

はり要素を用いた解析による単柱式鋼製橋脚の延性き裂照査法

葛 漢彬¹, 藤江 渉², 津村 康裕³

¹正会員 博士（工学） 名城大学教授 理工学部建設システム工学科（〒468-8502 名古屋市天白区塩釜口1-501）

²学生会員 名古屋大学大学院博士課程前期課程 工学研究科社会基盤工学専攻（〒464-8603 名古屋市千種区不老町）

³修士（工学） 三菱重工業株式会社高砂製作所（〒676-8686 兵庫県高砂市荒井町新浜2-1-1）

1. はじめに

鋼製橋脚の延性き裂に起因する脆性的な破壊挙動の解明、またその防止法・照査法を確立するため鋼製橋脚に対する極低サイクル疲労試験はこれまで多く行われてきた（例えば、坂野ら¹⁾⁵⁾、三木ら⁶⁾、陵城ら⁷⁾、葛ら⁸⁾⁹⁾）。有限要素解析によって鋼製橋脚供試体の極低サイクル疲労強度評価を試みた研究¹⁾⁵⁾も見られるが、いずれも実験結果との整合性を確認するに留まっており耐震設計法への応用を検討したものは少ない。

筆者らは、低サイクル疲労あるいは極低サイクル疲労による脆性的な破壊モードの第一段階に相当する延性き裂発生を防止するという観点から、これまでに厚肉断面を有する単柱式鋼製橋脚を対象に延性破壊実験を実施し⁸⁾⁹⁾、き裂発生・進展挙動を明らかにするとともに、累積疲労損傷度を用いた鋼製橋脚の延性き裂発生評価法を提案した¹⁰⁾。しかしながら、筆者らの手法を含め、既往の研究において提案されている延性き裂発生評価法はソリッド要素もしくはシェル要素を用いて対象を詳細にモデル化し複合非線形有限要素解析を実施せねばならず、実用的耐震設計への応用は困難であると考えられる。

本研究では無補剛箱形断面と補剛箱形断面の単柱式鋼製橋脚について、実務で多く用いられている、はり要素を用いた解析（以下、はり解析）によりこれまでの提案手法と同等と延性き裂発生評価を可能にする手法を検討し、併せて延性き裂照査法概念を示す。

2. 解析概要

解析対象としたのは文献10)と同じ実験供試体である。解析モデル図を図-1、実験供試体の断面図を図-2に示す。また、無補剛箱形断面鋼製橋脚⁸⁾⁹⁾、補剛箱形断面鋼製橋脚¹¹⁾¹²⁾の諸元をそれぞれ表-1、表-2に示す。

幅厚比パラメータ、細長比パラメータ、縦補剛材剛比、補剛材細長比パラメータは次式で定義される。

$$R_f = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 \cdot 4n^2}} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \quad (1)$$

$$\bar{\lambda} = \frac{2h}{r} \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \quad (2)$$

$$\bar{\lambda}_s = \frac{1}{\sqrt{Q}} \frac{l_d}{r_s} \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \quad (3)$$

ただし、 Q ：縦補剛材で囲まれた板パネルの局部座屈強度で、次式より表される。

$$Q = \frac{1}{2R} \left[\beta - \sqrt{\beta^2 - 4R_f} \right] \leq 1.0 \quad (4)$$

$$\beta = 1.33R_f + 0.868 \quad (5)$$

ここで、 b ：板幅、 σ_y ：降伏応力、 E ：ヤング率、 ν ：ポアソン比、 n ：サブパネル数、 r ：断面2次半径、 r_s ：1本の補剛材と隣接パネルからなるT形断面の、板パネルに平行な主軸まわりの断面2次半径である。

解析には汎用解析プログラムABAQUSを使用した。解析モデルにはTimoshenkoのはり理論に基づくはり要素を用いた。図-1(b)に示すように、基部のひずみ集中部の収束解を得るため局部座屈照査に用いられる有効破壊長領域 L_e ¹³⁾を5分割し、その上部を

表-1 解析モデルの諸元（無補剛箱形断面）

供試体名	断面図	h (mm)	B (mm)	D (mm)	t (mm)	α	R_f	$\bar{\lambda}$	P/P_y
UB25-35C1P1[490]	(a)	570	112	94	9.02	1.0	0.26	0.37	0.1
UB25-35C3P1[490]	(a)	568	112	94	9.02	1.0	0.26	0.37	0.1
UB25-35CCP1[490]	(a)	569	112	94	9.02	1.0	0.26	0.37	0.1
UB35-35C1P1[490]	(a)	769	152	134	9.02	1.0	0.37	0.37	0.1
UB35-35C3P1[490]	(a)	769	152	134	9.02	1.0	0.37	0.37	0.1
UB35-35CCP1[490]	(a)	769	152	134	9.02	1.0	0.37	0.37	0.1
UB35-45C1P1[490]	(a)	999	152	134	9.02	1.0	0.37	0.48	0.1
UB35-45C3P1[490]	(a)	998	152	134	9.02	1.0	0.37	0.47	0.1
UB35-45CCP1[490]	(a)	998	152	134	9.02	1.0	0.37	0.47	0.1
UB25-25C1P1[400]	(b)	552	152.4	114.9	9.17	1.0	0.27	0.24	0.1
UB25-25C3P1[400]	(b)	551	152.4	114.9	9.11	1.0	0.27	0.24	0.1
UB25-35C1[400]	(b)	771	152.6	114.8	9.19	1.0	0.27	0.33	0
UB25-35C3[400]	(b)	771	152.6	114.6	9.20	1.0	0.27	0.33	0

Note：供試体名について、例）UB○○-△△××PI[490]、UB：無補剛箱形断面、○○：幅厚比パラメータの小数点以下2桁、△△：細長比パラメータの小数点以下2桁、××：水平方向の載荷パターン、P1：軸力比（鉛直荷重を載荷しない場合は表示せず。）、[490]：鋼種（この場合はSM490YAを示す。SM400Aを使用した場合は[400]と表示した。）

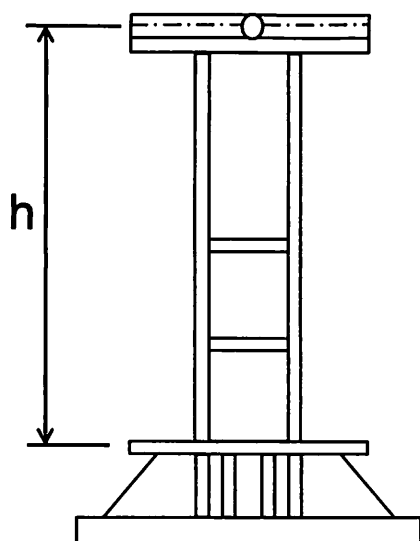
表-2 解析モデルの諸元（補剛箱形断面）

供試体名	断面図	h (mm)	B (mm)	D (mm)	t (mm)	b_s (mm)	t_s (mm)	α	R_f	$\bar{\lambda}$	γ/γ^*	$\bar{\lambda}_s$	P/P_y
S35-35I	(d)	1033	224	202	4.9	26	4.9	0.5	0.35	0.35	3.7	0.17	0.172
KD-10	(c)	3303	720	692	14	90	10	0.5	0.35	0.30	4.1	0.18	0.148

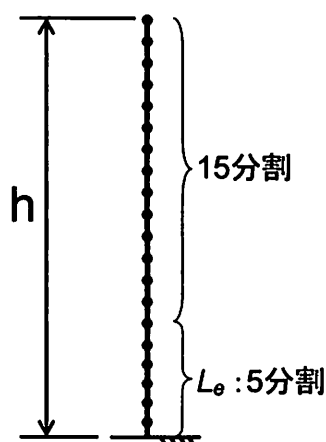
Note： h ＝柱高さ、 B ＝フランジ幅、 D ＝ウェブ幅、 t ＝板厚、 α ＝縦横比（ a/b 、 a ＝ダイヤフラム間隔、 b ＝フランジ幅）、 R_f ＝幅厚比パラメータ、 $\bar{\lambda}$ ＝細長比パラメータ、 b_s ＝補剛材長さ、 t_s ＝補剛材板厚、 γ/γ^* ＝縦補剛材剛比（縦方向補剛材剛比 γ と線形座屈理論から求められる最適剛比 γ^* との比）、 $\bar{\lambda}_s$ ＝補剛材細長比パラメータ、 P/P_y ＝軸力比（供試体に与える鉛直荷重 P と全断面降伏荷重 P_y の比）

表-3 無補剛および補剛断面鋼製橋脚モデルの材料定数（引張試験結果）

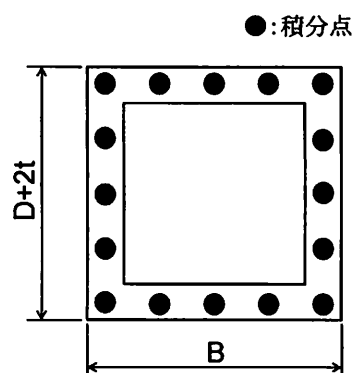
供試体名		σ_y (MPa)	E (GPa)	ε_y (%)	E_{st} (GPa)	ε_{st} (%)	σ_u (MPa)	ε_u (%)	ν
UB[490]シリーズ		380	199	0.19	4.20	2.0	528	25	0.29
UB[400]シリーズ		241	202	0.12	3.66	1.3	387	33	0.29
S35-35I		382	208	0.183	5.05	1.12	574	31	0.275
KD-10	板パネル	318.7	206	0.1547	6.867	1.083	627	44.48	0.3
	補剛材	379.9	206	0.1844	5.150	1.844	638.3	40.63	0.3



(a) 供試体概要図

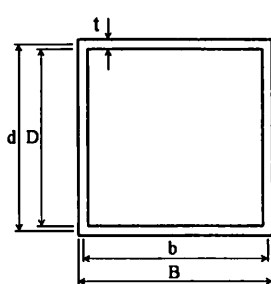


(b) 解析モデル全体図

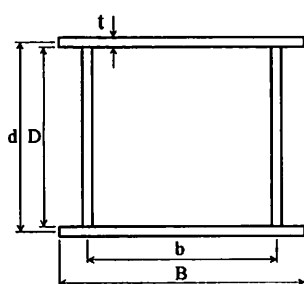


(c) 解析モデル断面図および積分点

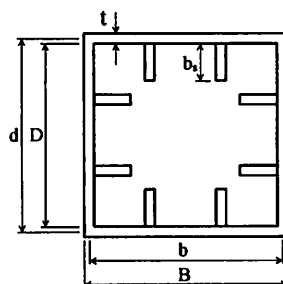
図-1 解析モデル



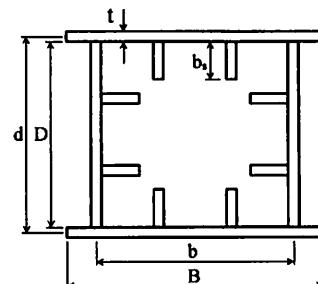
(a)



(b)

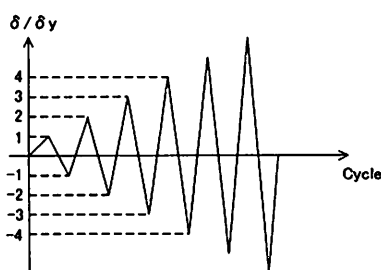


(c)

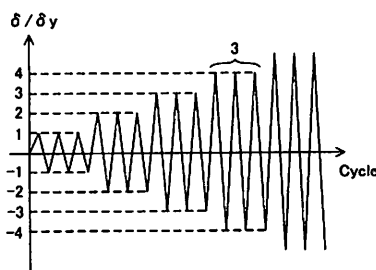


(d)

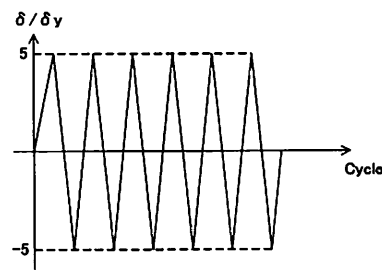
図-2 供試体の断面図



(a) C1



(b) C3



(c) CC

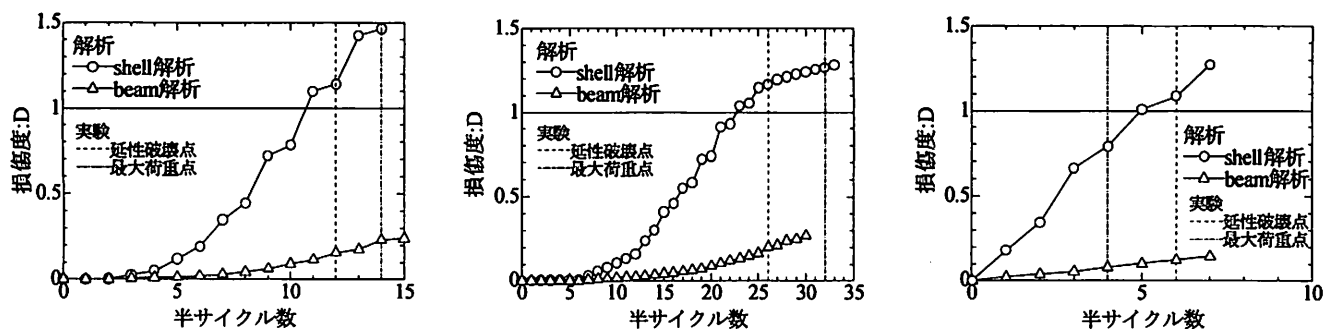
図-3 載荷パターン

15 分割した。また、図-1(c)に示すように、解析モデル断面に 16 点の積分点を取った。なお、補剛断面については等価な無補剛断面¹⁴⁾に換算した。

材料構成則としては修正 2 曲面モデル¹⁵⁾を用い、修正 2 曲面モデルのパラメータには引張試験で得られた値を使用した。表-3 に材料定数をまとめて示す。

水平方向の載荷パターンについては、図-3 に示す通りである。ただし UB25-25C3P1[400]および

UB25-35C3[400]については $3\delta_y$, $6\delta_y$, $12\delta_y$, ... の 3 サイクル変動変位振幅繰り返しである⁸⁾。補剛箱形断面の供試体については、一定の鉛直荷重と 1 サイクル変動変位振幅繰り返し荷重（図-3(a)と同様）を載荷した。なお、本研究では、1 サイクルの半分（例えば $1\delta_y$ から $-1\delta_y$ までの載荷過程）を半サイクルと称する。



(a) UB25-35C1P1[490]

(b) UB25-35C3P1[490]

(c) UB25-35CCP1[490]

図-4 式(6)による損傷度の比較

表-4 損傷度の定数

鋼種	m	C
SS400	1.82	8.23
SM490	1.86	9.69

3. 損傷度による延性き裂発生評価

(1) 既往の評価手法の適用

筆者らはこれまでにシェル要素を用いた解析（以下、シェル解析）を行い、Manson-Coffin 則¹⁶⁾および Miner 則に基づく損傷度を用いた鋼製橋脚の延性き裂発生評価法¹⁰⁾について検討してきた。損傷度は次のように表される、

$$D = C \sum (\varepsilon_{pr})^m \quad (6)$$

ここで、 C 、 m は材料定数¹⁰⁾であり、表-4 に鋼種ごとの C 、 m を示す。また、 ε_{pr} は塑性ひずみ範囲である。 ε_{pr} は解析モデル着目要素の鉛直軸方向塑性ひずみ履歴から得られる。塑性ひずみ範囲の抽出方法にはレンジ法¹⁷⁾を用いる。式(6)により計算される損傷度 D が 1 となった時点をも延性き裂発生点とする。

ここでは UB25-35 シリーズを例に、この手法をはり解析より得られる塑性ひずみ履歴に適用し、延性き裂発生評価を試みる。

図-4 に UB25-35 シリーズの半サイクル数とはり解析（本研究）、シェル解析での損傷度（文献 10）の関係を示す。はり解析の損傷度は基部最下部の要素より得られた部材の軸方向ひずみから得られた塑性ひずみを用いて式(6)から算出した。ひずみは、最

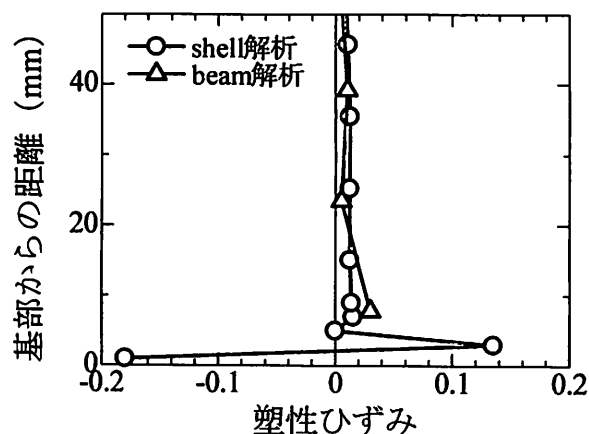


図-5 シェル解析とはり解析による塑性ひずみ鉛直方向分布の比較（12 半サイクル時）

初に圧縮を受ける側の角部の積分点（図-1(c)を参照）から出力した。ここで、図中の破線は実験での延性破壊点、一点鎖線は実験での最大荷重点をそれぞれ表している。同図から分かるように、はり解析はシェル解析に比べ損傷度が小さく、1 に達していない。

この要因を検討するため、はり解析およびシェル解析から得られた塑性ひずみの比較を行う。図-5 に 12 半サイクルにおけるはり解析およびシェル解析の基部から鉛直方向の塑性ひずみ分布の比較図を示す。シェル解析については角部フランジ側のひずみを出力した。なお、正は圧縮、負は引張を示している。同図から分かるように、基部から 20mm 以上では、はり解析とシェル解析の塑性ひずみはほぼ同様の値を示しているが、20mm 以降では両者の差が大きくなっている。特に、シェル解析の基部から 1mm

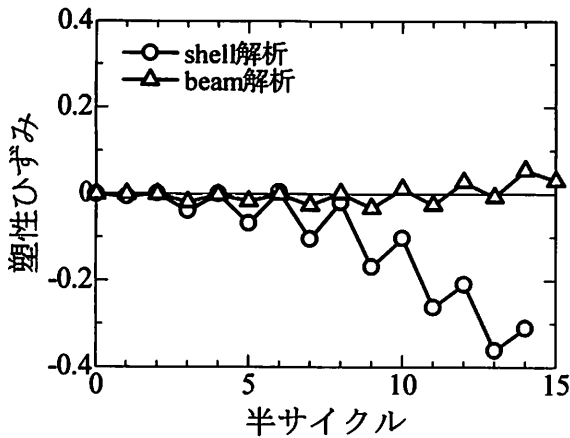


図-6 シェル解析とはり解析による塑性ひずみ履歴の比較

の塑性ひずみは-0.18 と以上に大きく、基部へひずみが集中していることが分かる。

以上から、供試体を詳細に模擬できないはり解析では、基部のひずみ集中現象を再現できないために、損傷度を過小評価してしまうと考えられる。そこで、はり解析においてもシェル解析で得られた損傷度と同等の結果が得られるように角部でのひずみ集中現象の影響を考慮する必要があると考えられる。

(2) ひずみ集中現象の影響を考慮した評価手法

式(6)において材料定数(C, m)以外で損傷度に影響を及ぼすのは塑性ひずみ範囲(ε_{pr})のみである。ここでは、はり解析で得られた塑性ひずみ範囲に角部でのひずみ集中現象を考慮した係数(β)を乗ずることでシェル解析でのひずみ集中現象を模擬することを試みる。以下に β を導入した損傷度式を示す。

$$D = C \sum (\beta \cdot \varepsilon_{pr})^m \quad (7)$$

ここでの塑性ひずみ範囲ははり解析で得られた値を使用する。以下に、UB25-35C1P1[490]を例に β の算出方法を示す。

- 1) シェル解析，はり解析においてそれぞれ塑性ひずみ履歴を出力する。図-6 にはり解析およびシェル解析から得られた塑性ひずみ履歴を示す。塑性ひずみ履歴よりレンジ法を用いて塑性ひずみ範囲を算出する。表-5 に塑性ひずみ範囲の比較を示す。ここで、シェル解析およびはり解析

表-5 塑性ひずみ範囲比較

半サイクル	$\varepsilon_{pr,sh}$	$\varepsilon_{pr,be}$	$\varepsilon_{pr,sh}/\varepsilon_{pr,be}$
1	0.006	0.000	-
2	0.007	0.000	-
3	0.041	0.019	2.16
4	0.040	0.017	2.35
5	0.068	0.014	4.86
6	0.072	0.016	4.50
7	0.109	0.026	4.19
8	0.085	0.028	3.04
9	0.149	0.034	4.38
10	0.066	0.045	1.47
11	0.160	0.038	4.21
12	<u>0.054</u>	<u>0.053</u>	<u>1.02</u>
13	0.152	0.035	4.34

表-6 式(7)での β 値

	β
無補剛箱形断面	3.73
補剛箱形断面	6.90

の塑性ひずみ範囲を $\varepsilon_{pr,sh}$ および $\varepsilon_{pr,be}$ とした。

- 2) シェル解析，はり解析で得られた塑性ひずみ範囲よりそれらの比を求める。表-7 にシェル解析で得られた塑性ひずみ範囲をはり解析で得られた塑性ひずみ範囲で除した値を示す。表中の下線部は実験における延性破壊点を表している。
- 3) 全ての解析モデルで同様に塑性ひずみ範囲比を求め延性破壊点までの平均値を求めると、 $\beta = 3.73$ となった。

補剛断面についても全てのモデルで上記と同様にして β を求め平均をとると、 $\beta = 6.90$ となった。表-6 に以上で得られた β のまとめを示す。

補剛断面橋脚の β は無補剛断面に比べ大きくなっているが、これは補剛断面の方がシェル解析においてより大きなひずみ集中が発生していることを示している。これは、式(1)から分かるように、同じ幅厚比の場合、補剛断面の方が無補剛断面に比べ相対的

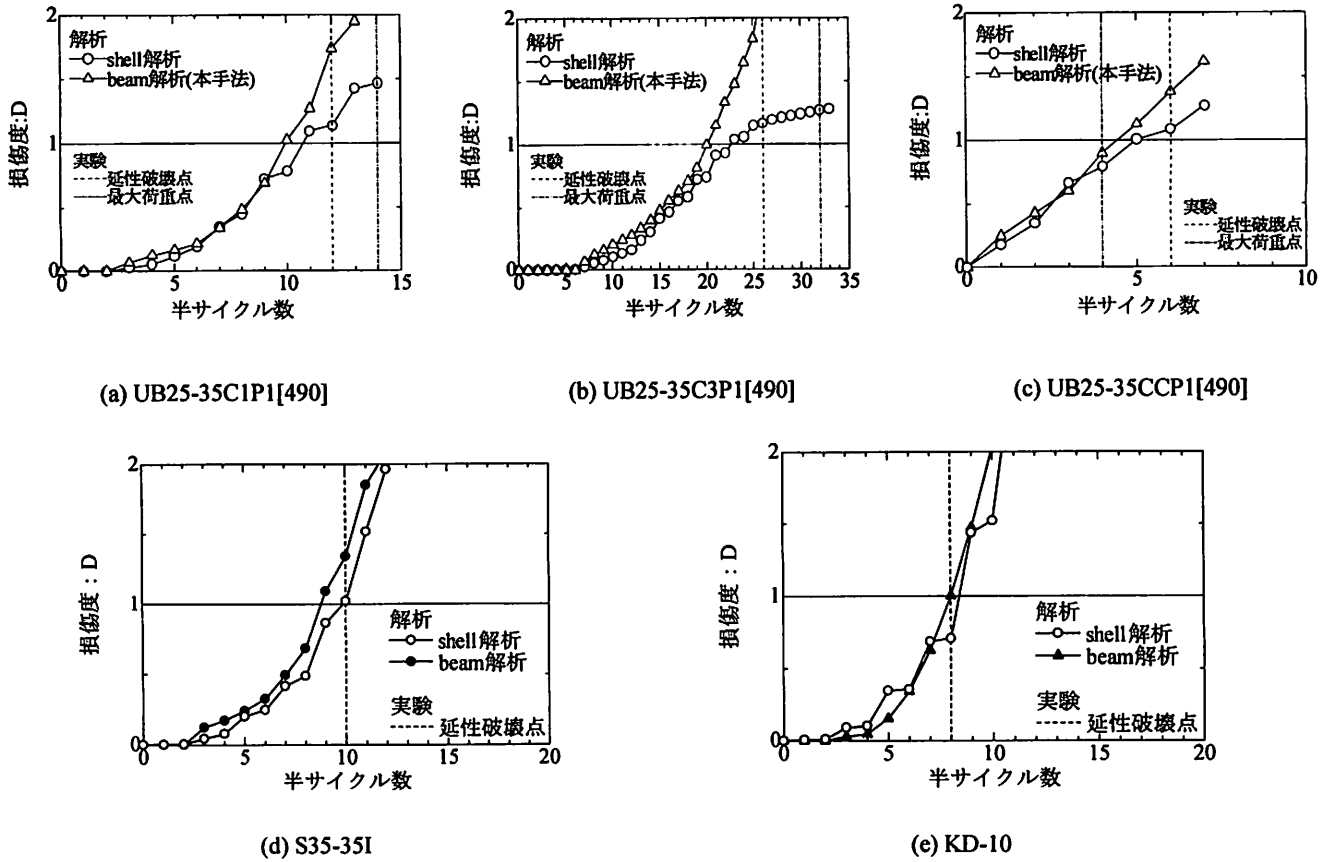


図-7 はり解析（本手法）による損傷度とシェル解析による損傷度の比較

に板幅が大きくなり、その分角部でのひずみ集中が中央部に比べ大きくなるためであると考えられる。

(3) 提案手法の妥当性検証

ここでは、提案した損傷度評価式の妥当性を検証する。図-7にシェル解析で得られた損傷度と本手法で予測した損傷度と半サイクルとの関係を示す。また、図中の破線は実験での延性破壊点、一点鎖線は実験での最大荷重点をそれぞれ表している。すべてのモデルにおいてシェル解析で得られた損傷度¹⁰⁾と本手法で予測した損傷度は延性破壊点前後までほぼ同様の曲線を描いており、本手法を用いればシェル解析で得られる損傷度を概ね模擬出来ると言えよう。

また、表-7にすべての供試体の解析結果と実験結果の比較を示す。

UB25-35 シリーズでは延性破壊点及び最大荷重点で評価した場合、共に安全側に評価される。一方、UB35-35、UB35-45 シリーズでは、延性破壊点で評価した場合、若干危険側の結果となるモデルがある

ものの最大荷重点で評価した場合、安全側に精度良く評価される。

以上の結果より本手法により、シェル解析と同等の延性き裂発生予測が可能であることが確認できた。実験結果との比較では、いくつかのモデルにおいて若干危険側の予測となる場合もあるが、これらのモデルにおいても耐力低下に至る前に延性き裂発生を予測しており、安全側に評価出来ていると言えよう。

4. 延性き裂照査法の提案

ここでは本研究で提案する延性き裂照査法についてまとめる。

耐震照査では一般的に地震時に発生する構造物の応答値(S)と、その構造物が有する限界値(R)を比較して照査を行い次式の形で表される。

$$S \leq R \quad (8)$$

あるいは、

$$f(S, R) \leq 1.0 \quad (9)$$

表-7 はり解析結果と実験結果の比較

供試体		はり解析 (本手法)	実験		$H.C_{pre} / H.C_{dcl} (\delta_{pre} / \delta_{dcl})$	$H.C_{pre} / H.C_{max} (\delta_{pre} / \delta_{max})$
		$H.C_{pre} (\delta_{pre} / \delta_y)$	$H.C_{dcl} (\delta_{dcl} / \delta_y)$	$H.C_{max} (\delta_{max} / \delta_y)$		
無補剛 箱形断面	UB25-35C1P1[490]	10(5)	12(6)	14(7)	0.83(0.83)	0.71(0.71)
	UB25-35C3P1[490]	20(4)	26(5)	32(6)	0.77(0.80)	0.63(0.67)
	UB25-35CCP1[490]	5(4)	6(4)	4(4)	0.83(1.00)	1.25(1.00)
	UB35-35C1P1[490]	10(5)	8(4)	10(5)	1.25(1.25)	1.00(1.00)
	UB35-35C3P1[490]	20(4)	22(4)	26(5)	0.91(1.00)	0.77(0.80)
	UB35-35CCP1[490]	5(4)	4(4)	4(4)	1.25(1.00)	1.25(1.00)
	UB35-45C1P1[490]	11(6)	8(4)	12(6)	1.38(1.50)	0.92(1.00)
	UB35-45C3P1[490]	20(4)	18(3)	20(4)	1.11(1.33)	1.00(1.00)
	UB35-45CCP1[490]	5(4)	4(4)	2(4)	1.25(1.00)	2.50(1.00)
	UB25-25C1P1[400]	16(8)	18(9)	24(12)	0.89(0.89)	0.67(0.67)
	UB25-25C3P1[400]	14(9)	14(9)	20(12)	1.00(1.00)	0.70(0.75)
	UB25-35C1[400]	15(8)	14(7)	22(11)	1.07(1.14)	0.68(0.73)
	UB25-35C3[400]	14(9)	11(6)	19(12)	1.27(1.50)	0.74(0.75)
補剛 箱形断面	S35-35I	9(5)	10(5)	15(8)	0.90(1.00)	0.6(0.63)
	KD-10	8(4)	8(4)	12(6)	1.00(1.00)	0.67(0.67)

Note: $H.C_{pre}$ = はり解析による予測延性き裂発生時半サイクル, $H.C_{dcl}$ = 実験における延性き裂発生時半サイクル, $H.C_{max}$ = 実験における最大荷重時半サイクル, δ_{pre} = はり解析による予測延性き裂発生時変位, δ_{dcl} = 実験における延性き裂発生時変位, δ_{max} = 実験における最大荷重時変位.

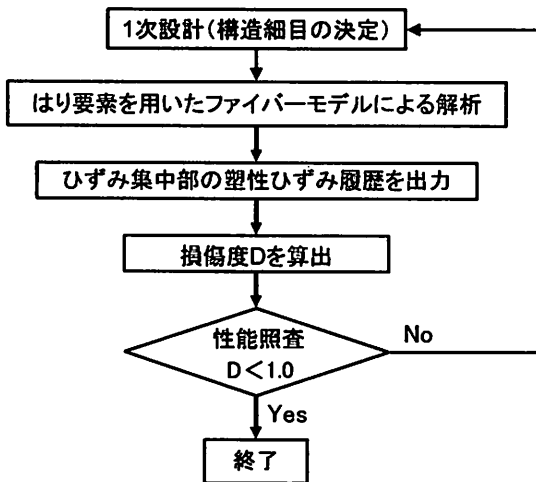


図-8 延性き裂照査法のフロー

一般的には応答値(S), 限界値(R)より部材安全係数を考慮してそれぞれの設計応答値(S_d)及び設計限界値(R_d)を算定するが, ここでは簡単のために部材安

全係数を 1.0 としている.

式(9)中の $f(S,R)$ は損傷度 D に相当するため, 損傷度の評価は上式のような性能評価と同等である. 従って損傷度が 1.0 に満たない場合, 応答値が限界値に達していないことになり, 構造物は破壊しない. しかし, 損傷度が 1.0 より大きくなると応答値が限界値を超え, 構造物は破壊する.

図-8 に本手法のフローを示す. まず, はり要素を用いたファイバーモデルによる準静的又は動的解析を行い, 基部要素のひずみ履歴を出力する. そして各サイクルにおいて, ひずみ履歴での塑性ひずみの最大値と最小値の差より塑性ひずみ範囲を抽出する. この塑性ひずみ範囲を損傷度式に代入し損傷度を求める. この際, 断面や部位に応じた適切なひずみ集中補正係数を用いる. 損傷度で性能評価を行い, 1.0 未満であれば構造物は健全となり, 1.0 以上であれば延性き裂発生となり, 再度構造細目の検討を行う.

5. 結論

実際の耐震設計に応用可能な延性き裂発生評価手法の構築を目的に、単柱式鋼製橋脚についての繰返し載荷実験を対象に、はり要素を用いた解析（はり解析）を実施した。延性き裂発生箇所近傍のひずみ集中現象を補正する係数を導入した損傷度による評価手法について検討し、はり解析による延性き裂照査法を提案した。

本研究で得られた知見を以下にまとめる。

- 1) シェル解析で用いた損傷度をはり解析で得られた塑性ひずみ履歴に適用すると、シェル解析による損傷度よりもかなり小さくなり、実験の延性き裂発生点を予測できない。
- 2) シェル解析とはり解析から得られた塑性ひずみ範囲から、はり解析では再現できないひずみ集中現象を補正する係数 β を算出し、 β を導入した損傷度による評価手法を提案した。
- 3) β を導入した損傷度による本評価手法は実験の延性き裂発生点を若干遅く評価することもあるものの、シェル解析と同等の延性き裂発生評価が可能である。
- 4) 本手法による延性き裂照査法の内容を示した。

参考文献

- 1) 坂野昌弘，三上市蔵，米本栄一，百々良晃：鋼製ラーメン隅角部の低サイクル繰返し載荷実験，土木学会第 47 回年次学術講演会，pp.284-285，1992.
- 2) 坂野昌弘，三上市蔵，村山 宏，三住泰久：鋼製橋脚基部の超低サイクル疲労破壊挙動，鋼構造論文集，第 2 巻，第 8 号，pp.73-82，1995.
- 3) 坂野昌弘，三上市蔵，鷹羽新二：鋼製橋脚隅角部の低サイクル疲労挙動，土木学会論文集，No.563/I-39，pp.49-60，1997.
- 4) 坂野昌弘，岸上信彦，小野剛史，三上市蔵：鋼製ラーメン橋脚柱梁接合部の超低サイクル疲労破壊挙動，鋼構造論文集，第 4 巻，第 16 号，pp.17-26，1997.
- 5) 坂野昌弘，岸上信彦，小野剛史，森川友記，三上市蔵：三角リブ付き鋼製橋脚基部の超低サイクル疲労挙動，構造工学論文集，Vol.44A，pp.1281-1288，1998.
- 6) 三木千寿，四十沢利康，穴見健吾：鋼製橋脚ラーメン隅角部の地震時脆性破壊，土木学会論文集，No.591/I-43，pp.273-281，1998.
- 7) 陵城成樹，足立幸郎，猪瀬幸太郎，杉浦邦征，渡邊英一：鋼製橋脚基部の地震時低サイクル疲労挙動に関する実験的研究，構造工学論文集，Vol.48A，pp.649-655，2002.
- 8) 葛漢彬，大橋正稔，田島僚：鋼製厚肉断面橋脚における延性き裂の発生とその進展に関する実験的研究，構造工学論文集，Vol.53A，pp.493-502，2007.
- 9) 葛漢彬，津村康裕：鋼製厚肉断面橋脚における延性き裂発生の評価に関する実験的および解析的研究，構造工学論文集，Vol.55A（掲載予定）.
- 10) 葛漢彬，藤江渉，田島僚：鋼構造物の延性き裂発生の評価法の実験データによる検証，構造工学論文集，Vol.55A（掲載予定）.
- 11) 芳崎一也，宇佐美勉，本間大輔：大地震後の残留変位を抑制した鋼製橋脚の開発－ハイブリッド地震応答実験による検証－，構造工学論文集，Vol.45A，pp.1017-1026，1999.
- 12) 中村聖三，安波博道，小林洋一，中川知和，水谷慎吾：少補剛コンパクト断面鋼製橋脚の耐震性能に関する実験，鋼製橋脚の非線形数値解析と耐震設計に関する論文集，pp.331-338，1997.
- 13) 宇佐美勉 編著：鋼橋の耐震・制震設計ガイドライン，日本鋼構造協会，技報堂出版，2006.
- 14) 宇佐美勉，鈴木森晶，Iraj H. P. Mamaghani，葛漢彬：コンクリートを部分的に充填した鋼製橋脚の地震時保有水平耐力照査法の提案，土木学会論文集，No.525/I-33，pp.69-82，1995.
- 15) Shen C., Mamaghani, I.H.P., Mizuno, E. and Usami, T.: Cyclic Behavior of Structural Steels. II: Theory, J. of Eng. Mech., ASCE, Vol.121, No.11, pp.1165-1172, 1995.
- 16) Manson, S.S.: Thermal Stress and Low-cycle Fatigue, McGraw-Hill. 1966.
- 17) 日本鋼構造協会：鋼構造物の疲労設計指針・同解説，技報堂出版，1993.