

正負交番載荷を受ける RC 柱の損傷進展と 常時微動測定に基づく振動モードの同定

佐藤 裕紀¹・篠口 冨子¹・Yanlong Xie²・Siu-Kui Au³・秋山 充良⁴

¹学生会員 早稲田大学大学院 創造理工学研究科建設工学専攻（〒169-8555 東京都新宿区大久保3-4-1）

²Ph.D., Candidate, University of Liverpool (Liverpool L69 3BX, United Kingdom)

³Ph.D. Professor, University of Liverpool (Liverpool L69 3BX, United Kingdom)

⁴正会員 博(工) 早稲田大学教授 創造理工学部社会環境工学科（〒169-8555 東京都新宿区大久保3-4-1）

1. はじめに

小型起振器や重錘，あるいは交通荷重などを利用した振動計測により，構造物の損傷同定が試みられてきた^{1), 2), 3)}．基本的な考えは，構造物の損傷による剛性低下がもたらす振動特性の変化をとらえようとするものである．この中でも特に，風や人々の通常の活動によってもたらされる常時微動（ambient vibration）を活用した振動計測は，特別な起動力を必要とせず，簡易に測定できるため，これによる固有モードや減衰定数の同定が最も簡易であり，合理的であることは言うまでもない．一方で，常時微動は振幅が極めて小さく，測定時に含まれる様々なノイズの影響を受けやすいため，この測定結果から固有モードなどを同定するためには洗練された逆解析（データ同化）手法が必要となる．

本研究は，地震発生前後の常時微動の測定による固有モードの変化の把握により，地震中の応答および損傷程度の推定法の確立を目標にしている．参考文献 5)では，その基礎検討として，Au によって提案された Bayesian Operational Modal Analysis（BAYOMA）を段階的に曲げ損傷を受ける RC 梁に適用した例を報告した．本稿では，正負交番載荷を受ける RC 柱を対象とし，損傷進展と各損傷段階で同定される一次モードの変化を考察する．

2. Bayesian Operational Modal Analysis（BAYOMA）⁴⁾の基本式

ベイズ推定の考え方に基づく，事後の確率密度関数は式(1)で表される．

$$p(\theta|D, M) = p(D|M)^{-1} p(D|\theta, M) p(\theta|M) \quad (1)$$

ここで， θ は計測データ D から同定するモードパラメータベクトル，モデル M は計測データ D と θ を関係付けるものとする．

Au は，Yuen および Katafygiotis⁶⁾によって提案された FFT に基づく，ベイズ推定によるモード同定手法を高速化したアルゴリズム（BAYOMA）を提案している．計測データ $D = \{F_k\}$ は FFT を用いた式(2)で表される．

$$F_k = \sqrt{\frac{2\Delta t}{N}} \sum_{j=1}^N \hat{x}_j \exp\left[-2\pi i \frac{(k-1)(j-1)}{N}\right] \quad (2)$$

ここで， $i^2 = -1$ ， Δt はサンプリング間隔である． $k = 1, \dots, N_q = (N/2 + 1)$ (N_q : 整数) に対して， N_q はナイキスト振動数に対応する．本手法では検討対象とする共振振動数付近のフーリエデータのみを用いる．

振動数領域のデータを観測量とする観測方程式は式(3)で与えられる．

$$F_k = \sum_{i=1}^m \Phi_i \ddot{\eta}_{ik} + \varepsilon_k \quad (3)$$

ここで， $\Phi_i \in R^n$ はモード形状， $\varepsilon_k \in C^n$ は予測誤差， $\ddot{\eta}_{ik}$ は振動数 f_k における i 次モードのフーリエ成分である．式(3)には，固有振動数 f_i ，減衰比 ζ_i ，および予測誤差のパワースペクトル密度 S_e が含まれる．各モードのパワースペクトル行列 S からパラメータ θ の成分が推定される． θ は検討対象とする振動数帯にある振動モードのパラメータを示す．

十分なサンプリング周波数と測定データに対して，同定したパラメータ θ の事後の確率密度関数には式(4)～(6)の関係がある．

$$p(\theta|D,M) \propto \exp[-L(\theta)] \quad (4)$$

$$L(\theta) = nN_f \ln \pi + \sum_k \ln |\det \mathbf{E}_k(\theta)| + \sum_k F_k^* \mathbf{E}_k(\theta)^{-1} F_k \quad (5)$$

$$\mathbf{E}_k(\theta) = E[F_k F_k^*] = \Phi \mathbf{H}_k(\theta) \Phi^T + S_e \mathbf{I}_n \in C^{n \times n} \quad (6)$$

ここで、 $L(\theta)$ は対数尤度関数である． $\mathbf{I}_n$ は単位行列， $\mathbf{H}_k(\theta)$ はモード応答により理論的に誘導されるパワースペクトル行列である．

式(6)の中央の辺が観測情報の項であり，共振振動数付近のフーリエデータを用いて $L(\theta)$ を最小化するパラメータ θ を推定する．この θ は MPV (Most Probable Value) と呼ばれている．構造物がある程度の自由度を有する実問題においては，MPV をいかに効率的に算定するのが課題となる．Au は，モード形状がその振動数や減衰比などのパラメータから解析的に算定できることに着目し，上記のアルゴリズムの高速化を可能にした．

3. 実験および解析結果

(1) 実験供試体と荷重方法

図-1 に供試体の配筋図を示す．RC 柱は，断面 200mm×200mm，柱有効高さ 850mm，せん断スパン比 5.03 とした．曲げ破壊先行型となるように，軸方向鉄筋には D10 (SD345) を 8 本，帯鉄筋には D6 (SD345) を配置した．また，コンクリートの目標圧縮強度は 28N/mm² とした．

荷重に際しては，写真-1 のように供試体を鋼製治具に挿入し固定した．水平方向荷重は，図-2 のように基準変位 δ_y の整数倍の水平変位を各荷重ステップにおいて 1 回ずつ正負交番に繰返す漸増荷重とし，基準変位 δ_y は軸方向鉄筋のひずみが降伏値を超えた時点の水平変位 (9.23mm) とした．RC 柱から得られた水平荷重-水平変位関係を図-3 に示す．図中，負側における各ループごとの最大荷重が正側に対して大きくなった．これは負側への荷重時に荷重ジャッキのヒンジの回転が拘束される不具合が生じたためである．

(2) 常時微動測定と解析結果

本研究では，段階的に正負交番荷重による損傷を RC 柱に与え，常時微動測定から同定される固有モードと固有振動数の低下を観察する．写真-2 のように常時微動測定時には，一次固有振動を卓越させ

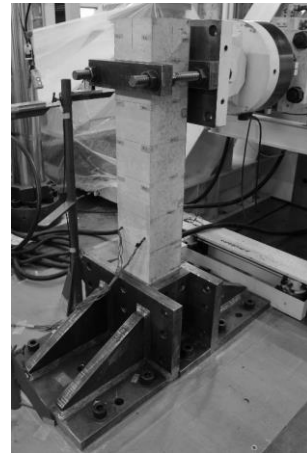


写真-1 セットアップ状況



写真-2 測定の状況

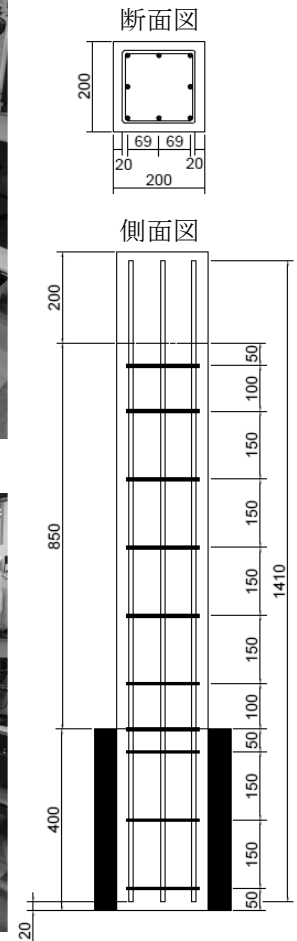


図-1 供試体配筋図

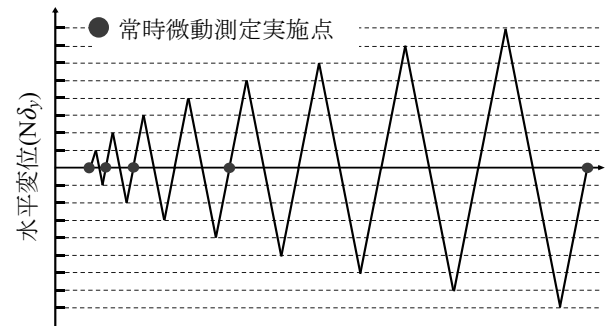


図-2 荷重ステップ

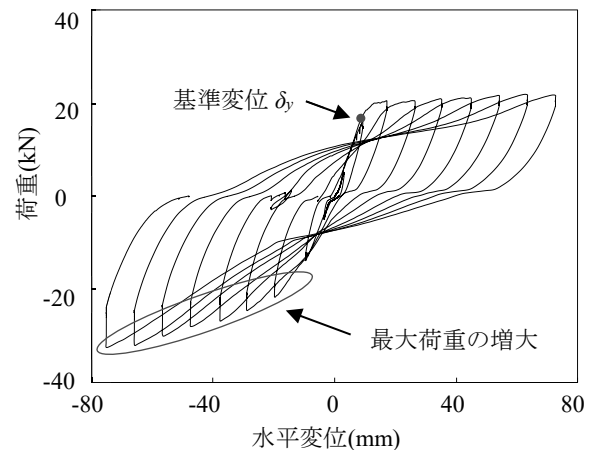


図-3 水平荷重-水平変位関係

ることを目的として、1.96 kN の鉄板錘を供試体天端に設置する。図-4 には、常時微動測定を行う際の加速度センサの貼り付け位置を示している。一軸方向および三軸方向計測用の加速度センサをそれぞれ 3 つ用いる。常時微動の定常性を仮定し、固定点（一軸方向計測用を 3 つ使用し三方向を測定）と移動点（三軸方向計測用を使用）31 ヶ所から 3 ヶ所を選択して計測している。つまり、ある損傷を与えた後に実施する測定回数は 11 回である。サンプリング周波数は 1000Hz とした。データの計測時間と同定精度の間には密接な関係があり、計測時間を短くすれば同定精度は低下する。一方、計測時間を長くしすぎると、計測データを平均化した結果が得られることになり、構造物の振動特性を正確に捉えることが困難となる。低振動数帯の同定ほど長い計測時間を要する。本研究では、実験供試体から推定される固有振動数を勘案し、また試行錯誤の結果として、一回の測定時間は 10 分とした。

常時微動測定結果に基づく各載荷段階の代表的なパワースペクトルおよび特異値スペクトルをそれぞれ図-5 および図-6 に示す。パワースペクトルは、式(6)の中央の辺である PSD 行列により得られる。ここで、PSD 行列はエルミート行列となり、その対角部要素が示す各測定チャンネルのみに依存する要素を振動数領域にプロットすることにより得られる。一方、特異値スペクトルは、各測定チャンネルの相互作用による成分を含む PSD 行列全体を特異値分解することにより得られる。行列の特異値は測定チャンネル n に対して $n \times n$ の対角行列となり、その成分は大きいものから並べられる。この特異値を振動数領域にプロットすることにより特異値スペクトルが得られる。ここで、パワースペクトルは固有振動数の識別に用いられ、特異値スペクトルは振動モードの識別に用いられる。しかしながら、スペクトル図のみからはノイズを含む複数の共振部が確認され、これだけでは固有モードの同定は困難である。

そこで、スペクトル図の共振部を固有モード同定の初期値として BAYOMA を適用することで各モード形状を得る。本研究では、柱の一次振動モードの同定を目的とし、RC 部材の損傷進展に伴う振動特性の変化を捉える。得られたモード形状が構造物の一次モードとして不適切であれば棄却し、適切であれば構造物の一次固有モードとして同定する。本研究の場合、載荷直角方向（x 方向）と載荷方向（y 方向）2 つの一次モードが同定される。適切な一次モードとして同定されたモード図のうち健全時のモード図を図-7 に一例として示す。

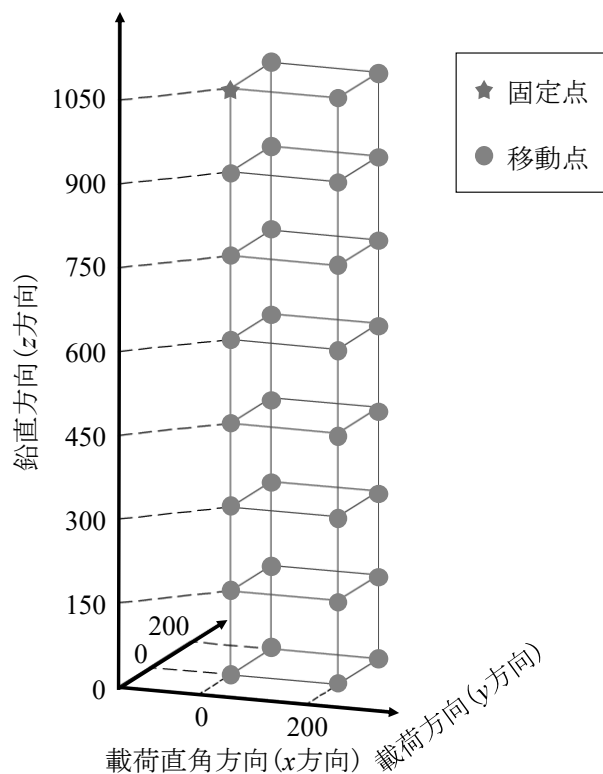


図-4 加速度センサ貼り付け位置

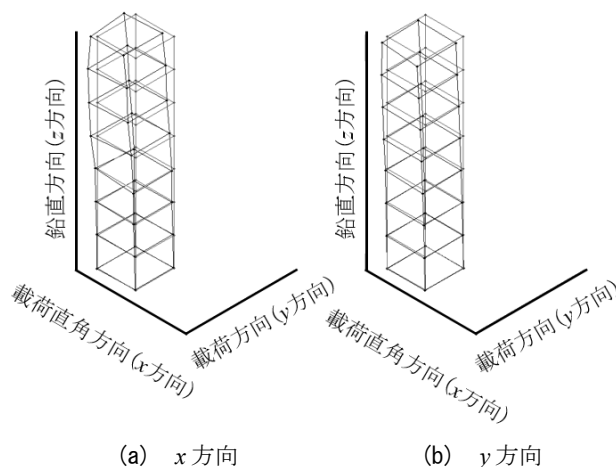


図-7 同定された一次モード図（健全時）

表-1 同定された固有振動数と減衰比
（損傷段階は除荷時を示す）

(a) x 方向

損傷段階	健全時	δ_y	$2\delta_y$	$4\delta_y$	$8\delta_y$
振動数(Hz)	12.23	10.72	9.15	8.35	6.85
減衰比(%)	6.39	4.16	5.89	3.49	7.51

(b) y 方向

損傷段階	健全時	δ_y	$2\delta_y$	$4\delta_y$	$8\delta_y$
振動数(Hz)	14.55	11.66	10.00	9.12	8.33
減衰比(%)	4.6	7.45	7.34	2.79	2.75

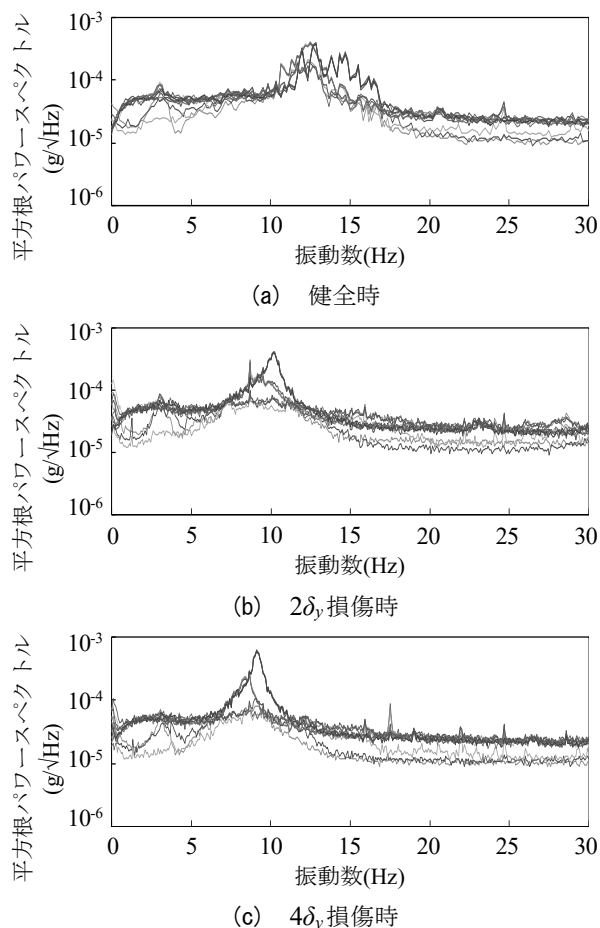


図-5 各損傷段階のパワースペクトル図

11の組み合わせからそれぞれ同定された固有振動数と減衰比の平均値を損傷段階毎に表-1にまとめて示す。損傷の程度が小さく、荷重除荷後の残留変形や曲げひび割れ幅の小さい δ_y や $2\delta_y$ までの応答しか生じていないRC部材であっても、健全時に比べて、固有振動数の明確な低下を同定できた。また、RC部材の損傷進展に伴い、载荷直角方向の一次固有振動数も载荷方向と同様に低下することを確認した。

4. まとめ

本研究では、ベイズ推定に基づくモード同定手法を用いることにより、曲げ損傷を受けるRC部材の一次固有モードおよび固有振動数の変化を実測し、その有効性を確認した。なお、実構造物への適用に向けては、実験的な検証をさらに続ける必要がある。特に、二方向入力を受ける場合や、地盤の影響を受ける場合への適用性を検討する必要がある。

参考文献

- 1) 篠田昌弘, 真井哲生, 江原季映, 中島進, 阿部慶太, 藤田圭一, 土屋宗典: 小型起振器と光ファイバセンサ

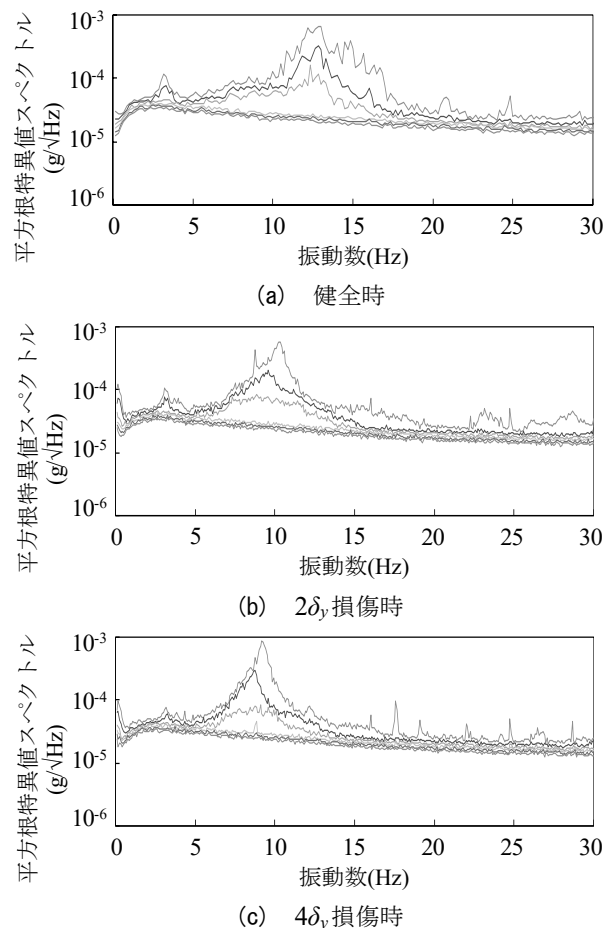


図-6 各損傷段階の特異値スペクトル図

を用いた鉄道橋梁下部構造物の振動計測, 土木学会論文集A1(構造, 地震工学), Vol. 69, No. 1, pp. 40-56, 2013.

- 2) 川谷充郎, 山田靖則, 嶽下裕一: 三次元車両モデルによる桁橋の動的応答解析, 土木学会論文集, No.584/I-42, pp. 79-86, 1998.
- 3) Siringoringo, D.M., Fujino, Y., Asce, M., Nagayama, T.: Dynamic Characteristics of an Overpass Bridge in a Full-Scale Destructive Test, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 139, No. 6, pp.691-701, 2013.
- 4) 區兆駒, 吉田郁政: ベイズ理論に基づく常時微動を用いた振動モード推定の基礎理論とその実用化, 土木学会論文集A2, Vol.68, No.2, pp.I_59-I_67, 2012.
- 5) 佐藤裕紀, 篠口冨子, Siu-Kui Au, 秋山充良: Bayesian operational modal analysisによる曲げ損傷を受けたRC部材の固有振動数の同定, 第19回性能に基づく橋梁等の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集, pp.199-202, 2016.
- 6) Ka-Veng Yuen, Lambros S. Katafygiotis: Bayesian Fast Fourier Transform Approach for Modal Updating Using Ambient Data, Advances in Structural Engineering, Vol. 6, No.2, 2003.