骨組構造の地震時崩壊解析

袴田文雄

正会員 工修 (〒662-0932 兵庫県西宮市泉町)

1.はじめに

兵庫県南部地震以降,橋梁などの構造物設計にあ てる入力地震動が大きく見直された.この結果,構 造設計において非線形の領域まで考慮する必要が生 じた.構造設計では入力地震動を含む外力に対して, 性能を満足するように断面を設計する必要がある. その一方で与えられた断面では,構造系がどこまで の地震強度に耐えうるのか,崩壊時の壊れ方は何か を知ることは一般的な要求である.非線形解析には 準静的な解析であるpushover 解析のほか,動的な非 線形解析が含まれる.非線形解析では実施設計にお いて多くの事例がある.また,骨組構造の崩壊解析 については多くの研究事例がある.

近藤らは材料的非線形問題に対する応力法の有効 性に着目し新しい梁柱モデルの開発を行い骨組の弾 塑性崩壊解析を行った¹⁾. 鈴木らは構造物の動的崩 壊過程がポリリニア形非線形復元力特性をもつ動的 解析法を提示した.また解析結果を実験結果と照合 した2). 近藤らは繰り返し変動荷重に対する弾塑性 挙動を統一的に扱いうる手法を剛結骨組構造に適用 し有用性について検証した3.都井らは骨組構造に 対して塑性崩壊から座屈を含む広範囲な非線形崩壊 解析のための有限要素プログラムを開発,数値計算 例により有用性を検証した⁴⁾. 稲田らは骨組構造物 の弾塑性崩壊解析プログラムの開発を行い、他の数 値実験との比較によりプログラムの汎用性を明らか にした⁵⁾.黒田らはRC単柱橋梁モデルに対してかぶ りコンクリートの剥離,軸方向鉄筋の座屈に着目し た解析モデルを構築,応用要素法を採用し解析した ところ、実現象の再現性が確認できた⁶. 恩田らは RC骨組構造の地震崩壊解析コードを開発した. 部 材破断,接触アルゴリズムを導入し,地震崩壊挙動 を再現することを可能にした⁷⁾. 鈴木らは建築構造 物に対して複数個所に繰り返し荷重を受ける静的解 析が最大耐力経過後も可能な方法を示した⁸.

ただ準静的解析,動的解析とも,崩壊までの簡便 的な手法による解析事例は多くはない.ここでは骨 組構造についてマトリックス構造解析法などを用い て,地震荷重を対象とした崩壊解析までの実行を試 みる.例えば,曲げが支配的な時,塑性ヒンジ要素 で荷重変形曲線が降伏から最大,無反力に至ると仮 定したうえで,全体系の応答について計算を試みる. 全体系が無反力となったときを崩壊と定義して検討 を行う.

一般に構造解析では次の4つの手順で実施される. 1)静的解析:骨組構造に静的な荷重を付加し,節点 変位,部材力を算出する.2)準静的解析:プッシュ オーバー解析とも呼ばれ,骨組に準静的に荷重を付 加することで,変位と反力の関係を算出する.3)動 的解析:骨組構造の基部に地震動を与え,変位応答, 部材応答を算出する.4)動的非線形解析:さらに部 材に非線形挙動を許容することで,骨組構造の動的 非線形応答を算出する.節点の変位,部材力を算出 する.本文に述べる「崩壊解析」では,このうちで 2)の準静的解析における崩壊解析,4)の非線形領域 を含む動的解析で部材の崩壊を経て,システムの崩 壊まで追跡することを崩壊解析の対象とする.統一 的な入力形式をとることで扱いを汎用的かつ簡易的 にすることを試みた.

解析はOctaveなど数値解析ソフトウエアで実行す る.行列計算,動的メモリー配置,構造体利用,図 表示,実行速度に優れているほか,固有値解析を含 め多くの関数が用意されている特徴がある.インタ ラクティブ言語であり,プログラム開発が容易であ る.

2. 骨組構造の解析

(1)静的解析

骨組構造に境界条件と荷重を与え変位と断面力を 算出する.マトリックス構造解析の手法になる. Fig.1(a)に示すように,部材について6つの自由度が あり,全体系(a)と部材系(b)でそれぞれの自由度が 定義される.本文を通じて,全体系の変位,荷重を (x,p)で,部材系の変位,部材力を(u,f)であらわすも のとする.(c)は一般的な方法による表記で,(b)に くらべると,自由度1,3,5で方向が反転する.



データは座標(node),自由度(dof),材料(material),要素 (element),荷重 (Pload)の5要素で構成されfree formatでテキストファイルに作成される. Excelによる入力も容易に扱える環境にある.以下では4つの解析を包括的に整理する.このことで入力が共通性を持つようになる.結果出力はグラフ表示を活用する.

- 1. k in member coordinates: f = ku, k[6x6]
- 2. transformation matrix a via θ : u = ax, p = a'f, a[6x6]
- 3. member force nodal displacement: f = (ka)x, ka[6x6]
- 4. stiffness in global coordinates: ki = a'ka, ki[6x6]
- 5. define LM matrix, paste to totk, LM[6], totk[DOF,DOF]
- 6. form load matrix p, p[DOF]
- 7. solve x for p = totk x, x[DOF]
- 8. solve f = (ka)x

$$k = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0\\ 0 & 12\frac{EI}{L^3} & 6\frac{EI}{L^2} & 0 & -12\frac{EI}{L^3} & 6\frac{EI}{L^2}\\ 0 & 6\frac{EI}{L^2} & 4\frac{EI}{L} & 0 & -6\frac{EI}{L^2} & 2\frac{EI}{L}\\ -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0\\ 0 & -12\frac{EI}{L^3} & -6\frac{EI}{L^2} & 0 & 12\frac{EI}{L^3} & -6\frac{EI}{L^2}\\ 0 & 6\frac{EI}{L^2} & 2\frac{EI}{L} & 0 & -6\frac{EI}{L^2} & 4\frac{EI}{L} \end{bmatrix}, a = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0\\ -\sin\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Fig.2 Matrix analysis procedure

Fig.2 にマトリックス構造解析の手順を示す.断

面積A,弾性係数E,断面2次モーメントI,部材長L, 水平方向からの傾き θ とする.最初に部材座標系に おける剛性行列を作成する.その後,LM行列を用いて全 体剛性行列totkを作成する.LM行列とは部材の剛性 行列を全体の剛性行列にリンクする行列で例にて述 べる.荷重条件から荷重ベクトルpを作成する.totk, pから節点における変位xを算出する.節点変位xか ら再びLM行列を用いて部材力fを算出する.数値御 計算ソフトウエアでは行列,ベクトルのまま扱うこ とが可能なので,一連の操作を非常に少ないプロセ スで実行することができる.

部材座標系における剛性行列のなかで,要素1,4 は他とは関係せず独立であり,他の要素とは無関係 に剛性行列に組み込むことができる.剛性行列のう ち,1,4成分は軸方向力ばねで,せん断,曲げとは 相関がない.これを「1方向ばね」と呼ぶことにす る.1方向ばねはFig.3のようにせん断ばね,回転ば ねでも考えることができる.このとき,せん断ばね では剛性行列のうち2,5成分,曲げばねでは3,6成分 が非ゼロ成分になる.せん断ばねは橋梁における支 承モデルに使用できる.回転ばねはゲルバーヒンジ を表現できる.







Fig.4 Model geometry

Example 1

例としてFig.4に示した模型供試体で使われたRC

構造の骨組構造⁹を考える.この供試体は別途意図 をもって作成されているが、ここでは曲げ挙動が卓 越する場合を考える. Fig.5に示すように, 4節点, 3 要素,6自由度の骨組構造になっている.材料では 柱で A=.0961 E=2.5e7 I=7.696e-4, 梁 で A=.0775 E=2.5e7 I=4.036e-4 とする. 軸力は0, Iは純断面の 1/2, 単位は[kN,m]とする. LM行列はFig.5のように 定義でき,要素両端の3つの自由度の組み合わせで 構成される.これから全体剛性行列を作成し、荷重 ベクトルを与えれば、変位が算出される. 全体変位 から再びLM行列を用いて3つの要素の断面力が算 出される. 節点2, 3の水平方向に荷重p=10kN が作 用した場合, 節点2の水平方向にx = 0.140mmを得 る. 各要素における断面力(部材力)はTable 1になる. 既存の解析ツールでの結果と一致していることを確 認した.



(a) 4 node, 3 element, 6 dof

$$\mathsf{LM} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(b) LM array Fig.5 Rigid frame model

dof/element		1	2	3
1	kN	-5.35	0.00	5.35
2	kN	10.00	-5.35	10.00
3	kN*m	7.77	-4.18	4.18
4	kN	5.35	0.00	-5.35
5	kN	-10.00	5.35	-10.00
6	kN*m	4.18	-4.18	7.77

Table 1 Member forces

(2) 準静的解析

解析モデルに荷重を準静的に与えて節点における 荷重変位関係などを求めるのが準静的解析で,プッ シューバー解析,あるいは,崩壊解析と呼ぶ.荷重 と変位を制御しながら,終局状態までの挙動を調査 することができる.崩壊解析では最大鉛直荷重を求 める場合のほか,地震時のように水平最大荷重を求 める場合もある.荷重制御,変位制御を行って最大 荷重を経て,荷重がゼロになるまでの含む系の崩壊 状態を算出する.本文中で曲げ変形から得られる変 位を扱うが,マトリックス構造解析では大変形を扱 っているわけではないので変位については0荷重を 含む状態を示す指標の意味に止める.





最初にFig.6片持ち梁(単柱)における曲げ試験を見 る. 梁の弾性挙動から降伏状態,最大荷重状態を経 て,荷重ゼロの破壊状態にいたる.柱全体にわたっ て線形挙動と非線形挙動に分けると、降伏状態を過 ぎたあたりから塑性ヒンジ部における非線形挙動が 始まり,破壊状態で荷重がゼロになる.弾性変形が 回復しても、塑性ヒンジにおける残留変形が生じる. 柱における弾性変形分, 柱基部における非線形変形 分に分けて考えると,弾性変形分は一般のマトリッ クス構造解析で扱い、非線形部分は一方向ばねを重 ね合わせることで全体挙動がモデル化できる. 非線 形部分は曲げの場合,曲げ曲率関係であらわされる. 塑性ヒンジ長Lpを考えると、曲げ回転角関係が得ら れる.これから弾性成分を除いて,基部における塑 性ヒンジによる剛性がモデル化できる. 塑性ヒンジ における降伏変形は本来ゼロになるが、便宜上弾性 部の降伏変形の1/1000などとする.



Fig.7 Event and path of hysteresis

繰り返し載荷の場合, Fig.7に示すように弾性過程 (1),降伏過程(2),破壊過程(3),破壊(4)状態,の4 段階(モード)を示している.このほか,復元過程 (11),最大変位復帰過程(12)が示されている.モード 間は降伏,荷重最大,破壊などのイベントになる. 一般にはバイリニアモデルが使われる事例が多いが, 崩壊過程を扱うにはトリリニア以上のモデル化が必 要になる.復帰過程ではゼロ点を超えた後は既往の 正負の最大変位を志向したモデル化になっている. 破壊イベントにおける変位については算定できない ので,最大荷重変位の2倍程度をとる.



Fig.8 Model of 4 nodes, 7 elements, 10 dofs

Example 2

同じ骨組構造を用いて、準動的解析を例示する. Fig.8 に見るように、塑性域まで考えると、今度は8 節点、7要素、9自由度の問題になる.Fig.5に比べる と、4節点、4要素、4自由度が新たに加わっている. 4つの節点とも2重になっていて、要素長さはゼロで ある.追加された4要素は回転ばねの1方向ばねにな っている.LM行列を同時に示した.与えられた柱、 梁断面について降伏、最大荷重、破壊状態における 変位、荷重は適当なプログラムを用いればTable 2、 Fig.9のように計算される.

Table 2 yield and max points

	event	theta(rad)	M(kN*m)	
column	initial	0	0	
	yield	1.26E-06	6.43E+01	
	max load	4.81E-03	1.08E+02	
	failure	9.60E-03	0	
beam	initial	0	0	
	yield	1.09E-06	1.72E+01	
	max load	1.02E-02	2.54E+01	
	failure	2.04E-02	0	



Fig.9 M-0 of inelastic element



Fig.10 (a) Global force displacement



Fig.10 (b) Element force deformation

節点2の水平方向に20kNずつ荷重をあたえると, 節点2における水平方向の荷重と変位が,同時に4つ の非線形要素ではそれぞれ部材力と変形の関係が fig.10のように与えられる.節点2における反力がゼ ロになるまで荷重制御,変位制御を繰り返す.4つ の非線形要素で部材力がゼロになる時点で系の剛性 がなくなり,行列式がゼロとなり解が得られなくな る.系の最大反力は217.9 kNで変位8.13mmの地点で 発生する.

1.
$$x = 0, \dot{x} = 0$$

2. $b_1 = \frac{1}{\beta\Delta t}m + \frac{\gamma}{\beta}c, b_2 = \frac{1}{2\beta}m + \Delta t(\frac{\gamma}{2\beta} - 1)c$
3. $\hat{k} = k + \frac{\gamma}{\beta\Delta t}c + \frac{1}{\beta(\Delta t)^2}m$
4. $\Delta \hat{p} = \Delta p + b_1\dot{x} + b_2\ddot{x}$
5. $\Delta x = \frac{\Delta \hat{p}}{\hat{k}}$
6. $\Delta \dot{x} = \frac{1}{\beta\Delta t}\Delta x - \frac{\gamma}{\beta}\dot{x} + \Delta t(1 - \frac{\gamma}{2\beta})\ddot{x}$
7. $\Delta \ddot{x} = \frac{\Delta p - c\Delta \dot{x} - k\Delta x}{m}$
8. $x = x + \Delta x, \dot{x} = \dot{x} + \Delta \dot{x}, \ddot{x} = \ddot{x} + \Delta \ddot{x}$
9. $\Delta u = \Delta x, \Delta f = k\Delta x,$
10. $u = u + \Delta u, f = f + \Delta f$
11. 4-10 repeat

Fig.11 Elastic SDOF step

(3)動的解析

構造物の動的解析はNewmarkの β 法によるのが一般的である.ただし、増分形式の方法を用いる.各 ステップで釣合式を満足するよう加速度を定める. 最初に1自由度の系(SDOF)についてのステップは Fig.11になる. $\gamma = 1/2$, $\beta = 1/4$ の「平均加速度法」を 採用する.節点における荷重、変位応答だけでなく、 部材における変形、部材力関係も算出する.4-10の ステップの繰り返し計算を行う.

多自由度(MDOF)の場合は変位,節点力などをベクトル表示,質量,減衰,剛性などを行列表示することで,計算することができる.科学計算プログラムではベクトル表現が可能なので,大変コンパクトなプログラムになる.構造物の減衰はRayleigh減衰を考える.固有値解析のツールは用意されているので固有値解析のあと,低次の2つのモードについてそれぞれ ξ =0.05を使い減衰行列を生成した.主に水平方向の自由度を対象にして変位時間関係を図示する.

Example 3

骨組構造で地震動II-I-1を与えたときの自由度1,4 の応答を算出する. 質量は柱断面に1N/mm2の応力 を発生させる等価の質量とし9.8tonを与えた. 最初 にモード解析を行うと,固有値一次0.0738sec,2次 0.039sec,および固有ベクトルを得る. 1次,2次の 固有値を対象に減衰率0.05を与え,Rayleigh減衰行 列を自動作成する.時刻歴解析の結果をFig.12 に得 る.入力の最大値は-8.12m/sec2,水平方向は自由度 1,4とも1.2mmの最大変位応答を得る.





(4)動的非線形解析

1. $x = 0, \dot{x} = 0, \ddot{x} = 0$
^{2.} $\boldsymbol{b}_1 = \frac{1}{\beta \Delta t} \boldsymbol{m} + \frac{\gamma}{\beta} \boldsymbol{c}, \boldsymbol{b}_2 = \frac{1}{2\beta} \boldsymbol{m} + \Delta t \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) \boldsymbol{c}$
3. $\hat{k} = k + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} c + \frac{1}{\beta (\Delta t)^2} m$
$4. \Delta \stackrel{\wedge}{p} = \Delta p + b_1 \dot{x} + b_2 \ddot{x}$
⁵ . $\Delta x = \hat{k} \setminus \Delta \hat{p}$
⁶ . $\Delta \dot{x} = \frac{1}{\beta \Delta t} \Delta x - \frac{\gamma}{\beta} \dot{x} + \Delta t \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right) \ddot{x}$
$7. \Delta \ddot{x} = m \setminus (\Delta p - c \Delta \dot{x} - k \Delta x)$
8. $x = x + \Delta x, \dot{x} = \dot{x} + \Delta \dot{x}, \ddot{x} = \ddot{x} + \Delta \ddot{x}$
9. $\Delta u = a \Delta x, \Delta f = (ka) \Delta x$,
10. $u = u + \Delta u, f = f + \Delta f$
11. $k = k(u)$
12. 3-11 repeat

Fig.13 Inelastic MDOF step

Newmarkのβ法でマトリックスと行列で表現する とFig.13のようにMDOFのシステムを表現すること ができる. \ は左側からの正則行列の割算である. 非線形要素が弾性域を超えて挙動する場合, ステッ プごとに部材の応答変位の関数として剛性行列を評 価して非線形挙動を追跡する. 動的項目があるので, 塑性ヒンジが形成されて復元力がゼロになっても応 答値は得られる. ただ, 非常に大きな応答値になる ので最初に塑性ヒンジが形成された時までを計算する. 3-11が繰り返し計算になる. 各ステップの最後 に次のステップの剛性行列が更新される.

Example 4

骨組構造で応答を算出する. 塑性ヒンジの形成位 置,荷重変形関係はExample 2に同じ,地震動は地 震動II-I-1でExample 3に同じである. 質量,減衰の 与え方も同様である. Fig.14(a)に結果を示す. 入力 加速度の最大値は-8.12m/sec2である. 応答値では, 最大変位1.32mmを与える.

次に入力加速度を+150%, -20.30m/sec2を与えた結 果をFig.14(b)に示す.時刻t=14.65secのとき,非線形 要素4,7が同時に反力ゼロにいたる.そのとき,1,4の 自由度における節点変位の最大値は同じで+11.9mm を示す.他の非線形要素2,3は破壊過程の手前の降 伏過程にある.「破壊」を部材における反力が発生 しない状態,「崩壊」をシステムにおける復元力が ゼロの状態とすると,この例の場合,4つのヒンジ が形成されたときが「崩壊」となる.



(a) Original intensity(b) +150% intensityFig. 14 Inelastic element force displacements



Fig.15 RC column with isolation bearing

Example 5

土木学会発刊,橋の動的耐震設計には免震支承の 計算事例が示されている¹⁰⁾.単柱と上部工の構造に なっている(Fig.15).支承および橋脚基部の部材非 線形特性はTable 3, Fig.16のような非線形特性を示す とした.破壊点は最大荷重のときの変形の2倍とした.

Table 3 Element event

	event	disp(m)	S(kN)	
bearing	initial	0	0	
	yield	0.025	1140	
	max load	0.231	2582	
	failure	0.4	0	
	event	theta(rad)	M(kN*m)	
column	initial	0	0	
	yield	3.27E-06	27000	
	max load	0.00654	27000	
	failure	0.01308	0	



最初に準静的解析を行い結果をFig.17に全体系の 荷重変位関係、Fig.18に要素ごとの荷重変位関係を 示した.上部工位置に荷重を準静的に載荷する.こ のような載荷方法では支承の破壊モードが現れ,橋 脚基部は線形応答のままである.

次に、動的な加振を行う. II-I-3の地震動に対して 本文のモデルによる要素の応答値はFig.19のとおり. バイリニアとトリリニアの違いはあるが、本解析で は支承のせん断変形の応答値は157.3mmとなり、10) の応答値にほぼ等しい.支承の最大値は正であるの で、橋脚が相対的に上部工より正の水平方向に大き く移動したとき発生する.

次に入力値を+150%, 1950galにして解析を行うと, Fig.20に示すように支承部材が最初に破壊に至る. 時間経過は8.69秒後である. 負側で発生するので今 度は逆に,上部工が相対的に正の水平方向に移動す るモードで破壊することになる.



Fig.17 Global force displacement



Fig.18 Element force displacement



Fig.19 Element response for bearing and base



Fig.20 Response with +150% intensity



Fig.21 Five story building model

Example 6

次に11)では5階の建築物の非線形応答の事例を計 算している.5階がソフトな構造を対象にした場合 の結果を示している.Fig.21のように,6節点,5要 素,5自由度問題になっている.層間のせん断ばね は1自由度ばねでTable4,Fig.22に示される.単位は inch-kipsからSI単位系に変換した.地震入力はEl Centro NSを使い,各層について非線形のせん断モ デルを対象としている.非線形の1方向せん断ばね を導入して解析を行うことができる.最大変形は任 意に設定し,破壊変形は最大変形の2倍程度に設定 した.

Fig.23は各層におけるせん断ばねの荷重変形結果 を示す.全体で最大42.8mm,主に最上階で非線形応 答を繰り返し,層間変形-19.8mmの応答をみた.最 上階での層間変形の最大値は11)に示された0.807in に近い応答を示した.

次に入力振幅を100%増やし加速度ピークを 6.834m/sec2とした場合,最上階で開始から2.89秒後 に破壊を伴い,計算を停止した.同じく荷重変位関係をFig.24に示す.他の階でも非線形応答を示した. この時の層間変形は-61mm,屋上層の最大水平変位は105.5mmである.

event	x(m)	5th	4th	3rd	2nd	1st
initial	0	0	0	0	0	0
yield	0.0076	118	194	254	297	323
max disp	0.0305	118	194	255	298	323
failure	0.061	0	0	0	0	0

Table 4 element event [kN,m]



Fig.22 Inelastic shear elements



Fig.23 Dynamic performance at 5 story shear



Fig.24 Dynamic performance with +100% intensity

3. 結論

マトリックス構造解析法と非線形要素を用いて骨 組構造の準静的崩壊解析,動的崩壊解析を実施した. 非線形要素を1方向ばねとしてモデル化した.最初 に静的線形解析を行い,解を既存の解析ツールと比 較した.次いで準静的解析を行い,部材の破壊を通 じて系の崩壊までを追跡した.線形動的解析のあと, 同じツールを用いて非線形の動的解析を行った.最 大荷重以下のレベルでの非線形応答が既往の計算結 果とほぼ合致することを確認後,部材の破壊までを 追跡した.今後,このようなハンディなツールが拡 充すれば,崩壊解析が可能となりより定量的で合理 的な崩壊解析が可能になるだろう.

地震動について公益社団法人日本道路協会¹²⁾,一 般社団法人建築性能基準推進協会¹³⁾を使用させてい ただいたことを感謝します.

参考文献

- 近藤一夫:骨組構造解析における一離散化手法, (その1)平面骨組の弾塑性崩壊解析,日本建築 学会論文報告集,304号,昭和56年6月
- 3)鈴木三四郎,浅野幸一郎:非線形履歴系の動的崩 壊過程に関する基礎的研究,日本建築学会論文報 告集,307号,昭和56年9月,
- 近藤一夫,花井正実:繰り返し変動荷重を受ける 骨組構造物の弾塑性・崩壊解析,日本建築学会論 文報告集,371号,昭和62年1月,
- 4)都井裕,梁洪鐘:骨組構造の崩壊シミュレーション(その1),定式化および簡単な数値例,日本造船学会秋季講演会,平成元年11月
- 5)稲田祐二,川端康洋,近藤一夫:ハイブリッド型 応力法による3次元立体骨組構造物の弾塑性崩壊 解析プログラム(LAP3D)の開発,日本建築学会技 術報告集,第16号,2002年12月
- 6)黒田武大,目黒公郎:RC橋梁の地震時崩壊挙動 に関する解析的研究,土木学会第59回年次学術講 演会(平成16年9月)
- 7)恩田江理,磯部大五郎:ASI-Gauss法を用いたRC 構造物に対する地震崩壊解析コードの開発,日本 機械学会第23回計算力学講演会,2010.9
- 8)鈴木琢也,中村尚弘:繰返し分布荷重を受ける構造物の静的崩壊解析の簡易的手法の提案,日本建築学会技術報告集第19巻第41号,83-88,2013年2月
- 9) 幸左賢二,田口絢子,乙黒幸年,田中克典: RCラーメン橋脚梁部の耐震性評価, 地震工学研究発表 会,Vol: 26, 2001
- 10) 土木学会: 橋の動的耐震設計,p153, 2003/6/1
- Anil K. Chopra: Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering (2nd Edition), p710, 2000/9/11
- 12) https://www.road.or.jp/dl/tech.html
- 13) https://www.seinokyo.jp/jsh/top/