

## 水平2方向載荷を受けるRC柱で生じる損傷進展と 常時微動測定に基づく振動モードの同定

小嶋 啓介<sup>1</sup>・佐藤 裕紀<sup>1</sup>・Yan-long Xie<sup>2</sup>・Siu-Kui Au<sup>3</sup>・秋山 充良<sup>4</sup>

<sup>1</sup>学生会員 早稲田大学大学院 創造理工学研究科建設工学専攻（〒169-8555 東京都新宿区大久保3-4-1）

<sup>2</sup> Ph.D. Candidate, University of Liverpool (Liverpool L69 3BX, United Kingdom)

<sup>3</sup> Ph.D. Professor, University of Liverpool (Liverpool L69 3BX, United Kingdom)

<sup>4</sup>正会員 博（工）早稲田大学教授 創造理工学社会環境工学科（〒169-8555 東京都新宿区大久保3-4-1）

### 1. はじめに

大地震発生後における鉄筋コンクリート（RC）構造物の迅速な健全度評価は重要な課題である。現状は、強震動を受けた構造物に対して目視点検による損傷確認が行われている。それに代わる手法として、構造物の損傷による剛性低下を応答測定によってとらえる手法の開発が進められてきた<sup>1), 2)</sup>。その中でも風や人々の活動などにより常時生じている微動（常時微動, ambient vibration）を用いる手法は、特別な加振器や重錘などを必要とせずに応答測定ができるため、これによる固有モードの同定が最も簡易、かつ合理的である。

しかしながら、常時微動は振幅が極めて小さく、測定時のノイズの影響を受けやすいため、固有モードの同定を行う際には洗練された逆解析手法が必要となる。そこで本研究は、参考文献3)に示される逆解析手法であるBAYOMAを正負交番載荷を受けるRC柱に適用し、常時微動を用いたRC柱の損傷同定の可能性を検討する。

著者らは、既に、参考文献4)と5)において、曲げ損傷を受けたRCはり、および一方向に正負交番載荷を与えたRC柱に対してBAYOMAを適用することで、損傷の進展に伴う固有振動数の低下を捉えられることを報告している。本研究では新たに、RC柱に対して2方向に正負交番の載荷を与え、1方向載荷で見られる固有振動数の変化との違いを考察する。当然、実地震動を受けるRC橋脚は、橋軸方向と橋軸直角方向の両方向の損傷が生じ、橋軸方向の曲げによる損傷は、橋軸直角方向の振動特性の変化をもたらしているはずである。現行の耐震設計<sup>6)</sup>で

は、橋軸方向と橋軸直角方向の照査は、相互に独立に扱い、例えば、壁式形状のRC柱において、橋軸方向に大きく非線形応答を許す場合でも、橋軸直角方向の固有周期の算定などにおいて、橋軸方向の損傷の程度は考慮されていない。2方向載荷を受けるRC柱の損傷進展は1方向載荷を受ける場合と異なることは既往の文献において報告されている<sup>7), 8)</sup>。本研究では、BAYOMAの適用性の検討とあわせて、1方向載荷と2方向載荷を受けるRC柱の振動特性の違いを調査することも目的とする。

### 2. Bayesian Operational Modal Analysis (BAYOMA)<sup>3)</sup>

ベイズ推定の考え方に基づくと、事後の確率密度関数は式(1)で表される。

$$p(\boldsymbol{\theta}|D, M) = p(D|M)^{-1} p(D|\boldsymbol{\theta}, M) p(\boldsymbol{\theta}|M) \quad (1)$$

ここで、 $\boldsymbol{\theta}$ は観測データDから得られるモードパラメータベクトル、モデルMは測定データDと $\boldsymbol{\theta}$ を関連付けるものとする。

AuはFFTに基づく、ベイズ推定によるモード同定手法を高速化したアルゴリズム(BAYOMA)を提案している。測定データ $D=\{F_k\}$ はFFTを用いた式(2)で表される。

$$F_k = \sqrt{\frac{\Delta t}{N}} \sum_{j=1}^{N-1} \hat{x}_j \exp[-2\pi i j k / N] \quad (2)$$

ここで、 $i^2 = -1$ 、 $\Delta t$ はサンプリング間隔である。 $k=1, \dots, N_q = (N/2+1)$  ( $N_q$ :整数)に対して、 $N_q$ はナイキスト振動数に対応する。本手法では検討対象とする

共振振動数付近のフーリエデータのみを用いる。

振動数領域のデータを観測量とする観測方程式は式(3)で与えられる。

$$F_k = \sum_{i=1}^m \Phi_i \ddot{\eta}_{ik} + \varepsilon_k \quad (3)$$

ここで、 $\Phi_i \in R^n$  はモード形状、 $\varepsilon_k \in C^n$  は予測誤差、 $\ddot{\eta}_{ik}$  は振動数  $f_k$  における  $i$  次モードのフーリエ成分である。式(3)のモードパラメータベクトル  $\boldsymbol{\theta}$  には固有振動数  $f_i$ 、減衰比  $\zeta_i$ 、各モードのパワースペクトル行列  $\mathbf{S}_i$ 、予測誤差のパワースペクトル密度  $S_e$  に加え、モード形状  $\Phi_i$  も含まれる。 $\boldsymbol{\theta}$  は検討対象とする振動数帯にある振動モードのパラメータを表す。

十分なサンプリング周波数と測定データに対して、同定したパラメータ  $\boldsymbol{\theta}$  と事後の確率密度関数には式(4)~(6)の関係がある。

$$p(\boldsymbol{\theta} | D, M) \propto \exp[-L(\boldsymbol{\theta})] \quad (4)$$

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\theta}) = & n N_f \ln \pi + \sum_k \ln |\mathbf{E}_k(\boldsymbol{\theta})| \\ & + \sum_k F_k^* \mathbf{E}_k(\boldsymbol{\theta})^{-1} F_k \end{aligned} \quad (5)$$

$$\mathbf{E}_k(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{E}[F_k F_k^*] = \boldsymbol{\phi} \mathbf{H}_k(\boldsymbol{\theta}) \boldsymbol{\phi}^T + S_e \mathbf{I}_n \in C^{n \times n} \quad (6)$$

式(4)において  $\mathbf{I}_n$  は単位行列、 $\mathbf{H}_k(\boldsymbol{\theta})$  はモード応答から理論的に誘導されるパワースペクトル行列である。共振振動数付近のフーリエデータを用いて、 $L(\boldsymbol{\theta})$  が最小となるパラメータを同定結果として推定する。

### 3. 正負交番載荷を受けるRC柱の常時微動測定

#### (1) 実験供試体と載荷方法

図-1に供試体の配筋図を示す。供試体は断面 200 mm × 200 mm、せん断スパン 850 mm、せん断スパン比 5.18 とした。また、コンクリートの目標圧縮強度は 30 N/mm<sup>2</sup> となるように配合設計した。

本研究では図-1の諸元を持つRC柱に対して水平2方向載荷を与えることでRC柱を段階的に損傷させ、常時微動測定から同定した固有モードと固有振動数の変化を観察した。実験では、図-1の諸元を有するRC柱を2体製作し、一方は水平1方向の正負交番載荷を行い、もう一方は水平2方向の正負交番載荷を与えた。両者の結果を比較することで、水平2方向載荷がRC柱の固有振動数の変化に及ぼす影響を考察する。

載荷パターンは、引張鉄筋の降伏変位を  $\delta_y$  として、1方向載荷の場合には  $\pm \delta_y$ 、 $\pm 2\delta_y$ 、および  $\pm 4\delta_y$  の位



写真-1 載荷の状況



写真-2 測定の状況

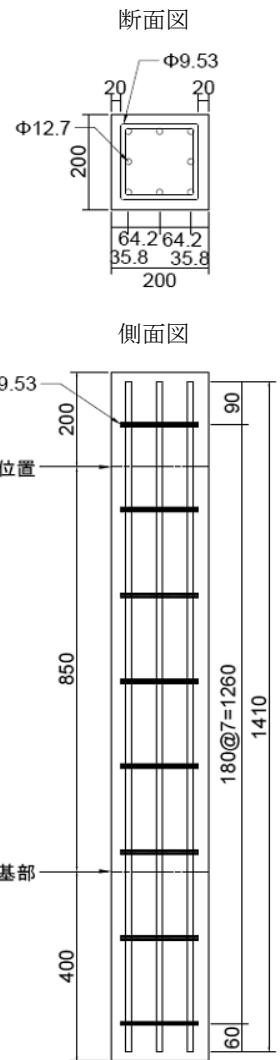


図-1 供試体配筋図

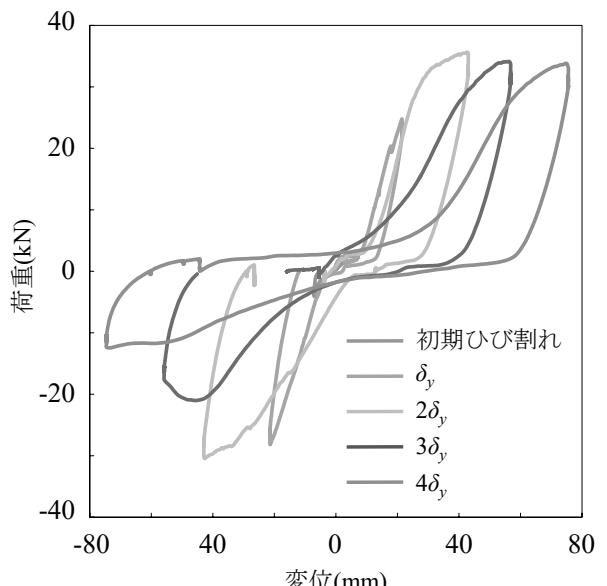


図-2 水平変位-水平荷重関係  
(1方向載荷)

置まで正負交番載荷を1回ずつ与えた。2方向載荷の場合には $\pm\delta_y$ で正負交番載荷を1回与えた後、供試体を90度回転させて $\pm\delta_y$ の正負交番載荷を与える、再び-90度回転させて元に戻した後、 $\pm 2\delta_y$ の正負交番載荷を与える、 $\pm 4\delta_y$ までこの作業を繰り返した。

載荷に際しては、写真-1のように供試体を鋼製治具に挿入し固定した。図-2に一例として1方向載荷時の荷重と変位の関係を示す。図-2に示されるように、治具の固定が十分ではなく、荷重が除荷され、荷重の正負が反転する際に滑りが生じている。

## (2) 常時微動測定と解析結果

2つの供試体に対してそれぞれ無損傷時から損傷段階ごとに、その除荷時に常時微動測定を行い、BAYOMAによる振動モードの同定を行った。写真-2のように常時微動測定時には、1次固有振動を卓越させることを目的として、4.9 kNの鉄板錘を供試体天板に設置している。図-3に常時微動測定を行う際の加速度センサの取り付け位置を示す。常時微動の定常性を仮定し、図中に星印で示した固定点と丸印で示した移動点の31カ所の合計32点において、サンプリング周期1000 Hzにて計測した。固定点には1軸加速度センサを3つ、移動点には3軸加速度センサを用いた。データの計測時間と同定精度の間に密接な関係があり、計測時間を短くすれば同定精度は低下する。一方、計測時間を長くし過ぎると、計測データを平均化した結果が得られることになり、構造物の振動特性を正確に捉えることが困難となる。また、低振動数帯の同定ほど長い計測時間を要する。本研究では、実験供試体から推定される固有振動数を勘案し、また試行錯誤の結果として、1回の測定時間は10分に統一した。

常時微動測定に基づく2方向載荷時の各損傷段階の代表的なパワースペクトルを図-4に示す。パワースペクトルは式(6)の中央の辺であるPSD行列により得られる。スペクトル図からはノイズの影響を含む複数の共振部を確認できる。このようにスペクトル図のみでは固有モードの同定は困難である。

そこで、スペクトルの共振部を固有モード同定の初期値としてBAYOMAを適用し、各モード形状を同定する。2方向載荷を行った供試体の鉄筋降伏時のモード図を図-5に示す。また、2方向載荷を行った際に、各損傷段階で同定された固有振動数と減衰比を表-1に示す。図-6には、1方向載荷を行った供試体で同定された固有振動数の変化率を損傷段階ごとに示す。図-6から、曲げひび割れ程度の軽微な損傷であっても固有振動数の低下を確認できる。

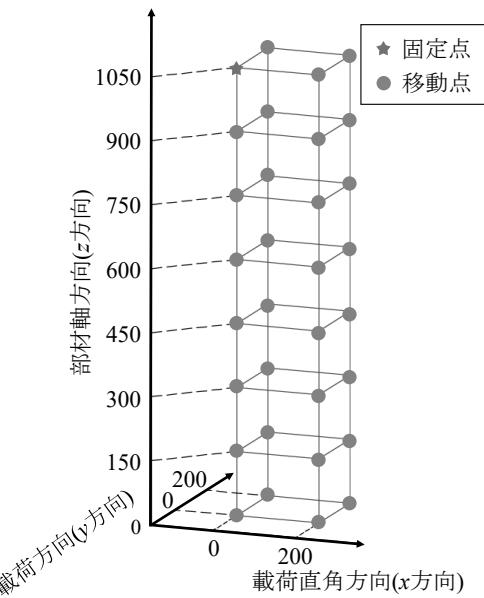


図-3 センサ取り付け位置

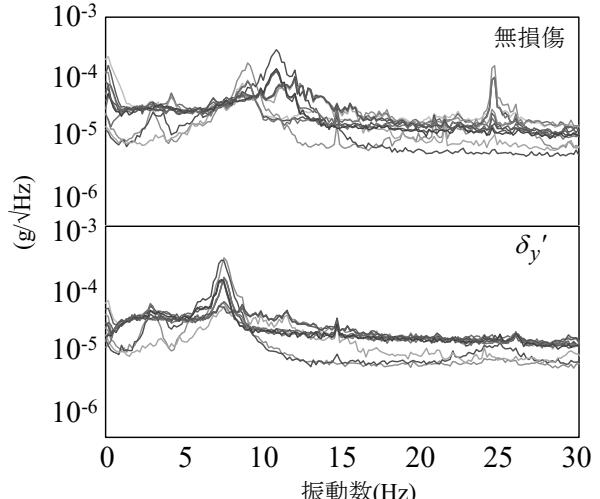


図-4 パワースペクトル  
(上から無損傷,  $\delta_y'$  時)

また、正負交番載荷を受けていない載荷直角方向も載荷方向と同様に固有振動数が低下している様子を確認できた。

次に鉄筋降伏以降の1方向載荷と2方向載荷の損傷段階ごとの固有振動数の変化率を図-7に示す。図-7から、2方向載荷による固有振動数の変化は1方向載荷と同様であることが確認できる。

## 4. まとめ

本研究ではベイズ推定に基づくモード同定手法を用いて2方向載荷を受けるRC柱の固有モードおよび固有振動数の同定を行った。ベイズ推定に基づくモード同定手法を用いると、軽微な損傷であっても、固有振動数の低下を捉えられる可能性が示された。

表-1 同定された固有振動数と減衰比

損傷段階		無損傷	$\delta_y$	$\delta_y'$	$2\delta_y$	$2\delta_y'$	$4\delta_y$	$4\delta_y'$
載荷方向	振動数(Hz)	10.89	8.41	7.48	6.07	5.61	5.20	4.86
	減衰比(%)	3.31	4.54	2.50	1.55	1.82	1.41	1.31
載荷直角方向	振動数(Hz)	9.04	7.84	7.71	6.51	5.92	5.39	5.15
	減衰比(%)	3.52	2.59	2.10	3.18	2.27	1.33	0.94

また、2方向載荷を受ける場合でも、損傷に伴う固有振動数の低下は1方向載荷と同程度であった。

今後、構造諸元を変更したRC柱や不静定構造の正負交番載荷実験や震動実験等を行い、地震により損傷を受けるRC構造に生じる固有振動数の低下に関する知見を蓄積したい。

## 参考文献

- 1) 篠田昌弘, 真井哲生, 江原季映, 中島進, 阿部慶太, 藤田圭一, 土屋宗典 : 小型起振器と光ファイバセンサを用いた鉄道橋梁下部構造物の振動計測, 土木学会論文集A1(構造, 地震工学), Vol. 69, No. 1, pp. 40-56, 2013.
- 2) 川谷充郎, 山田靖則, 嶽下裕一 : 三次元車両モデルによる桁橋の動的応答解析, 土木学会論文集, No.584/I-42, pp. 79-86, 1998.
- 3) Siu-Kui Au:Operational Modal Analysis Modeling, Bayesian Inference, Uncertainty Laws, Springer, 2017.
- 4) 佐藤裕紀, 篠口冴子, Siu-Kui Au, 秋山充良 : Bayesian operational modal analysisによる曲げ損傷を受けたRC部材の固有振動数の同定, 第19回性能に基づく橋梁等の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集, pp.199-202, 2016.
- 5) 佐藤裕紀, 篠口冴子, Yanlong Xie, Shu-Kui Au, 秋山充良 : 正負交番載荷を受けるRC柱の損傷進展と常時微動測定に基づく振動モードの同定, 第20回性能に基づく橋梁等の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集, pp.487-490, 2017.
- 6) 日本道路協会 : 道路橋示方書・第V編 耐震設計編, 2002.
- 7) 萩本英典, 川島一彦, 渡邊学歩, 永田聖二 : 水平2方向地震力の同時作用がRC単柱式橋脚の耐震性に及ぼす影響, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp. 33-50, 2005.10.
- 8) 青戸拡起, 牧原成樹, 吉川弘道 : 水平2方向地震動を受ける鉄筋コンクリート橋脚の塑性変形と損傷に関する検討, 第9回地震時保有耐力法に基づく橋梁等構造の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集, pp. 311-318, 2006.

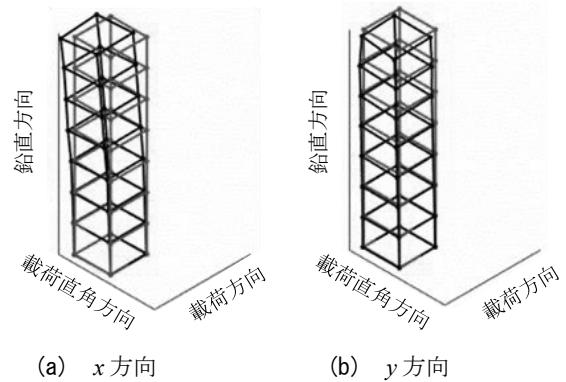


図-5 同定されたモード形状

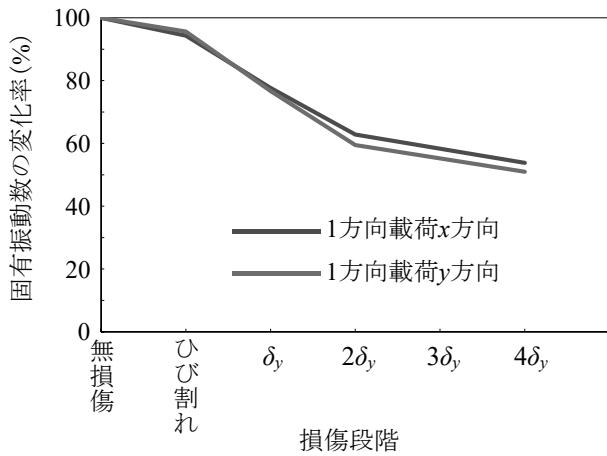


図-6 固有振動数の変化率  
(1方向載荷時)

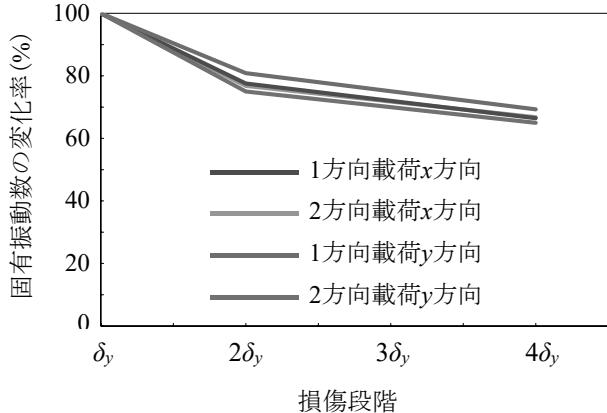


図-7 固有振動数の変化率  
(鉄筋降伏時を 100 %とする)