

位相スペクトルの不確定性を考慮した 応答スペクトルの算出

室野剛隆¹・佐藤忠信²

¹正会員 （財）鉄道総合技術研究所 構造物技術研究部（〒185-8540東京都国分寺市光町2-8-38）

²正会員 早稲田大学理工学術院 客員教授（〒169-8555東京都新宿区大久保3-4-1）

1. はじめに

地震動のような非定常特性を有する波形を模擬するには、振幅特性と位相特性が必要となる。しかし、これまでの研究では、振幅特性に重点が置かれ、位相特性にはあまり焦点があてられて来なかった。その結果、模擬地震動波形を合成するためにはランダム位相が用いられてきた。しかし、これでは位相の持つ物理的な意味が不明瞭である。

地震動の非定常性は位相スペクトルにより支配されていることはよく知られている事実である。よって、非線形応答を対象とするのであれば、位相をランダム位相として扱うことには無理がある。位相特性を反映し非定常性を有する地震動を取り扱う必要がある。そこで、著者らはこれまでに、位相スペクトルのモデル化¹⁾²⁾³⁾および位相スペクトルに準拠した波形合成方法⁴⁾について一連の研究を進めてきた。これらの研究では、位相を群遅延時間という形で評価している。特に文献2)では、群遅延時間の平均値と標準偏差を、地震のマグニチュードや震央距離などを用いて回帰分析を行い、それらの回帰式を提案している。例えば、耐震設計実務では、加速度応答スペクトル準拠の波形が必要とされることが多いが、その場合には、群遅延時間の平均値と標準偏差を先ほどの回帰式を用いて決定し、そのような特性に従う正規乱数を発生することによりサンプル群遅延時間が決定される。これを角振動数 ω で積分することで位相 $\phi(\omega)$ が得られる。この位相 $\phi(\omega)$ と振幅 $A(\omega)$ により、逆フーリエ変換により地震動が合成される。この地震動に対して、構造物の動的解析を行い、地震時の応答が算出される。

しかし、この方法による模擬地震動波形はあくまで1つのサンプル波形にすぎない。地震動が確率論的に

しか決まらないとしてサンプル波が与えられた場合、構造物の地震応答を評価するためには、数多くのサンプル波の一つ一つに対して応答計算を行って、応答結果の平均値を求めるなどの煩雑な手続きが必要となる。これに対して、地震動のパワースペクトルなどの確率論的なモデルで地震動が与えられると、構造物の応答評価をランダム応答理論に基づき理論的かつ比較的容易に行うことができる。しかし、既往のランダム応答理論は定常過程に基づいており、その結果、構造物の応答評価では、定常確率過程に振幅変調関数を乗じて比定常外乱を模擬するという手法を採用してきた。その結果、地震動の位相特性と構造物の応答との関連を明確に議論されることはなかった。

そこで、本研究では、位相の不確定性が構造物の応答に与える影響について、その平均値と2乗平均平方根（RMS）について、理論的に定式化する。これにより、位相特性と構造物の応答との関係を考察する。次に、コンプレックスエンベロープの概念を用いることにより、RMSより最大応答値の期待値を算出する近似手法を提示する。これにより、位相の不確定性を考慮した応答スペクトルの予測が可能であることを示す。

2. 位相特性の確率特性

(1) 群遅延時間

本論文では、著者らの一連の研究と同様に、位相 $\phi(\omega)$ を直接扱うのではなく、群遅延時間 $t_{gr}(\omega)$ という指標を用いて議論を進める。群遅延時間とは、フーリエ位相スペクトル $\phi(\omega)$ を角振動数 ω 軸上で微分したものであり、

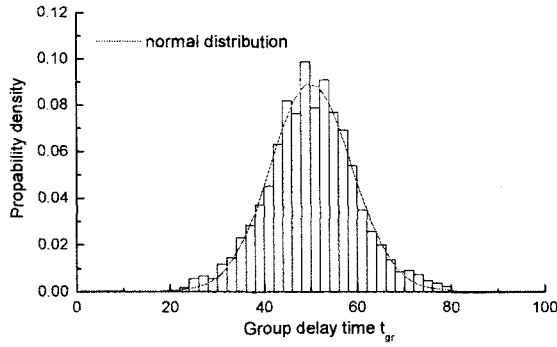


図1 群遅延時間の頻度分布と正規分布によるモデル化

$$t_{gr}(\omega) = \frac{d\phi(\omega)}{d\omega} \quad (1)$$

で表される⁵⁾。群遅延時間 $t_{gr}(\omega)$ の平均値は、波群の重心位置（時刻）と大きく関係しており、そのばらつきは、波群の広がり（継続時間）と対応している^{5,7)}。

(2) 群遅延時間の確率特性

著者ら^{2,3)}は、これまで実際に観測された地震動の群遅延時間 $t_{gr}(\omega)$ の平均値 $\mu_{igr}(\omega)$ と標準偏差 $\sigma_{igr}(\omega)$ の特性について検討を進めたきた。さらに、 $\mu_{igr}(\omega)$ や $\sigma_{igr}(\omega)$ をマグニチュードや震央距離などのパラメータを用いて重回帰分析等を行い、そのモデルを行っている。

これらの検討によると、群遅延時間 $t_{gr}(\omega)$ の確率分布特性については、 t 分布のように裾が大きい確率分布特性になることを確認している³⁾。しかし、位相と振幅とは1:1の関係があり⁶⁾、裾の部分の群遅延時間に対応する振動数では、振幅が非常に小さくなっており、例えば裾の部分の群遅延時間を無視すると、ガウス分布に近い分布形状となる（図1参照）。そこで、本論文では、円振動数 ω における群遅延時間は、ガウス分布に従うものとした。位相差分は、

$$\Delta\phi_k = t_{gr,k} \cdot \Delta\omega \quad (2)$$

で表現される。ここに、 $t_{gr,k}$ は離散化された円振動数 ω_k における群遅延時間で、平均値 $\mu_{igr,k}$ 、標準偏差 $\sigma_{igr,k}$ のガウス分布に従う確率変数である。 $\Delta\omega$ は離散化された振動数のピッチである。すると、位相差分 $\Delta\phi$ の確率密度関数 $p(\Delta\phi)$ は式(3)で表される。

$$p(\Delta\phi^{(k)}) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} |\mathbf{S}^{(k)}|^{1/2}} \times \exp\left\{-\frac{1}{2}(\Delta\phi^{(k)} - \mu^{(k)})^T \mathbf{S}^{(k)-1} (\Delta\phi^{(k)} - \mu^{(k)})\right\}$$

$$\Delta\phi^{(k)} = (\Delta\phi_1, \Delta\phi_2, \dots, \Delta\phi_k)^T, \quad \mu^{(k)} = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k)^T \quad (3)$$

ここに、 $\mu_k = \mu_{igr,k} \Delta\omega$ は振動数 ω_k における群遅延時間の平均値、 $\mathbf{S}$ は共分散マトリクスである。群遅延時間が振動数軸である種の相関性を有しているかどうか

かは十分に議論がなされていないが、例えば簡単な例として下記に示すような自己相関関数を有すると仮定し事例もある⁹⁾。

$$R(\omega_{k-1}, \omega_k) = \sigma_{igr,k}^2 \cdot \exp\left(-\frac{|\omega_{k-1} - \omega_k|}{b}\right) \quad (2)$$

ここに、 $R(\omega_{k-1}, \omega_k)$ は円振動数 ω_k における群遅延時間 $t_{gr,k}$ の自己相関関数、 b は相関距離（相関の強弱を表す）である。ただし、本論文では先述した通り、その相関性は未解明な部分が多いこと、また、議論を明快にするために、ここではその相関性は無視し、群遅延時間は振動数軸上で独立として扱った。

3. 非定常外乱の平均値および標準偏差

(1) 非定常外乱 $x(t)$ のモデル化

地震動のような非定常な外乱を時間関数 $x(t)$ とする。外乱 $x(t)$ をフーリエ級数展開すると

$$x(t) = \sum_{k=1}^{N_f} x_k(t) \quad (4a)$$

$$x_k(t) = \Re[a_k \cdot \exp i(\omega_k t + \phi_k)] \quad (4b)$$

となる。ここで、 a_k は離散化された円振動数 ω_k における振幅、 ϕ_k が位相で、

$$\phi_k = \phi_0 + \sum_{i=1}^k \Delta\phi_i = \phi_0 + \sum_{i=1}^k t_{gr,i} \Delta\omega \quad (5)$$

である。ここに、 ϕ_0 は初期位相である。位相差分 $\Delta\phi$ の確率密度関数 $p(\Delta\phi)$ は式(3)で表される。また、初期位相 ϕ_0 についても、 $-\pi \sim \pi$ を範囲とする一様乱数とすると、その確率密度関数は式(6)となる。

$$p(\phi_0) = \frac{1}{2\pi} \quad (6)$$

この場合、平均値 $E[\phi_0] = 0$ となる。

(2) 非定常外乱 $x(t)$ の平均値

初期位相 ϕ_0 と群遅延時間 $t_{gr,k}$ （位相差分 $\Delta\phi_k$ ）を確率変数と考え場合に、 k 次の成分波形 $x_k(t)$ の平均値 $E[x_k]$ は、次式で表現される。

$$E[x_k] = \int_{-\infty}^{\infty} x_k \cdot p(\phi_k) d\phi_k \\ = \int_{-\infty}^{\infty} x_k \cdot p(\phi_0) d\phi_0 \cdot \prod_{s=1}^k p(\Delta\phi_s) d\Delta\phi_1 \cdots d\Delta\phi_k \quad (7)$$

ただし、(1)項で述べたように、振動数軸上の各離散点における位相差分 $\Delta\phi_k$ は独立であると仮定している。式(7)を展開すると最終的には、初期位相 ϕ_0 が一様乱数の場合は

$$E[x] = 0 \quad (8)$$

となる。また、初期位相が確定値の場合は、

$$E[x] = \sum_{k=1}^{N_f} \{E[x_k]\} \quad (9a)$$

$$E[x_k] = \Re\{a_k \exp(i(\omega_k t + \phi_0)) \cdot B_k\} \quad (9b)$$

ここに、

$$B_k = \exp\left(-\sum_{l=1}^k \frac{\sigma_{igr,l}^2}{2}\right) \left(i \sum_{l=1}^k \mu_{igr,l}\right) \quad (10)$$

(3) 非定常外乱 $x(t)$ の分散

外乱 $x(t)$ の分散は、次式で表現される。

$$\text{Var}[x(t)] = E[x(t)^2] - (E[x(t)])^2 \quad (11)$$

ここで、

$$x(t)^2 = \frac{1}{2} \Re\left[\left(\sum_{j=1}^{N_f} x_j(t)\right) \left(\sum_{k=1}^{N_f} x_k(t)\right) - \left(\sum_{j=1}^{N_f} x_j(t)\right) \left(\sum_{k=1}^{N_f} x_k^*(t)\right)\right] \quad (12)$$

*は共役複素数

なる関係式を利用して、式(11)を整理すると、最終的には次式を得る。

$$\begin{aligned} \text{Var}[x(t)] = & \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N_f} a_k^2 + \sum_{k=1}^{N_f} \sum_{j=k+1}^{N_f} a_k a_j e^{i(\omega_j - \omega_k)t} \left(\prod_{m=1}^j B_m \right) \left(\prod_{m=1}^k B_m \right) \\ & + \Re\left\{ \frac{1}{2} e^{2i\phi_0} \sum_{k=1}^{N_f} A_k a_k^2 \cdot e^{2i\omega_k t} + e^{2i\phi_0} \sum_{k=1}^{N_f-1} \sum_{j=k+1}^{N_f} a_k a_j e^{i(\omega_j + \omega_k)t} A_j \left(\prod_{m=1}^j B_m \right) \left(\prod_{m=1}^k B_m \right) \right\} \\ & - \{E[x(t)]\}^2 \end{aligned} \quad (13)$$

ここに、

$$A_k = \exp\left(-2 \sum_{l=1}^k \sigma_{igr,l}^2\right) \left(2i \sum_{l=1}^k \mu_{igr,l}\right) \quad (14a)$$

$$B_k = \exp\left(-\sum_{l=1}^k \frac{\sigma_{igr,l}^2}{2}\right) \left(i \sum_{l=1}^k \mu_{igr,l}\right) \quad (14b)$$

初期位相が一樣乱数の場合には、式(13)の第3項および第4項はゼロになる。

(4) モンテカルロ・シミュレーションとの比較

群遅延時間 $t_{gr,k}$ をガウス分布に従う乱数として発生させ、この $t_{gr,k}$ を積分することにより位相 ϕ_k が求まる。この位相 ϕ_k と仮定したフーリエ振幅 a_k より逆フーリエ変換により、あるサンプル入力波を合成することができる。例題として、入力波のデータ数 $N=1024$ 、 $\Delta t=0.02$ 秒とする。また、振幅 $a_k=1.0$ 、群遅延時間 $\mu_{igr,k}=5.0$ 、 $\sigma_{igr,k}=2.0$ 、 $\phi_0=0$ とした。合成したサンプル波形と式(9)および式(13)で算定された平均値 $E[x(t)]$ および標準偏差 $\sqrt{\text{Var}[x(t)]}$ とを比較する。図2にその例を示す。この結果を見ると、平均値 $E[x(t)]$ は外乱の重心位置に、標準偏差 $\sqrt{\text{Var}[x(t)]}$ は外乱の包絡線にそ

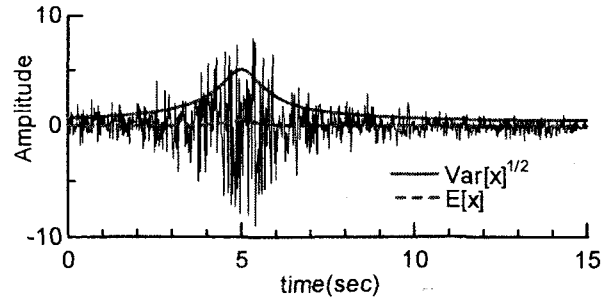


図2 サンプル波形と $E[x(t)]$ 、 $\sqrt{\text{Var}[x(t)]}$ との関係

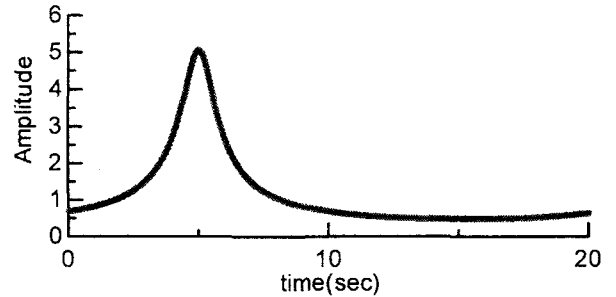


図3 標準偏差 $\sqrt{\text{Var}[x(t)]}$ に対する
モンテカルロシミュレーションとの比較

れぞれ相当していることが分かる。

次に、モンテカルロシミュレーションより得られる波形群の標準偏差と、式(13)による定式化の結果を比較する。解析条件は、先ほどと同一条件である。モンテカルロシミュレーションでは、繰り返し回数を5000回とした。計算結果を図3に示す。両者は良好に一致しており、定式化が妥当であることが検証された。

(5) 初期位相 ϕ_0 による影響

初期位相 ϕ_0 が波形の形状に与える影響について検討する。初期位相 ϕ_0 を $\phi_0=0, (1/4)\pi, (1/2)\pi, (3/4)\pi$ と変化させた。その結果を図4に示す。平均値 $E[x(t)]$ については、初期位相の影響が大きく、初期位相 ϕ_0 を変化させると、時刻 $t = \mu_{igr,k}$ において、波形の形状が変化することがわかる。一方、標準偏差 $\sqrt{\text{Var}[x(t)]}$ については、4本の線が重なっており、初期位相の影響が少ない事がわかる。つまり、合成される波形の包絡線については、初期位相の影響がないと言える。これは式(13)における第3～4項が第1～2項に対して小さいためである。

4. 非定常外乱に対する1自由度系の応答の平均値および標準偏差

(1) 1自由度系の応答特性

加速度 $\ddot{z}$ を有する入力を受ける1自由度系の運動を

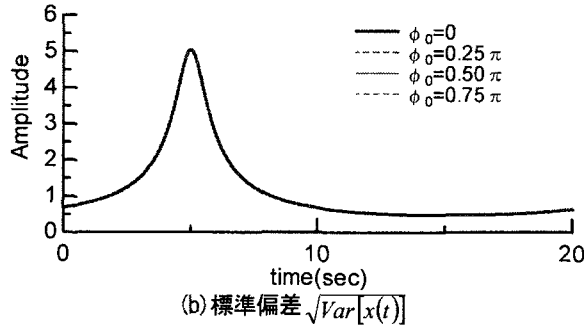
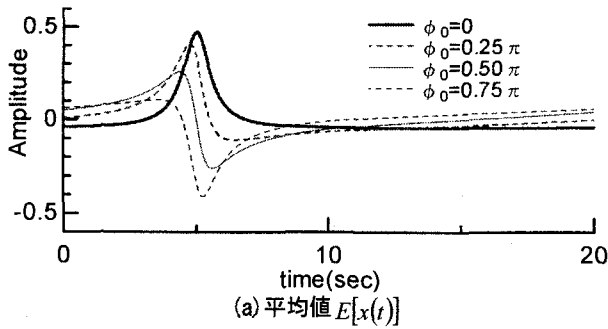


図4 合成波形に対する初期位相 ϕ_0 の影響

考える。 $\ddot{z}(t)$ を以下のように考える。

$$\ddot{z}(t) = \sum_{k=1}^N \ddot{z}_k(t) \quad (15)$$

$$\ddot{z}_k(t) = a_k \cdot \cos(\omega_k t + \phi_k)$$

記号は式(4)を参照。 k 次成分 $\ddot{z}_k(t)$ に対する1自由度系の運動方程式は、

$$\ddot{y}_k + 2h\omega_0\dot{y}_k + \omega_0^2 y_k = -a_k \cos(\omega_k t + \phi_k) \quad (16)$$

となる。ここに、 h は減衰定数、 ω_0 は固有円振動数である。式(16)の解は、特解と一般解の和で与えられるが、初期条件を考慮して解くと、変位波形 $y(t)$ は式(17)となる。

$$\begin{aligned} y(t) &= \sum_{k=1}^{N_f} y_k(t) \\ &= \sum_{k=1}^{N_f} \Re \left[C_k \cdot \left(e^{i\omega_k t} + e^{-h\omega_0 t} (A_{k1} + B_{k1}) \cdot e^{i(\phi_k + \phi'_k)} \right) \right] \quad (17) \\ &= \sum_{k=1}^{N_f} D_k(t) \cdot e^{i\phi_k} \end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned} C_k &= \left| \frac{-a_k}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_k^2)^2 - (2h\omega_0\omega_k)^2}} \right|, \quad \phi'_k = \tan^{-1} \left(-\frac{2h\omega_0\omega_k}{\omega_0^2 - \omega_k^2} \right) \\ A_{k1} &= \frac{1}{2\omega_0\sqrt{1-h^2}} \left(ih\omega_0 - \omega_k - \omega_0\sqrt{1-h^2} \right) \cdot e^{i\omega_0 t} \\ B_{k1} &= -\frac{1}{2\omega_0\sqrt{1-h^2}} \left(ih\omega_0 - \omega_k + \omega_0\sqrt{1-h^2} \right) \cdot e^{-i\omega_0 t} \end{aligned} \quad (18)$$

となる。式(18)を微分すると、速度波形 $\dot{y}(t)$ 、加速度波形 $\ddot{y}(t)$ が得られる。

(2) 1自由度系の応答の平均値の定式化

k 次成分の変位波形 $y_k(t)$ の期待値は、

$$\begin{aligned} E[y_k(t)] &= \int_{-\infty}^{\infty} y_k(t) \cdot p(\phi_k) d\phi_k \\ &= \exp(i\phi_0) \cdot D_k(t) \cdot B_k \end{aligned} \quad (19)$$

で与えられる。故に、地震動 $\ddot{z}(t)$ に対する変位波形の期待値 $E[y(t)]$ は、

$$E[y(t)] = \Re \left[\exp(i\phi_0) \sum_{k=1}^{N_f} D_k(t) \cdot B_k \right] \quad (20)$$

となる。初期位相 ϕ_0 が一樣乱数の場合は、 $E[y(t)] = 0$ となる。

(3) 1自由度系の応答の分散の定式化

地震動 $\ddot{z}(t)$ に対する変位波形の分散 $\text{Var}[y(t)]$ は、

$$\text{Var}[y(t)] = E[y(t)^2] - (E[y(t)])^2 \quad (21)$$

これを展開すると、最終的には式(22)を得る。

$$\begin{aligned} \text{Var}[y(t)] &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N_f} D_k D_k^* + \sum_{k=1}^{N_f-1} \sum_{j=k+1}^{N_f} D_k D_j^* \cdot \left(\frac{\prod_{m=1}^j B_m}{\prod_{m=1}^k B_k} \right) \\ &+ \Re \left\{ \frac{1}{2} \cdot e^{2i\phi_0} \sum_{k=1}^{N_f} A_k D_k^2 + e^{2i\phi_0} \sum_{k=1}^{N_f-1} \sum_{j=k+1}^{N_f} D_k D_j \cdot A_j \cdot \left(\frac{\prod_{m=1}^j B_m}{\prod_{m=1}^k B_k} \right) \right\} \\ &- \{E[y(t)]\}^2 \end{aligned} \quad (22)$$

初期位相 ϕ_0 が一樣乱数の場合は、式(22)の第3項および第4項がゼロになる。

なお、速度波形 $\dot{y}(t)$ および加速度波形 $\ddot{y}(t)$ の期待値や分散も同様にして得られる。

4. 試計算

本論文では速度波形 $\dot{y}(t)$ について議論を進めることにする。

(1) 基本検討

あるサンプル波形に対する1自由度系の応答を求め、平均値 $E[\dot{y}(t)]$ および自乗平均平方根(RMS) $E[\dot{y}^2(t)]$ との関係を考察する。例題として、入力波のデータ数 $N=1024$ 、 $\Delta t=0.02$ 秒とし、振幅は全振動数に対して $a_k=1.0$ とし、群遅延時間は、 $\mu_{igr,k}=5.0$ 、 $\sigma_{igr,k}=2.0$ とした。また、構造物の条件は、固有周期を0.5秒、減衰定数を5%とした。計算結果を図5に示す。自乗平均平方根RMSが応答波形の包絡線と概ね相似であることが分かる。この関係式は後述する議論で用いる。

次に、4章で誘導した理論解とモンテカルロシミュレーションとの比較を示す。モンテカルロシミュレー

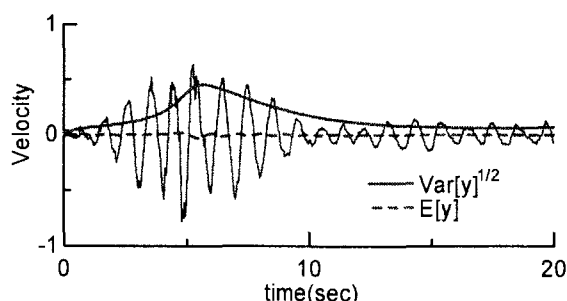


図5 サンプル波形に対する1自由度系の応答波形の例と
平均値 $E[y(t)]$, $\text{RMS } E[y(t)^2]$ との関係

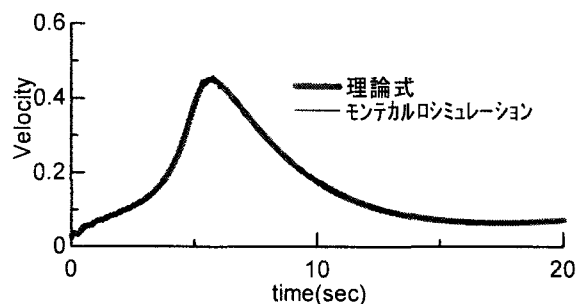


図6 式(22)による標準偏差 $\sqrt{\text{Var}[y(t)]}$ と
モンテカルロシミュレーションとの比較

シミュレーションの試行回数は1000回とする。入力地震波および構造物の条件は、(1)項と同様である。図6に結果を示す。式(22)による理論計算値とモンテカルロシミュレーションとは良好に一致しており、理論解の検証ができた。

(2) 初期位相の影響

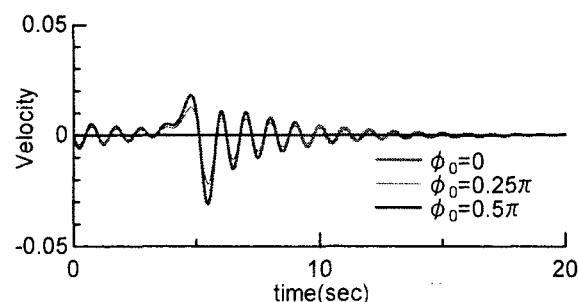
1自由度系の速度応答に与える地震波の初期位相 ϕ_0 の影響を調べる(図7)。ここでは、初期位相 ϕ_0 を、 $\phi_0 = 0, (1/4)\pi, (1/2)\pi$ として検討した。合成波形と同様に、応答波形も時刻 $t = \mu_{gr,k}$ の前後において、大きく変化することがわかる。特に、 $\phi_0 = (1/2)\pi$ のときは、期待値 $E[y(t)]$ はゼロとなる。また、自乗平均平方根 $E[y^2(t)]$ については、3本の線が重なっており、初期位相 ϕ_0 の影響をほとんど受けない。

5. 応答スペクトルの算定方法

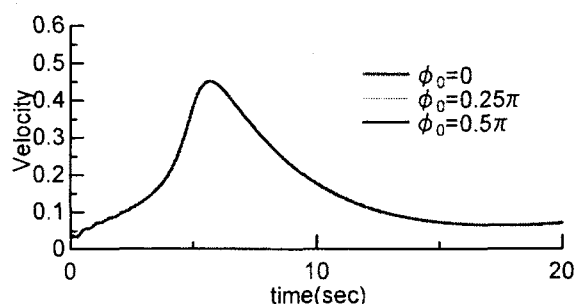
因果律を満たす任意の時間関数 $y(t)$ を考える(紛らわしいが $y(t)$ は3章の変位波形とは限らない)。この場合、コンプレックス・エンベロープ関数 $y_c(t)$ は次式で定義される⁸⁾⁹⁾。

$$y_c(t) = y(t) + i \cdot y_H(t) = Y(t) \cdot \exp(i\phi(t)) \quad (23)$$

$y_H(t)$ は関数 $y(t)$ のヒルベルト変換、 $Y(t)$ はコンプレ



(a) 平均値 $E[y(t)]$



(b) 標準偏差 $\sqrt{\text{Var}[y(t)]}$

図7 1自由度系の応答速度波形に対する初期位相 ϕ_0 の影響

ックスエンベロープの絶対値、 $\phi(t)$ は位相である。4章で検討したように、 $y(t)$ の RMS 値が $y(t)$ の包絡線と似ていることから、下記のような仮定を設定する。

$$Y(t) = \alpha \cdot E[y^2(t)] \quad (24)$$

係数 α は、ある種のピークファクター(peak factor)である。パーセバルの定理を用いると、コンプレックス・エンベロープの振幅 $Y(t)$ と時間関数 $y(t)$ の関係として、下記を得る。

$$\int_{-\infty}^{\infty} Y^2(t) dt = 2 \times \int_{-\infty}^{\infty} y^2(t) dt \quad (25)$$

式(25)を式(24)に代入すると、

$$\int_{-\infty}^{\infty} Y^2(t) dt = \alpha^2 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} E[y^2(t)] dt = 2 \times \int_{-\infty}^{\infty} y^2(t) dt \quad (26)$$

式(26)の右辺は、パーセバルの定理を用いて、入力 of フーリエスペクトル $X(\omega)$ と周波数応答関数 $C_0(\omega)$ より計算できる。これにより、係数 α が決定でき、包絡線 $Y(t)$ が式(24)により求まる。この最大値をとると、1自由度系の応答の最大値の期待値が得られることになる。試算した例を図8に示す。全振動数に対して、 α は2であることが分かる。

構造物の固有周期を徐々に変化させて、上述の操作を繰り返せば、位相のばらつきを考慮した応答スペクトルの期待値が得られる。モンテカルロシミュレーションに算出した応答スペクトルと比べると、良好に一定しており、仮定を含めた提案法が妥当であったこと

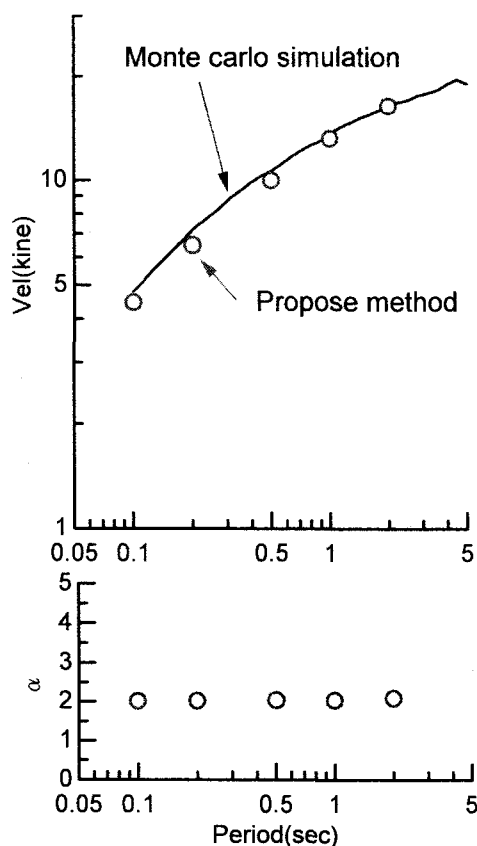


図8 応答スペクトルの計算例とピークファクター

が分かった。これにより、位相のばらつきを考慮した
 応答スペクトルを予測できることになる。

6. おわりに

本論文では、位相特性を取入れた1自由度系のラン
 ダム振動論について定式化した。また、Complex
 envelope の特性を利用して、最大応答値を推定するた
 めの手法を提案した。これにより、位相のばらつきを
 考慮した応答スペクトルを推定することが可能となっ
 た。現在、等価線形化法により、非線形応答スペクト

ルの予測まで手法を拡張している。別の機会に報告を
 したい。

謝辞

本研究は、国土交通省からの補助金を得て得られた
 成果の一部である。

参考文献

- 1) 佐藤忠信, 室野剛隆, 西村昭彦: 震源・伝播・地点特
 性を考慮した地震動の位相スペクトルのモデル化, 土
 木学会論文集 No.6121-213, 1999.
- 2) 佐藤忠信, 室野剛隆, 西村昭彦: 観測波に基づく地震
 動の位相スペクトルのモデル化, 土木学会論文集
 No.640/I-50, 2000.
- 3) 室野剛隆, 村上昌彦, 佐藤忠信: 断層近傍地震動の位
 相特性の経験的なモデル化, 第11回日本地震工学シン
 ポジウム論文集 CD-ROM, 論文番号 101, 2002.
- 4) 佐藤忠信, 室野剛隆: 位相情報を用いた地震動のシミ
 ュレーション法, 土木学会論文集, No.675/I-55, pp.113-
 123, 2001.
- 5) Papoulis, A.(1962), The Fourier integral and its
 application. McGraw-Hill
- 6) 佐藤忠信, 室野剛隆: 位相情報を利用した非定常地震
 動のシミュレーション法, 土木学会論文集, No.752/I-66,
 pp.159-168, 2004.01.
- 7) 和泉, 勝倉: 地震動の位相情報に関する基礎的研究,
 日本建築学会構造系論文集第327号
- 8) 理論地震動研究会: 地震動その合成と波形処理, 鹿島
 出版会 pp.132-134
- 9) Farnbach, J. S. (1975), *The Complex Envelope in Seismic
 Signal Analysis*, Bull. of Sesim. Soc. Am., Vol.65, No.4,
 951-962