

非線形応答スペクトル法を用いた電車線柱の応答評価法

室野 剛隆¹・加藤 尚²

¹正会員 工博 （公財）鉄道総合技術研究所 構造物技術研究部（〒185-0034 東京都国分寺市光町2-8-38）

²正会員 工修 JR九州コンサルタンツ（株） 技術本部（〒812-0013 福岡県福岡市博多区博多駅東1-1-14）

1. はじめに

現在の電車線柱の耐震設計指針¹⁾（以下、電柱指針）は、土木構造物とは異なり、L2地震時においても電車線柱が塑性化しないことを前提とした設計体系である。しかしながら、高架橋の耐震設計²⁾において設計地震動の見直しが進められる中で、電車線柱の合理的設計を行うには、電車線柱の耐震設計においても土木構造物と同様、塑性領域に踏み入って安全性を照査することを考えるのがよいのではないかと、という議論が進められている。そこで本研究では、現行の電柱指針の設計手法を大きく変更することなく、電車線柱の非線形領域での照査を可能にすることを目的として、橋梁・高架橋の耐震設計のために提案された非線形応答スペクトル法³⁾を用いて電車線柱の応答値を算定するための検討を行った。

2. 非線形応答スペクトル法

応答スペクトルは、1自由度系の固有周期または固有振動数を横軸に、その最大応答値を縦軸にとり、地震動の特性を表現したものである。一般には、系は線形として定義されることが多い。ただし、系を非線形とした場合についても、同様の表現形式を採用することができ、これを非線形応答スペクトルという。非線形応答スペクトルには、縦軸にとる指標の選び方によって様々なスペクトルが考えられる。例えば、西村・室野ら⁴⁾は、ある固有振動数の系に対して、応答塑性率がある塑性率に収まるために必要な降伏震度を求め、横軸に固有周期、縦軸に所要降伏震度をとって図化した「所要降伏震度スペクトル」を提案している。家村らの必要強度スペクトル⁵⁾も同じ概念のものである。

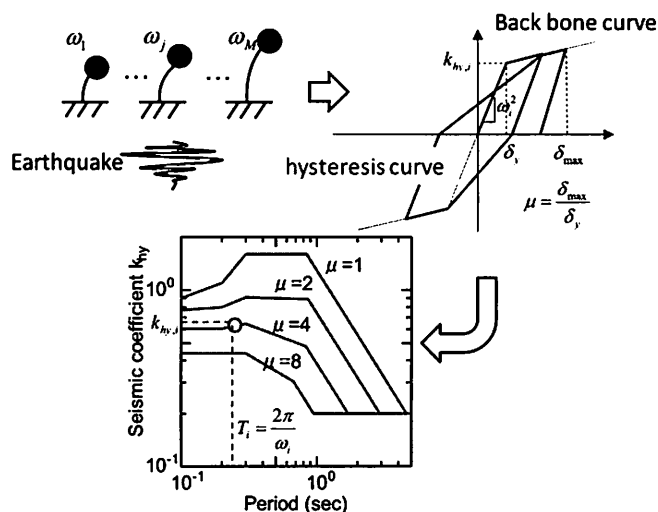
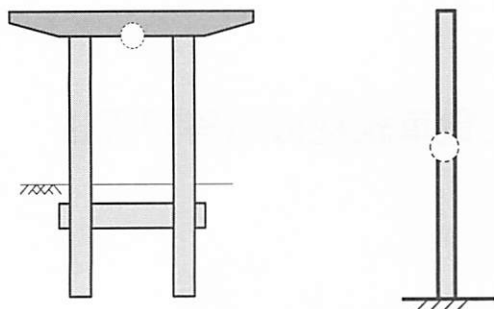


図1 非線形応答スペクトル法概念

所要降伏震度スペクトルは、図1のように、ある固有振動数 ω_i （もしくは周期）の系に対して、降伏震度 $k_{h,i}$ をパラメータとして変化させて非線形応答解析を行い、応答塑性率 $\mu_{resp,i}$ が設定した塑性率に収まるまで繰返し計算を行い、所要降伏震度を求めることにより設定できる。

L2地震動に対して、構造物の性能を非線形領域にまで立ち入って照査することを前提とした今日の耐震設計においては、所要降伏震度スペクトルは必要不可欠なものである。非線形応答スペクトル法は、線形系の応答から近似的に非線形応答量を求めるエネルギー一定則や変位一定則に比べると、合理的に非線形応答量を算出することが可能であり、鉄道の耐震設計では既に実用化されており、その妥当性についても検証されている。よって、電車線柱の非線形領域まで考慮して耐震設計を行う場合においても、非線形応答スペクトル法の適用性について検討した。



(a) 土木構造物 (b) 電車線柱

図2 構造形式イメージ図

ここで、電車線柱へ非線形応答スペクトル法を適用するにあたり、注意しなければならない事項として、土木構造物と電車線柱の構造形式の相違が挙げられる。

土木構造物は一般に、図2(a)に示すような桁やスラブ、はり等の影響により、トップヘビーな構造形式を有している。一方、電車線柱は、図2(b)に示すようなほぼ一次元分布質量を有するはり構造形式である。応答スペクトルは、1自由度系の質点位置での応答を表現しているものであるため、構造物重量の大部分が構造物上部にある土木構造物の場合、応答スペクトルにより算定される応答値と土木構造物天端の応答値とがほぼ同値になると考えられる。一方、電車線柱は土木構造物とは異なり、トップヘビーな構造ではないため、応答スペクトルの応答値と電車線柱上端の応答値は一致しない。よって、応答スペクトルの値を電車線柱にそのまま適用することが困難であると考えられる。

そこで、まず、応答スペクトルと電車線柱の応答値の関連性について理論的背景を整理した。その上で、現在の電柱指針の耐震設計法を考慮しつつ、非線形応答スペクトル法を適用するための方法について検討を行い、電車線柱の非線形領域での応答評価法を提案する。

なお、高架橋上の電車線柱の非線形応答スペクトルを作成する場合には、入力波は当然のことながら高架橋天端の応答波形となる。

3. 電車線柱の地震応答の1自由度系による表現

電車線柱を図3のように、断面積 A 、曲げ剛性 EI 、密度を ρ の様な片持ちりとみなし、支点部に作用する加速度（高架橋上の電車線柱を考える

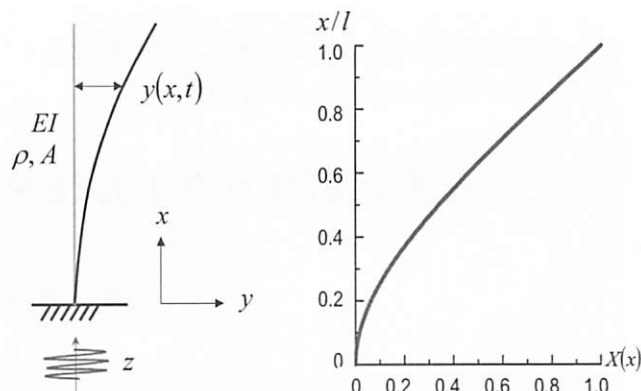


図3 電車線柱を模擬したはりモデル

図4 1次モードの基準振動系

と、高架橋天端の応答加速度に相当する)を $\ddot{z}$ とすると、電車線柱の任意高さ x の時刻 t における変位 $y(x, t)$ に関する振動方程式は式(1)で表される。

$$\rho A \cdot \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right) + EI \cdot \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = -\rho A \cdot \left(\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \right) \quad (1)$$

なお、ここでは減衰項は無視している。式(1)の解が、 s 次の固有モード $X_s(x)$ の重ね合わせによって得られるものと仮定すると、変位 $y(x, t)$ は式(2)で表すことができる。

$$y(t) = \varphi_1 \cdot X_1(x) + \varphi_2 \cdot X_2(x) + \dots = \sum_{s=1} \varphi_s \cdot X_s(x) \quad (2)$$

ここに、 $\varphi_s(t)$ は s 次の基準関数である。式(2)を式(1)に代入し、基準関数の直交性を利用して整理すると、式(1)の運動方程式は、式(3)に示すように1自由度系の問題に帰着される。

$$\ddot{\varphi}_s + \omega_s^2 \varphi_s = -\beta_s \ddot{z}(t) \quad (3)$$

ここに、 β_s は第 s 次の基準座標に対する刺激係数で、

$$\beta_s = \frac{\int_0^l \rho A X_s(x) dx}{\int_0^l \rho A \cdot X_s^2(x) dx} \quad (4)$$

で定義される。式(3)は、固有振動数 ω_s の1自由度系に入力加速度 $\ddot{z}$ を刺激係数 β_s 倍した場合の運動方程式と解釈できる。そこで、入力加速度 $\ddot{z}$ に対する固有振動数 ω_s の1自由度系の解を $\varphi_{s,0}(t)$ とすると、 $\varphi_s(t)$ は、

$$\varphi_s(t) = \beta \varphi_{s,0}(t) \quad (5)$$

と考えることができる。すると、変位 $y(x, t)$ は最終的に式(6)として表すことができる。

$$y(x, t) = \sum_{s=1}^n \varphi_s X_s(x) = \sum_{s=1}^n \beta_s \varphi_{s,0} X_s(x) \quad (6)$$

さて、複数のモードのうち、1 次モード ($s=1$) だけを考慮すれば、電車線柱の変位 $y(x, t)$ は近似的に式(7)で表される。

$$y(x, t) \approx \beta_1 \cdot \varphi_{s=1,0}(t) \cdot X_1(x) \quad (7)$$

と表される。ここで、1 次モードの基準振動形、刺激係数はそれぞれ理論的に、

$$X_1 = \frac{1}{2} \times [(\cos \eta - \cosh \eta) - 0.7341(\sin \eta - \sinh \eta)] \quad (8)$$

$$\eta = 1.875 \left(\frac{x}{l} \right)$$

および

$$\beta_1 = \frac{\int_0^l \rho A X_1(x) dx}{\int_0^l \rho A \cdot X_1^2(x) dx} \approx 1.56 \quad (9)$$

と求まる。図 4 には式(8)の基準振動形を示す。また、 $\varphi_{s=1,0}(t)$ は固有円振動数 $\omega_{s=1}$ の 1 自由度系の地震応答変位なので、その最大値は応答スペクトル $S_D(\omega)$ を用いて、式(10)で求めることができる。

$$\varphi_{s=1,0}(t) \Big|_{\max} = S_D(\omega = \omega_1) \quad (10)$$

$\beta_1 = 1.56$ 、 $X_1(x=l) = 1.0$ を式(10)に代入して、

$$y(x=l, t) \Big|_{\max} = 1.56 \times S_D(\omega_1) \quad (11)$$

となる。つまり、応答スペクトルで得られた値を $\beta_1 = 1.56$ 倍すると、電車線柱の上端の地震応答変位が求まることが分かる。逆に、応答スペクトルで求まる変位は、電車線柱のどの高さの位置に相当するのを求めると、

$$X_1(x) = \frac{1}{1.56} = 0.64 \quad (12)$$

となる高さ x を求めればよく、数値計算で求めると

$$x \approx \frac{3}{4} l \quad (13)$$

となる。

次に曲げモーメントについて考察する。はりの理論より、位置 x における曲げモーメントは、

$$M(x) = -EI \cdot \frac{d^2}{dx^2} \left(\sum_{s=1}^n \varphi_s X_s(x) \right) \quad (14)$$

で与えられるので、第 1 次モードの寄与だけを考え、式(8)を用いると、電車線柱下端の曲げモーメントは、

$$M(x=0) = EI \cdot \varphi_1 \times \left(\frac{1.8751}{l} \right)^2 \quad (15)$$

を得る。その最大値は、

$$M(x=0) \Big|_{\max} = EI \cdot (\beta_1 \cdot S_D(\omega_1)) \times \left(\frac{1.8751}{l} \right)^2 \quad (16)$$

この値が、本来発生しうる電車線柱下端の曲げモーメントである。

一方、電柱指針では、電車線柱の一点に慣性力に相当する集中荷重を載荷して断面力を算定している。その際、電車線柱の応答加速度は本来は逆三角形に近い分布になるが、設計実務の便を考えて応答加速度を等分布としている。そこで、等分布加速度を仮定して算定される電車線柱下端の曲げモーメントが、実際の曲げモーメントに等価になるように、その載荷点を求めることとする。

高さ l' の位置に震度 k_h に伴う慣性力 $k_h \times (\rho g A l)$ が集中荷重として作用した場合の電車線柱基部の曲げモーメント M_B は、

$$M_B = k_h \cdot \rho g A l \cdot l' \quad (17)$$

となる。震度 k_h は第 1 次モードの寄与だけを考えると、電車線柱先端の応答震度は

$$k_h \approx \frac{1}{g} \cdot \beta_1 \cdot S_A(\omega = \omega_1) \quad (18)$$

となる。よって、下端の曲げモーメントは、

$$M_B = \beta_1 S_A(\omega_1) \cdot \rho A l \cdot l' \quad (19)$$

となる。このモーメントが、式(48)で与えられた曲げモーメントと等しくなると考え、等価な高さ l' を求めると、最終的に

$$l' = \left[\left(\frac{1}{1.8751} \right)^2 \right] \times l = 0.284 \times l \quad (20)$$

を得る。つまり、電車線柱上端の応答加速度が一樣に電車線柱に分布すると考えた場合には、慣性力を下端から全長の 0.284 倍の点に集中荷重として作用することで等価なモーメントが得られることが分かった。

ちなみに、1 自由度系で求める応答加速度をそのまま用いた場合には、1 自由度で発生する曲げモーメントは $1/\beta_1$ 倍になるので、等価作用高さ l' は、式(55)を刺激係数 β_1 倍になるので、

$$l' = 0.284 \times l \times \beta_1 = 0.443 \times l \quad (21)$$

となる。1 自由度系で求まる慣性力を中心位置に作用させた場合よりも、 $0.5 \div 0.443 = 1.13$ となり、約

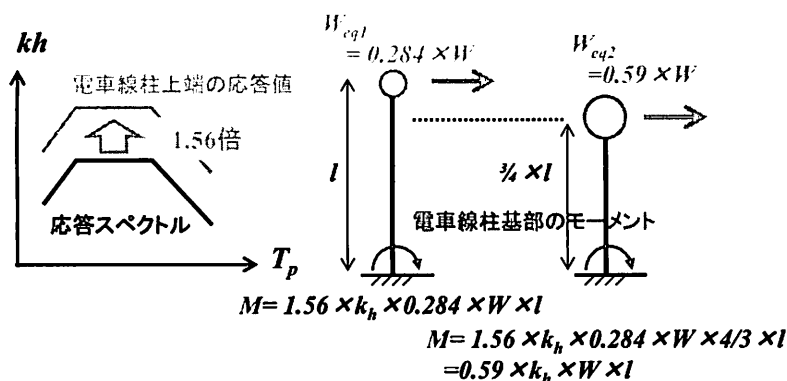


図5 電車線柱のプッシュ・オーバー解析の考え方

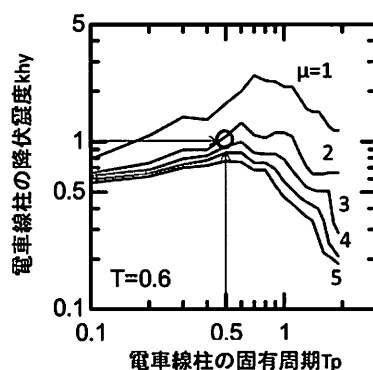


図6 電車線柱の所要降伏震度スペクトル

13%大きくなること分かる。

4. 非線形応答スペクトル法の適用方法

非線形応答スペクトル法を用いて非線形領域の応答値を算定する場合、対象構造物の降伏震度 k_{hy} 、および等価固有周期 T_{eq} をパラメータとして所要降伏震度スペクトルより応答塑性率 μ を求める必要がある。ここで、降伏震度 k_{hy} 、および等価固有周期 T_{eq} の算定には、一般に、静的解析法の一つであるプッシュ・オーバー解析を行って、荷重-変位曲線を算出している。

土木構造物のプッシュ・オーバー解析では、1 次モードの応答を再現し、1 自由度解析と同様の応答値を表現するため、然るべき節点・要素に重量を設定し、構造物天端を漸増載荷して荷重-変位曲線を求め、応答値を算定する。

一方、電車線柱においては前章で示したように、1 自由度解析の応答値（応答スペクトル）が電車線柱上端の応答値とならないため、土木構造物と同様に電車線柱をモデル化し、電車線柱上端部を漸増載荷させても、応答スペクトルと同じ応答値を得ることができない。よって、応答スペクトルの応答値と電車線柱のプッシュ・オーバー解析により算定される応答値を等価とするためには、電車線柱のプッシュ・オーバー解析の方法に工夫が必要となる。ここでは、以下の2つの方法を考えた。

- (1) 応答スペクトルで求まる加速度値を 1.56 倍した値が電車線柱上端の応答加速度となる。その応答加速度を用いて、集中荷重（重量×震度）を電車線柱上端に作用させる場合、全重量の 0.284 倍の重量を有する質点に載荷させることで、実際の電車線柱基部に発生する曲げモーメントと等価となる。
- (2) 応答スペクトルの加速度値は、電車線柱の約

3/4 の高さの応答値に相当するので、応答スペクトルより算定される加速度をそのまま集中荷重として 3/4 の高さに載荷する場合、式(21)から、全重量の $0.443 \times (4/3) = 0.59$ 倍したものを、等価重量 W_{eq} として、震度を乗じたものを水平過重として載荷させればよいこととなる。

ここでは、取扱いの簡便さから、方法(2)を採用することとした。以上の電車線柱のプッシュ・オーバー解析の考え方を整理したものを図5に示す。

また、電車線柱が有する周期特性は不変であるので、載荷位置における荷重-変位曲線から求められる電車線柱の降伏変位 δ_y と降伏震度 k_{hy} を用いて、電車線柱の等価固有周期 T_{eq} は式(22)にて算定することが可能である。

$$T_{eq} = 2\sqrt{\frac{\delta_y}{k_{hy}}} \quad (22)$$

以上の流れにより算定される 1 自由度系モデルのパラメータを用いて時刻歴応答解析を実施し、応答塑性率 μ を算定することが可能となる。

また、土木構造物上の電車線柱は、土木構造物の応答が電車線柱への入力となるため、電車線柱へ入力される地震動は、土木構造物の降伏震度や周期によりその振動特性が変化する。よって、電車線柱の所要降伏震度スペクトルについては、図6に示すような所要降伏震度スペクトルを、土木構造物の降伏震度 k_{hy} および等価固有周期 T_{eq} ごとに整理するとよいと考えられる。

5. 地震応答解析による検証

4 章で示した電車線柱への非線形応答スペクトル法の適用方法を検証するため、付加重量等を見

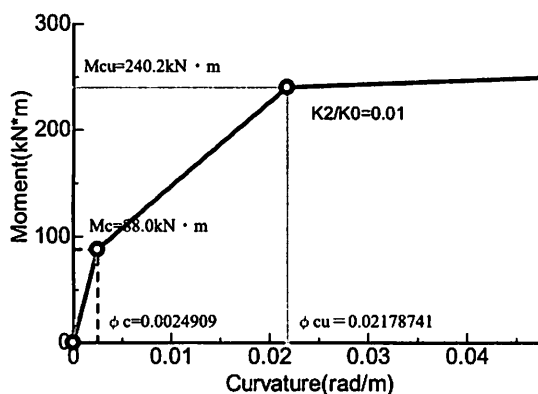


図7 M-φモデル

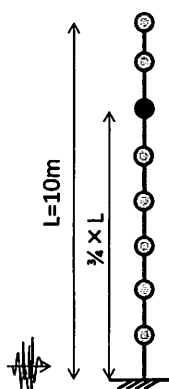


図8 解析モデル

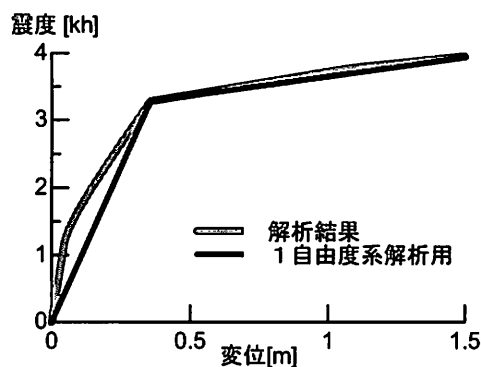


図9 プッシュ・オーバー解析結果

た 10m の PC 柱 (単柱) を対象に、多質点系 (近似的に連続体と等価) と 1 自由度系の非線形動的解析をそれぞれ実施し、応答値の比較検討を行った。電車線柱の骨格モデルは、電車線柱の断面諸元を基に算定した図 7 に示すような M-φ モデルとして離散化した。ここで、PC 柱のような構造体では、一般に、曲げモーメントが Cu 点に達した後のじん性はさほど期待できないが、ここでは、非線形領域での応答値について比較するため、初期勾配の 1/100 倍を Cu 点以降の勾配とした。

1 自由度系解析に用いるための電車線柱の降伏震度 k_{hy} 、等価固有周期 T_{eq} については、前述した電車線柱用のプッシュ・オーバー解析法を適用した。すなわち、図 8 に示すように電車線柱長 l の 3/4 の高さに、電車線柱全重量の 0.59 倍の等価重量を有する質点を配置し、集中荷重として漸増载荷させた。载荷点 ($3/4l=7.5\text{m}$) における荷重-変位曲線を図 9 に示す。1 自由度解析においても C 点を考慮してにモデル化すべきではあるが、本検討では簡略化のため、図 9 に示すようなバイリニア型でモデル化した。1 自由度系解析に用いる解析諸元を表 1 に示す。また、履歴モデルとして、本シンポジウムで別途、投稿されている『PC および鋼製電車線柱の地震応答解析のための非線形特性のモデル化』では、PC 柱は逆行型の履歴モデルと報告しているが、本検討は基礎的な検討であるため、逆行型の履歴モデルではなく、Clough モデルを用いてモデル化した。入力地震動については、耐震標準の L2 地震動スペクトル II とした。

解析結果として、1 自由度系と連続体モデルの高さ $3/4l$ (7.5m) における時刻歴応答加速度波形を図 10 に、時刻歴応答変位波形を図 11 にそれぞれ示す。ここで、グラフ内の凡例 () 内の数値は、各項目の最大値である。

最大応答加速度に着目すると、連続体が 5281gal であるのに対し、1 自由度系は 4248gal と 20%程度

表 1 1 自由度系の解析に用いる諸元

降伏震度	k_{hy}	3.280
降伏変位	δ_v	35.7cm
等価固有周期	T_{eq}	0.660sec
第二勾配比	K_2/K_1	0.062
除荷剛性	β	0.2
減衰	h	5%

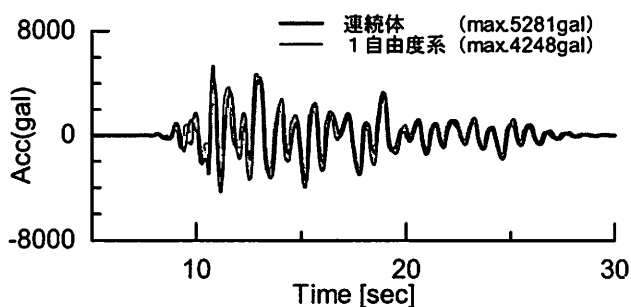


図10 電車線柱の時刻歴応答加速度波形の比較

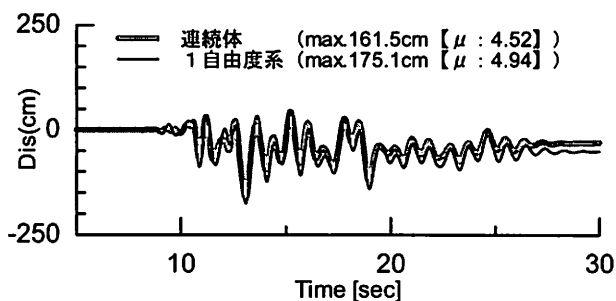


図11 電車線柱の時刻歴応答変位波形の比較

の誤差が生じている。この理由としては、連続体の高次モードの影響等が考えられるが、応答加速度の最大値は瞬間的な値であるため、大勢に影響はないと考えられる。一方、最大応答変位 (応答塑性率 μ) に着目すると、両モデルともにほぼ同値であることが確認できる。また、応答加速度波形、応答変位波形の位相に着目すると、ほぼ同様の傾向を示していることがわかる。以上により、電車線柱に非線形応答スペクトル法を適用する場合、本論文で提案した方法によりプッシュ・オーバー解析を行い、得ら

れた固有周期や降伏震度を用いることで、連続体の応答を 1 自由度解析でも表現可能であることが示された。

なお、固有周期や降伏震度が異なる他の電車線柱においても同様の検討を行ったが、同じような傾向が得られた。よって、図 6 に示すような電車線柱用の所要降伏震度スペクトルを用意することで、電車線柱の非線形領域での応答値を算定可能であると考えられる。

6. 土木構造物の回転振動の影響

土木構造物上の電車線柱は、高架橋の応答値が電車線柱への入力となる。よって、電車線柱へ影響を及ぼす土木構造物の応答を適切に評価しなければならない。今村ら⁶⁾は、土木構造物の水平振動のほか、回転振動、すなわちロッキング振動が電車線柱へ及ぼす影響が大きいことについて言及している。また、著者ら⁷⁾は、プッシュ・オーバー解析の結果よりロッキング振動の影響を考慮するための係数であるロッキング率 R を算定し、水平振動の応答値に割り増すことで、土木構造物の水平振動とロッキング振動の影響を考慮した電車線柱の応答値算定法を提案している。ロッキング振動の影響は、非線形領域においても無視できないので、ロッキング振動を考慮した設計法について考察した。

まず、ロッキング振動を考慮する方法として、著者らの提案法と同様、電車線柱高さ H 、および土木構造物のプッシュ・オーバー解析結果より算定される構造物降伏時の構造物天端の回転角 θ_y 、水平変位 δ_y を用いて、式(23)よりロッキング率 R を求める。

$$R = (1 + \sqrt{\frac{\theta_y}{\delta_y}}) \times H \quad (23)$$

続いて、構造物上の電車線柱が構造物より受ける地震作用について考える。電車線柱には構造物の水平振動に加え、ロッキング振動が作用していることになるので、電車線柱に作用する地震力は R 倍になると考えられるので、電車線柱のプッシュ・オーバー解析により算定される降伏震度をロッキング率 R で割り戻した値を用いて応答塑性率を求めることが可能である。

7. まとめ

本検討において、電柱指針の理論的背景を整理するとともに、電車線柱の非線形性を考慮した応答値算定法について検討した。その結果、プッシュ・オーバー解析に若干の工夫を加えることで、鉄道構造物で使用頻度の高い非線形応答スペクトル法が適用できることが明らかになった。さらに、既往の研究で提案されているロッキング率 R を用いることで、構造物のロッキング振動を考慮することが可能となると考えられる。

今後、非線形応答スペクトル法に用いる所要降伏震度スペクトルの整備を行うとともに、さらなる妥当性の検証を進める予定である。

参考文献

- 1) 電力設備耐震性調査研究委員会：電車線路設備耐震設計指針（案）・同解説及びその適用例，1997.
- 2) （公財）鉄道総合技術研究所：鉄道構造物等設計標準・同解説 耐震設計，丸善，2012.9.
- 3) 室野剛隆，佐藤勉：構造物の損傷過程を考慮した非線形応答スペクトル法の適用，土木学会地震工学論文集Vol.29，pp.520-528，2007.
- 4) 西村昭彦，室野剛隆：所要降伏震度スペクトルによる応答値の算定，鉄道総研報告Vol.13，pp.47-50，1999.
- 5) 家村浩和，三上卓：目標耐震性能に必要な降伏強度と塑性率のスペクトル，土木学会論文集No.689/I-57，pp.213-225，1995.10.
- 6) 今村年成，室野剛隆，坂井公俊，佐藤勉：電車線-高架橋連成計の地震応答特性，土木学会論文集，pp.1182-1190，2007.
- 7) 加藤尚，坂井公俊，室野剛隆：構造物—電車線柱一体モデルによる地震応答特性の評価，鉄道総研報告Vol.16，pp.17-22，2012.11.