

地震時の斜橋の回転条件に関する考察

平井良幸¹・川島一彦²

¹学生会員 東京工業大学大学院 理工学研究科土木工学専攻（〒152-8522 東京都目黒区大岡山2-12-1）

²フェロー 工博 東京工業大学教授 大学院理工学研究科土木工学専攻（同上）

1. はじめに

斜橋が地震時に回転しやすいことはよく知られており、現に、1995年兵庫県南部地震でも斜橋の落橋が生じている。また、2010年チリ・マウレ地震においても斜橋の回転による落橋と同時に、直橋にも回転に伴う被害が生じたことが報告されている。道路橋示方書においては斜橋が回転可能な条件が規定されているが、これは桁端と橋台パラペット間の遊間をゼロと仮定した場合の回転条件である。したがって、道路橋示方書の回転条件式では、直橋は回転しないことになる。しかしながら、実際には、桁端と橋台パラペット間の遊間は一般にゼロではないため、これを考慮すると斜橋の回転は道路橋示方書で示されるよりもさらに広範囲な条件の斜橋でも生じ得るし、また、直橋も回転できることになる。本文は、桁端と橋台パラペット間の遊間を見込んだ場合の斜橋及び直橋の回転条件を明らかにすると同時に、落橋が起こり得る条件を検討した結果を報告するものである。

2. 斜橋の回転条件

斜橋は橋台や隣接径間との衝突によって回転を生じ始める。また、斜橋の両端を支持する各部構造間の地震応答に違いがある場合や橋脚の弱軸方向が橋軸方向と異なる場合にも回転が惹起される。

まず、最初に、橋の軸方向とこれに直角方向をそれぞれ橋軸方向、橋軸直角方向と呼び、土圧の作用方向とこれに直角方向をそれぞれ支承線直角方向、支承線方向と呼ぶこととする。

地震時に何らかの理由によるスパン l 、橋軸直角方向及び支承線方向の幅がそれぞれ d 、 b （ $b = d/\sin\theta$ ）の斜橋ABCDに回転モーメントが作用し、図-1に示すように一方の鈍角端Dを中心に他方

の端ABが反時計回りに回転し始める状態を考える。斜角を θ （ $0 < \theta \leq \pi/2$ ）とし、反時計回りの回転角を θ_r とする。

これより明かなように、図-2は辺長比 d/l が異なる2つの斜橋が回転する場合の軌跡を示したものである。桁端と橋台パラペット間の遊間 S_G がゼロである場合には、斜橋がパラペットに衝突せずに反時計回りに回転できる条件は、鈍角端Dから線分ABに下ろした垂線との交点をEとすると、線分ABの長さが線分AEよりも短い場合で、これを表すと次式のようになる^{1),2)}。

$$\frac{d}{l} < \frac{\sin 2\theta}{2} \quad (1)$$

すなわち、式(1)を満足する範囲に辺長比 d/l が存在すれば、斜橋ABCDは反時計回りに回転できることになる。なお、式(1)を満足しない場合、すなわち、線分ABの長さが線分AEよりも長い場合には斜橋は反時計回りに回転できない。なお、点Eが重要な理由は、線分ABの長さが線分AEよりも長い場合に、斜橋が反時計回りに回転しようとする時、桁端ABの中で最も橋台パラペット側に出っ張るのが点Eであるためである。

しかし、一般には桁端と橋台パラペット間の遊間 S_G は図-3のようにゼロではない。このため、ここでは、 S_G が存在する場合を対象に斜橋の回転が生じる条件を検討してみよう。この場合には、遊間 S_G の値に応じて斜橋ABCDは反時計回りに回転できる場合がある。

いま、図-1に示すように斜橋ABCDが鈍角端Dを中心に回転するとし、この回転角を θ_r とする。ただし、反時計回りを θ_r の正とする。遊間 S_G がゼロである場合と同様に、点Eの位置に応じて、以下のように2ケースに分けて考えてみよう。

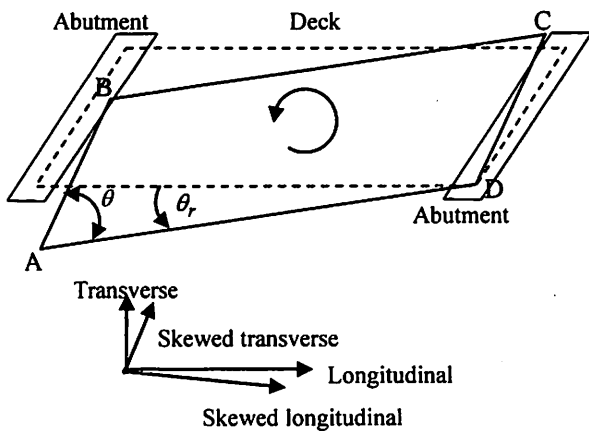


図-1 斜橋の回転

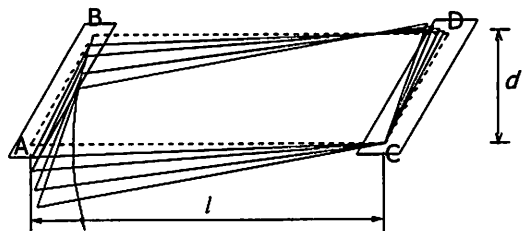
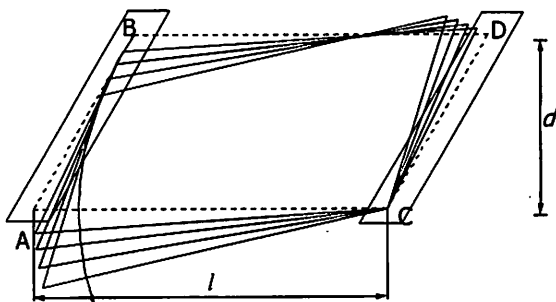
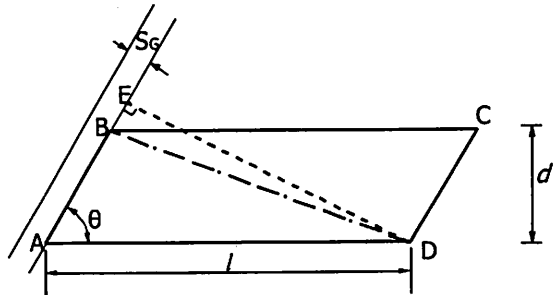
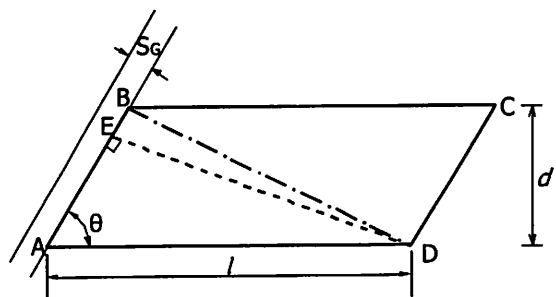


図-2 斜橋の回転とこれに伴う点Bの軌跡



(a)反時計回りに回転できる場合



(b)反時計回りに回転できない場合

図-3 斜橋の回転条件

(1) 線分ABの長さが線分AEよりも短い場合

図-3(a)から明らかなように、この場合には斜橋は反時計回りには問題なく回転できる。

(2) 線分ABの長さが線分AEよりも長い場合

図-3(b)に示すように、反時計回りに回転しようすると、点Eが線分ABを超えて橋台パラペット側に出っ張ることになる。斜橋の回転角を θ_r とすると、このときに点Eが線分ABを超えて橋台パラペット側に出っ張る量を d_m とすると、 d_m は、

$$d_m = r \left[1 - \cos \left\{ (\theta + \theta_D) - \frac{\pi}{2} \right\} \right] = r \{ 1 - \sin(\theta + \theta_D) \} \quad (2)$$

ここで、 θ_D は $\angle ADB$ 、 r は線分BDの長さであり、

$$\theta_D = \tan^{-1} \left(\frac{d}{l - d / \tan \theta} \right) \quad (3)$$

$$r = d / \sin \theta_D \quad (4)$$

したがって、斜橋が反時計回りに回転可能な条件は、次式で与えられる。

$$d_m \leq S_G \quad (5)$$

これを具体的に求めると、斜橋が反時計回りに回転可能な条件は次式となる。

$$\frac{d}{l} < \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta}} \quad (6)$$

ここで、

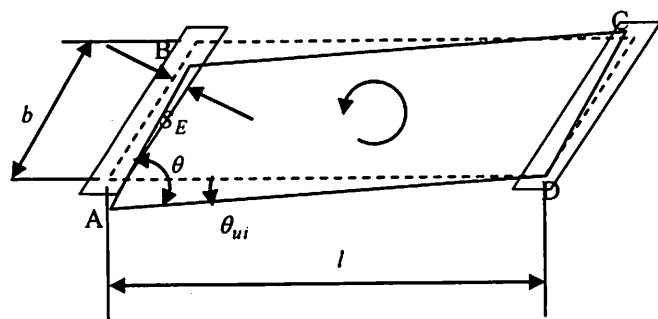
$$c_1 = \frac{-c_2 \sin \theta_2 - \sqrt{\frac{S_G}{d} (c_2 + \cos \theta)}}{c_2^2 - 1} \quad (7)$$

$$c_2 = \left(\frac{S_G}{d} + \cos \theta \right) \quad (8)$$

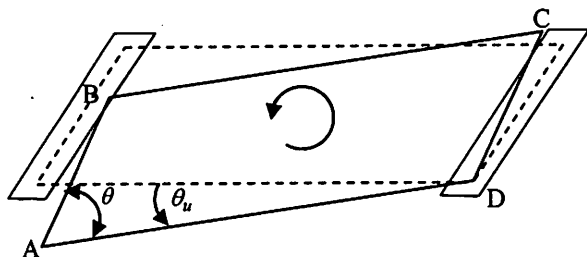
$S_G = 0$ の場合には、式(6)は式(1)と等しくなる。

なお、 $S_G > 0$ であれば、斜橋だけでなく、直橋も回転できることになる。この場合には、 $\theta = \pi/2$ であるから、直橋が回転できる条件は以下のようなになる。

$$\frac{d}{l} < \frac{2 \frac{S_G}{d}}{1 - \left(\frac{S_G}{d} \right)^2} \quad (9)$$



(a) 脱落開始回転角 θ_{u1}



(b) 脱落回転角 θ_u

図-4 脱落開始回転角及び脱落回転角

3. 回転に伴って斜橋が落橋する条件

回転に伴って斜橋を支持する橋台部分の長さが減少すると、図-4に示すように、斜橋は落橋する。斜橋は地震前に支承線橋軸方向に桁かかり長 S_E に相当するだけ橋台によって支持されているとする。この状態から斜橋が反時計回りに回転して最初に鋭角端Aが橋台から支持されなくなる時の回転角を脱落開始回転角 θ_{u1} 、最終的に鈍角端が支持されなくなる時の回転角を脱落回転角 θ_u と定義すると、 θ_{u1} と θ_u はそれぞれ次式で与えられる。

$$\theta_{u1} = \theta - \sin^{-1} \left(\sin \theta - \frac{S_E}{l} \right) \quad (10)$$

$$\theta_u = \tan^{-1} \frac{c_3 + \sqrt{c_3^2 - c_4 \cdot c_5}}{c_3} \quad (11)$$

ここで、

$$c_3 = \frac{d}{l} - \frac{\sin 2\theta}{2} \quad (12)$$

$$c_4 = \left(\frac{S_E}{l} - \sin \theta \right)^2 - \left(\frac{b}{l} - \cos \theta \right)^2 \quad (13)$$

$$c_5 = \frac{S_E}{l} \left(\frac{S_E}{l} - 2 \sin \theta \right) \quad (14)$$

したがって、斜橋の回転角 θ_r が脱落開始回転角 θ_{u1} 以上になると、斜橋の端部は鋭角端から順次支持されなくなり、脱落回転角 θ_u に達すると斜橋は完

全に落橋することになる。ただし、これは脱落回転角 θ_u に達するまでに斜橋が部分崩壊しないと仮定した場合であり、斜橋が部分崩壊した場合には、脱落回転角 θ_u に達する前に落橋することもあり得る。

斜橋の回転角 θ_r が $\theta_{u1} < \theta_r < \theta_u$ の範囲にある場合に、斜橋の端部が橋台によって支持されている区間の長さ（支持区間長）を b_s とすると、

$$b_s = b - \frac{l \{ \sin \theta - \sin(\theta - \theta_r) \} - S_E}{\sin \theta_r} \quad (15)$$

いま、支持区間長 b_s を支承線方向の長さ b で無次元化し、次式のように支持区間長比 β_s を定義する。

$$\beta_s = \frac{b_s}{b} \quad (16)$$

式(15)は橋台上で支持されている桁の長さによって落橋の可能性を表したが、これを図-5に示すように橋台上で支持されている桁の面積（以下、支持面積と呼ぶ） A_s によって表すと、 A_s は以下のようになる。

$$A_s = \begin{cases} b \cdot d - \frac{1}{2} \left\{ c_6 \cdot \left(b - \frac{c_9}{\sin \theta} \right)^2 + c_7 - c_8 \right\} & 0 < \theta_r < \theta_{u1} \\ \frac{b_s^2 \sin \theta \cdot \sin \theta_r}{\sin(\theta - \theta_r)} & \theta_{u1} < \theta_r < \theta_u \end{cases} \quad (17)$$

ここで、

$$c_6 = \frac{\sin \theta \cdot \sin \theta_r}{\sin(\theta - \theta_r)} \quad (18)$$

$$c_7 = \left(b - \frac{S_E}{c_6} - c_9 \cdot \sin(\theta - \theta_r) \right)^2 \quad (19)$$

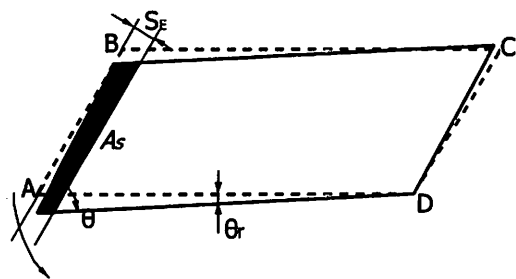
$$c_8 = \frac{\sin \theta}{c_6} + c_9 \cdot \sin(\theta - \theta_r) \cdot \sin \theta \quad (20)$$

$$c_9 = \frac{l \{ \sin \theta - \sin(\theta - \theta_r) \} - S_E}{\sin \theta_r} \quad (21)$$

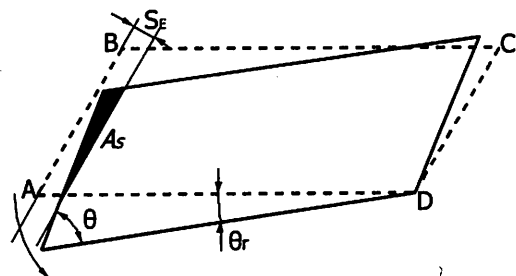
ここで、もともと橋台上で支持されている桁の面積 A_{s0} は、

$$A_{s0} = b \cdot S_E \quad (22)$$

であるから、支持面積比 β_{sA} を次式のように定義する。



(a) 支持面積 A_s ($0 < \theta_r < \theta_{ui}$)



(b) 支持面積 A_s ($\theta_{ui} \leq \theta_r < \theta_u$)

図-5 支持面積

$$\beta_{sA} = \frac{A_s}{A_{s0}} \quad (23)$$

なお、式(16)において $\beta_{s0}=0$ の条件から求められる脱落回転角 θ_u と式(23)において $\beta_{sA}=0$ の条件から求められる脱落回転角 θ_u はこれらの定義から明らかなように同一の値となる。

4. 実橋梁への適用

(1) 回転可能な辺長比 d/l

いま、支間長 $l=36\text{m}$ 、幅 $d=12\text{m}$ の斜橋を考えよう。道路橋示方書では桁かかり長 S_E の最小値は次式のように規定されている。

$$S_E = 0.7 + 0.005l \quad (24)$$

式(24)によれば、ここで対象とする斜橋の桁かかり長 S_E は $S_E=0.88\text{m}$ となるため、ここではこの値を用いることとする。桁端から橋台パラペットまでの遊間 S_G はいろいろな条件で異なるため、ここでは、 S_G をゼロとした場合の他に、 0.5m 、 1.0m の3ケースを考えることとする。

この条件で回転可能な辺長比 d/l と斜角 θ の関係を求めた結果が図-6である。 S_G がゼロの場合には、斜角 $\theta=45$ 度の場合には辺長比 d/l は 0.5 までの斜橋が回転可能であるが、 S_G が 0.5m の場合には斜角 $\theta=51$ 度の場合に、また、 S_G が 1.0m の場合には斜角 $\theta=53$ 度の場合に、それぞれ辺長比 d/l は 0.645 及び

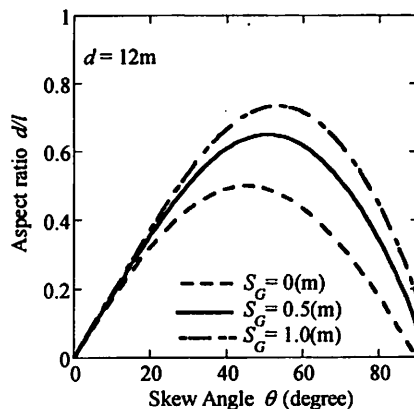


図-6 回転可能な辺長比 d/l と斜角 θ の関係

0.735 の斜橋まで回転できることになる。当然ながら、 S_G が大きくなるにつれて、回転できる斜橋の辺長比 d/l は大きくなる。さらに、 S_G がゼロの場合には直橋は回転できないが、 S_G がゼロでない場合には直橋でも回転できることになり、例えば、 $S_G=0.5\text{m}$ 、 1.0m の場合には、回転可能な直橋の辺長比はそれぞれ 0.0835 、 0.168 となる。

(2) 支持区間長 b_s

上記と同様な条件で、支持区間長 b_s を求めてみよう。まず、桁かかり長 S_E を 0.88m と仮定して、斜角 θ が 45 度、 60 度、 80 度、 90 度の4種類に対して式(15)により支持区間長 b_s を求めると、図-7のようになる。斜角によって支承線方向の桁の幅 b は大きく変化するが、 $\theta=45$ 度の場合を例にとると、斜橋が 1.95 度回転すると鋭角端側で桁は橋台から支持されなくなり、 5.23 度回転した段階で鈍角端も橋台からはずれ、完全に落橋することになる。すなわち、この場合には、脱落開始回転角は 1.95 度、脱落回転角は 5.23 度となる。斜橋が回転することにより、鋭角端で斜橋が橋軸直角方向に移動する変位を d_{TR} とすると、 d_{TR} は次式で与えられる。

$$d_{TR} = l\theta \quad (25)$$

したがって、脱落開始回転角が 1.95 度、脱落回転角が 5.23 度ということは、斜橋が橋軸直角方向にそれぞれ 1.23m 、 3.29m 移動した状態に相当する。

これに対して、斜角 θ が 80 度の場合には、脱落開始回転角は 6.19 度 ($d_{TR}=3.89\text{m}$)、脱落回転角は 25.4 度 ($d_{TR}=16.0\text{m}$) と大きくなり、事実上、このような条件では回転によって桁が橋台から落下する可能性はほとんど無いことがわかる。重要な点は、脱落開始回転角及び脱落回転角は斜角 θ が 60 度程度までは斜角 $\theta=45$ 度の場合とほとんど変わらないことである。したがって、斜角 θ が 60 度程度以下の斜

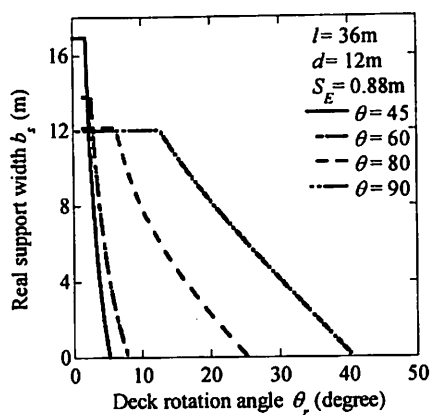


図-7 支持区間長 b_s

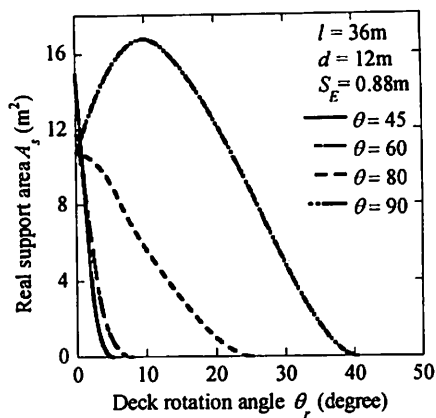


図-11 支持面積 A_s

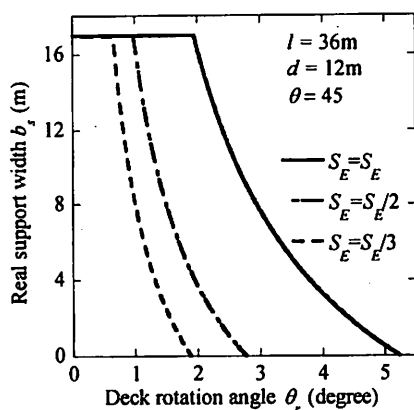


図-8 S_E を $S_E/2$, $S_E/3$ とした場合の支持区間長 b_s

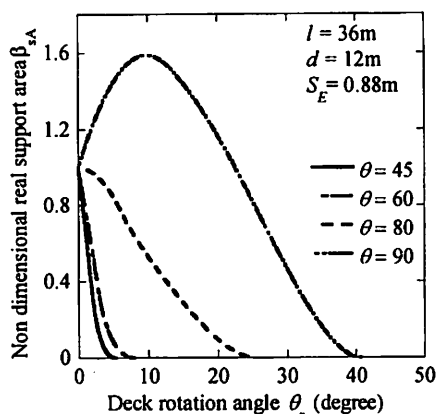


図-12 支持面積比 β_{sA}

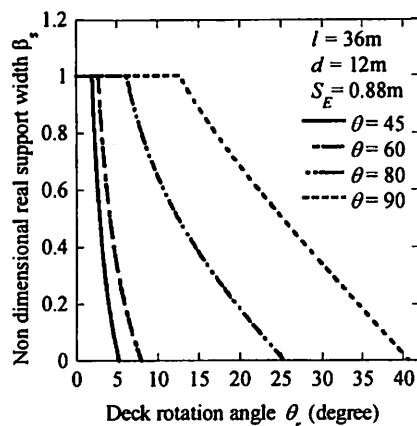


図-9 支持区間長比 β_s

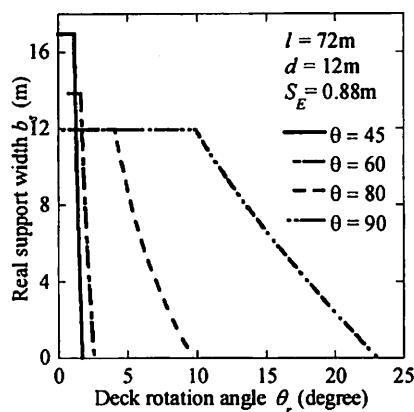


図-13 支持区間長 b_s

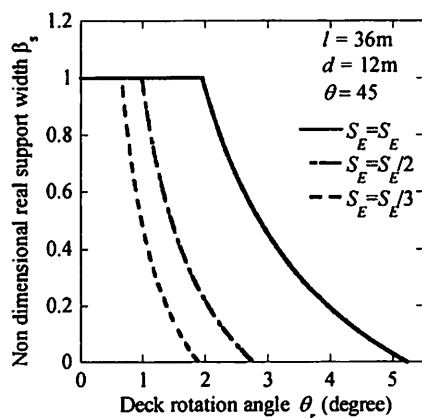


図-10 支持区間長比 β_s

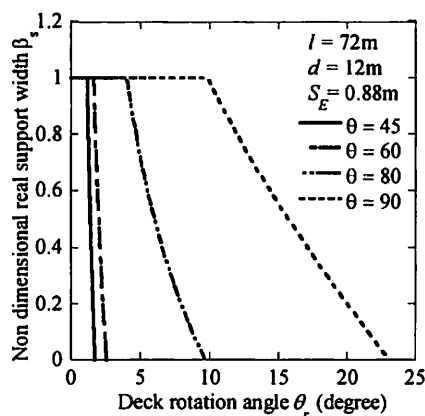


図-14 支持区間長比 β_s

橋は桁回転により落橋しやすいということがわかる。

以上は、桁かかり長 S_E を0.88mと仮定した場合であるが、 S_E をこの1/2 ($S_E=0.44$ m) 及び1/3

($S_E=0.29$ m) にした場合の支持区間長 b_s を斜角 θ が45度の場合に対して求めた結果が図-8である。たとえば、 $S_E/3$ の場合を例にとると、脱落開始回転角は0.656度 ($d_{TR}=0.412$ m)、脱落回転角は1.89度 ($d_{TR}=1.19$ m) となり、容易に回転によって斜橋は落橋し得ることがわかる。

以上の結果では縦軸を支持区間長 b_s によって表したが、これを式(16)で定義した支持区間長比 β_s によって無次元化して表すと、図-9、図-10のようになる。

(3) 支持面積 A_s

上記と同様に、式(17)による支持面積 A_s を求めると、図-11のようになる。条件は上記と同じであり、支間長 $l=36$ m、幅 $d=12$ mの斜橋で、桁かかり長 S_E を0.88mと仮定して、斜角 θ を45度、60度、80度、90度の4種類に変化させて解析した結果である。

斜角が45度の場合には、式(22)より当初の支持面積 A_{s0} は14.9m²となる。斜橋が回転するにつれて、支持面積 A_s は単調に減少し、脱落回転角 $\theta_u=5.23$ 度になると $A_s=0$ となる。斜角が60度の場合にも斜角が45度の場合と似た特性となる。

これに対して、直橋の場合には、回転が生じ始めると支持面積 A_s は当初の支持面積 A_{s0} よりも一度大きくなり、その後減少して行く。

以上の結果を、式(23)による支持面積比 β_{sA} によって表すと、図-12のようになる。

(4) 支間長の影響

以上の解析では、支間長 $l=36$ mと仮定してきたが、支間長の影響を検討するため幅 $d=12$ m、 $S_E=0.88$ mを固定したままで支間長 $l=72$ mとすると、斜角 θ が45度の場合には、脱落開始回転角は1.18度、脱落回転角は1.75度となる。同一条件下における支間長 $l=36$ mの斜橋では、脱落開始回転角は1.95度、脱落回転角は5.23度であるから、これらと比較すると脱落開始回転角、脱落回転角ともに小さくなる。特に、脱落回転角は1.75度から5.23度と非常に小さくなるのが重要である。なお、斜橋が回転することにより、鋭角端が橋軸直角方向に移動する変位 d_{TR} を式(25)から求めると、脱落開始回転角、脱落回転角に相当する変位 d_{TR} は、それぞれ1.48m、2.20mとなる。これに対して支間長 $l=36$ mの場合には、脱落開始回

転角、脱落回転角に相当する変位 d_{TR} は、それぞれ1.23m、3.29mである。したがって、脱落開始回転角に相当する変位 d_{TR} は、 $l=36$ mに比較して $l=72$ mの方がわずかに大きくなるが、脱落回転角に相当する変位 d_{TR} は、 $l=72$ mとなると、 $l=36$ mの場合よりも2/3倍に減少する。以上に示したように、幅 d 、桁かかり長 S_E を固定したまま支間長 l を大きくすると、小さい回転角で容易に落橋するが、これを支持区間長 b_s 及び支持区間長比 β_s によって示すとそれぞれ図-13、図-14のようになる。これらの結果を $l=36$ mの場合の図-7及び図-9とそれぞれ比較すると、より小さい回転角で支持区間長 b_s 及び支持区間長比 β_s が減少することがわかる。

5. 結論

本文では、桁端と橋台パラペット間の遊間を見込んだ場合の斜橋及び直橋の回転条件を明らかにすると同時に、落橋し得る条件を検討した。本検討から得られた結論は以下の通りである。

- 1) 桁端と橋台パラペット間の遊間を見込むことにより、これをゼロと仮定した場合よりもより大きな辺長比 d/l の斜橋まで回転できることになる。さらに、桁端と橋台パラペット間の遊間をゼロと仮定すると直橋は回転できないが、桁端と橋台パラペット間の遊間を見込むと、直橋でも回転できる条件が現れてくる。
- 2) 桁かかり長 S_E が道路橋示方書の最小値の値だけ確保されていれば、斜橋といえども事実上回転によって落橋する可能性は低いと考えられるが、桁かかり長がこれよりも短いと、斜橋は回転によって橋台から支持されなくなり、落橋することが十分可能となる。
- 3) 斜角 θ と橋軸直角方向の幅 d が一定であれば、支間長 l が長くなる程、脱落開始回転角、脱落回転角ともに小さくなる。特に、脱落回転角は支間長 l によって大きく減少することが斜橋の落橋に重要である。

参考文献

- 1) 川島一彦、渡邊学歩：斜橋における落橋防止構造の有効性に関する研究；土木学会論文集，No.675/I-55，pp. 141-159，2001.
- 2) 日本道路協会：道路橋示方書，V耐震設計編，丸善，2002.