

モード解析法を改良した液状化地盤の水平変位分布の 算定手法に関する検討

上田恭平¹・井澤淳¹・宇佐美敦浩²・室野剛隆¹

¹正会員 博士（工学） 公益財団法人鉄道総合技術研究所 鉄道地震工学研究センター
〒185-8540 東京都国分寺市光町2-8-38)

²正会員 修士（工学） 公益財団法人鉄道総合技術研究所 鉄道地震工学研究センター
〒185-8540 東京都国分寺市光町2-8-38)

1. はじめに

地震時に地盤の液状化が発生した場合、地盤は急激に強度および剛性を失い、基礎構造物や地中構造物では大きな被害が発生する。例えば、1995年兵庫県南部地震では、液状化に起因する杭基礎構造物の被害が多く見られた。その後の調査や研究等から、上部構造物に作用する慣性力の影響のみならず、液状化に起因する地盤変位の増大の影響も大きいことが明らかになってきた。例えば、田村ら¹⁾は大型せん断土槽を用いた地盤-杭-構造物系の模型実験を行い、液状化の進行中に地盤変位が急変する箇所ではRC杭が破壊に至ったことを明らかにしている。これらを背景に、例えば建築基礎構造物設計指針²⁾では、地盤剛性が急変するような地盤では応答変位法により杭基礎の耐震設計を行う事を推奨しているが、具体的な手法については述べられていない。

一方、鉄道構造物等設計標準・同解説 耐震設計³⁾（以降、耐震標準）においても、G3地盤以上の地盤中に位置する深い基礎の設計においては、地盤変位の影響を考慮するため応答変位法を実施することとしている。また、液状化地盤でも、地盤剛性がある程度残存していると考えられる液状化I（ $5 \leq P_L < 20$ ）に該当する地盤については、地盤変位の影響を考慮することとしている。この場合、有効応力解析により間隙水圧の上昇に伴う地盤剛性の低下、地盤変位の急増を時々刻々と算定し、それらの影響を基礎構造物の設計時に反映させるのが理想的であるが、実務上、非常に煩雑となる。したがって、液状化時の地盤変位を適切に算定し、応答変位法により地盤変位の影響を考慮する手法が合理的である。しかしながら、設計において液状化地盤の変位分布を簡易に

算出する手法は確立されていないのが現状である。

そこで本論文では、従来のモード解析法（2章を参照）を改良し、液状化地盤の変位分布を比較的簡便に算定するための手法の構築を行った。3章で非液状化地盤を対象に、ひずみレベルに依存した地盤の非線形性を考慮したモード解析法を提案し、続く4章では液状化地盤を対象に、ひずみレベルに依存した地盤の非線形性に加えて、液状化時の過剰間隙水圧の上昇に伴う地盤の非線形性も考慮できるように、モード解析法を改良した。さらに、提案手法と逐次非線形動的解析法の結果と比較することにより、提案手法の有効性を確認した。

2. 従来のモード解析法

(1) 従来のモード解析法の概要

ここでは、まず従来のモード解析法（これ以降、従来法と称す）の概要について述べる。図-1のような n 層から成る多層地盤を考えると、第 i 層における地盤のせん断自由振動の方程式は、式(1)で表される。

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial t^2} = V_{s0,i}^2 \cdot \frac{\partial^2 x_i}{\partial z_i^2} \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (1)$$

ここに、 $V_{s0,i}$ は i 層の初期せん断弾性波速度であり、 $x_i = X_i T_i$ と変数分離することにより、式(1)の解は以下のように与えられる。

$$x_i = X_i \cdot \exp(i\omega_k t) \\ X_i = C_i \sin \frac{\omega_k}{V_{s0,i}} z_i + D_i \cos \frac{\omega_k}{V_{s0,i}} z_i \quad (2)$$

ここに、 ω_k ： k 次の固有円振動数、 C_i 、 D_i ：定数で境界条件および各層間の連続条件から決定される。境

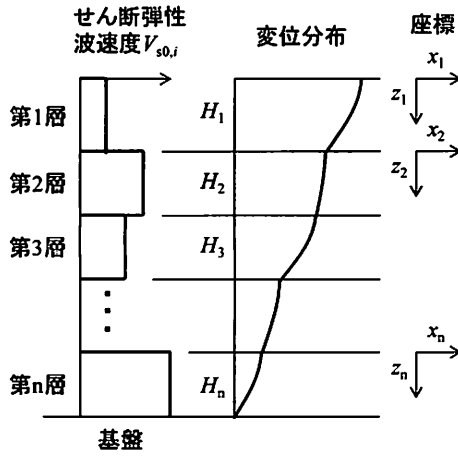


図-1 モード解析法における多層地盤モデル

界条件として、基部が固定で地表面が自由と考えると、

$$\begin{aligned} \frac{dX_1}{dz_1} &= 0 \text{ at } z_1 = 0 \\ X_n &= 0 \text{ at } z_n = H_n \end{aligned} \quad (3)$$

一方、各層の境界における変位およびせん断応力の連続条件より、

$$\left. \begin{aligned} X_{k-1} &= X_k \\ G_{0,k-1} \frac{dX_{k-1}}{dz_{k-1}} &= G_{0,k} \frac{dX_k}{dz_k} \end{aligned} \right\} \text{ at } z_{k-1} = H_{k-1}, z_k = 0 \quad (4)$$

ここに、 $G_{0,i}$ は*i*層の初期せん断剛性であり、次式により与えられる。

$$G_{0,i} = \rho_i V_{s0,i}^2 \quad (5)$$

最後に、式(3)の境界条件式と式(4)の連続条件式を式(2)に代入し、連立させて解くことで振動数 ω_k と定数 C_i, D_i を求め、1次の固有円振動数 ω_1 に対応した1次モード形状 $X^{(1)}$ を算定する。このようにして求められた地盤のモード形状は最大振幅を1に正規化しているため、別途評価される地表面の最大変位量 a_g を乗じることで、次式のように地盤の変位分布 $f(z)$ が算定される。

$$f(z) = a_g \cdot X^{(1)} \quad (6)$$

なお、耐震標準では、式(6)における地表面位置での最大変位量 a_g (m)を、表層地盤の固有周期 T_g (s)に基づき次式により算定している³⁾。

$$a_g = \begin{cases} 0.064 \times T_g^{2.1} & (\text{L1地震動}) \\ 0.320 \times T_g & (\text{L2地震動スペクトルI}) \\ 0.413 \times T_g & (\text{L2地震動スペクトルII}) \end{cases} \quad (7)$$

(2) 従来のモード解析法の欠点

(1)で述べたように、従来法では地盤の初期せん断弾性波速度 V_{s0} から求まる初期せん断剛性 G_0 を用いて、地盤の固有振動モードを算定する。一方、地表面最大変位量は式(7)より算出し、これら両者の結果から、地盤変位分布および各層のせん断ひずみ分布を求めている。ここで、式(7)による a_g の算定式は地盤の非線形動的解析の結果を統計処理して求められたもので、ひずみレベルに依存した地盤の非線形性を考慮しているのに対し、従来法における固有振動モードは初期せん断剛性 G_0 より算定しており、ひずみレベルに依存した非線形性を考慮できていない。

したがって、モード解析の際に用いるせん断剛性と、モード解析の結果として得られるせん断ひずみレベルに応じたせん断剛性は整合しないこととなる。特に液状化は地盤の強い非線形性を伴う現象であり、液状化地盤におけるせん断剛性は、地盤が非線形化する前の値と比較して大きく低下することが知られている。さらに、液状化の場合、ひずみレベルに依存した非線形性に加えて、繰返し載荷に伴う過剰間隙水圧の上昇に起因して非線形性が増大する。このため、せん断剛性の初期値を用いて地盤変位を算定する従来法では、液状化地盤の変位を適切に評価することは不可能である。

3. ひずみ依存の非線形性を考慮したモード解析法（非液状化時の非線形モード解析法）

(1) 非液状化時の非線形モード解析法の説明

2. (2)で述べた従来法が有する欠点を補うため、ひずみレベルに応じた地盤の非線形性を適切に評価し、モード解析法を用いてより実際に近い地盤変位分布を算定できるよう、従来法に改良を加える。過剰間隙水圧の上昇に伴う非線形性の影響については、4章で述べることとする。なお、厳密にはひずみ依存と水圧依存の非線形性は完全に分離できるものではないが、本論文では設計の便を考えそれぞれの影響を個々に考慮することとした。ここで提案するひずみレベルによる影響を考慮したモード解析法（以下、非液状化時の非線形モード解析法と称す）では、図-2に示すような手順で地盤変位分布を算出する。

- ①：初期せん断剛性 G_0 を用いた通常モード解析を実施し（ $G_{usc}=G_0$ ）、固有振動モードと地表面最大変位量 a_g （式(7)）から地盤変位の鉛直方向分布および各層のせん断ひずみ γ_{cal} を算出する。
- ②：各層における地盤の非線形性として、せん断剛性とせん断ひずみの関係（ $G \sim \gamma$ 関係）を設定

し、モード解析により得られたせん断ひずみ γ_{cal} に対応したせん断剛性 G_{cor} を求める。なお、各層の $G \sim \gamma$ 関係は室内土質試験などから求めるのが望ましいが、全層にわたって試験が実施されることはまれであるため、3. (2)で後述するように簡易に設定することも可能である。

- ③：手順②で求めたせん断剛性 G_{cor} を用いてモード解析を再度実施し（ $G_{usc}=G_{cor}$ ），得られた固有振動モードと①で算定した地表面最大変位量 a_g から地盤変位の鉛直方向分布と各層のせん断ひずみ γ_{cal} を再度求める。
- ④：手順②と同様に、手順③で得られたせん断ひずみ γ_{cal} に対応したせん断剛性 G_{cor} を求める。④で求められたせん断剛性 G_{cor} と手順③で用いたせん断剛性 G_{usc} の比がある閾値に収束するまで、③～④の手順を繰返し行う。
- ⑤：せん断剛性の比が収束判定（ここでは、 $(G_{cor}/G_{usc})/G_{usc} < 0.01$ とした）を満足すれば、手順③のモード解析の結果がひずみレベルに依存した地盤の非線形性を考慮した地盤変位分布となる。

(2) 非液状化時の非線形モード解析法と動的解析法との比較

非液状化時の非線形モード解析法の妥当性を検証するため、耐震標準に示すG3およびG4地盤に分類される地盤を対象に、1次元の逐次非線形動的解析（これ以降、動的解析と略す）から得られる地表面変位最大時の地盤変位分布と、従来法および非液状化時の非線形モード解析法による結果を比較する。

a) 動的解析の方法

動的解析における地盤の非線形モデルは耐震標準に示すGHE-Sモデル⁴⁾を用いることとし、動的解析と非線形モード解析法（図-2の手順②を参照）に必要な $G \sim \gamma$ 関係は、動的変形試験が実施されている土層については試験値を用いた。一方、室内試験が実施されていない土層については、耐震標準に示すGHE-Sモデルの標準パラメータと、平均粒径 D_{50} と有効上載圧 σ'_v に基づき安田・山口式⁵⁾から推定した規準ひずみ $\gamma_{0.5}$ を用いて $G \sim \gamma$ 関係を設定した。動的解析に用いた地震動は耐震標準に示すL2地震動スペクトルIIであり、地盤の減衰特性は福島・翠川⁶⁾を参考にレーリー減衰により設定した。

b) 動的解析法との比較

従来のモード解析法および非液状化時の非線形モード解析法により得られた地盤変位の鉛直方向分布を、動的解析の結果と比較して図-3に示す。なお、ここでは地盤変位の分布形状の比較を最優先にするため、動的解析による地盤変位分布は地表面での最大変位量がモード解析法と一致するように補正してある。図-3(a), (b)はそれぞれG3, G4地盤に該当するが、従来のモード解析法ではいずれのケースも動的解析の結果に見られる非線形性が顕著で地盤変位が急増する箇所（図-3(a)では深度3～6m付近、図-3(b)では深度10～15m付近）を適切に評価できていない。一方、非線形モード解析法では、このような非線形性に伴う地盤変位の急増箇所が概ね評価されており、本手法により動的解析の結果により近い地盤変位分布を簡易に算定できることが確認された。

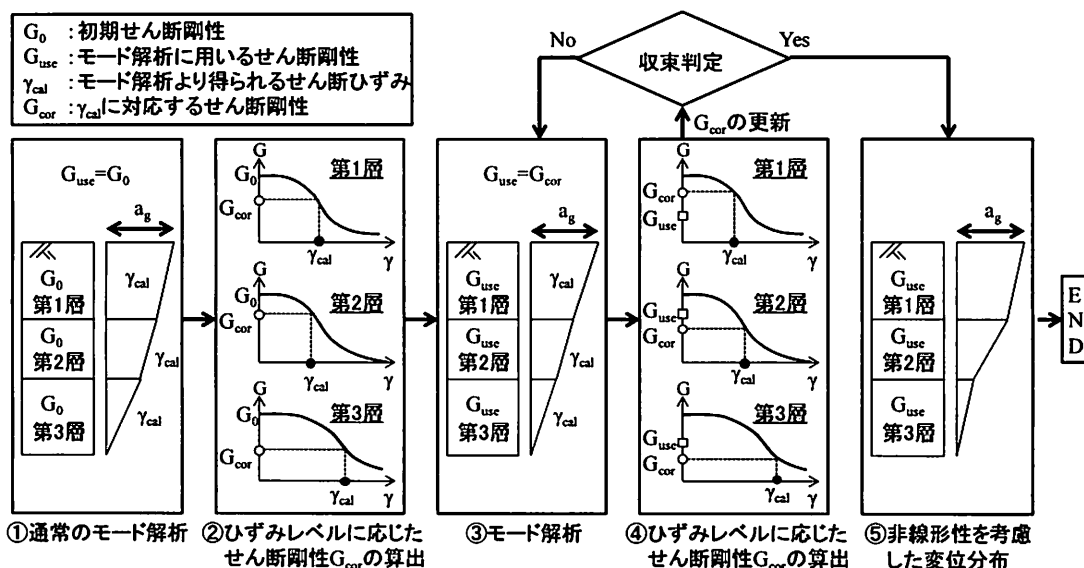
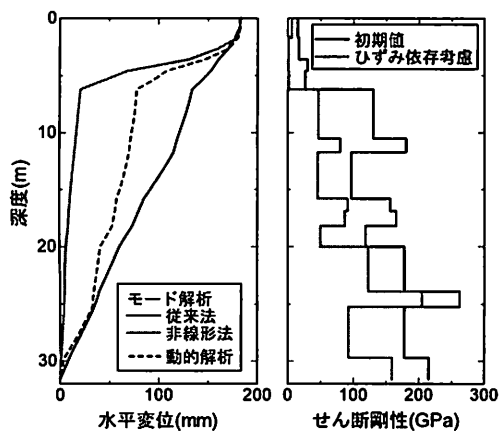
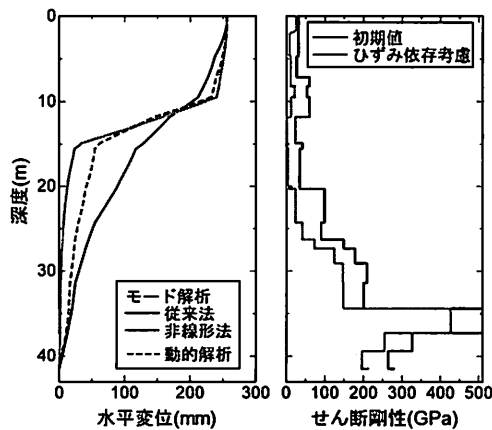


図-2 非線形モード解析法における地盤変位分布の算定方法（非液状化時）



(a) G3地盤の一例



(b) G4地盤の一例

図-3 モード解析（従来法、非線形法）と動的解析による地盤変位分布の比較（非液化時）

4. ひずみ依存と水圧依存の非線形性を考慮したモード解析法（液化時の非線形モード解析法）

(1) 液化時の非線形モード解析法の説明

3章では非液化地盤を対象にした非線形モード解析法を提案し、ひずみレベルに応じた地盤の非線形性を考慮することで、動的解析に近い地盤変位分布を簡易に評価できることを確認した。一方、耐震標準に示す通り、液化地盤でも「液化I（ $5 \leq P_L < 20$ ）かつ $D_E = 0$ となる層がない場合（ここに、 P_L ：液化指数、 D_E ：地盤諸数値の低減係数）」には、応答変位法により地盤変位分布を適宜考慮する必要がある。これは、上記のような場合には、地盤剛性がある程度残存していると考えられるためである。そのため、従来法を改良し、液化地盤における地盤変位分布の簡易な算出手法（これ以降、液化時の非線形モード解析法と称す）を構築した。提案手法のフローを図-4に示し、以下に手順をまとめる。

- ①～④：非液化時の非線形モード解析法（3. (1)）と同様。
- ⑤：せん断剛性の比が収束判定（ここでは、 $(G_{cor}/G_{usc})/G_{usc} < 0.01$ とした）を満足すれば、続いて対象地盤の液化判定を実施する。判定の結果、液化I（ $5 \leq P_L < 20$ ）に該当しなければ、手順③のモード解析の結果が最終的な地盤変位分布となる。一方、液化Iに該当する地盤では、液化判定の結果として液化抵抗率 F_L より得られる地盤諸数値の低減係数 D_E に基づき、手順③のモード解析の結果に対して、次式により液化対象層のせん断剛性を低減する（すなわち、ひずみを増大させる）ことで最終的な地盤変位の鉛直方向分布を算出する。

$$G_{liq} = G_{usc} \times (D_E)^{0.5} \quad (8)$$

ここで、式(8)の導出方法について以下に述べる。まず、既往の研究^{例えば、7)}より、地盤のせん断剛性 G が有効拘束圧 σ'_m の概ね0.5乗に比例するとする。したがって、液化発生前の有効拘束圧およびせん断剛性をそれぞれ σ'_{m0} 、 G_{usc} （ひずみレベルによる非線形性のみ考慮した値）とすると、液化時のせん断剛性 G_{liq} は次式で表される。

$$G_{liq} = G_{usc} \times (\sigma'_m / \sigma'_{m0})^{0.5} \quad (9)$$

ここに、 σ'_m （ $< \sigma'_{m0}$ ）は液化時の有効拘束圧である。一方、液化前のせん断強度 τ_f は、粘着力 c' 、内部摩擦角 ϕ'_f および初期の有効拘束圧 σ'_{m0} を用いて以下のように表される。

$$\tau_f = c' + \sigma'_{m0} \sin \phi'_f \quad (10)$$

一般に、液化層は砂質土から構成され $c'=0$ であるため、式(10)は以下になる。

$$\tau_f = \sigma'_{m0} \sin \phi'_f \quad (11)$$

次に、液化時のせん断強度 $\tau_{f,liq}$ は、液化が生じると過剰間隙水圧の上昇に伴い有効拘束圧が σ'_m （ $< \sigma'_{m0}$ ）まで低下するので、式(11)にならい次式で与えられる（ ϕ'_f は一定）。

$$\tau_{f,liq} = \sigma'_m \sin \phi'_f \quad (12)$$

ここで、式(11)と(12)を比較すると、液化時のせん断強度 $\tau_{f,liq}$ は、

$$\tau_{f,liq} = (\sigma'_m / \sigma'_{m0}) \tau_f \quad (13)$$

となる。

一方、設計においては、次式のように液化前の

せん断強度に地盤諸数値の低減係数 D_E を乗じること
で液状化時のせん断強度を評価している。

$$\tau_{f,liq} = D_E \times \tau_f \tag{14}$$

式(13)と(14)を比較し、設計における D_E が有効拘束
圧の変化 (σ'_m / σ'_{m0}) を表現していると考えと、
これと式(9)を考慮すれば、液状化時のせん断剛性
 G_{liq} は前述の式(8)に示す通り与えられる。

なお、図-4に示す液状化時の非線形モード解析法
を用い、ひずみレベルに応じた地盤の非線形性およ
び液状化層における D_E によるせん断剛性の低下を考
慮した場合、地盤の固有周期は以下に述べる方法に
より算出する。まず、固有値解析を用いて固有周期
を算出する場合は、非液状化層では上記の手順③～
④の繰返し計算の結果得られたせん断剛性 G_{use} を、
液状化層では式(8)に示す D_E により低減したせん断
剛性 G_{liq} を用いればよい。一方、耐震標準の次式、

$$T_g = 4 \times \sum_{i=1}^n \left(H_i / V_{s0,i} \right) \tag{15}$$

を用いて表層地盤の固有周期を算出する際は、式(5)
により上記の G_{use} (非液状化層) もしくは G_{liq} (液状
化層) をせん断波速度に変換して計算すればよい
($H_i, V_{s0,i}$ については図-1参照)。

(2) 液状化時の非線形モード解析法と動的解析法と
の比較

液状化時の非線形モード解析法の妥当性を検証す
るため、液状化I ($5 \leq P_L < 20$) かつ $D_E = 0$ となる層が
ない地盤を対象に、1次元の有効応力解析から得ら
れる地盤変位分布 (地表面変位最大時) と、従来の

モード解析法および液状化時の非線形モード解析法
(ひずみ依存の非線形性に加えて D_E により過剰間隙
水圧の上昇の影響を考慮) による結果の比較を行う。

a) 動的解析の方法

耐震標準によれば、液状化の可能性のある地盤で
は、動的解析法として過剰間隙水圧の上昇に伴う有
効応力の低下を考慮した有効応力解析法を用いて表
層地盤の挙動を評価するのが望ましいとされる。し
たがって、ここでも液状化Iに該当する地盤を対
象に、有効応力解析により地盤変位分布を算定した。
解析はFEMによる液状化解析プログラムFLIP⁸⁾を用
い、地盤の非線形モデルとしてはマルチスプリング
モデルを採用した。マルチスプリングモデルの液状
化パラメータは、耐震標準に示す方法で算定した液
状化強度曲線にフィッティングするよう設定した。
また、動的解析と液状化時の非線形モード解析に必
要な $G \sim \gamma$ 関係は、動的変形試験もしくは3. (2)で
述べた安田・山口式⁵⁾に基づく簡易的な方法により
設定することとした。なお、FLIPにおける骨格曲線
は前述のGHE-Sモデルとは異なるため、以降の液状
化時の非線形モード解析法との比較については、地
盤変位の絶対値よりも変位分布の定性的な傾向に着
目することとする。動的解析に用いた地震動は、非
液状化地盤の場合と同様にL2地震動スペクトルIIで
ある。地盤の減衰特性は福島・翠川⁶⁾を参考に、レ
ーリー減衰により設定した。

b) 動的解析法との比較

モード解析法と有効応力解析により得られた地盤
変位分布の一例として、液状化Iに分類される地盤
($P_L = 12.05$) を対象にした結果の比較を図-5に示す。
なお、ここでは地盤変位の分布形状を比較すること

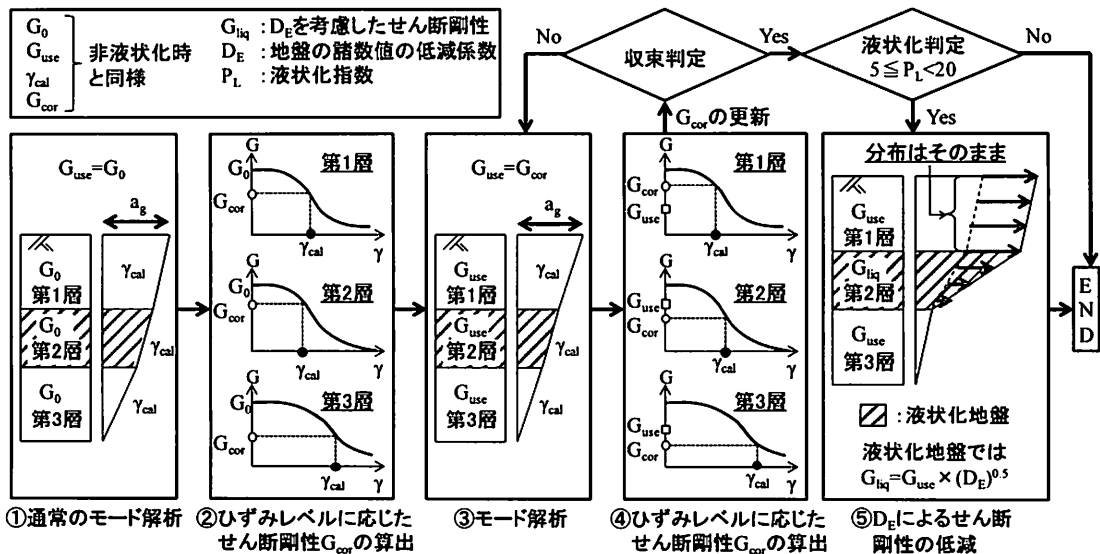


図-4 非線形モード解析法における地盤変位分布の算定方法 (液状化時)

を優先し、動的解析による地盤変位分布は、地表面での最大変位量が液状化時の非線形モード解析法と一致するように補正して表示している。同図に示す通り、ハッチングした深度4～6m付近が液状化対象層であり、液状化判定の結果、液状化抵抗率 F_L は0.2前後の値であったため、耐震標準に基づき地盤諸数値の低減係数 D_E は0.1と評価される。まず、従来のモード解析法では、3. (2)で述べたようにひずみに応じた非線形性が考慮できていないため、動的解析の結果に見られる地盤変位が急増する箇所（深度4～9m付近）を適切に評価できていない。また、ひずみ依存の非線形性のみを考慮した非線形モード解析法（図-2もしくは図-4の手順①～④）では、ひずみに応じたせん断剛性の低下により深度7～9m

付近での地盤変位の急増はうまく再現できているものの、液状化層（深度4～6m付近）における地盤変位の急増は十分に評価されているとはいえない。これは、液状化層ではひずみに依存した非線形性の考慮のみでは不十分であり、過剰間隙水圧の上昇の影響を何らかの形で加味する必要があることを意味している。一方、ひずみ依存の非線形性に加えて液状化層のせん断剛性を D_E により低減した液状化モード解析（図-4）では、液状化層での地盤変位の急増を適切に評価できており、地盤変位の全体的な分布形状についても動的解析との整合性は良いと言える。以上より、提案した液状化時の非線形モード解析法を適用することで、動的解析の結果と整合した地盤変位分布を簡易に算定できることが確認された。

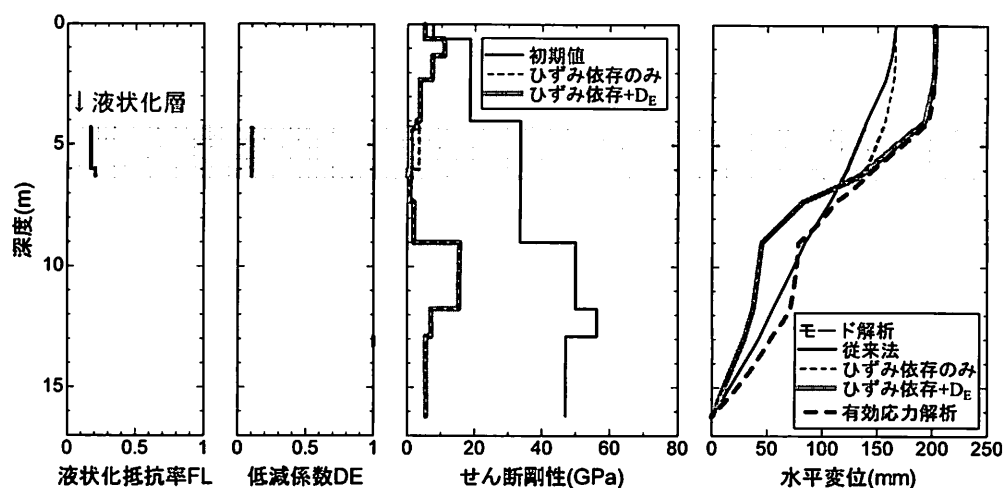


図-5 モード解析（従来法、非線形法）と動的解析による地盤変位分布の比較（液状化時）

5. まとめ

本論文では、液状化地盤中の基礎構造物の耐震設計において、応答変位法を実施する際に必要となる地盤変位分布の算定手法について検討を行った。従来のモード解析法に改良を加え、ひずみレベルに依存した地盤の非線形性を考慮するとともに、過剰間隙水圧に依存したせん断剛性の低下を液状化判定の結果得られる地盤諸数値の低減係数 D_E と関連づけて、簡易に液状化地盤の変位分布を算定する手法を構築した。さらに、有効応力解析と提案手法の比較を行った結果、提案手法により有効応力解析と同等の地盤変位分布を算出できることが確認された。

参考文献

- 1) 田村修次, 香川崇章, 藤井俊二, 鈴木康嗣, 土屋富男, 内田明彦, 阿部秋男: 大型せん断土槽を用いた液状化

地盤におけるRC杭基礎の破壊実験, 第10回日本地震工学シンポジウム論文集, Vol.2, pp.1917-1922, 1998.

- 2) 一般社団法人建築学会: 建築基礎構造設計指針, 2001.
- 3) (公財) 鉄道総合技術研究所: 鉄道構造物等設計標準・同解説 耐震設計, 2012.
- 4) 室野剛隆, 野上雄太, 田上和也, 坂井公俊: GHE-Sモデルによる土の動的非線形挙動の評価方法, 鉄道総研報告, Vol.25, No.9, pp.13-18, 2011.
- 5) 安田進, 山口勇: 種々の不攪乱土における動的変形特性, 第20回土質工学研究発表会, 1985.
- 6) 福島美光, 翠川三郎: 周波数依存性を考慮した表層地盤の平均的な Q^{-1} 値とそれに基づく地盤増幅率の評価, 日本建築学会構造系論文集, 第460号, pp.37-46, 1994.
- 7) 石原研而: 土質動力学の基礎, 鹿島出版会, 1976.
- 8) Iai, S., Matsunaga, Y. and Kameoka, T.: Strain Space Plasticity Model for Cyclic Mobility, Soils and Foundations, Vol.32, No.2 pp.1-15, 1992.