

P-Δ効果を考慮した1質点系モデルの弾塑性応答解析 における履歴ループと安定比

山下典彦¹・須山翔太²

¹正会員 博(工) 神戸市立工業高等専門学校准教授 都市工学科 (〒651-2194 兵庫県神戸市西区学園東町8-3)

²神戸市立工業高等専門学校学生 都市工学科 (〒651-2194 兵庫県神戸市西区学園東町8-3)

1. はじめに

1995年に発生した兵庫県南部地震では、阪神高速道路3号神戸線で上部構造物の倒壊が生じるなど土木構造物に甚大な被害が生じた。道路橋示方書の平成14年の改訂では、性能規定型の技術基準を目指し、要求性能を橋全体系の観点だけでなく構造部材ごとに明示するとともに、それを達成する従来からの耐震解析法も併記するという書式に改められた。しかしながら、この性能規定型の設計法を実現するためには、コンクリート構造物や鋼構造物の塑性域での動的挙動や終局強度を精度良く評価する手法の開発が必要である¹⁾。

また、鉄筋コンクリート橋脚の耐震設計基準を諸外国のものと比較した場合、日本で考慮されていないものの1つにP-Δ効果がある²⁾。わが国の橋梁の耐震設計は、塑性域の変形性能を期待しながらも、残留変位規定や慣性力の下限值規定によってある程度の変形性能とある程度の耐力を有するような橋脚が得られるようになっており、P-Δ効果の影響が無視できる領域で設計している。しかしながら、ひとたび設計外力を超える外乱が作用した場合には、P-Δ効果により地震時の塑性変形が片側に偏りやすくなり、倒壊原因の1つとも考えられることからP-Δ効果の影響を検討する必要がある。さらに、これまでに、数々のP-Δ効果についての研究がなされてきたが、P-Δ効果が構造物の応答に及ぼす影響の定量的な評価はほとんどなされていないのが現状である。

本論文では、この影響を推定するために山崎ら³⁾の提唱した安定比 r （振動系の特性と入力の大さからなる指標）を導入した。具体的には、大変形を対象とした厳密な1質点系モデル⁴⁾（以下、回転厳密モデルという）と水平振動を扱った一般的な1質点系モデル（以下、水平モデル）の復元力特性として歪硬化を考慮した履歴ループ（以下、歪硬化履歴ループという）とMasingの法則に従った一般的なバイリニア履歴ループ（以下、Masing履歴ループという）を用

いて弾塑性応答解析を行い、エネルギースペクトルから降伏強度を決定し、安定比に対する歪エネルギーの1方向への偏りと塑性率の増加現象について違いを比較した。

2. P-Δ効果と安定比

大変形を対象とした回転厳密モデルにP-Δ効果を考慮したものが図-1である。

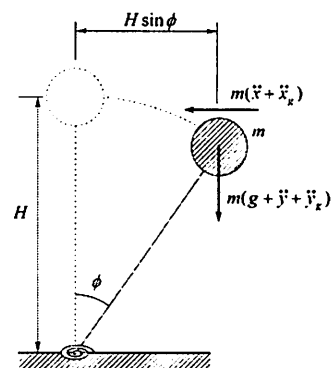


図-1 回転厳密モデルの座標系

このモデルの回転軸でのモーメントの釣り合いから、運動方程式は次式で表される。

$$\ddot{\phi} + \frac{c_s}{m_s H^2} \dot{\phi} + \frac{M(\phi)}{m_s H^2} = -\frac{\ddot{x}_g}{H} \cos \phi + \frac{g + \ddot{y}_g}{H} \sin \phi \quad (1)$$

ここに、 m_s は1質点系の質量、 c_s は減衰係数、 $M(\phi)$ は復元モーメント、 ϕ は橋脚の回転角（橋脚を剛体と仮定しており部材角と等しい）、 H は橋脚高さ、 g は重力加速度、 $\ddot{x}_g$ と $\ddot{y}_g$ は水平及び鉛直方向の入力地震動加速度であり、地震動に水平成分に加え、鉛直成分を考慮できることが、この回転厳密モデルの特徴である。

式(1)を幾何学的近似（ $\cos \phi = 1$, $\sin \phi = \phi$ ）して表現すると、図-2(a)に示すような回転1自由度近似モデル（以下、回転近似モデル）の運動方程式が

得られる。さらに、回転近似モデル及び水平モデルを支えているばねを k_R , k_s とし $k_s = k_R/H^2$ の関係を用いると図-2(b)に示すような水平モデルの運動方程式は次式で表される。

$$m_s \ddot{x} + c_s \dot{x} + Q(x) - k_{p\Delta} x = -m_s \ddot{x}_g \quad (2)$$

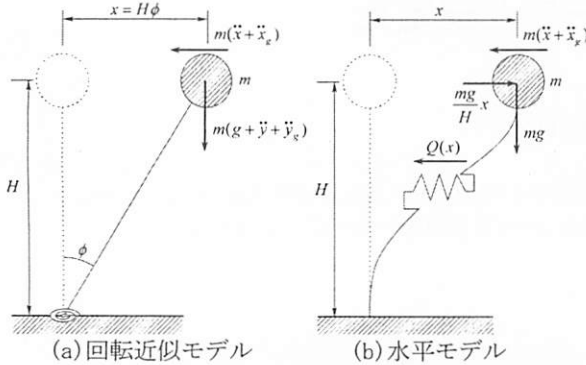


図-2 回転近似モデルと水平モデルの関係

ここに、 $Q(x)$ は k_s の復元力、 $k_{p\Delta}$ は P- Δ 効果による剛性の低下量、 $Q(x) - k_{p\Delta}x$ がこのモデルの復元力であり、P- Δ 効果による剛性の低下量を表した等価ばね剛性は $k_{p\Delta} = m_s g/H$ で表される。これらの関係は、回転厳密モデルにおいても同様である。

P- Δ 効果を表す指標として、ばね剛性 k_s と等価ばね剛性 $k_{p\Delta}$ の比で表される安定係数 θ がよく用いられる。

$$\theta = k_{p\Delta}/k_s \quad (3)$$

しかし、安定係数は異なる地震入力エネルギー、すなわち想定する累積塑性変形倍率の影響を表現できない。山崎ら³⁾は、応答における累積塑性歪エネルギーが完全に1方向のみに累積し、地震終了時に復元力がゼロになり倒壊するような安定係数を θ_{cr} とし、 θ と θ_{cr} の比を安定比 τ と定義した。

図-3 に示すように、完全に1方向に偏った累積塑性歪エネルギーが図中の三角形の面積であることを考慮すれば、 θ_{cr} と安定比 τ は次式のように表される。

$$\theta_{cr} = \frac{2\eta\alpha + 1 - \alpha}{2\eta + 1 - \alpha} \quad (4)$$

$$\tau = \frac{\theta}{\theta_{cr}} = \frac{2\eta\alpha + 1 - \alpha}{2\eta + 1 - \alpha} \theta \quad (5)$$

ここに、 η は累積塑性変形倍率、 α は塑性勾配係数である。ここで、ある1つの地震動に対してこの系に入力するエネルギーのうち損傷に寄与する量を E_D とし、 E_D による累積塑性変形倍率 η を表すと

$$E_D = \frac{1}{2} Q_y x_y \frac{(1 - \theta_{cr})(1 - \alpha)}{\theta_{cr} - \alpha}, \quad \eta = \frac{E_D}{Q_y x_y} \quad (6)$$

ここに、 Q_y はばねの降伏強度、 x_y はばねの降伏変位である。

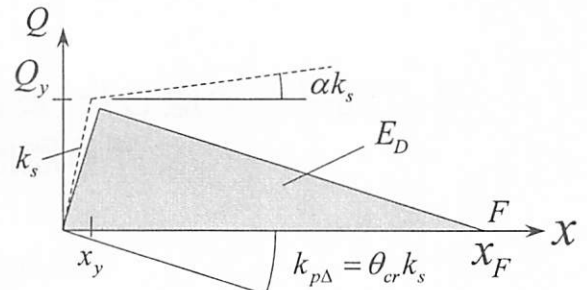


図-3 崩壊状態

3. エネルギースペクトルと履歴則

P- Δ 効果を考慮しない1質点系モデル(式(2)で左辺の $-k_{p\Delta}x$ の項を除く)の振動方程式の両辺に $dx = \dot{x}dt$ をかけ、地震の全継続時間 t_0 にわたって積分すればエネルギーの釣合式として次式が得られる。

$$m_s \int_0^{t_0} \ddot{x} \dot{x} dt + c_s \int_0^{t_0} \dot{x}^2 dt + \int_0^{t_0} Q(x) \dot{x} dt = -m_s \int_0^{t_0} \ddot{x}_0 \dot{x} dt \quad (7)$$

式(7)の右辺は、入力エネルギー E である。エネルギースペクトルは、入力エネルギーの速度換算値 $V_E = \sqrt{2E/m_s}$ と固有周期 T の関係と定義されている。この関係を利用して、特定の固有周期における入力エネルギーの速度換算値 V_E と減衰定数 h を以下の式に代入する。

$$V_D = \frac{1}{1 + 3h + 1.2\sqrt{h}} V_E, \quad C_B = \sqrt{\frac{2\pi^2 V_D^2}{\eta g^2 T^2}} \quad (8)$$

式(8)より、せん断係数 C_B の初期値を決定し、弾塑性応答解析において、特定の η に対するせん断係数 C_B を算出し、ばねの降伏強度 Q_y が決定できる。図-4 に減衰定数 0, 2, 5, 10, 20, 30(%), 固有周期 0.1~5.0(sec), 微少時間 0.001(sec) とした神戸海洋気象台の入力地震動(NS成分)のエネルギースペクトルを示す。

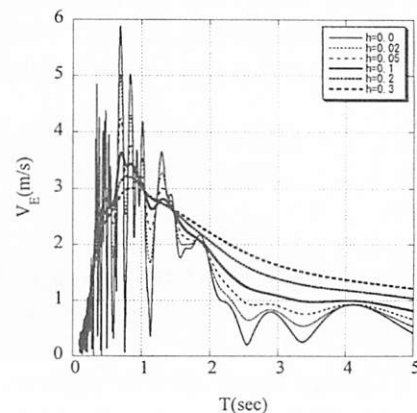


図-4 エネルギースペクトル (JMA 神戸)

図-5 に歪硬化ループを示す。この履歴ループの特性⁵⁾は、基線となる軸で分けられる2つの領域において $Q-x$ 関係は独立であり、1つの領域における各履歴サイクルの塑性の $Q-x$ 関係を基線 x 軸に関して並行移動し、順次繋ぎ合わせたものは単調加力下の $Q-x$ 関係に一致する。

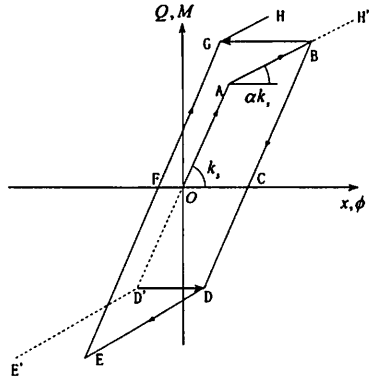
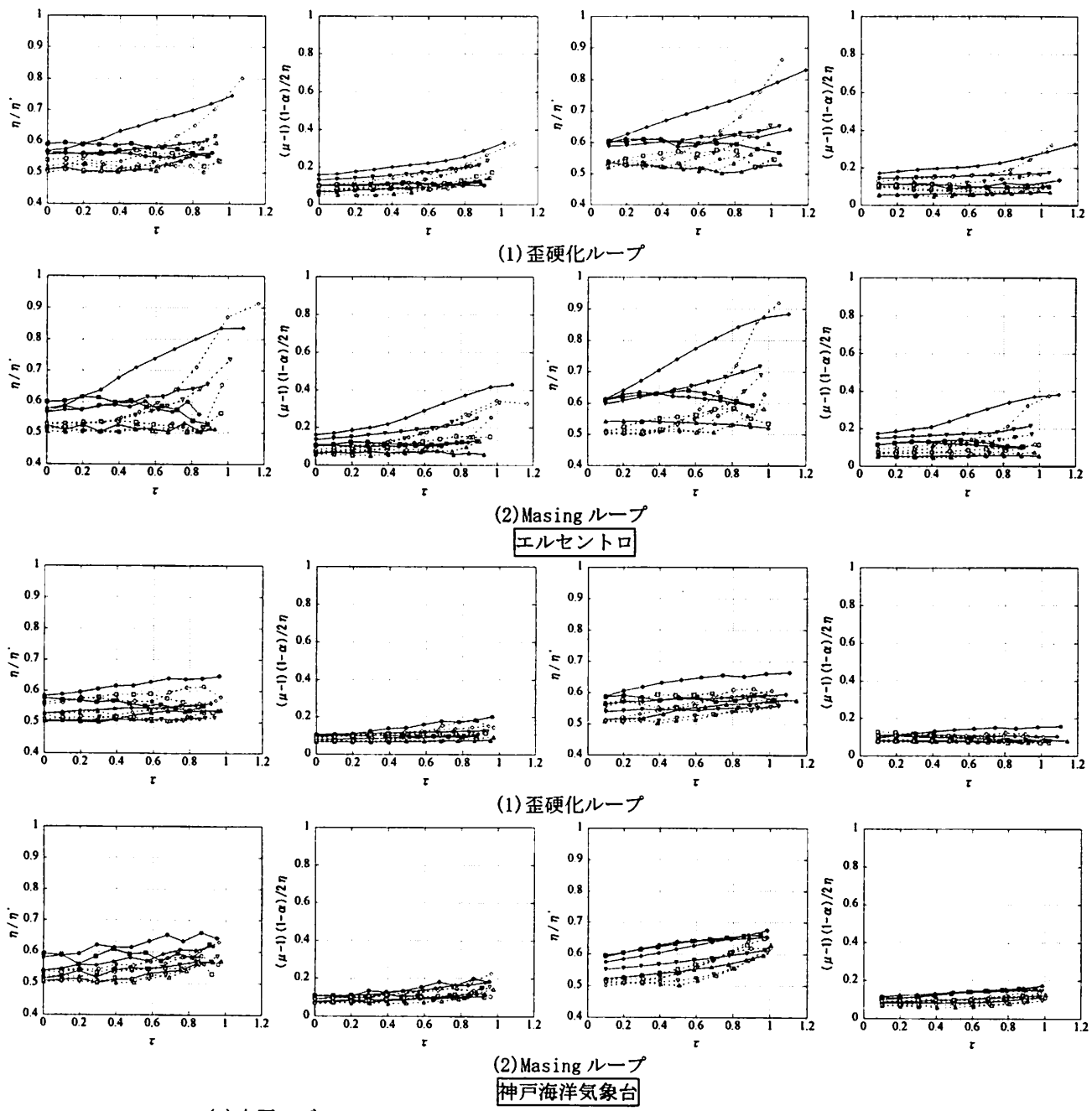


図-5 歪硬化ループ

4. 弾塑性応答解析

(1) 解析条件

弾塑性応答解析は線形加速度法により行い、微小時間を0.001(sec)とした。入力地震動加速度は、



(a) 水平モデル

(b) 回転厳密モデル

1(sec)	2(sec)	3(sec)	4(sec)	5(sec)	
—●—	—■—	—▲—	—▼—	—◆—	$\alpha=0.0$
—○—	—□—	—△—	—▽—	—◇—	$\alpha=0.1$

図-6 P-Δ効果を考慮した1質点系モデルの歪エネルギーの偏りと塑性率

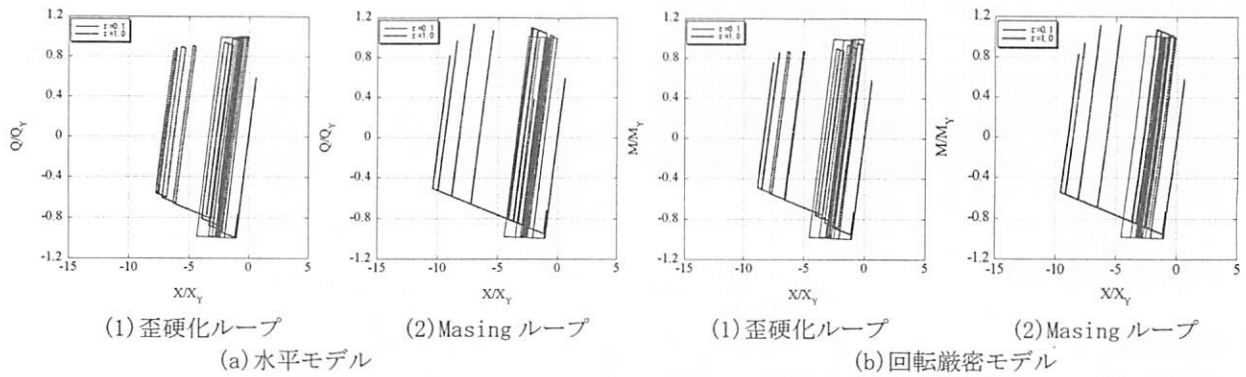


図-7 各1質点系モデルの履歴ループの比較 (エルセントロ)

エルセントロと神戸海洋気象台の NS 成分とし、入力のは大きさは $\theta=0$ (すなわち $k_{p\Delta}=0$) のときの累積塑性変形倍率 η が 10, 20 になるような 2 種類とした。固有周期は、1~5(sec) で 1 秒刻みの 5 種類とし、減衰定数は 0, 2, 5(%) とした。さらに、図-3 の塑性勾配係数 α は、0, 0.1 とし、安定比 τ については、0~1.0 の 0.1 刻みとした。

(2) 解析結果

図-6 は η が 10、減衰定数がゼロの場合で、上段がエルセントロ、下段が神戸海洋気象台に対する結果を示しており、それぞれ左側 2 列は水平モデル、右側 2 列は回転厳密モデル、さらに、その上段が歪硬化ループ、下段が Masing ループに対する結果を示しており、それぞれ左側は歪エネルギーの偏りを、右側は塑性率を表している。全ての図の横軸は安定比 τ である。

歪エネルギーの偏りを示す図の縦軸は、正側あるいは負側で吸収した歪エネルギーの大きい方の η' を全歪エネルギーの η で除した値である。塑性率を示す図の縦軸は、応答解析結果より塑性率 μ を求め、 $(\mu-1)(1-\alpha)/2\eta$ の値をプロットし、図-3 の F 点の場合は縦軸が 1 の値にプロットされる。

エルセントロでは、安定比の増加に伴い歪エネルギーの偏り、塑性率は共に増加している。固有周期が 5 秒の場合が、塑性勾配係数 α に関係なく、最も大きな値となった。さらに、神戸海洋気象台では、1 質点系モデルが異なっても両者は概ね等しくなったが、エルセントロでは、塑性勾配係数に関係なく固有周期が長くなるにつれて回転厳密モデルの方が歪エネルギーの偏りが生じる傾向にある。

図-7 は歪エネルギーの偏りが大きいエルセントロで固有周期が 5 秒、塑性勾配係数 0、安定比 0.1 及び 1.0 の条件での各 1 質点系モデルの履歴ループを示している。これより、安定比が 0.1 では P- Δ 効果の影響が少ないが、1.0 では P- Δ 効果の影響により変位の 1 方向への偏りが大きくなっている。履歴ループの負勾配から Masing ループより歪硬化ループの P- Δ 効果が大きくなっていることが読み取

れるが、逆に 1 方向への変位の偏りが小さくなっている。これは、 $\alpha=0$ にも拘わらず P- Δ 効果の影響により負勾配が大きくなりエネルギーを消費したためであると考えられる。

5. まとめ

水平モデルと回転厳密モデルの 1 質点系モデルを用いて弾塑性応答解析を行い、安定比に対する歪エネルギーの 1 方向への偏りと塑性率の増加現象について違いを比較した。これらの結果を以下にまとめる。

- 1) 神戸海洋気象台では、1 質点系モデルが異なっても両者は概ね等しくなったが、エルセントロでは、塑性勾配係数に関係なく固有周期が長くなるにつれて回転厳密モデルの方が歪エネルギーの偏りが生じる傾向にあることがわかった。
- 2) 安定比が 0.1 では P- Δ 効果が生じていないが、1.0 では P- Δ 効果の影響により変位の 1 方向への偏りが大きくなっている。

以上のように、歪エネルギーの偏りは入力地震動加速度に依存することがわかった。今後は、さらに観測された地震動を用いて P- Δ 効果が構造物の非線形性に与える影響についてさらに検討を加える必要がある。

参考文献

- 1) 日本地震工学会 性能規定型耐震設計法に関する研究委員会編：性能規定型耐震設計 現状と課題、鹿島出版会、2006。
- 2) 高橋雅裕、矢部正明：各国の耐震設計基準によって耐震設計された RC 橋脚の P- δ 効果の比較、第 3 回地震時保有耐力法に基づく橋梁の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集、pp. 349-355, 1999。
- 3) 山崎真司、遠藤和明：弾塑性地震応答における P- Δ 効果と安定比、日本建築学会構造系論文集、第 527 号、pp. 71-78, 2000。
- 4) 山下典彦、原田隆典：P- Δ 効果が 1 自由度系の非線形応答に与える影響、土木学会地震工学論文集、CD-ROM、pp. 1-8, 2003。
- 5) 秋山宏：建築物の耐震極限設計 第 2 版、東京大学出版会、1987。