

カオス応答アトラクタのアトラクタ型による 損傷検出性の差異

加藤 証一郎

正会員 博士（工学） 株式会社クレアテック 技術部（〒101-0065 東京都千代田区西神田2-5-8）

1. はじめに

近年、構造物の維持管理における補修や補強の効率化等を目的にした構造ヘルスマニタリングに関する研究が進められてきている。その中で、構造物のカオス応答アトラクタを用いた損傷検出法（以降、アトラクタ検出法と称す）は、カオス信号の入力による構造物の応答からアトラクタを作り出して損傷前後でアトラクタの変化を比較することにより損傷検出を行うものである。これに関する国内の幾つかの論文^{1),2),3)}では、ノイズに対するロバスト性と小さな損傷を検出できる敏感性を有する点において、アトラクタ検出法は損傷検出手法として優れているとされている。また、従来から損傷を周波数特性の変化などにより把握することが行われているが、周波数特性は損傷に対する感度が低く、周波数特性の変化と比較してカオス特徴量（アトラクタ関連諸量等）の変化の方が大きいとされている。その他、アトラクタ検出法には損傷箇所の特定が可能であるという利点もあるが、これらは全て構造物の応答がカオス性を示すことが前提である。

アトラクタは既に多くの型が発見されており⁴⁾、最近ではChenアトラクタの新型（以降、単にChenと称す）が報告されている⁵⁾。しかし、有名なLorenzアトラクタなどのうちいずれか一つの型が検討に使われているのが現状であり、複数の異なるアトラクタ型を用いた検討例は見られない。そこで、本検討では、Lorenz、Rössler、およびChenの3種類のアトラクタ型による損傷検出性の差異を把握することを主目的とし、RC橋脚を模擬した単柱モデルの一部に損傷を仮定してこれら3種類のカオス入力による振動解析を行う。その結果得られる損傷箇所近傍の応答変位の時系列データからアトラクタを作成し、損傷前後でアトラクタの変化を比較検討する。

2. アトラクタ型

Lorenz、Rössler、およびChenの3種類のアトラクタ型の例を図-1～図-3に示す。それぞれのアトラクタ型を表す非線形連立微分方程式は、表-1の計算条件により4次のルンゲクッタ法を用いて解いた。この際、微小時間増分量は0.001secとした。

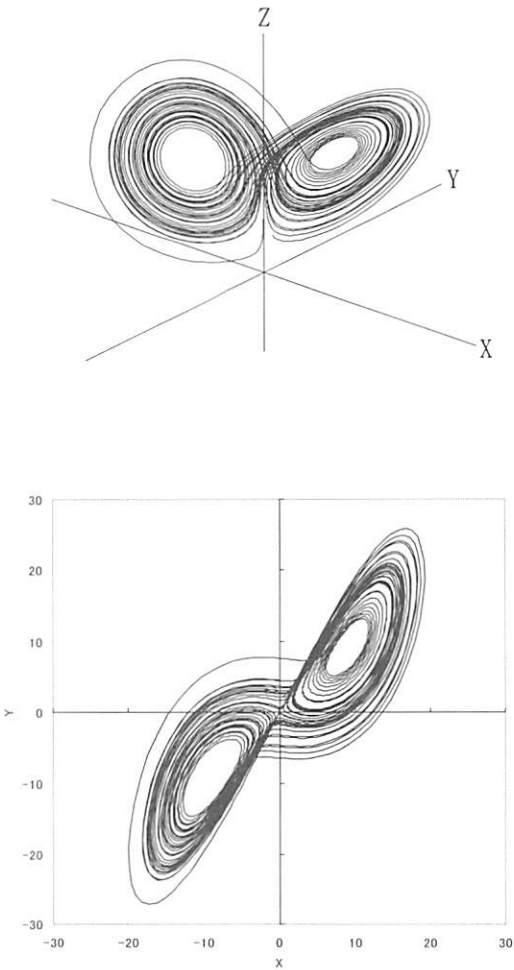


図-1 Lorenz アトラクタ

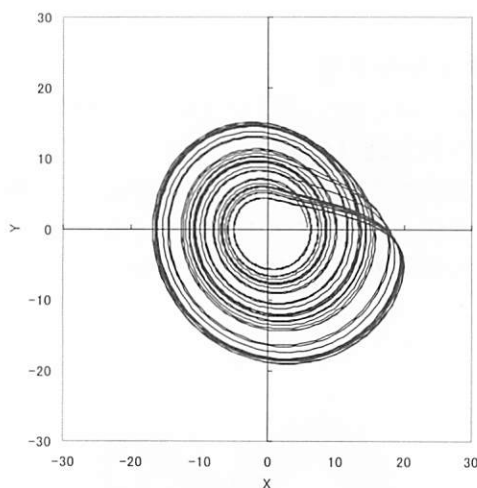
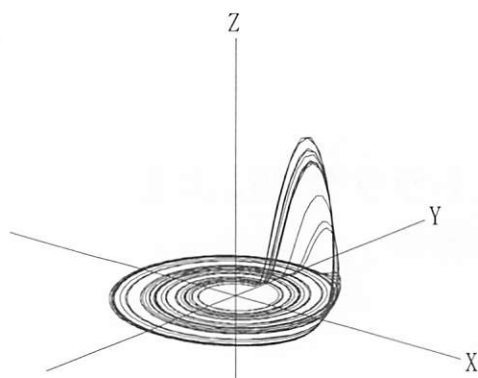


図-2 Rössler アトラクタ

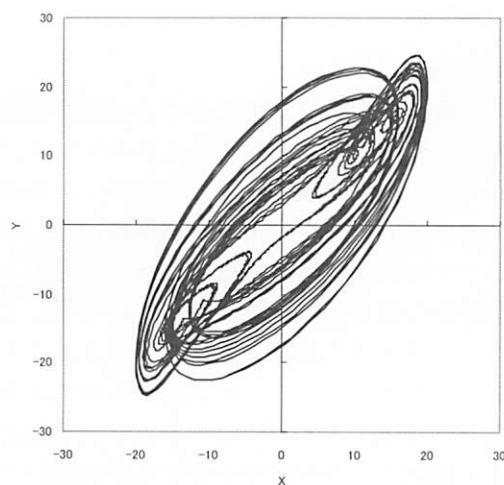
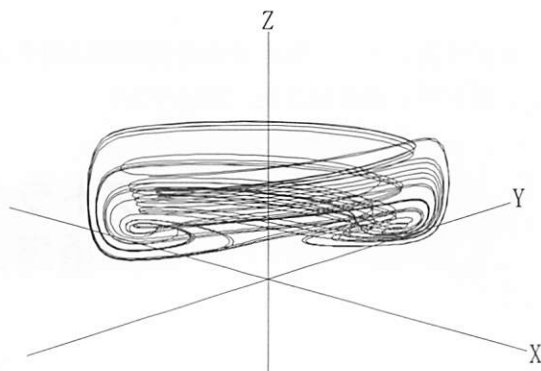


図-3 Chen アトラクタ

Lorenz 方程式を以下に示す。

$$\dot{x} = -a(x - y)$$

$$\dot{y} = bx - y - xz$$

$$\dot{z} = xy - cz$$

Rössler 方程式を以下に示す。

$$\dot{x} = -z - y$$

$$\dot{y} = x + ay$$

$$\dot{z} = b + z(x - c)$$

Chen 方程式を以下に示す。

$$\dot{x} = a(y - x)$$

$$\dot{y} = (c - a)x + cy - xz$$

$$\dot{z} = e^{xy} - bz$$

表-1 各連立微分方程式の計算条件

	Lorenz	Rössler	Chen
(1) パラメータ : a	10.00	0.15	35.00
パラメータ : b	28.00	0.20	3.00
(2) パラメータ : c	2.66	10.00	28.00
(3) 初期値 : (x_0, y_0, z_0)	(0, 2, 8)	(5, 0, 0)	(2, 2, 21)

(3)

3. 解析方法

- (4) 解析ソフトは、midas Civil⁶⁾を用いた。図-4に示す解析モデルにおいて下端を完全固定とし、図-5～
- (5) 図-7の3種類のカオス信号(加速度)を質点の慣性力として入力し、線形の時刻歴応答解析(X方向)を行った。解析ケースは、表-2の通り、損傷前1ケースと損傷後3ケースの計4ケースとした。損傷後のケースとしては、要素4に損傷を仮定し、要素4のヤング係数E (25kN/mm²)をそれぞれ5%, 10%, および20%低減したケースとした。単位体積重量は24.5kN/m³とし、また上部工を想定して頂部節点6に質量200kN/gを付加した。減衰は5%とし、Δ
- (6)
- (7)
- (8)
- (9)

t=0.001secとした．入力波形は，各方程式のxの時刻歴であり，最大20galとなるように調整し，また応答がカオス性を示すように周期特性を調整した．

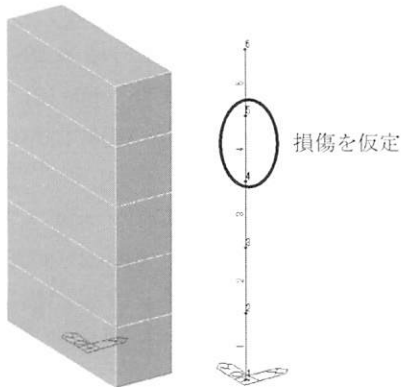


図-4 解析モデル (x2m×y6m×z10m)

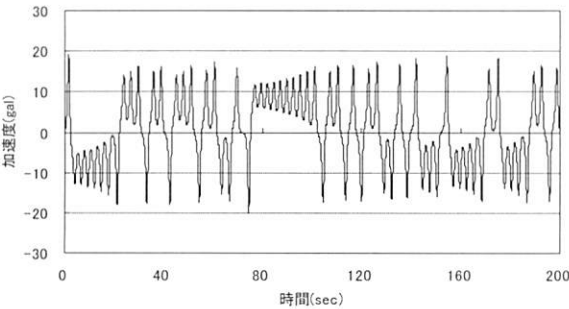


図-5 Lorenz 入力波形

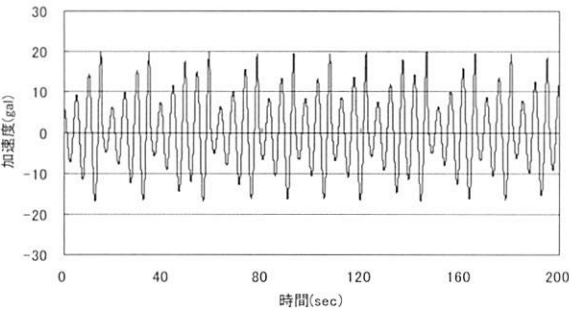


図-6 Rössler 入力波形

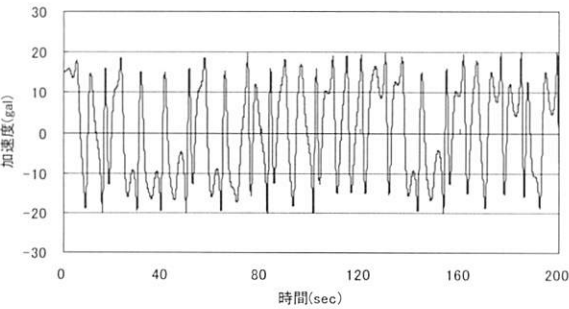


図-7 Chen 入力波形

表-2 解析ケース

Case1	損傷前
Case2	要素 4 の損傷率 5% (E を 5%低減)
Case3	要素 4 の損傷率 10% (E を 10%低減)
Case4	要素 4 の損傷率 20% (E を 20%低減)

4. 解析結果

下表に固有値解析の結果を示す．

表-3 固有値解析の結果

モード	Case1	Case2	Case3	Case4
	周波数 Hz	周波数 Hz	周波数 Hz	周波数 Hz
1次	5.19	5.18	5.17	5.15
2次	42.48	42.21	41.92	41.26
3次	49.61	49.40	49.17	48.63
4次	111.47	110.86	110.22	108.77
5次	173.96	172.96	171.88	169.41

Lorenz 入力の場合について損傷近傍節点 5 の応答変位のフーリエスペクトルを作成し，図-8 および図-9 のように損傷前後で比較した．その結果，差異はわずかであり，一部拡大した図においてもその差は判別しにくい．

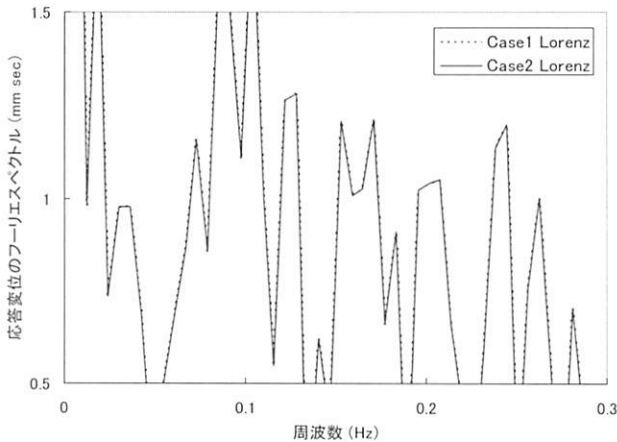
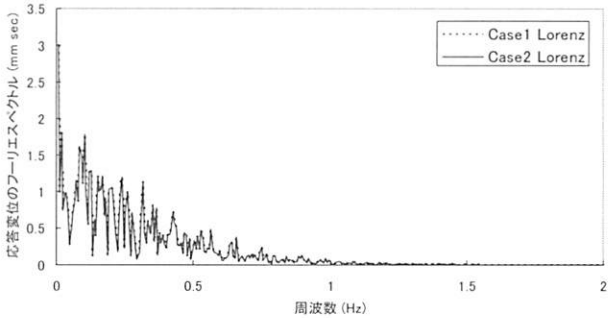


図-8 Case1 vs. Case2 (Lorenz 入力の場合)

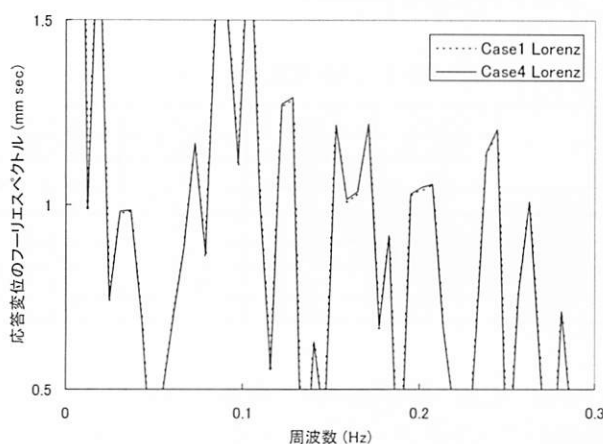
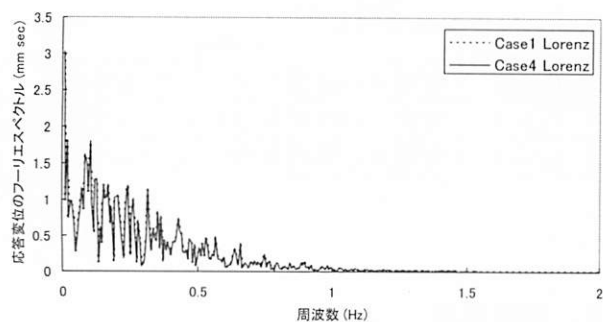


図-9 Case1 vs. Case4 (Lorenz 入力の場合)

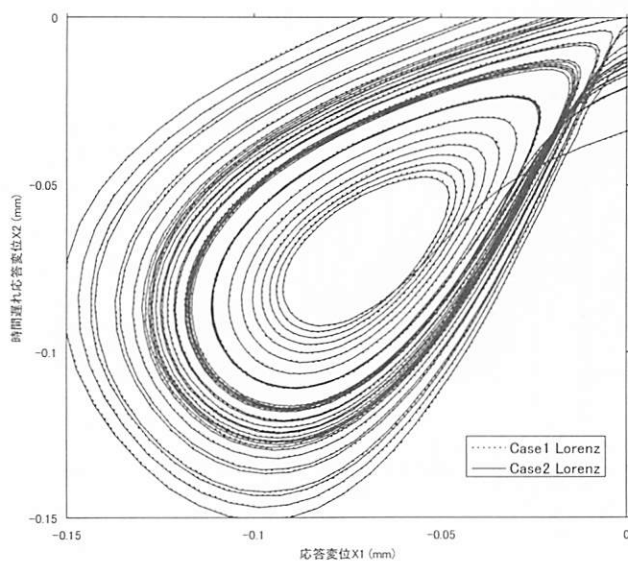
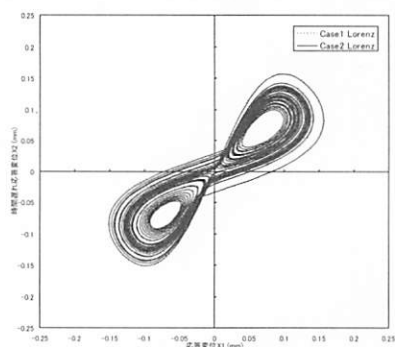


図-10 Case1 vs. Case2 (Lorenz 入力の場合)

一方、損傷近傍節点5の応答変位を用い、横軸を応答変位X1、縦軸を遅れ時間0.4secの応答変位X2としてアトラクタを作成した。そして、図-10～図-13のように損傷前後のアトラクタを比較した。Case1とCase4の比較ではいずれのアトラクタ型においても差異を容易に判別できる。また、図-10に示すCase1とCase2 (Lorenz入力の場合)の比較においても、辛うじて差異を判別できる。

Lorenz入力の場合について、フーリエスペクトル分析では損傷前と損傷率5% (Case2) の前後の差異は判別困難であるが、アトラクタ検出法では辛うじて差異を判別できる。また、損傷前と損傷率20% (Case4) の前後の差異については、明らかにアトラクタ検出法の方が判別し易い。これらのことから、フーリエスペクトル分析に比べてアトラクタ検出法の方が判別し易いことがわかる。

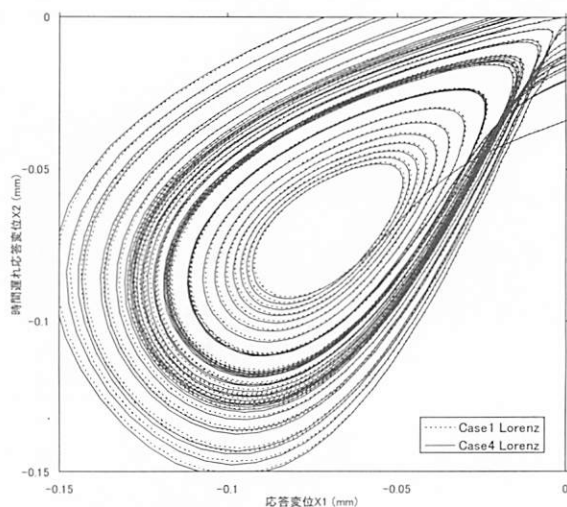
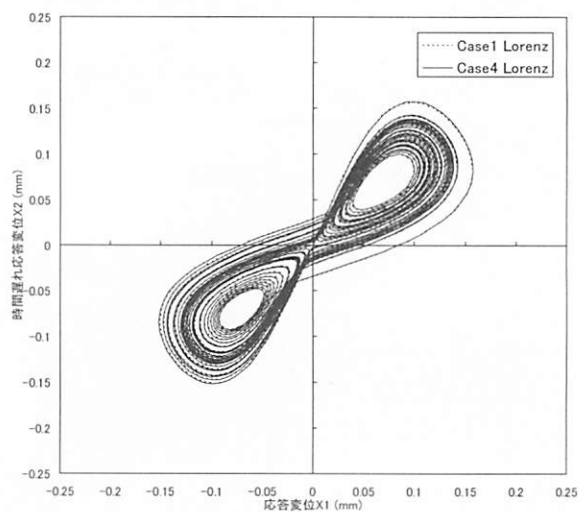


図-11 Case1 vs. Case4 (Lorenz 入力の場合)

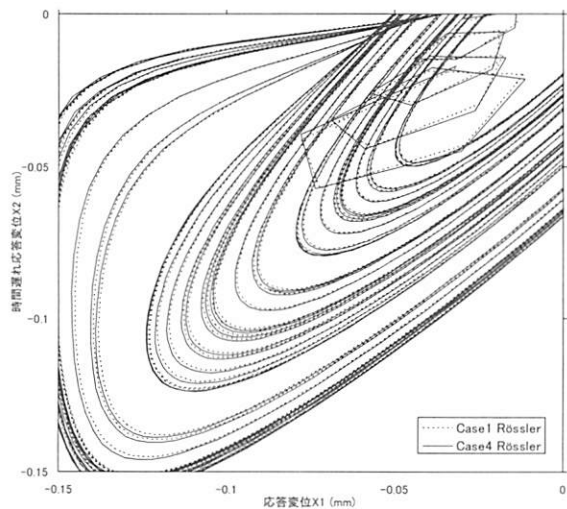
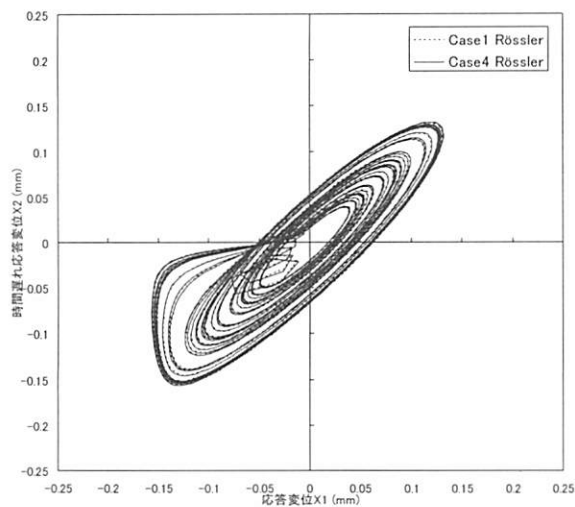


図-12 Case1 vs. Case4 (Rössler 入力の場合)

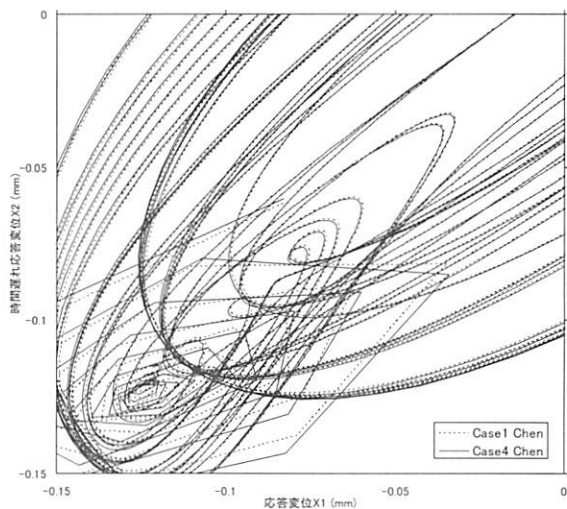
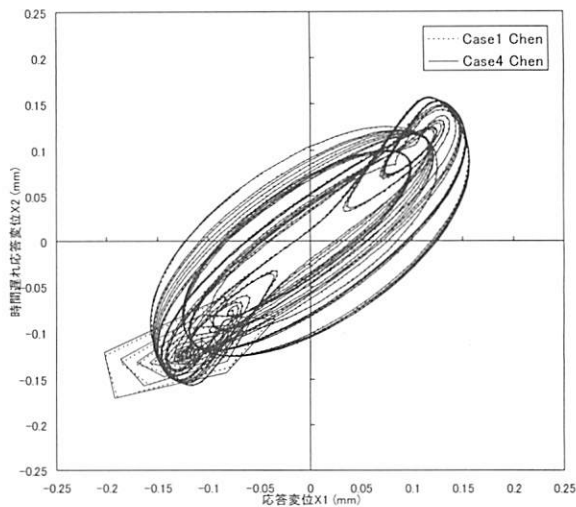


図-13 Case1 vs. Case4 (Chen 入力の場合)

定性的には Lorenz に比べて Rössler や Chen の方が多少判別し易いようであるが、その状況を明確にするために定量的な評価を行う。評価指標は、損傷前後のアトラクタ軌跡の長さの比とする。損傷前 (Case1) および損傷後 (Case2～Case4) についてそれぞれ時刻 t におけるアトラクタ軌跡の長さを下式で計算する。

$$\sum L \Big|_{t=n \times \Delta t} = \sum_{k=1}^n \sqrt{(X1_{k+1} - X1_k)^2 + (X2_{k+1} - X2_k)^2} \quad (10)$$

ここに、 n は時間ステップを表し、最終ステップは遅れ時間を考慮している分だけ短い。式(10)を用い、損傷検出性を表す損傷前後の比「損傷後 ΣL / 損傷前 ΣL 」により評価を行う。Case1 vs. Case2～Case4 のそれぞれについて「損傷後 ΣL / 損傷前 ΣL 」を図-14～図-16 に示す。また、要素4の損傷率と全時間における ΣL の最大値の比「 $\max(\text{損傷後 } \Sigma L) / \max(\text{損傷前 } \Sigma L)$ 」の関係を表-4 および図-17 に示す。

これらの結果から、Lorenz に比べて Rössler や Chen の方が損傷検出性が高いことがわかる。表-4 や図-17 からは Chen が Rössler よりも僅かに高い程度であるが、図-14～図-16 のように時系列で見ると Chen の方が Rössler より明らかに高いことがわかる。よって、アトラクタの型によって損傷検出性が異なり、Chen が最も損傷検出性が高く、Rössler がそれに次ぐことがわかる。また、一般に損傷率の増大に伴って損傷検出性も上がると考えられるが、このことも結果から確認することができ、「 $\max(\text{損傷後 } \Sigma L) / \max(\text{損傷前 } \Sigma L)$ 」は概ね要素4の損傷率と一次比例の関係にある。

表-4 $\max(\text{損傷後 } \Sigma L) / \max(\text{損傷前 } \Sigma L)$

	$\max(\text{損傷後 } \Sigma L) / \max(\text{損傷前 } \Sigma L)$		
要素4の損傷率(%)	Lorenz	Rössler	Chen
5	1.0023	1.0036	1.0037
10	1.0048	1.0075	1.0077
20	1.0107	1.0165	1.0167

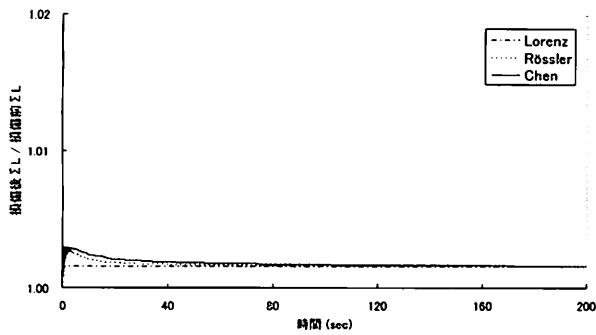


図-14 Casel vs. Case2

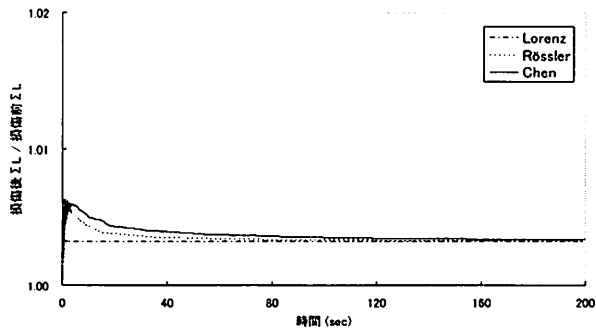


図-15 Casel vs. Case3

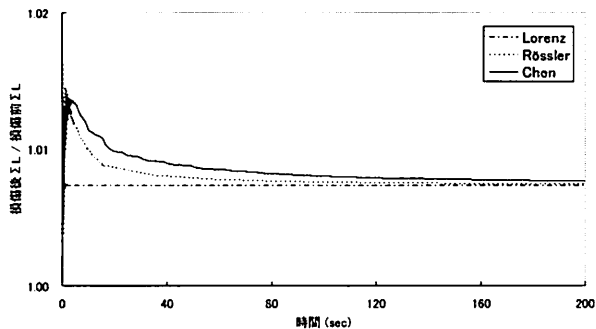


図-16 Casel vs. Case4

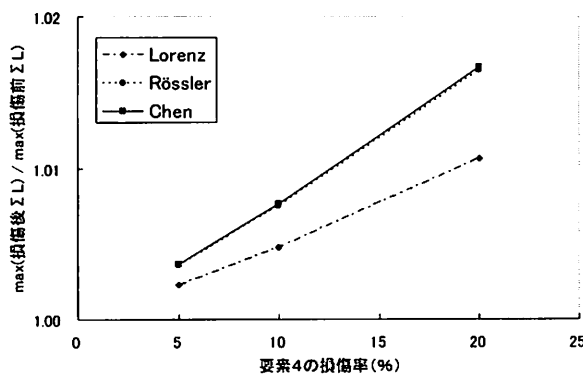


図-17 max(損傷後 ΣL) / max(損傷前 ΣL)

5. まとめ

本検討において、以下の知見が得られた。

(1) フーリエスペクトル分析に比べてアトラクタ検出法の方が損傷を検出し易いことを確認した。

(2) アトラクタの型によって損傷検出性に差異があること、またLorenz, Rössler, およびChenの3つの型ではChenが最も損傷検出性が高くRösslerがそれに次ぐことがわかった。

今後の課題としては、複数のアトラクタ型を用いる条件において、ホワイトノイズを考慮したノイズに対するロバスト性の差異についての検討や3次元橋梁モデルにおける損傷検出性の把握などが考えられる。また、アトラクタ検出法は振動台実験における構造物の損傷把握にも適用できると考えられるがこれについては検証が必要である。

参考文献

- 1) 佐藤, 田中: 構造物のカオス応答アトラクタを用いた損傷検出法の開発, 土木学会論文集A, Vol. 62 No. 4, pp.915-924, 2006.
- 2) 野村, 古田, 川谷, 広兼, 中津: カオス信号入力と交差予測誤差率による構造物の応答評価に基づく損傷診断法の開発, 土木学会論文集A, Vol. 65, No. 1 pp.30-41, 2009.
- 3) 野村, 森本, 日下, 古田: カオス応答アトラクタのリカレンスプロットに基づく構造物の損傷位置同定, 機械学会論文集C1編, 79巻807号, pp.209-221, 2013.
- 4) 合原, 池口, 山田, 小室: カオス時系列解析の基礎と応用, 産業図書, 2000.
- 5) IFTIKHAR AHMED, CHUNLAI MU, AND FUCHEN ZHANG : A NEW CHAOTIC ATTRACTOR WITH QUADRATIC EXPONENTIAL NONLINEAR TERM FROM CHEN'S ATTRACTOR, International Journal of Analysis and Applications, ISSN 2291-8639, Volume 5, Number 1, pp.27-32, 2014
- 6) midas Civil 理論マニュアル, 2015