

有限要素モデルを用いた積層ゴム支承の 回転変形に関する設計式の構築

柚木和徳¹，吉田純司²，杉山俊幸²，今井隆³，西村貴明³，田中弘紀³

¹学生会員 山梨大学 大学院 医学工学総合教育部（〒400-8511 山梨県甲府市武田4-3-11）

²正会員 山梨大学 大学院 医学工学総合研究部（〒400-8511 山梨県甲府市武田4-3-11）

³正会員 ゴム支承協会（〒107-0051 東京都港区元赤坂1-5-26）

1. はじめに

1995年の兵庫県南部地震を契機として免震構造への関心が急速に高まり、近年では多くの橋梁・建築物において積層ゴム支承を用いた免震構造が採用されている。

積層ゴム支承に鉛直荷重が作用した場合の引張側の変位-荷重関係は、圧縮側の弾性的な挙動とは対照的に非線形で、ある荷重に達すると傾きが大きく変わるバイリニア形となる。ゴム材料によっても異なるが、引張剛性が弾性的な挙動を示すのは圧縮剛性に対してかなり小さい範囲でこれより大きな鉛直荷重が作用した場合の変位-荷重関係は、降伏したような形状を示し、その後の引張り剛性はさらに減少する。積層ゴムに鉛直荷重が作用しても完全破断まで相当の伸びは期待できるが、その後の剛性や耐力の低下を考慮すると鉛直荷重を弾性領域に留める必要がある。

現状の設計方法では、地震時および風時の支承の引張り変形における引張り応力の許容値は実験より定まっているが、回転変形については実験が困難なため実験データはない。そのため、圧縮応力による変位が回転変形による負の変位を相殺すれば引張り応力が作用しないものと考え、負の変位を相殺する限界値を回転変形の許容値としている¹⁾。しかし、この設計法では本来のゴムの力学特性が考慮されておらず、回転角による影響を小さくするために支承の規模が増加する傾向にある。今後の性能設計の移行を考えると、学術的な裏付けの下に積層ゴム支承の使用限界を明らかにして、合理的な設計法を確立していく必要がある。近年では計算機器の著しい進歩に伴い、有限要素法により積層ゴム支承の力学特性を評価する研究がなされてきた^{2)~6)}。

松田ら²⁾は積層ゴム支承の一層モデルを対象にゴ

ムの圧縮性および非圧縮仮定を考慮した圧縮解析と曲げ解析、圧縮曲げ解析を行いゴム内部に生じる鉛直応力分布や回転バネ定数の評価を行っている。また、庄司ら⁴⁾は、橋脚が塑性化した際の積層ゴム支承には、活荷重によって想定される回転角 $1/300\text{rad}$ より1オーダー大きい回転角が生じることを明らかにしている。しかし、支承の回転限界を解析的に評価する試みはこれまで行われていない。また、回転変形は実験での再現が困難であることから、その限界性能について実験的な検討もなされていない。

本研究では、ゴムの材料試験結果を基にした積層ゴム支承の有限要素モデルを用いて、支承の引張り限界性能を考慮した回転限界に関する設計式の構築を目的とする。

具体的には、まず材料試験を行い有限要素モデルに使用するゴムの材料定数を決定する。次に有限要素モデルを用いて引張り限界性能を表す特徴量を同定し、それを基に支承の形状を変化させ全96ケースについて回転限界性能を把握する。最後に、得られた解析結果から積層ゴム支承の回転限界を予測する設計式を構築する。

2. 天然ゴムの材料試験

本節では、ゴムの構成モデルのパラメータを決定するために実施した材料試験について述べる。具体的には、ゴムシートを対象とした3種類の引張り試験と、上下を鋼板で拘束された円形ゴム層（以後、拘束ゴム層と呼ぶ）の繰り返し圧縮試験および引張り破断試験について説明する。

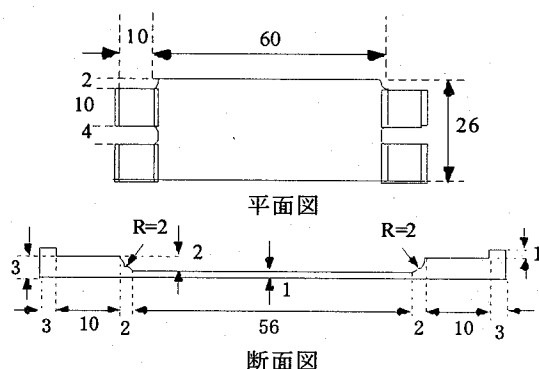


図-1 単軸引張り試験片形状

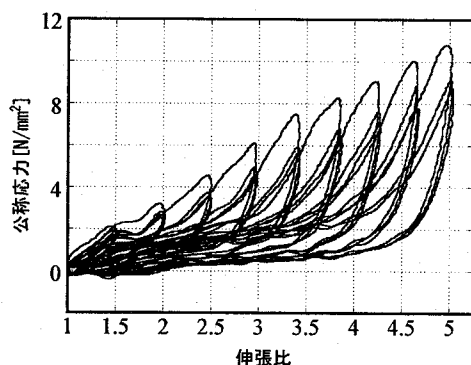


図-3 単軸引張り試験の応力-ひずみ関係

表-1 拘束ゴム層の構造諸元

供試体の 名称	一次形状係数	直径 mm	鋼板厚 mm	ゴム厚 mm
No1-1・1-2	2.05	230	28	28
No2	4.11			14
No3-1・3-2	5.75			10
No4	8.21			7
No5-1・5-2	9.58			6

(1) 引張り試験

せん断弾性係数が $1.2[\text{N/mm}^2]$ の天然ゴムを対象とし、単軸引張り試験、一軸固定二軸引張り試験および均等二軸引張り試験の3つを実施した。これらに用いた試験片寸法を図-1と図-2に示す。各試験において、3サイクルの引張り载荷と除荷を、伸張比が1.5, 2.0, 2.5, ...の順に材料が破断するまで行った。図-3に単軸引張り試験の応力-ひずみ関係を示す。

(2) 拘束ゴム層の圧縮/引張り载荷試験

a) 供試体形状

拘束ゴム層の圧縮および引張り载荷試験を一次形状係数が2.05, 4.11, 5.75, 8.21, 9.58の5種類についておこなった。ここで円形の積層ゴム支承の場合の一次形状係数 S_1 は、ゴムシートの鋼板による拘束面積を A 、直径を D 、厚さを t_e とすると次式で表される。

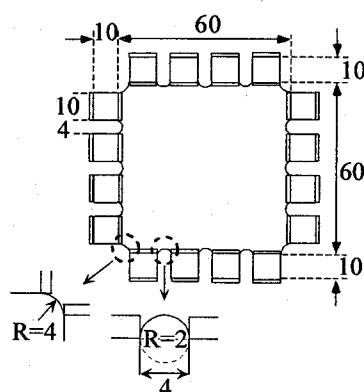


図-2 二軸引張り試験形状

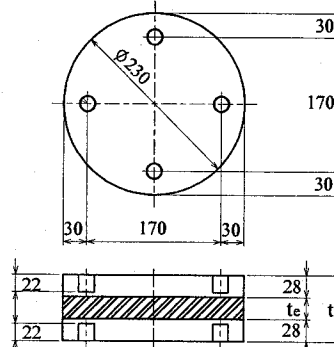


図-4 拘束ゴム層供試体形状

$$S_1 = \frac{A}{D \cdot t_e \cdot \pi} \quad (1)$$

S_1 が大きくなると直径に対するゴムシートの厚さは薄くなり、鉛直剛性や曲げ剛性が大きくなる。

試験に用いた供試体の寸法を図-4に、構造諸元を表-1に示す。

b) 試験方法

試験は各供試体で始めに圧縮载荷試験を行い、その後同じ供試体を用いて引張り载荷試験を行う。

圧縮载荷試験は、面圧4, 6, 8, $12[\text{N/mm}^2]$ の4パターンで小さい方から順に3サイクルずつの载荷を2回実施する。その後同様にして、面圧は-0.5, -1, -2, -3, -4, $-5[\text{N/mm}^2]$ の6パターンで、供試体の一部が破断するまで引張り载荷試験を行う。ここで破断とは目視でゴム層の一部が壊れたと確認できることを指す。

c) 試験結果

圧縮载荷試験のNo1-1の1回目の結果を図-5に、引張り载荷試験のNo1-1の面圧 $4[\text{N/mm}^2]$ での結果を図-6に示す。また引張り载荷試験における弾性限界の面圧および荷重の値を表-2に示す。なお、表-2において、No1-2の弾性限界の荷重は同形状のNo1-1の破壊時の荷重に比べかなり小さいが、载荷時に異音が発生したため接着剤の剥離と考えられる。したがってNo1-2は解析において除外することとした。

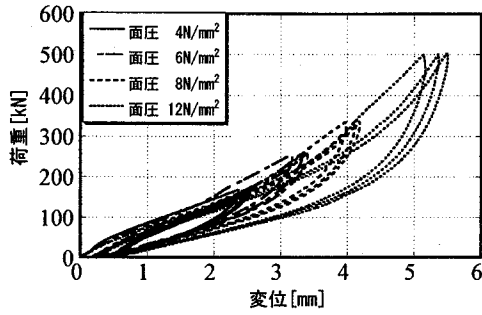


図-5 拘束ゴム層(No1-1)の圧縮荷重試験結果

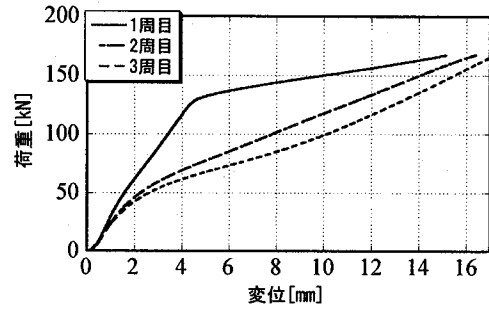


図-6 面圧-4 [N/mm²]での拘束ゴム層(No1-1)の引張り荷重試験結果

表-2 弾性限界となる荷重面圧と鉛直荷重

供試体の名称	荷重面圧 N/mm²	鉛直荷重 k N
No1-1	4.0	130
No1-2	3.0	90
No2	4.0	140
No3-1	4.0	130
No3-2	4.0	145
No4	4.0	150
No5-1	4.0	155
No5-2	4.0	145

表-3 材料定数

α_1	α_2	α_3
-1.94	1.00×10^{-3}	2.24
μ_1	μ_2	μ_3
-0.164	5.33×10^{-4}	1.23
r	m	b
0.716	1.62	6.95×10^{-2}

3. ゴムの構成モデルと材料定数の同定

二軸引張り試験および拘束ゴム層の圧縮荷重試験の結果より、有限要素解析で用いるゴムの構成モデルの材料定数を同定する。本研究では応力-ひずみ関係が、過去に経験した最大ひずみに依存する性質（Mullins効果）を考慮した超弾性ダメージモデルを用いる。

(1) 超弾性ダメージモデル⁷⁾

ここでは、等容変形のみにはダメージを導入し、体積変形は弾性として扱うモデルを用いる。具体的には、モデルの自由エネルギー Ψ が、物体の相対的な変形を表す右Cauchy-Greenテンソル $\mathbf{C}$ と、ダメージ関数 d を用いて以下のように表される。

$$\Psi = (1-d) \cdot \bar{W}(\bar{\mathbf{C}}) + U(J) \quad (2)$$

ここに $J := \det(\mathbf{C})^{1/2}$ は体積変化率を表すスカラー、 $\bar{\mathbf{C}} = J^{-2/3} \mathbf{C}$ は $\mathbf{C}$ の等容変形部を表すテンソルである。式(2)において、 $\bar{W}(\bar{\mathbf{C}})$ は無ダメージでの等容変形に対応するひずみエネルギー密度関数を表し、等方性を仮定すると、 $\bar{\mathbf{C}}$ の主値 $\bar{\lambda}_i^2$ ($i=1,2,3$)の関数とみなすことができる。本研究では、次式のOgdenモデルを用いた。

$$\bar{W} = \sum_{k=1}^N \frac{\mu_k}{\alpha_k} (\bar{\lambda}_1^{\alpha_k} + \bar{\lambda}_2^{\alpha_k} + \bar{\lambda}_3^{\alpha_k} - 3) \quad (3)$$

ここで N は正の定数で一般的に $N=3$ が用いられる。また、 μ_k と α_k は $\mu_k \alpha_k > 0$ ($k=1,2,\dots,N$)を満たす実

定数である。次に、 $U(J)$ は体積変形に対応するひずみエネルギー密度関数を表し、次式を用いた。

$$U(J) = \frac{\kappa}{2} (J-1)^2 \quad (4)$$

ここで κ は体積弾性係数であり材料定数の1つである。

一方、 d はダメージの割合を表すスカラーの変数であり、本研究では d の発展方程式として次式を用いた。

$$d(t) = r \tanh \left(\frac{\bar{W}_{\max}(t) - \bar{W}(\bar{\mathbf{C}}(t))}{m + b \bar{W}_{\max}(t)} \right) \quad (5)$$

$$\bar{W}_{\max}(t) := \max_{0 \leq s \leq t} \bar{W}(\bar{\mathbf{C}}(s)) \quad (6)$$

ここで t は現時刻を表し、また r 、 m 、 b は、 $0 < r \leq 1$ 、 $m \geq 0$ 、 $b \geq 0$ を満たす実定数である。

(2) ゴムの材料定数の同定

本研究で用いる超弾性ダメージモデルでは、 $N=3$ として α_i 、 μ_i ($i=1 \sim N$)、 r 、 m 、 b の全9個を材料定数として用いている。また材料定数同定の際にはゴムの非圧縮性を仮定している。実験より、試験片の元の寸法、各時刻での変位、各時刻での応力が既知の量として得られている。材料定数の同定は各時刻ごとに、実験より得られた応力 σ とモデルを用いて求められた応力 $\hat{\sigma}$ が一致するように行われる。具体的には、各時刻ごとの応力の差の二乗の平均が最小となるように最適化手法により決定する。本研

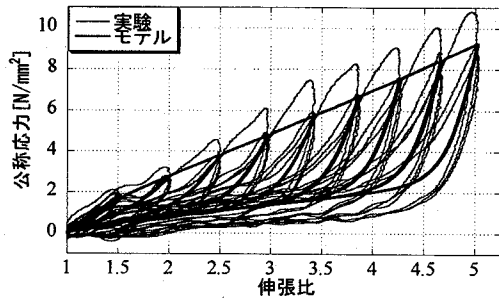


図-7 超弾性ダメージモデルと単軸引張り試験結果との比較

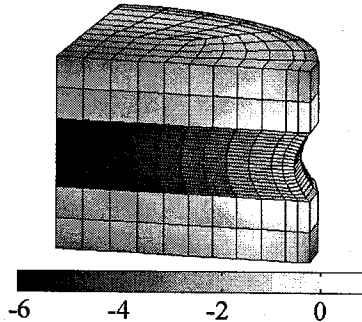


図-9 No1-1の弾性限界時の静水圧を表示した結果

究では最小化問題の探索方法として遺伝的アルゴリズム(: GA)⁸⁾を用いた。

以上の操作により決定された各材料定数を表-3に示す。また、単軸引張り試験におけるモデルと試験結果の比較を図-7に示す。図-7よりモデルは試験結果を概ね表せており、特に試験結果にみられる最大経験ひずみ依存性も良く表せている。

(3) 体積弾性係数の同定

式(4)で示すように本研究での構成モデルでは、ゴムに微圧縮性を仮定しているため、体積弾性係数 κ を同定する。具体的には、拘束ゴム層の有限要素モデル⁹⁾を用いてゴム層の圧縮载荷状態を再現し、 κ を手動で変更して試験結果と一致する値を決定する。図-8に本解析で用いた有限要素モデルの要素分割を示す。なお上下フランジの鋼板はヤング係数 2.06×10^5 [N/mm²]、ポアソン比0.3の弾性体としてモデル化している。

供試体No1-1, No3-1, No5-1の面圧8および12 [N/mm²]での圧縮試験結果との比較を行ったところ、 $\kappa = 500$ [N/mm²]となった。

4. ゴム材料の引張り限界性能の同定

本節では、各拘束ゴム層の引張り载荷試験での弾性限界時の状態を有限要素モデルで再現し、そのと

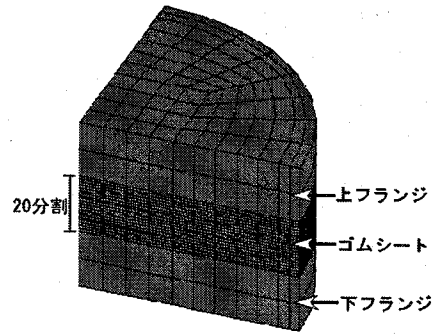


図-8 拘束ゴム層の1/4モデル

きに共通となるゴムの力学特性を特定する。

(1) 解析モデルと解析条件

本解析では、拘束ゴム層の引張り状態での対称性を考慮して、図-8に示した1/4モデルを用いた。

解析条件としては、モデルの上面を完全に固定した状態で、モデル下面の鉛直変位が等しくなる拘束条件のもと、表-2に示した弾性限界時の荷重を与えていく。

(2) 引張り限界性能の同定

上述の方法により引張り状態の解析を行い、弾性限界時に全ての解析モデルにおいて一定の傾向を示す物理量を同定する。応力やひずみの不変量など数種類の物理量を計算して表示させた結果、次式に示す静水圧に一定の傾向が現れた。

$$p := -\frac{\text{tr}(\sigma)}{3} = -\frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} \quad (7)$$

ただし、 σ はCauchy応力テンソルである。具体的には、表-2に示した7パターンの拘束ゴム層の弾性限界時においてゴム層中央部で、 $p = -6$ [N/mm²]の値となった。図-9にNo1-1の弾性限界時の解析結果を示す。

以上の結果より、本研究では、拘束ゴム層の引張り弾性限界は、「ゴムの静水圧 p の最小値が -6 [N/mm²]になること」とする。以後、構造の類似性から、積層ゴム支承の引張り弾性限界を表すゴムの力学特性についても、この判定基準を用いる。

5. 積層ゴム支承の回転限界性能の把握

ここでは、4節で同定した「ゴム層の引張り弾性限界を表すゴムの力学特性」を用い、有限要素モデルにより積層ゴム支承の回転限界を把握する。

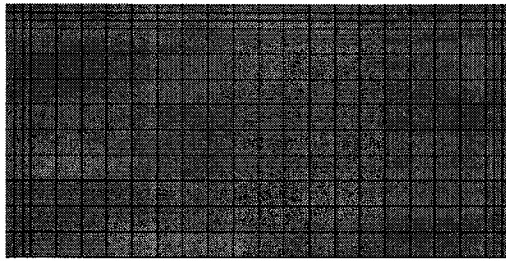


図-10 モデルの水平方向の要素分割

表-4 一層の FEM モデル形状係数と鉛直方向の要素分割

形状係数	S_1	4.17	6.25	8.33	10.4	11.9	13.9
	S_2	16.7	25.0	33.3	41.6	47.6	55.6
一層厚(mm)		60	40	30	24	21	18
一層分割数		10					
要素厚(mm)		6.0	4.0	3.0	2.4	2.1	1.8

表-5 積層の FEM モデルの構造諸元と要素分割

形状係数	S_1	4.17			6.25			8.33		
	S_2	4.17	5.56	8.33	4.17	6.25	8.33	4.17	5.56	8.33
ゴム	一層厚(mm)	60			40			30		
	層数	4	3	2	6	4	3	8	6	4
	総厚(mm)	240	180	120	240	160	120	240	180	120
	一層分割数	10			8			6		
中間鋼板	一層厚(mm)	10			10			10		
	層数	3	2	1	5	3	2	7	5	3
	総厚(mm)	30	20	10	50	30	20	70	50	30
全体	総厚(mm)	270	200	130	290	190	140	210	230	150
	総分割数	43	32	21	53	35	26	55	41	27
形状係数	S_1	10.4			11.9			13.9		
	S_2	4.17	5.95	8.33	3.97	5.95	7.94	3.97	6.17	7.94
ゴム	一層厚(mm)	24			21			18		
	層数	10	7	5	12	8	6	14	9	7
	総厚(mm)	240	168	120	252	168	126	252	162	126
	一層分割数	6			6			6		
中間鋼板	一層厚(mm)	8			7			7		
	層数	9	6	4	11	7	5	13	8	6
	総厚(mm)	72	48	32	77	49	35	91	56	42
全体	総厚(mm)	312	216	152	329	217	161	343	218	168
	総分割数	69	48	34	83	55	41	97	62	48

(1) 解析モデル

本研究では一辺1mの正方形断面を有する一層および積層ゴム支承を対象とし、その形状を規定する二種類のパラメータである、一次形状係数、二次形状係数および鉛直面圧の異なる積層ゴム支承の回転限界性能を解析により明らかにする。ここで二次形状係数 S_2 とは各ゴム層の厚さが一定の場合、積層ゴム支承の水平方向の短い方の一辺の長さを $l_{\min}$ 、ゴム一層の厚さを t_g 、ゴムの層数を N とすると次式で表される。

$$S_2 := \frac{l_{\min}}{N \cdot t_g} \quad (8)$$

S_2 は積層ゴム支承の高さの指標で、一般に S_2 が大きくなると支承の高さが低くなり、曲げ変形の影響は小さくなり設計変位を大きく取ることができる。

一層および積層ゴム支承モデル共通で、 S_1 が4.17, 6.25, 8.33, 10.4, 11.9, 13.9の6種類、さらに積層

ゴム支承モデルにおいて S_2 を4, 6, 8の3種類に設定し、各形状に対し面圧0, 4, 8, 12 [N/mm²]の4種類を設定し計96ケースの解析を行う。解析では対象性を考慮し1/2をモデル化する。モデルの水平方向の要素分割を図-10に、鉛直方向の支承の形状および要素分割を表-4および表-5に示す。表-5では、 S_2 に若干のばらつきがあるが、これはゴム厚の最小単位をmmとしたことに加え、 S_2 が S_1 の影響を受けるためである。また、解析において要素が凸形状を保てなくなると計算が収束せず破綻してしまう。ゴム部の変形が激しいと考えられる一番外側の要素を3分割しているが、要素分割が細かいほど破綻しにくいと考えられることから計算が破綻してしまったケースに対しては、外側の要素を5分割にして解析を行った。なお、対象とする支承の形状は文献2), 10)を参考にした。

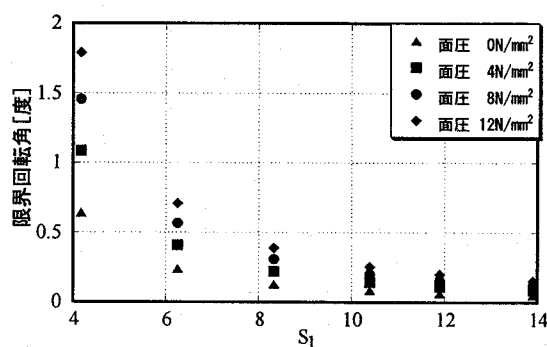


図-11 一層ゴム支承の限界角の解析結果

(2) 解析条件

上述の有限要素モデルに対して、まず、モデル上面の変位を3方向ともに固定した状態で、下面に想定した面圧相当の鉛直荷重を与える。次に、鉛直荷重を維持したまま、モデル上面に回転変形を与え、ゴムの一部で静水圧が弾性限界 $-6 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ に到達したときの回転角を、限界角と定める。

(3) 解析結果と考察

a) 一層ゴム支承での解析結果

一層モデルの解析結果より得られた限界回転角を図-11に示す。面圧 $8 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ で S_1 が14以外のモデルと面圧 $12 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ の解析においてより細かい分割を用いたが計算が破綻してしまった。しかし計算が破綻するのは圧縮変形を受ける部分であり、破綻してもその度合いが小さいうちは解析は継続される。また破綻する部分と引張り変形を受け静水圧の最小値を示す部分が離れているため、影響は小さいと考えられることから、計算が破綻した場合においても回転限界の評価に用いることとした。

図-11より回転限界時の回転角度は、同じ面圧では一次形状係数が小さくなるにつれ増加していることが分かる。同様に面圧が増加するにつれても増加している。これは、回転による引張り変位が鉛直荷重による圧縮変位を超えない場合、引張り応力が発生しないため、その分回転限界に達しにくいためと考えられる。面圧増加に伴う回転角度の上昇率は、面圧 $0 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ から $4 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ に増加した時、増加率 $1.70 \sim 1.80$ で平均増加率が 1.74 、面圧 $4 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ から $8 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ に増加した時、増加率 $1.34 \sim 1.40$ で平均増加率が 1.39 、面圧 $8 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ から $12 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ に増加した時、増加率 $1.23 \sim 1.27$ で平均増加率が 1.26 である。つまり、面圧が低いほど回転角の上昇率が高く、面圧が高くなるにつれ上昇率は低くなっている。これは、3.(3)の拘束ゴム層の圧縮載荷試験結果に示されているように、面圧が高くなるにつれ圧縮変位の増加率が減少していくためであると考えられる。

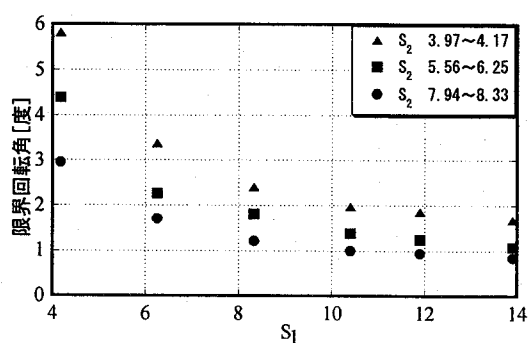


図-12 面圧 $8 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ の積層ゴム支承の限界角の解析結果

b) 積層ゴム支承モデルの解析結果

積層モデルの解析結果より得られた面圧 $8 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ における限界回転角を図-12に示す。ただし面圧が $12 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ で S_1 が4の3ケースでは計算の破綻の度合いが大きくなりすぎて解析することができなかった。

図-12より限界回転角は、同じ面圧・同じ二次形状係数では一層モデルと同様に一次形状係数が小さくなるにつれ増加している。つまり、同じゴム総厚の場合、層数が多く一層厚が薄いモデルに比べ、層数が少なく一層厚が厚いモデルの方が、限界回転角が大きいことになる。ただし二次形状係数にはばらつきがあることに注意が必要である。二次形状係数がばらついてはいるが、8から6に減少した場合に比べ、6から4に減少した場合の方が、限界回転角の増加率が高い。面圧増加に伴う回転角度の上昇率は、面圧 $0 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ から $4 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ に増加した時、増加率 $1.70 \sim 1.76$ で平均増加率が 1.73 、面圧 $4 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ から $8 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ に増加した時、増加率 $1.34 \sim 1.40$ で平均増加率が 1.38 、面圧 $8 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ から $12 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ に増加した時、増加率 $1.25 \sim 1.28$ で平均増加率が 1.27 であった。これは一層モデルでの増加率と似通っている。

6. 積層ゴム支承の回転限界を表す設計式

本節では、5節で得られた解析結果を設計に反映するため、限界回転角を近似する設計式を構築する。具体的には、まず各面圧下での限界回転角を近似する式を構築し、次いで面圧を多項式の形で導入する。最後に提案した近似式と現在の設計式の比較をする。

(1) 各面圧下における近似式の構築

図-11 および図-12に示したように一層および積層ゴム支承の限界回転角の増減は、一次形状係数に対して分数関数的な挙動を示し、二次形状係数に対しても増減している。よって、本研究では、限界回

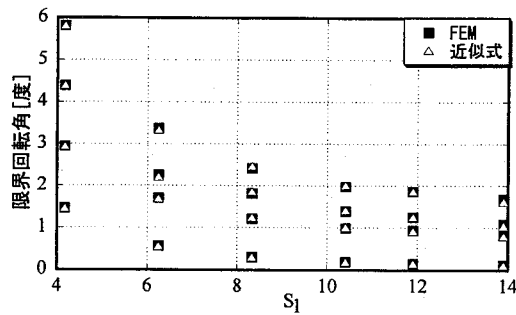


図-13 面圧8 [N/mm²]での近似式と解析結果との比較

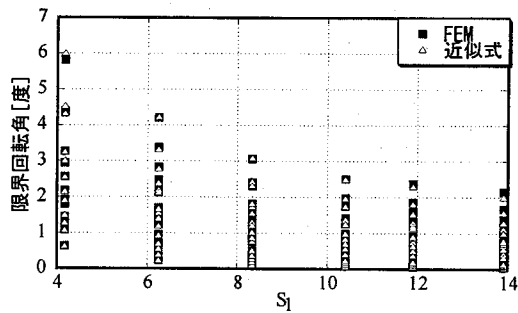


図-14 $M=2$ の近似式と解析結果との比較

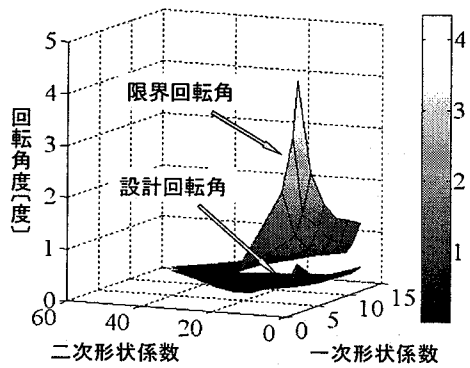


図-15 限界回転角と設計回転角との比較

転角の近似値 $\tilde{\theta}$ を、一次形状係数の分数関数と、二次形状関数の多項式を用いて以下のように表した。

$$\tilde{\theta}(S_1, S_2) = \sum_{i=1}^n \frac{a_{0i} + a_{1i}S_2 + a_{2i}S_2^2 + \dots + a_{mi}S_2^m}{S_1^i} \quad (9)$$

ここに a_{mi} は未知係数であり、限界回転角 $\tilde{\theta}$ の単位は[度]とする。また、 n および m は正の整数であり、可能な限り少ない個数で近似できることが望ましい。

以下では式(9)の係数を、解析結果と近似式との差の二乗の和が最小となるようにGA⁸⁾を用いて同定する。近似式において n と m を小さい値から順次採用したところ、 $n=3$ 、 $m=3$ のとき全体的に解析結果と一致するようになった。面圧8 [N/mm²]での近似式と解析結果の比較を図-13に、代表して面圧0[N/mm²]および8[N/mm²]の係数を表-6に示す。

表-6 $n=3$ 、 $m=3$ での近似式の面圧0[N/mm²]と8[N/mm²]における係数

面圧	a_{01}	a_{02}	a_{03}
	22.3	-47.1	2.66×10^2
	a_{11}	a_{12}	a_{13}
	-3.56	1.38	-38.1
	a_{21}	a_{22}	a_{23}
	0.558	0.558	2.41
	a_{31}	a_{32}	a_{33}
	-3.14×10^{-4}	-3.50×10^{-2}	-7.59×10^{-2}
面圧	a_{01}	a_{02}	a_{03}
	54.0	-116	567
	a_{11}	a_{12}	a_{13}
	-8.63	4.86	-79.1
	a_{21}	a_{22}	a_{23}
	0.445	1.28	4.51
	a_{31}	a_{32}	a_{33}
	-7.01×10^{-4}	-8.57×10^{-2}	-0.131

(2) 面圧を考慮した近似式の構築

上述の近似式は面圧別であるため面圧も考慮した1つの近似式の同定を行う。5.(3)で示したように面圧の増加に伴う限界回転角の変化は線形関係にはない。そこで、本研究では、面圧に関する二次以上の多項式と式(9)との積で最終的な近似式を表す。具体的には、面圧 P [N/mm²]、一次形状係数 S_1 および二次形状係数 S_2 を変数として、以下のような限界回転角の近似式を用いた。

$$\tilde{\theta}(S_1, S_2, P) = F(P) \sum_{i=1}^n \frac{a_{0i} + a_{1i}S_2 + a_{2i}S_2^2 + a_{3i}S_2^3}{S_1^i} \quad (10)$$

$$F(P) = 1 + \frac{P}{b_1} + \left(\frac{P}{b_2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{P}{b_M}\right)^M \quad (11)$$

ここに b_i ($i=1, 2, \dots, M$) は未知係数、 M は正の整数であり可能な限り小さい値であることが望ましい。

また、上式に含まれる a_{0i} 、 a_{1i} 、 a_{2i} 、 a_{3i} ($i=1 \sim 3$) は、式(9)の面圧0に対応する値(表-6)を採用する。

M を小さい値から順次用いて、未知係数 b_i をGAにより同定した。 $M=2$ の近似式と解析結果の比較を図-14に示す。図-14をみると、 $M=2$ の近似式では一部に若干差が生じているものの、全体的には精度良く近似できている。また、 $M \geq 3$ とした場合でも精度に大幅な向上はみられなかったため、 $M=2$ の近似式を用いることとした。このときの係数は、

$$b_1 = 5.71 \text{ [N/mm}^2\text{]}, \quad b_2 = 35.3 \text{ [N/mm}^2\text{]} \quad (12)$$

である。

(3) 現状の設計式の評価

本節では解析により明らかとなった積層ゴムの限界回転角と、現在の設計で積層ゴムに許容されている回転角とを比較し、現在の設計方法が安全側であることを定量的に示す。現在の設計では1節で述べたように、鉛直荷重による圧縮変位と回転による引張り変位が一致する角度まで回転変形を許容している。そこで、有限要素モデルにより鉛直荷重による圧縮変位と、回転により支承端部に生じる引張り変位が等しくなる角度（以後、設計回転角と呼ぶ）を算出し、それを限界回転角と比較した。図-15に面圧4[N/mm²]における両者の比較を示す。

図-15をみると、面圧4[N/mm²]の場合には、限界回転角が設計回転角の3~5倍程度となり、両者の間に大きな差があることが分かった。紙面の制約上結果は省略するが、他の面圧の場合にも限界回転角は、設計回転角の2~4倍程度となった。

以上より、現状の設計式と積層ゴム支承の回転限界性能の差は大きく、現状の設計式が安全側であることがわかった。

7. まとめ

本研究では、せん断弾性係数1.2[N/mm²]の天然ゴムを対象とし、積層ゴム支承の回転限界性能を3次元有限要素モデルにより把握し、それを近似する設計式の構築を目的とした。得られた主たる知見を以下に示す。

- 1) 拘束ゴム層の引張り状態における弾性限界を有限要素モデルにより再現することで、限界状態を反映するゴムの力学特性を特定した。ここで対象とした天然ゴムの場合には、静水圧が-6[N/mm²]を示すことが分かった。
- 2) 引張り限界を示した時が回転変形の限界と仮定し、一次形状係数、二次形状係数および面圧ごとの積層ゴム支承の回転限界性能を、有限要素モデルを用いた解析により把握した。
- 3) 有限要素モデルによる解析結果をもとに、限界時の回転角を近似する式を提案した。本式は、多項式と分数関数からなる簡易で利用しやすい式である。
- 4) 設計回転角と限界回転角との比較を行った。その結果、限界回転角は、設計回転角と比べ最大で5.4倍も高く、全体的にかなりの差があり、現状の設計方法は安全側であることが分かった。

なお本研究では、せん断弾性係数1.2[N/mm²]のゴムを用いた一辺1mの正方形断面を有する積層ゴム支承を対象とし回転変形のみを考慮した。今後は、他の種類のゴムや各種形状を対象とし、常時のせん断変形も考慮に入れた設計式の構築を行う必要がある。

参考文献

- 1) 日本道路協会：道路橋支承便覧，丸善，2004。
- 2) 松田泰治，大塚久哲，北村幸司：FEMによるゴム材料の圧縮性を考慮した積層ゴム支承の局部せん断ひずみ評価に関する研究，構造工学論文集，Vol50A，pp.575-584，2004。
- 3) 松田泰治，大塚久哲，北村幸司，片山英一郎：FEMをもちいた橋脚基礎部が非線形に入った際の積層ゴム支承の局部せん断ひずみ評価に関する研究：構造工学論文集，Vol49A，pp.591-598，2001。
- 4) 庄司学，川島一彦：RC橋脚の塑性回転変形が高減衰積層ゴム支承の設計に与える影響，土木学会年次学術講演会概要集第1部，Vol56，pp.590-591，2001。
- 5) 庄司学，川島一彦：橋脚の塑性化が積層ゴム支承の回転変形に与える影響，地震時保有耐力法に基づく橋梁の耐震設計に関するシンポジウム講演会論文集，Vol5，2002。
- 6) 村田守，坂井卓爾，三井謙二，朝倉康信：積層ゴム免震支承の研究，土木学会年次学術講演会講演概要集第1部，Vol56，pp.638-639，2001。
- 7) Holzapfel, G.A. : *Nonlinear Solid Mechanics - A Continuum Approach for Engineering*, Wiley, 2000.
- 8) 樋口隆英，筒井茂義，山村雅幸：実数値GAにおけるシンプレクス交叉の提案，人工知能学会論文誌，16巻1号Q，pp.147-155，2001。
- 9) 吉田純司，阿部雅人，藤野陽三：高減衰積層ゴム支承の3次元有限要素解析法，土木学会論文集，No.717，pp.37-52，2002。
- 10) 松田泰治，大塚久哲，中島崇之，矢葺亘：FEMを用いた積層ゴムの力学特性に与える形状パラメータの影響評価に関する研究，構造工学論文集，Vol.47A，pp.895-904，2001。