

3次元FEMを用いた杭基礎の逸散減衰評価手法に関する 基礎的検討

本山 紘希¹・室野 剛隆¹

¹正会員（公財）鉄道総合技術研究所 鉄道地震工学研究センター（〒185-0034 東京都国分寺市光町2-8-38）

1. はじめに

高架橋や橋りょう等の耐震設計において構造物の地震時の応答を評価する際には数値解析的な評価が行われることが多い。鉄道の耐震設計においては、構造物の非線形化の影響を考慮することから、時刻歴の動的解析法により地震応答を算定するのが標準的である¹⁾。動的解析法において減衰の設定が地震応答に与える影響は大きい²⁾が、この内、杭基礎等を有する高架橋・橋りょうでは、地盤と構造物の相互作用により生じる減衰（逸散減衰および周辺地盤の履歴減衰）の影響が大きいことが知られている。一方、これらの減衰は、周波数依存性や振幅依存性の影響を受けることも知られており、現象としても非常に複雑なものである。既往の研究では、弾性波動論に基づいた手法により減衰を評価するため、等価線形的な扱いによる検討が一般的であり、非線形性を考慮した状況における時々刻々の減衰の評価事例は少ない。等価線形的に非線形性を扱う場合には、履歴減衰と逸散減衰の分離に困難があり、ある程度の制約を受けた検討になることは否めない²⁾³⁾など。このような状況にあるため、時刻歴の動的解析における減衰の設定は容易ではなく、通常は慣例的に、数値解析上の扱いが簡便な剛性比例型減衰やレーリー型減衰が用いられることが多い⁴⁾。

これらを踏まえ、本研究では、時刻歴での減衰の評価手法について、FEMによる線形解析により単杭を考慮した場合について基礎的な検討を行う。杭頭加振を行い、それにより得られる入力と応答の関係から減衰（逸散減衰）を算定することを試みる。ここで、FEM解析を用いる理由は、直接的に任意の地盤構成則が扱えるため、今後の展開として、非線形への展開が容易であると考えられるためである。このため、著者らが提案する手法は、今後、非線形

領域に議論を展開することを前提に、時刻歴の入力・応答の関係から、時々刻々の減衰を評価する手法である⁵⁾。具体的には、動的載荷により得られた荷重－変位関係と静的載荷により得られた荷重－変位関係の差から減衰を算定するものとなっている。

以下、本論文では、まず、対象とする杭基礎および地盤についてのモデル化や対象領域の設定方法を説明する。モデル化した杭基礎において杭頭加振を行い、ここで提案する手法で、減衰の試算例を示す。減衰の試算においては、杭頭加振において載荷振動数を変化させ、振動数ごとの減衰の試算を試みた。

2. 検討対象と解析モデル

(1) 検討対象の概要

基礎的な検討として、可能な限り単純化した対象において逸散減衰の影響のみを扱うことを考える。上述のように、検討には3次元のFEM解析を用いる。具体的な検討対象として、基盤層と単一物性の表層からなる地層構成を想定し、杭も一本杭の場合を検討することとした。地盤の非線形性や杭・地盤の剥離等の影響も考慮しない。検討対象の概要を図-1に示す。表層地盤は $V_s=100\text{m/s}$ 、基盤層は $V_s=400\text{m/s}$ とし、杭径は1mとした。表層地盤は層厚15mとし、杭は基盤層に1m根入れさせている。これに対して、地盤および杭をソリッド要素によりモデル化する。なお、別途固有値解析により算定した結果、地盤の固有振動数は1.404Hzであった。

ここで、逸散減衰を扱うため、境界での反射波の影響を可能な限り抑える必要がある。これには、底面および側方の境界を粘性境界とすることに加えて、十分に広い領域をモデル化することが必要である。また、後述する提案手法では、静的載荷の結果も使

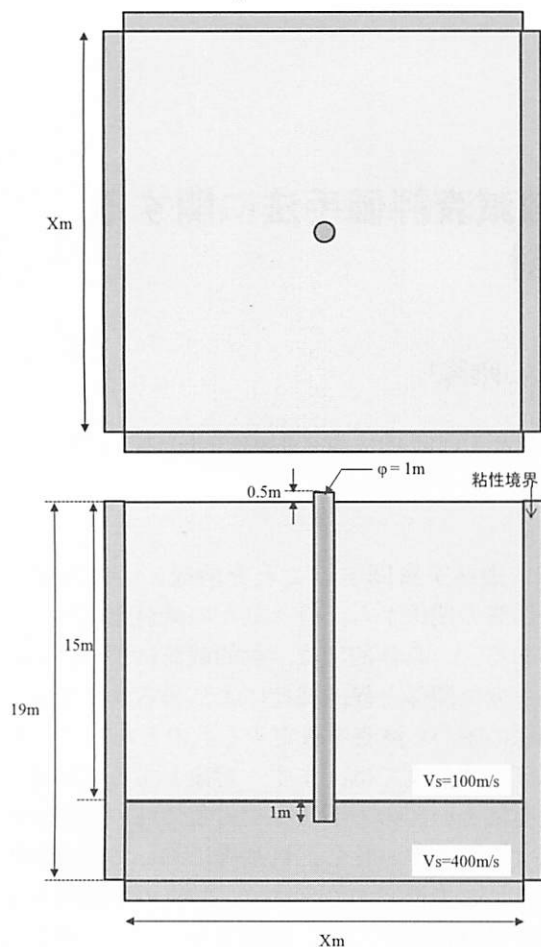


図-1 検討対象の概要（領域サイズは後述）

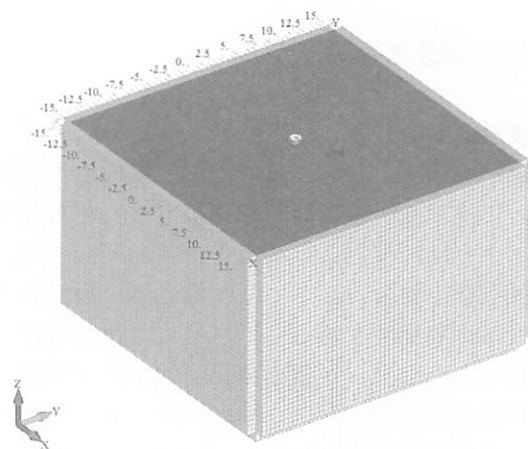
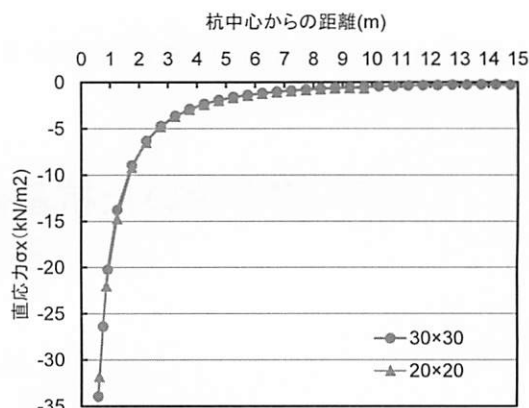


図-2 解析モデル

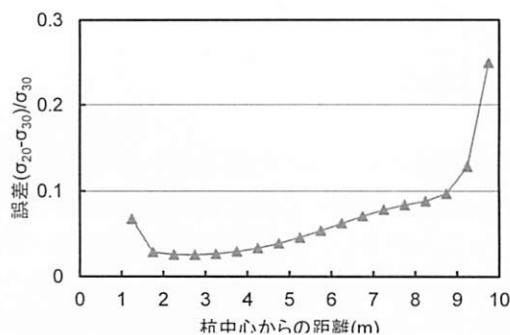
用するが、領域が狭いと境界の影響で杭の支持力が過大に発揮される可能性がある。以下では、まず、静的解析を使用し、解析領域について検討する。

(2) 解析領域の設定

解析領域の設定においては、静的に杭を水平方向に載荷した時に、境界の影響が十分小さくなるように設定する。具体的には、領域サイズを20m×20mと



(a) 発生応力



(b) 応力の差分

図-3 静的解析における地表面要素の発生応力

表-1 杭直近と境界近傍の応力

	20×20	30×30
杭直近での発生応力 (kN/m ²)	-33.983	-31.852
境界近傍での発生応力 (kN/m ²)	-0.681	-0.313

30m×30mの2パターンの解析モデルにおいて、境界を固定境界に変更した上で、杭頭に静的な載荷を行い、地盤に発生する応力を分析することで、境界の影響について議論する。解析モデルの例として、底面を30m×30mにした場合のモデル図を図-2に示す。メッシュサイズは0.5mを基本としており、約15万要素、約48万自由度のモデルとなっている。

杭頭に対して、水平方向（X軸方向）に静的に0.01mの変位を与えた場合の、地表面の要素におけるX軸方向の直応力（ σ_x ）の分布を領域が20m×20mおよび30m×30mの結果について重ねて示す（図-3(a)）。図は杭に押される側の地盤を取り出しており、圧縮応力がプロットされたものである。どちらのケースにおいても、杭からの距離が離れるにつれ、急激に発生応力が低下している傾向が見られる。次に、領域が20m×20mの時の応力の値を σ_{20} 、30m×30mの時の応力の値を σ_{30} と表した時に、 $(\sigma_{20} - \sigma_{30})/\sigma_{30}$

σ_{30} で表現される両者の誤差を図-3(b)に示す。誤差は概ね1割以下に抑えられており、変化は小さいと考えられる。つまり、領域を広げる過程で、20m～30m程度の領域を考えると、応力が収束しつつあると考察できる。また、表-1に両者の杭直近地盤の発生応力と境界近傍地盤の発生応力を整理した。特に、領域を30m×30mに設定した場合には、杭直近の応力に対して境界近傍では、発生応力が1/100以下になっている。これらより、境界の影響は限定的であると考え、領域を30m×30mと設定することで、今回の検討において十分な精度が確保できるものと考えた。なお、上記よりさらに領域を広く設定すると、当然、境界の影響をより小さくすることが可能であるが、解析時間も考慮し、これ以上広い領域における検討は現実的でないと考えた。

以上より、本検討では、図-1のような解析対象について解析領域を30m×30mと設定した。

3. 杭頭の動的載荷解析

(1) 解析概要

杭頭に対して変位境界条件としてサイン波を与え、杭への載荷力と杭および周辺地盤の応答を評価する。入力したサイン波の例を図-4に示すが、サイン波の開始（および終了）の2波にテーパをつけており、サイン波による入力は実質3波分としている。解析においては、入力するサイン波の振動数をパラメータとして複数ケースの解析を実施した。なお、後述のように、杭の慣性力の影響が存在すると、検討が複雑になることが想定されるため、仮想的に杭の質量をゼロとして解析を行うこととした。

(2) 解析結果の概要

1Hzのサイン波を入力した場合の杭の速度応答、加速度応答、杭への載荷力の時刻歴波形を図-5に示す。また、地表面の変位の伝播として、杭中心から5mの地点と10mの地点での変位応答波形を示す（図-6）。図には、杭中心の波形（入力）も参考として示しているが、波形が伝播していくとともに振幅が低減していく様子や位相がずれていく様子が分かる。波形に干渉した形跡が見られないことから、境界からの反射波の影響が小さいことも分かる。また、最大応力コンター（杭の載荷方向の直応力 σ_{xx} ）を図-7に示す。杭の変形に合わせて、地盤内に応力が発生している状況が分かる。

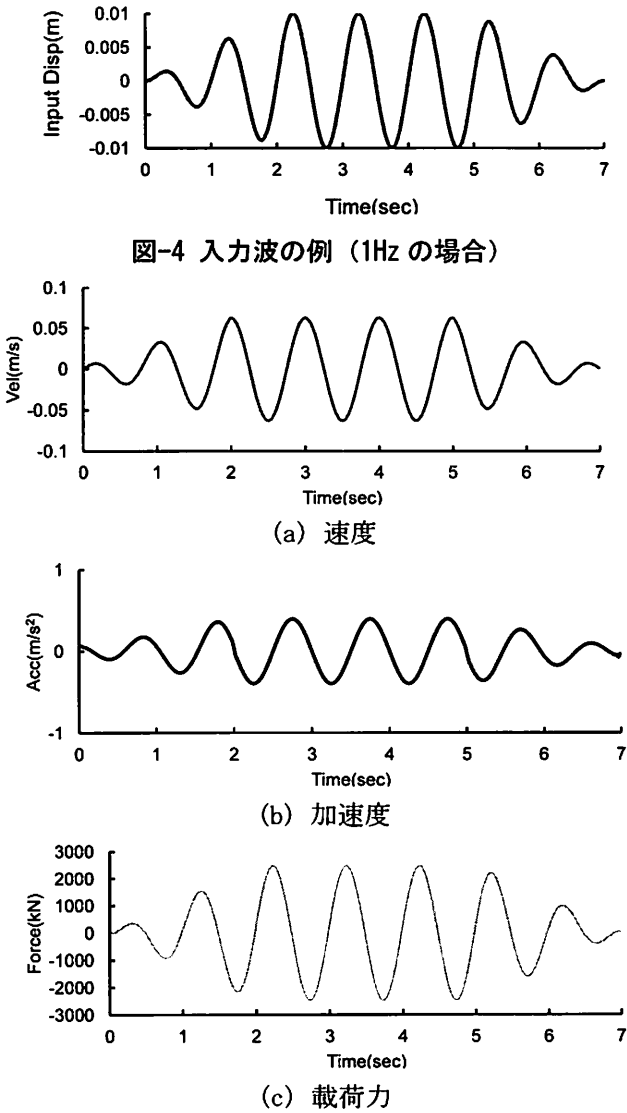


図-5 1Hzのサイン波を入力した場合の応答

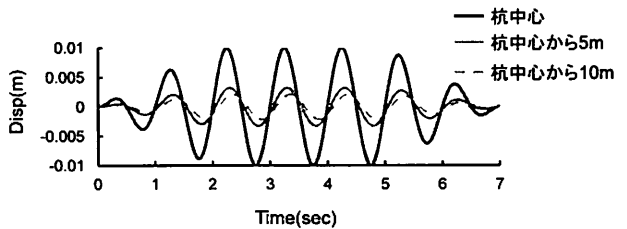


図-6 地表面における変位波形の伝播

4. 減衰の評価

(1) 減衰の算定手法のコンセプト

提案する減衰の算定手法のイメージを図-8に示す。杭基礎の杭頭荷重に対する挙動が1自由度系のモデル化で表現できるとすると、図のように動的載荷から得られる荷重－変位関係と、静的載荷から得られる荷重－変位関係の差が減衰力と考えられる。通常、この差分には慣性力の影響も存在するが、上述のように杭の慣性力を無視した状況では、減衰力のみを抽出できると考えられる。

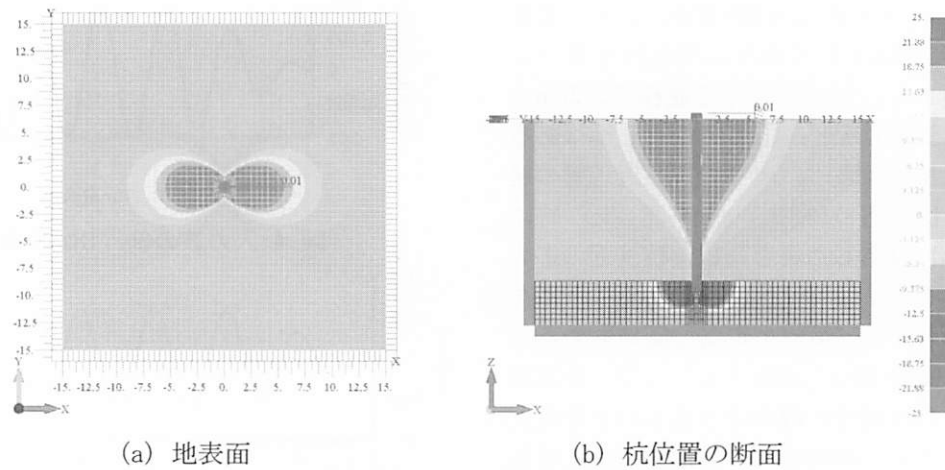


図-7 最大応力コンター図 (σ_{xx})

具体的には、下記の式(1)で表される1自由度系の運動方程式を変形した式(2)により減衰力（減衰係数 (c) $\times$ 速度 $(\dot{x})$ ）の形で評価する．

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (1)$$

$$c\dot{x} = f(t) - m\ddot{x} - kx \quad (2)$$

ここで、 $\ddot{x}, \dot{x}, x$ はそれぞれ杭頭の加速度応答、速度応答、変位応答を表す．また、 m は杭の質量を k は剛性を表し、 $f(t)$ は杭頭に与える動的荷重である．復元力 kx は静的载荷における荷重として直接算定する．なお、杭の慣性力を無視しているため、質量 $m=0$ と設定できる．各時刻において、式(2)に加速度応答、速度応答、変位を代入することで、時々刻々の減衰力が評価でき、これを速度で除することで減衰係数が算定できる．

(2) 減衰の算定例

図-5で示した波形から荷重－変位関係を整理し、静的な荷重－変位関係と合わせてプロットしたものを図-9に示す．線形解析であるため、静的荷重－変位関係は直線で得られている．ここで注意すべき点は、最大変位時（速度がゼロの時）に動的荷重－変位関係と静的荷重－変位関係が一致していない点である．この载荷履歴から直接式(2)の手法で減衰力を算定し、速度波形で除すると、減衰係数が振動して一定値として算定できない．ここでは、この動的荷重－変位関係と静的荷重－変位関係の最大変形時の不一致を、周辺地盤の影響により生じる付加質量 (m') の影響と解釈し、式(1)を補正し、式(3)として検討を行うこととした．

$$(m + m')\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (3)$$

これに対応する減衰力の算定式は、 $m=0$ も考慮すると、次式で表される．

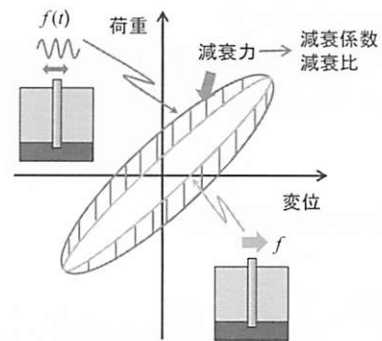


図-8 減衰算定のイメージ

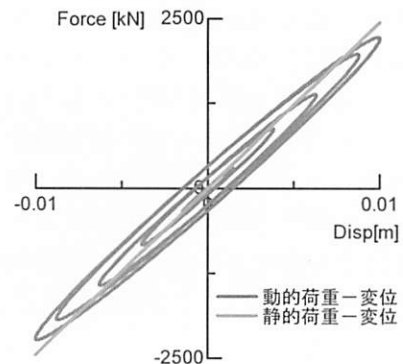


図-9 静的および動的荷重－変位関係

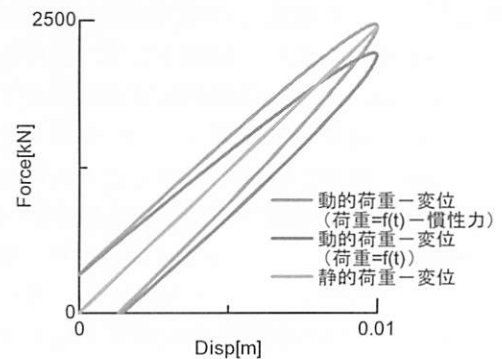


図-10 動的荷重－変位関係の補正

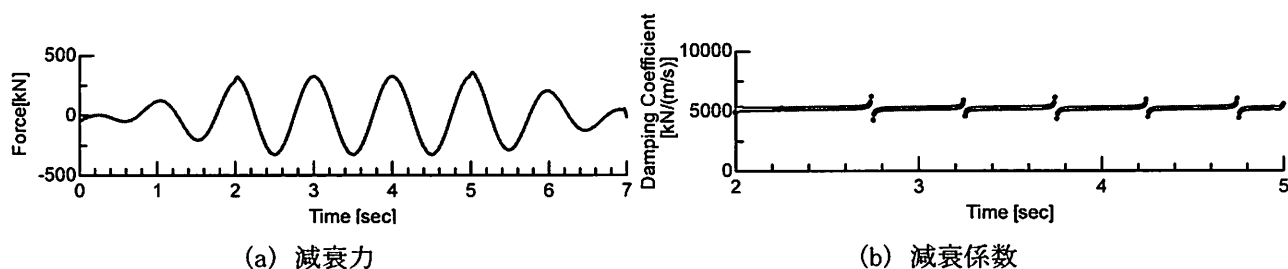


図-11 減衰力および減衰係数の算定

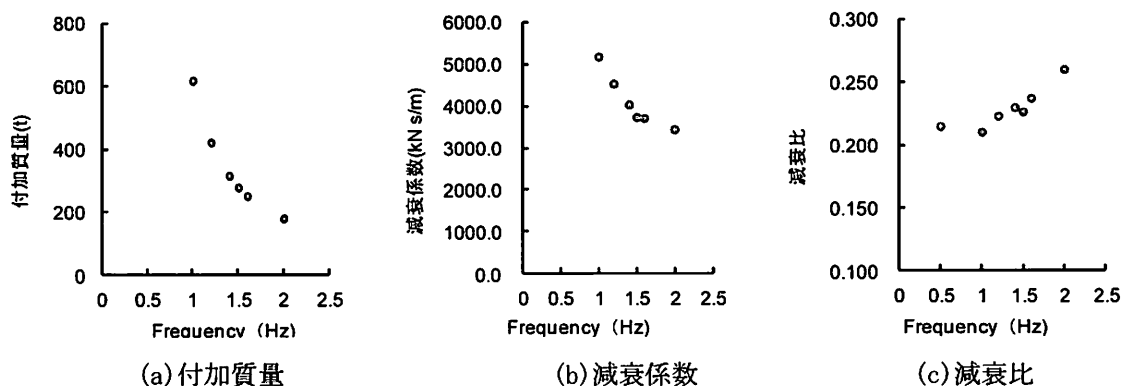


図-12 振動数ごとの減衰の算定

$$c\dot{x} = f(t) - m'\ddot{x} - kx \quad (4)$$

荷重として付加質量に加速度を乗じたものを本検討における慣性力項とし、新しく動的な荷重 $f(t) - m'\ddot{x}$ として定義すると、図-10に示すように最大変形時に動的荷重－変位関係と静的荷重－変位関係を一致させることが可能になる。式(4)により減衰力を算定し、得られた減衰力を速度で除することにより減衰係数を算定した。入力波のテーパー部分（最初と最後の2波）を除いた結果を図-11に示す。速度がゼロの時刻で結果に変動が見られる部分があるが、減衰係数がほぼ一定値として得られている。値は $c=5180\text{kN}/(\text{m/s})$ となっている。なお、この時の付加質量は $m'=618\text{t}$ となった。得られた減衰係数と運動方程式上の質量（この場合付加質量のみ）から算定される減衰比は $h=21.1\%$ となった。

(3) 振動数を変化させた場合の減衰の評価

振動数を変化させた場合について、減衰を試算する。上述のように地盤の固有振動数が 1.404Hz であることから、前節の結果も加えて、 1.0Hz 、 1.2Hz 、 1.4Hz 、 1.5Hz 、 1.6Hz 、 2.0Hz において減衰を算定した。図-12に算定に用いた付加質量、算定された減衰係数および減衰比を示す。付加質量および減衰係数は振動数が高くなるほど小さな値となっているが、減衰比は振動数が大きくなるほど大きな値になる傾向が見られた。

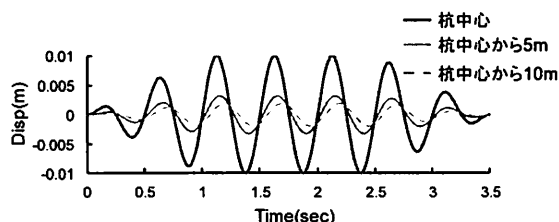


図-13 地表面における変位波形の伝播
(2.0Hz 加振)

なお、ここで得られた値は、杭の挙動を1自由度系の運動方程式で表現可能であるという仮定を置いた上での結論である。得られた値の妥当性については、今後、検討の必要がある。

(4) 付加質量の変化に関する考察

本手法によって計算を行う際に、付加質量が振動数によって変化する現象について、簡単な考察を行う。ここでは、上述した 1.0Hz のケースと、 2.0Hz で加振したケースの比較を試みる。 2.0Hz で加振した場合について、図-6および図-7と対応させて、地表面を伝播する変位波形と応力コンター図を示す（図-13・図-14）。

まず、応力コンター図を比較すると、図上では小さな差ではあるが、 2.0Hz 加振の方が発生応力は大きい。変位波形の伝播について、さらに詳細位県とするため、全体の5波目（目標振幅による載荷の2波目）に着目して、振幅や位相差を表-2および表-3に整理した。 1.0Hz 加振に比べて、 2.0Hz では振幅が

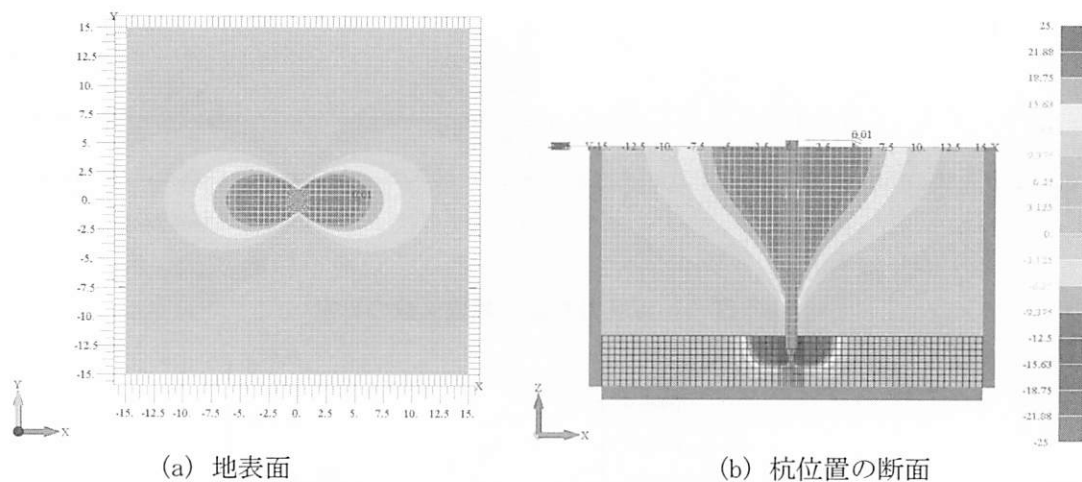


図-14 最大応力コンター図 (σ_{xx})
(2.0Hz 加振)

小さくなるとともに、入力、つまり基礎の挙動との位相差が大きくなっている。2.0Hzで発生応力が大きくなることも、杭基礎の挙動と周辺地盤の位相差が大きいためであると推測することができる。これは、1.0Hzに比較して、2.0Hzの場合の方が杭に追随する地盤が減少していることを意味すると考えられ、図-12で算定した付加質量の減少と整合する結果と考えられる。

以上により、直接的に付加質量を評価するには至らないが、振動数ごとの変化は、地盤の応答を分析することで検討可能であることが示された。

5. おわりに

本研究では、今後、地盤の非線形の影響を考慮することを前提に、時々刻々の減衰を評価可能な手法について3次元FEMにより検討を行った。その結果、下記の3点について成果が得られた。

- ① 杭基礎の減衰の評価手法として、周辺地盤の影響を付加質量として考慮する手法を提案し、本手法による減衰の試算を実施し、手法のある程度の有効性を確認した
- ② ①の手法により減衰の振動数依存性を直接評価可能であることを示した
- ③ 振動数依存性を3次元のFEM解析の結果を考察することで分析した

なお、本手法の妥当性の検討については、今後の課題としている。

謝辞

本研究の一部は国土交通省補助金を受けて実施した。ここに記して、謝意を示す。

表-2 地表面の各点における振幅および入力との位相差 (1.0Hz 载荷)

杭中心からの距離(m)	0.0	5.0	10.0
ピーク振幅(m)	0.01000	0.00325	0.00213
ピーク時刻(sec)	3.250	3.300	3.355
杭中心とのピーク時刻差(sec)	0.000	0.050	0.105
位相差(rad)	0.000	0.314	0.660

表-3 地表面の各点における振幅および入力との位相差 (2.0Hz 载荷)

杭中心からの距離(m)	0.0	5.0	10.0
ピーク振幅(m)	0.01000	0.00319	0.00189
ピーク時刻(sec)	1.625	1.655	1.695
杭中心とのピーク時刻差(sec)	0.000	0.030	0.070
位相差(rad)	0.000	0.377	0.880

参考文献

- 1) (公財) 鉄道総合技術研究所：鉄道構造物等設計標準・同解説 耐震設計，2012。
- 2) 小林恒一，八尾眞太郎：地盤の非線形性を考慮した水平方向における群杭の杭頭複素剛性の評価に関する研究，日本建築学会構造系論文報告集，第 444 号，pp.43-51，1993.2。
- 3) 齊藤正人，渡邊啓行：滑りと剥離の境界非線形性が杭基礎の動的インピーダンスに及ぼす影響に関する研究，土木学会論文集 No.766/I-68，pp.263-275，2004.7。
- 4) 矢田部浩，運上茂樹：非線形動的解析に用いる粘性減衰のモデル化と非減衰振動系の復元力モデルに関する一考察，第 8 回地震時保有耐力法に基づく橋梁等構造物の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集，2005。
- 5) 本山紘希，室野剛隆：杭基礎模型に対する水平方向の動・静的载荷試験による減衰量の評価（その 1 FEM による手法の検討），地盤工学研究発表会，2015（投稿中）。