承移動前の力線図と比較して、Node20への移動後 の力線図は縮小したことが確認できる.ここで、部 材の応力と許容応力度と比較すると、力学的骨格を 構成する全部材で許容応力の範囲内にあることが確 認できた.

5. まとめ

本研究では,構造計画における連続トラス橋の危 機耐性評価手法を提案した.以下に本研究で得られ た知見を示す.

構造計画段階では、構造の大要が未定であるために詳細な解析ができず、概算が重要となることを踏まえ、本研究では線形解析を前提とした危機耐性評価手法を提案した。

- 本検討では、不静定トラス構造内で耐荷メカニズムへの影響度合が大きい部材の集合を「力学的骨格」と定義した、そして、既往の手法である図式力学における力線図を利用して、力学的骨格を特定する方法を示した。
- 本研究で提案した連続トラス橋の危機耐性評価 手法の手順は以下の通りである.まず,対象の トラス構造を構成する各部材・各支承のロバス トネスインデックスを計算することで,キーエ レメントを特定する.そして,キーエレメント が消失した構造に対し,力学的骨格を特定し, その構成部材の応力と許容応力度を比較する. 許容応力度に収まっていないことが確認された 場合は,それに応じた対策を講じる.
- 提案手法の適用例を示し、キーエレメントが消失した構造物が崩壊しないための具体的な対策案を示した.その際、構造計画段階であることから、支承位置の変更や構造形式自体の変更といった自由度の高い対策を講じた.

謝辞:本研究の一部は科学研究費補助金基盤研究 (A)21H04574の助成を受けて実施した. 謝意を表し ます.

参考文献

- 土木学会:土木構造物共通示方書(構造計画編), 2016.
- 日本道路協会:道路橋示方書・同解説V 耐震設計編, 2017.
- F.Biondini, S. Restelli : Damage propagation and structural robustness, *Life-Cycle Civil Engineering*, pp.131-136, Taylor & FrancisGroups, 2008.
- Wai, M.S., Takahashi,Y : Robustness Evaluation of Double Diagonal Ten Panel Three Span Continuous Air-raid Proof bridge, *Jornal of Japan Society of Civil Engineers, Ser.A1(Structural Engineering & Earthquake)*, Vol. 76, No.4, pp.I_320-I_336, 2020.
- L.L.Beghini, J.Carrion, A.Beghini, A.Mazure, W.F.Baker : Structural optimization using graphic statics, *Struct Multidisc Optim* 49, pp.351–366, 2014.
- 6) 小田彌之亮:複斜材式構ノ應力, Vol.1, 丸善. 1941.