

構造物特性の不確実性を考慮した地震時の 応答加速度・速度・変位の最大値推定

和田 一範¹・坂井 公俊²

¹正会員 修士（工） 鉄道総合技術研究所 鉄道地震工学研究センター 地震応答制御
（〒185-8540 東京都国分寺市光町2-8-38）

²正会員 博士（工） 鉄道総合技術研究所 鉄道地震工学研究センター 地震応答制御
（〒185-8540 東京都国分寺市光町2-8-38）

1. はじめに

道路や鉄道といった多数の土木構造物群を対象として、耐震上の弱点箇所の抽出と耐震対策の優先順位の決定や地震発生直後の被害状況の早期把握を行うためには、各構造物の地震時挙動を適切に評価する必要がある。特に鉄道の場合は、地震時挙動として構造物の損傷に関係する構造物応答の相対変位の最大値（以降、相対変位と表記）だけでなく、構造物応答の絶対加速度、絶対速度、絶対変位の最大値（以降、絶対加速度、絶対速度、絶対変位と表記）も重要な物理量である。これは、絶対加速度が鉄道構造物の付帯設備である電車線柱の挙動に影響すること^{例えば1),2)}、絶対速度や絶対変位が列車の走行安全性と関係が深いこと³⁾、が知られているためである。各物理量を評価する際は地震動の特性、表層地盤の特性、構造物の特性を設定する必要があるが、それぞれの特性には様々な要因により不確実性が含まれている。そのため、その不確実性を踏まえて地震時挙動を評価することが望ましい。

不確実性を考慮して地震時挙動を評価する手法としては、モンテカルロシミュレーション（以下、MCSと表記）を用いた直接的な手法、点推定法⁴⁾を用いた近似的であるが簡便な手法等がある。MCSは1つの構造物について数千から数万単位のケース数の地震応答解析を実施する必要があるが、特定の構造物を対象とした評価には有効であるが、多数の構造物群を評価する場合は現実的な手法ではない。点推定法は、適用事例がいくつかある^{例えば5),6)}が、応答の確率分布形状に仮定を設けるため、条件によっては十分な精度が期待できない場合がある⁷⁾。

このような背景を踏まえて、著者らは地震動に対する鉄道橋梁・高架橋の非線形応答スペクトルを簡易に推定した上で、そこに振動特性（等価固有周期や降伏震度）の確率分布を乗じることで応答塑性率（相対変位/降伏変位）の確率分布を簡易かつ適切に推定する手法を提案した⁸⁾。提案手法は等価固有周期や降伏震度の違いに対する非線形応答の違いを陽に考慮することで点推定法と比較して多様な地震動に対する応答塑性率の確率分布を安定的に推定可能である。また、MCSに比べ計算コストは僅かであり、全線評価に適した手法である。

ここで、提案手法は2章で後述するように応答塑性率の評価に特化した手法では無く、絶対加速度、絶対速度、絶対変位の推定にも適用可能と考えられる。これらの物理量の確率分布を簡易に推定できれば、付帯設備や列車の走行安全性等の要素も含めた鉄道システムとしての地震被害リスクの即時評価の精度向上が期待できる。そこで、本稿では鉄道橋梁・高架橋の等価固有周期や降伏震度に不確実性を与えたうえで、提案手法を用いて地震時の絶対加速度、絶対速度、絶対変位の確率分布を推定した。従来手法である点推定法と推定精度を比較することで、提案手法の有効性を検証した。なお、本検討における構造物の地震時応答評価手法としては、等価1自由度モデルによる時刻歴の動的解析^{9),10)}を用いる。

2. 地震時非線形応答の確率分布の推定手法

本章では著者らの提案する地震時非線形応答の確率分布の推定手法⁸⁾について、確率変数が1つの場合を例に説明する。

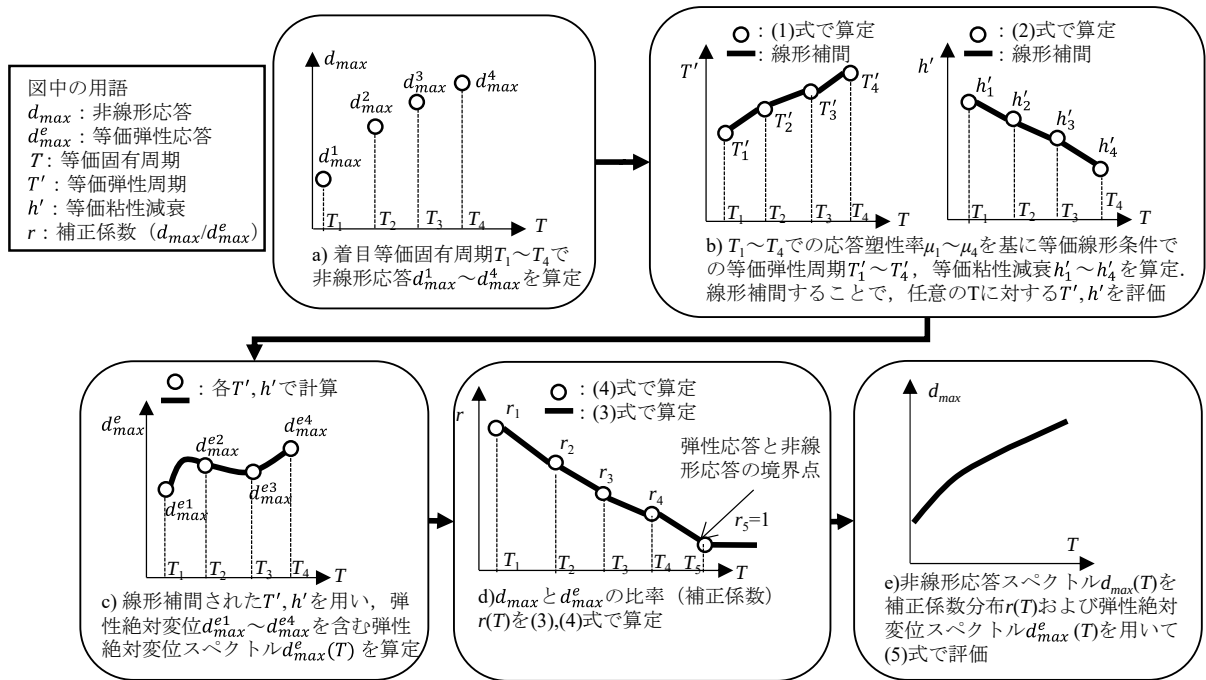


図-1 提案手法⁸⁾による非線形応答スペクトルの簡易な評価方法 (確率変数が等価固有周期のみの場合)

提案手法は, 構造物の非線形応答スペクトルを簡便に評価する段階と非線形応答スペクトルに振動特性の確率分布を乗じることで応答の確率分布を推定する段階の 2 つがある. まず, 構造物の非線形応答スペクトルの評価は, 振動特性を網羅的に変化させた多数の非線形動的解析の実施が一般的な方法である. しかし, この方法は計算時間がかかり, 多数の構造物群の評価という観点からは得策ではない. そこで, 振動特性の確率分布を基に, 代表的な数点だけ非線形動的解析を実施するとともに, 等価線形条件での応答との比率を算定し, この比率をもとに即座に算定可能な弾性応答スペクトルを補正することで, 簡易に非線形応答スペクトルを評価する. そしてこの非線形応答スペクトルに基づいて, 応答の確率分布を算定する.

絶対変位を例にとり, より具体的に説明する. 等価固有周期 T のみが不確実性 (平均 m , 標準偏差 σ の正規分布) を有するとき, ある地震動に対する絶対変位の周期分布, すなわち非線形応答スペクトルを簡易に評価する手順を下記および図-1 に示す.

- a) 非線形動的解析を着目等価固有周期 $T_1 \sim T_4$ で実行し, 絶対変位 $d_{max}^1 \sim d_{max}^4$ を算定する. このときの降伏震度 K や減衰定数 h , 骨格曲線・履歴曲線等の特性はもとの構造物のものをそのまま用いる. ここで, $T_2 \sim T_4$ は振動特性の確率分布のある程度の領域を包含する点が良いと考え, T_2 は等価固有周期の平均-標準偏差, T_3 は等価固有周期の平均, T_4 は等価固有周期の平均+標準

偏差と設定した. T_1 は十分小さい等価固有周期であるが, 一般的に地震動データはあるサンプリング周波数で得られる離散的なデータであることから, T_1 は Nyquist 周期とする.

- b) $T_1 \sim T_4$ での応答塑性率 $\mu_1 \sim \mu_4$ を基に, 非線形応答を等価な線形応答に置き換えた場合の等価弾性周期 $T'_1 \sim T'_4$ と等価粘性減衰 $h'_1 \sim h'_4$ を算定する. 例えば骨格曲線がバイリニア, 履歴曲線が Clough モデル^{10), 11)} (第 2 勾配比 α , 除荷時の剛性低下指数 β) の場合は, $T'_1 \sim T'_4$ と $h'_1 \sim h'_4$ は次式で算定できる.

$$T'_i = \sqrt{\frac{\mu_i}{1+\alpha(\mu_i-1)}} T_i \quad (i=1, 2, 3, 4) \quad (1)$$

$$h'_i = h + \frac{1}{\pi} \left\{ 1 - \frac{1-\alpha(1-\mu_i)}{\mu_i^{1-\beta}} \right\} \quad (i=1, 2, 3, 4) \quad (2)$$

さらに, $T'_1 \sim T'_4$ と $h'_1 \sim h'_4$ を線形補間することで任意の等価固有周期 T に対する等価弾性周期 T' , 等価減衰定数 h' を評価する.

- c) b) で評価した任意の等価固有周期 T における等価弾性周期 T' , 等価減衰定数 h' に対する弾性の絶対変位応答スペクトル $d_{max}^e(T)$ を算定する. このスペクトルは, 等価固有周期 $T_1 \sim T_4$ においては, 等価弾性周期 $T'_1 \sim T'_4$ ((1) 式で算定), 等価減衰定数 $h'_1 \sim h'_4$ ((2) 式で算定) に対する弾性絶対変位 $d_{max}^{e1} \sim d_{max}^{e4}$ を示す. なお, 弾性の地震応答解析は Nigam and Jennings¹²⁾ の方法などを用いることで非常に高速で計算できる.
- d) 任意の等価固有周期 T に対応する絶対変位 d_{max}

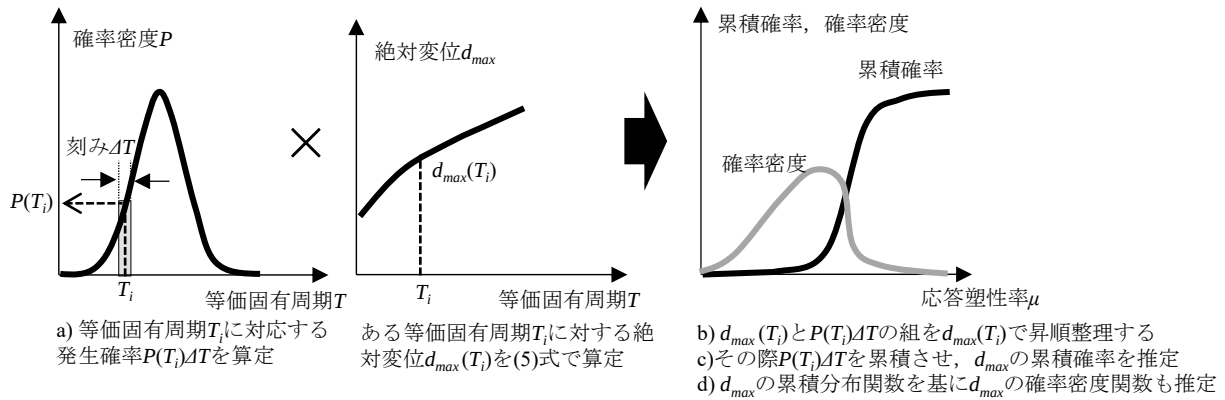


図-2 提案手法⁸⁾による地震時非線形応答の確率分布評価（確率変数が等価固有周期のみの場合）

と等価線形条件での絶対変位 d_{max}^e の比率（以下、本稿では補正係数と表記） $r(T)$ を次式で算定する。

$$r(T) = \frac{r_{i+1} - r_i}{T_{i+1} - T_i} (T - T_i) + r_i \quad (3)$$

$$(T_i \leq T < T_{i+1}, i = 1, 2, 3, 4)$$

$$r_i = \frac{d_{max}^i}{d_{max}^{e5}} \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5) \quad (4)$$

(3)式は等価固有周期 $T_1 \sim T_5$ における補正係数 $r_1 \sim r_5$ を(4)式で算定したうえで、それ以外の等価固有周期での補正係数を線形補間で算定することを意味する。ここで、等価固有周期 T_5 は、弾性加速度応答スペクトルを重力加速度で除した値が降伏震度と一致する周期のうち最も大きな周期と設定する。このとき応答塑性率 μ は1となるため、 $d_{max}^5 = d_{max}^{e5}$ となり補正係数 $r_5 = 1$ と設定できる。

- e) 非線形応答スペクトル $d_{max}(T)$ を補正係数分布 $r(T)$ および弾性絶対変位応答スペクトル $d_{max}^e(T)$ を用いて次式で評価する。

$$d_{max}(T) = r(T) d_{max}^e(T) \quad (5)$$

続いて、絶対変位の確率分布の推定方法の手順を図-2および下記に示す。

- 等価固有周期 T_i に対応する発生確率 $P(T_i)\Delta T$ を確率分布から算定する
- (5)式で評価される $d_{max}(T_i)$ と $P(T_i)\Delta T$ の組を幅広い周期帯で算定したうえで $d_{max}(T_i)$ で昇順整理する
- $P(T_i)\Delta T$ を累積させることで、絶対変位 d_{max} の累積分布関数を推定する
- 絶対変位 d_{max} の累積分布関数を基に確率密度関数を推定する

上記は等価固有周期 T にのみ不確実性を考慮する場合を説明したが、降伏震度 K にのみ不確実性を考慮する場合は、着目等価固有周期 $T_1 \sim T_5$ を着目降伏震

度 $K_1 \sim K_5$ と読み替えると同様の考えで説明できる。また、弾性応答スペクトルや算定される応答値を絶対速度や絶対加速度として整理することで、それらの物理量に対しても同様に算定できる。さらに、等価固有周期と降伏震度の両方に不確実性が含まれる場合は、振動特性の確率分布、補正係数分布を面的に扱うことで、上記と同様の手順で推定可能である。詳しくは文献8)を参考にされたい。

次に、提案手法と点推定法のそれぞれで必要な計算量を比較する。点推定法は、平均±標準偏差における非線形動的解析（2回）を実施し、その結果を基に応答の確率分布形状を推定する。一方で、提案手法における非線形動的解析の計算回数は数回程度（計算点の選定数によるが、上述した説明では4回）である。そのため、提案手法の方が非線形動的解析の回数が数回多くなる程度の違いしかなく、MCSよりは遥かに計算コストが小さい。

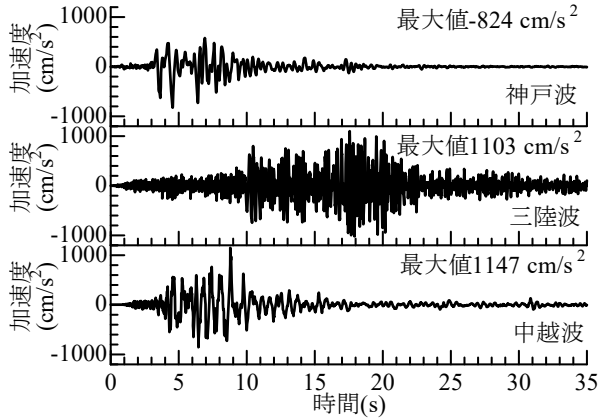
3. 適用性検証のための検討条件の整理

提案手法および点推定法を用いた絶対加速度、絶対速度、絶対変位の確率分布推定を行い、提案手法の有効性を検証する。検討に用いる地表面地震動は、表-1、図-3に示すように過去の大規模地震で観測された3波（いずれもNyquist周期0.02s）とした。ここで、弾性加速度応答スペクトルの形状より、神戸波と中越波は比較的周期特性が類似しており、0.5～1.0sあたりの応答加速度が大きい。一方、三陸波は0.3s以下の短周期成分が卓越した地震動である。

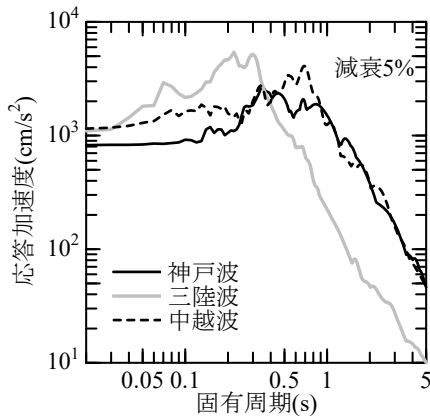
構造物の振動特性の確率分布は、表-2に示すケースとした。ここで、標準偏差0は確定値を意味する。即ち、Case1-1～1-4は降伏震度のみ不確実性を考慮したケース、Case2-1～2-4は等価固有周期にのみ不確実性を考慮したケース、Case3-1～3-4は両者に

表-1 検討に用いる地表面地震動一覧

地震	観測点	論文で表記
兵庫県南部地震 (1995 年)	気象庁観測点 (神戸)	神戸波
三陸南地震 (2003 年)	K-NET (牡鹿)	三陸波
新潟県中越地震 (2004 年)	K-NET (小千谷)	中越波



(a) 時刻歴波形



(b) 弾性加速度応答スペクトル

図-3 検討に用いる地表面地震動の特性

不確実性を考慮したケースを意味する。構造物の減衰定数は 5% とした。また、骨格曲線はバイリニアとし、履歴曲線は Clough モデル^{10),11)} (第 2 勾配比 $\alpha=0.1$, 除荷時の剛性低下指数 $\beta=0.2$) とした。

提案手法で推定される確率分布の妥当性を確認するための正解値の位置づけとして、MCS も実施した。試行回数は各 Case, 地震動について 10,000 回とした。

4. 解析結果

(1) 降伏震度にのみ不確実性を有する場合 (Case1)

降伏震度にのみ不確実性を有する場合について、確率分布の推定手順と点推定法および MCS の推定

表-2 構造物の振動特性の確率分布一覧

Case	等価固有周期 $T(s)$		降伏震度 K	
	平均	標準偏差	平均	標準偏差
1-1	0.3	0.0	0.5	0.1
1-2	0.5	0.0	0.5	0.1
1-3	0.5	0.0	0.5	0.2
1-4	1.0	0.0	0.5	0.1
2-1	0.3	0.1	0.5	0.0
2-2	0.5	0.1	0.5	0.0
2-3	0.5	0.2	0.5	0.0
2-4	1.0	0.1	0.5	0.0
3-1	0.3	0.1	0.5	0.1
3-2	0.5	0.1	0.5	0.1
3-3	0.5	0.2	0.5	0.2
3-4	1.0	0.2	0.5	0.2

結果との比較の一例を示す。Case1-2 に対して三陸波を入力した場合の絶対変位の確率分布の推定手順および各手法との比較結果を図-4 に示す。降伏震度の最小値 K_1 (ここでは 0.05 と設定), 平均値 - 標準偏差 K_2 (0.4), 平均値 K_3 (0.5), 平均 + 標準偏差 K_4 (0.6) について, 非線形動的解析を実行し, 絶対変位 $d_{max}^1 \sim d_{max}^4$ を算定する (図-4(a) の丸印)。次に $K_1 \sim K_4$ における等価線形条件での等価弾性周期 $T_1' \sim T_4'$, 等価粘性減衰 $h_1' \sim h_4'$ を算定し (図-4(b) の丸印と三角印), そのときの弾性絶対変位 $d_{max}^{e1} \sim d_{max}^{e4}$ を算定する (図-4(a) の三角印)。さらに, $T_1' \sim T_4'$ と $h_1' \sim h_4'$ を線形補間する (図-4(b) の実線, 破線) ことで, 任意の降伏震度に対する弾性絶対変位 $d_{max}^e(K)$ (図-4(a) の実線) を算定する。ここで, 降伏震度 1.1 あたりの点を目指して T' , h' が線形補間されているが, これは $T=0.5s$ における弾性加速度応答値 (図-3(b) の三陸波) を重力加速度で除した値 (K_5) に対応する。この降伏震度は, 対象構造物が弾性応答から非線形応答に変わる値に対応する。

続いて, 降伏震度 $K_1 \sim K_5$ における絶対変位 $d_{max}^1 \sim d_{max}^5$ と弾性絶対変位 $d_{max}^{e1} \sim d_{max}^{e5}$ の比率である補正係数 $r_1 \sim r_5$ を算定する (図-4(c) の丸印) とともに, 計算点を線形補間することで補正係数の分布 $r(K)$ (図-4(c) の実線) を推定する。以上で得られた降伏震度ごとの補正係数の分布 $r(K)$ と弾性絶対変位 $d_{max}^e(K)$ を基に絶対変位 d を算定する (図-4(d) の黒線)。図-4(d) には絶対変位の正解値 (点線) も参考に記載しているが, 絶対変位の推定値が概ね正解

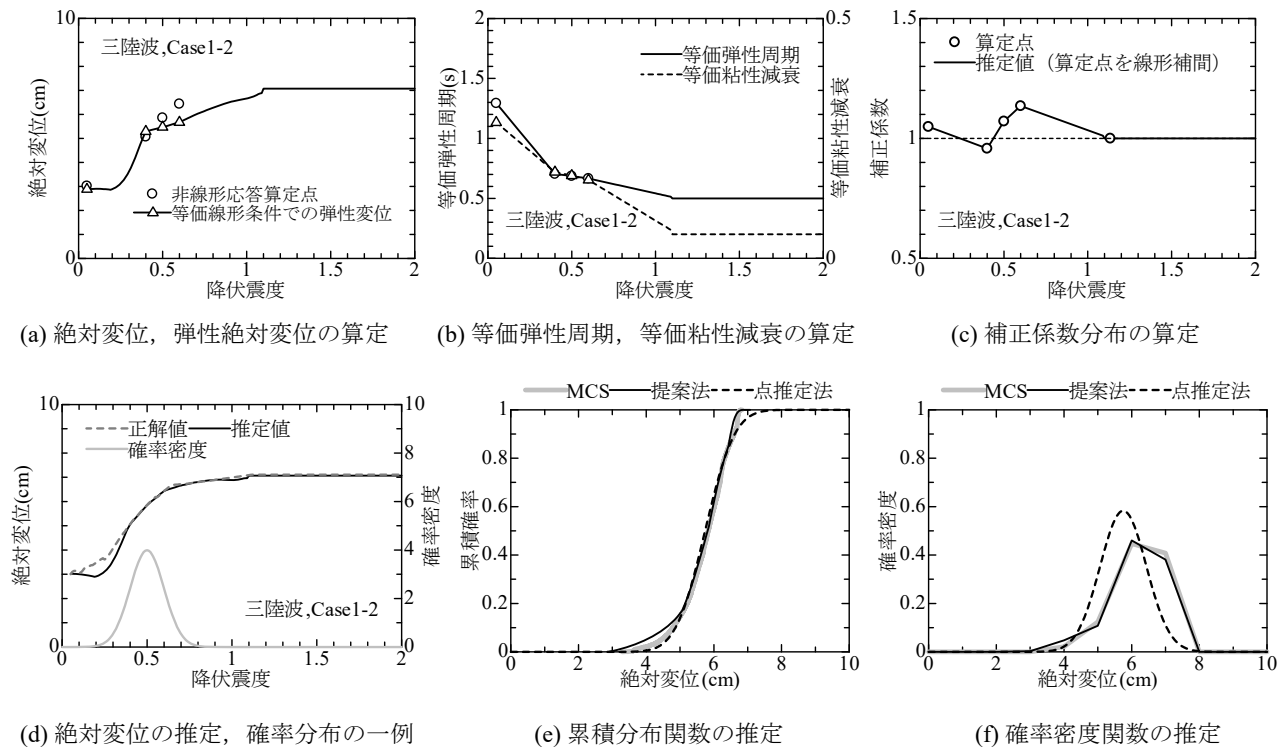


図-4 降伏震度が不確実性を有する場合の確率分布推定の手順例 (Case1-2, 三陸波, 絶対変位)

値を表現していることがわかる。最後に与条件より決まる降伏震度の確率分布 (図-4(d)の灰色線)の各降伏震度における発生確率を絶対変位に乗じることで、絶対変位ごとの発生確率が評価される。この発生確率を絶対変位に関して昇順に累積させることで、累積分布関数を推定できる (図-4(e)の黒線)。また、この累積分布関数を基に確率密度関数も推定可能である (図-4(f)の黒線)。以上の手順で各ケース、各地震動における補正係数分布、累積分布関数、確率密度関数が推定することができる。

図-4(e), (f)にはMCSによる計算結果 (正解値の位置づけ)、点推定法による推定結果も示している。本Case、地震動における累積分布関数については、提案手法も点推定法もMCSを精度良く推定できている。一方で、確率密度関数については、点推定法の推定結果がMCSとやや乖離している。これは点推定法は正規分布を仮定した推定結果となるためである。一方、提案手法は歪な確率密度関数の形状も含めて、精度良く推定できている。

(2) 等価固有周期にのみ不確実性を有する場合 (Case2)

等価固有周期にのみ不確実性を有する場合の一例として、Case2-1に神戸波を入力した場合の絶対加速度の推定結果を図-5に示す。図-5(a)については、等価固有周期0.01s刻みで非線形動的解析を行い算定

した正解値も併せて示している。補正係数分布を見ると、計算点 (丸印) が密に設定されている0~0.5sあたりの傾向は捉えているものの、0.5s以上の領域では正解値と乖離があることがわかる。次に、累積分布関数 (図-5(b))を確認すると、提案手法がMCSの結果を概ね推定できているのに対して、点推定法の推定結果は大きく乖離があることがわかる。提案手法については、補正係数分布 (0.5s以上)で推定誤差があるものの、Case2-1 (等価固有周期の平均値0.3s, 標準偏差0.1s)は、0.5s以上の発生確率が相対的に小さいため、それが確率分布に与える影響は限定的であるといえる。一方で、点推定法の推定精度が低い原因は、図-5(c)に示す確率密度関数の比較で明らかのように、MCSが正規分布形状と大きく異なる特性を示しているためである。

(3) 降伏震度および等価固有周期に不確実性を有する場合 (Case3)

降伏震度および等価固有周期に不確実性を有する場合の一例として、Case3-4に中越波を入力した場合の絶対速度の推定結果を図-6に示す。まず、図-6(a), (b)で補正係数分布の正解値 (等価固有周期と降伏震度を0.01s, 0.01刻みで網羅的に変化させた非線形動的解析結果)と推定値を比較すると、Case3-4の条件において発生確率が高い範囲 (等価固有周期の平均値1.0s付近, 降伏震度の平均値0.5付

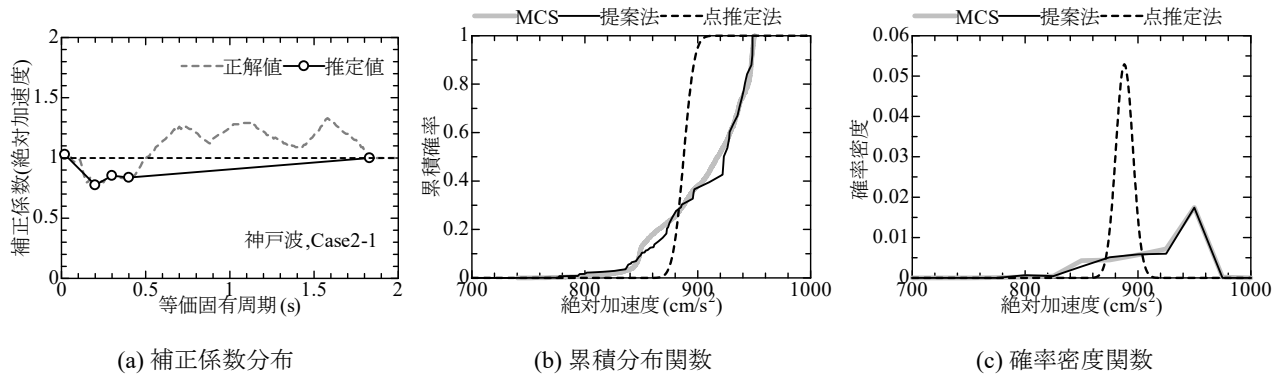


図-5 等価固有周期が不確実性を有する場合の確率分布の推定例 (Case2-1, 神戸波, 絶対加速度)

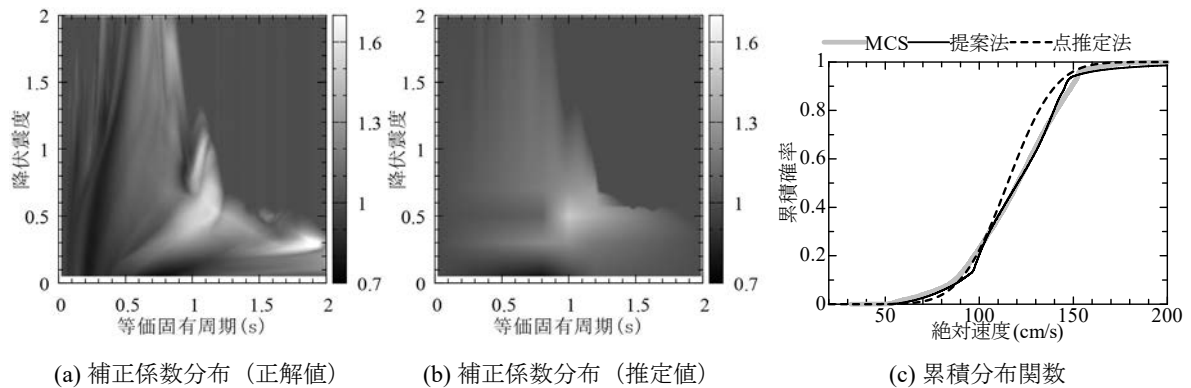


図-6 降伏震度および等価固有周期が不確実性を有する場合の確率分布の推定例 (Case3-4, 中越波, 絶対速度)

近) については、正解値と類似した傾向を表現できていることがわかるが、それ以外の範囲は正解値の複雑な傾向を再現できていない。しかし、図-6(c) に示す累積分布関数を確認すると、提案手法がMCSの結果を精度良く推定できており、発生確率が低い範囲の補正係数分布の乖離は、確率分布推定にはそれほど影響しないことがわかる。

5. 推定精度の定量評価

前章では、多様な不確実性、地震動のパターンに対する絶対加速度、絶対速度、絶対変位の推定結果について、MCS、提案手法、点推定法の結果の一例を定性的に比較した。本章では、全Case、全地震動、全物理量を対象に、累積分布関数の推定精度を定量的に評価する。そのために、統計学で良く用いられる2乗平均平方根誤差 (Root Mean Square Error, 以下RMSEと表記) を用いる。RMSEは n 個の正解値 x_i ($i=1,2,\dots,n$) に対して推定値 $\hat{x}_i$ ($i=1,2,\dots,n$) とすると、次式で表される値である。

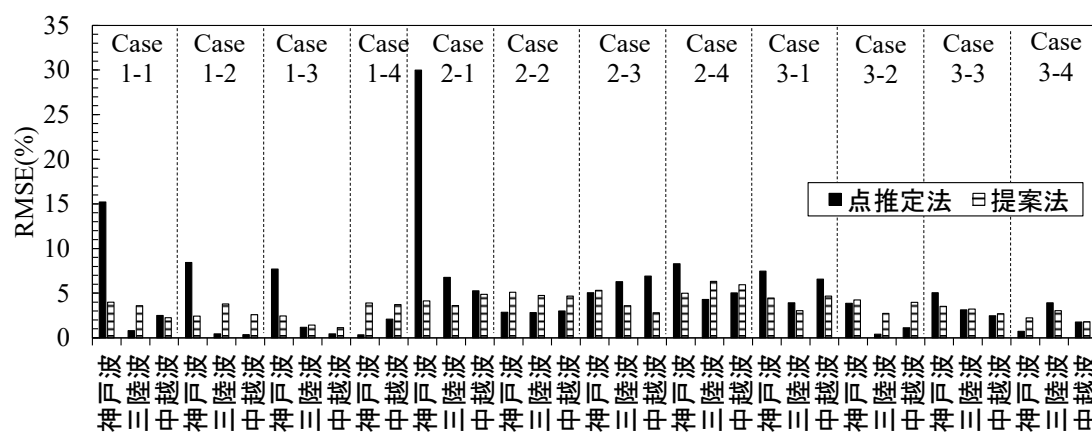
$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2} \quad (6)$$

RMSEは推定値が平均的にどの程度誤差を含んでい

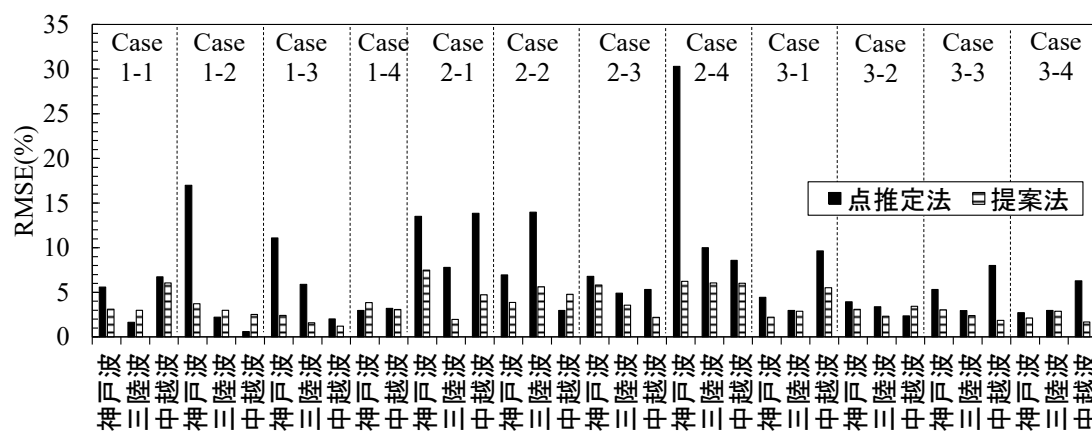
るかを表しており、例えばRMSEが5%ということは累積確率の推定値と正解値（ここではMCSの結果）の平均的な誤差が5%であることを示す。

図-7に全Case、全地震動に関するRMSEの評価結果を示す。なお、Case1-4で三陸波を入力した場合は構造物が非線形化しなかったため、RMSEの評価対象外とした。本図より、点推定法は構造物特性の不確実性の条件や地震動の特性によって、RMSEが数%のものから30%程度のもので幅広く分布し、推定精度がケースバイケースであることがわかる。一方で、提案法は全Case、全地震動について、RMSEが数%程度となっており、安定的に精度の高い推定が可能であることを定量的に示している。

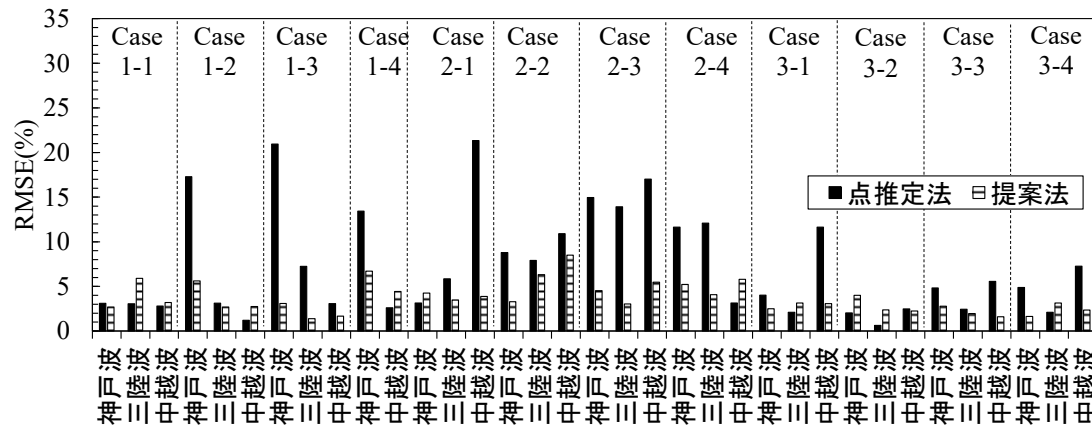
次に、不確実性の考慮の方法と推定精度の関係を確認するため、各CaseのRMSEの平均値を図-8に示す。本図よりCase2の点推定法の推定精度が平均的に低いことがわかる。これは、等価固有周期に不確実性を有すると、地震動の周期特性の影響を直接受けることで、地震時非線形応答がばらつきやすくなっているためと考えられる。なお、Case3も等価固有周期に不確実性は有するが、Case2よりもRMSEは小さい。これは、Case3は降伏震度の不確実性も考慮しているため、ある等価固有周期・降伏震度に対する発生確率は、各々の発生確率の積となるため、



(a) 絶対加速度



(b) 絶対速度



(c) 絶対変位

図-7 RMSE の評価結果 (全 Case, 全地震動)

等価固有周期が平均値から大きく外れる事象の発生確率がCase2よりも相対的に小さくなっているためと考えられる。また、本図より提案法は、点推定法よりも平均的に推定精度が高く、平均的にはRMSE5%未満の精度で推定できることが示された。

6. おわりに

著者らが構築した地震時の応答塑性率の確率分布

の推定手法⁸⁾を用いて、等価固有周期や降伏震度に不確実性を有する鉄道橋梁・高架橋の地震時応答の絶対加速度、絶対速度、絶対変位の最大値の確率分布を推定した。従来手法である点推定法と推定精度を比較することで、提案手法の有効性を検証した。その結果、点推定法は、地震動の特性や考慮する構造物特性の不確実性の条件によって、推定精度が大きく変動するのに対して、提案手法は上記に依らず、全ての物理量で安定的に高精度な推定（平均的には

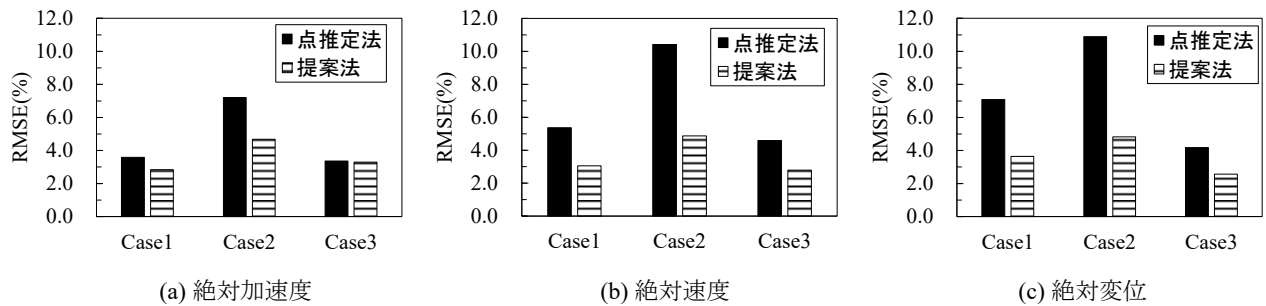


図-8 RMSE の評価結果 (Case ごとの平均値)

RMSE5%未満) が可能であることが検証された。

本成果より提案手法が鉄道橋梁・高架橋の種々の地震時非線形応答値の確率分布推定に適用可能であることが検証された。今後は、提案手法を活用し種々の物理量の確率分布を即時評価することで、列車の走行安全性や電車線柱の応答等も含めた鉄道システムとしての地震被害リスクの即時評価の精度向上を目指す。

謝辞：本検討では防災科学技術研究所のK-NETの観測記録を使用させて頂きました。記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 加藤尚, 坂井公俊, 室野剛隆: 構造物一電車線柱一体モデルによる地震応答特性の評価, 鉄道総研報告, Vol. 26, No. 11, pp. 17-22, 2012.
- 2) 田中駿, 坂井公俊, 田中浩平, 原田智: 土木構造物上の電車線柱の地震応答値即時推定手法の提案, 第22回鉄道工学シンポジウム, 2018.
- 3) 室野剛隆, 野上雄太, 宮本岳史: 簡易な指標を用いた構造物および走行車両の地震被害予測法の提案, 土木学会論文集A, Vol.66, No.3, pp.535-546.
- 4) Rosenblueth, E.: Point estimates for probability moments, *Proc. of the National Academy of Sciences*, Vol.72, No.10, pp.3812-3814, 1975.
- 5) 北原武嗣, 伊藤義人: 構造特性の不確実性を考慮した鋼製橋脚の耐震信頼性評価, 構造工学論文集, Vol.48A, pp.767-777, 2002.
- 6) Iiyama K, Hosono M, Ishida T, Fujita K, Yamazaki Y, Ichimura T, Wijerathne L, Morikawa H, Hori M, Yamada S, Sakata H, Yamanaka H, Hirose S: Practical Method for Damage Evaluation Based on Point Estimate Considering Uncertainty of Structural Properties, *Applied Mechanics and Materials*, Vol.802, pp.255-260, 2015.
- 7) 畑明仁, 志波由紀夫: モンテカルロシミュレーションによる地盤物性のばらつきが地震応答に与える影響に関するケーススタディ, 土木学会論文集A1 (構造・地震工学), Vol.65, No.1 (地震工学論文集第30巻), pp.202-213, 2009.
- 8) 和田一範, 坂井公俊: 構造物特性の不確実性を考慮した地震時非線形応答の確率分布の推定精度向上に向けた検討, 第40回地震工学研究発表会, B14-1540, 2020.
- 9) 室野剛隆, 佐藤勉: 構造物の損傷過程を考慮した非線形応答スペクトル法の適用, 土木学会地震工学論文集, Vol.29, pp.520-528, 2007.
- 10) 国土交通省監修, 鉄道総合技術研究所編: 鉄道構造物等設計標準・同解説 (耐震設計), 2012.
- 11) Clough, R. W. and S. B. Johnston: Effect of stiffness degradation on earthquake ductility requirements, 第2回日本地震工学シンポジウム梗概集, pp.227-232, 1966.
- 12) Nigam, N. C. and Jennings, P. C.: Calculation of Response Spectra from Strong-Motion Earthquake Records, *Bulletin of Seismological Society of America*, Vol.59, No.2, 1969.