

上部構造物のP-Δ効果を考慮した基礎-地盤-構造物系の 応答スペクトル

山下典彦¹・河野健吾²・原田隆典³

¹正会員 博(工) 神戸市立工業高等専門学校助教授 都市工学科 (〒651-2194 兵庫県神戸市西区学園東町8-3)

²学生会員 神戸市立工業高等専門学校学生 都市工学科 (〒651-2194 兵庫県神戸市西区学園東町8-3)

³正会員 工博 宮崎大学教授 工学部土木環境工学科 (〒889-2192 宮崎県宮崎市学園木花台西1-1)

1. はじめに

1995年に発生した兵庫県南部地震では、阪神高速道路3号神戸線で上部構造物の倒壊が発生するなど構造物に甚大な被害が生じた。それ以降、構造物の非線形効果を考慮した時刻歴応答解析による照査が義務付けられたが、その際、P-Δ効果^{1), 2), 3), 4)}は考慮されず、通常的设计では無視されている。さらに、その破壊過程を詳細に検討した研究も少ないのが現状である。しかしながら、このP-Δ効果を考慮することによって負の剛性分だけ構造物の剛性が低下することが知られている。特に、塑性域において完全弾塑性の復元力特性の場合、剛性が負となり地震時の塑性変形が片側に偏りやすくなり、激震による構造物の倒壊原因の1つとも考えられている。

本研究では、P-Δ効果による水平復元力低下の影響が応答スペクトルに与える影響を調べるために、上部構造物のP-Δ効果を考慮した基礎-地盤-構造物系の3自由度モデル⁵⁾(以下、上部回転モデルと呼ぶ)を用い、非線形応答解析を行った。その際、非線形特性の機構がよく理解できるようにMechanicalモデル⁶⁾によって得られた基礎の非線形動的復元力特性を基礎底部水平および回転ばねに用いた。そして、より合理的な耐震設計の方法を策定することを目的に、3つのモデルの絶対加速度応答スペクトルおよび変位応答スペクトルを求め、各固有周期に対して線形モデルとの比率をとることで、非線形効果およびP-Δ効果の抽出を試みた。

2. 数値解析モデル

(1) 振動方程式

基礎-地盤-構造物系を図-1(a)に示すような基礎と構造物の動的相互作用を考慮した3自由度系、つまり上部構造物の回転運動、基礎の並進運動および回転運動にモデル化し、図-1(b)のように振動モデル

の座標系を定めると減衰項を省略した振動方程式は式(1)のようになる。なお、振動方程式の誘導にあたっては、地盤-基礎系の復元力における並進と回転の連成項を無視している。

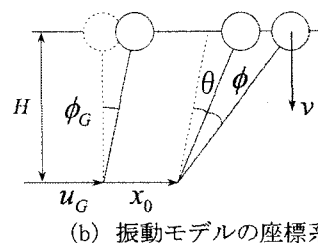
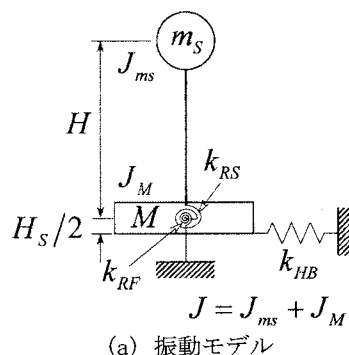


図-1 基礎-地盤-構造物系のモデル化

$$[M]\{\ddot{y}\} + [K]\{y\} = -[M]\{I_1\}\ddot{u}_G - [M]\{I_2\}\ddot{\phi}_G \quad (1)$$

ここに、

$$[M] = \begin{bmatrix} m_s H^2 & m_s H & m_s H^2 \\ m_s H & m_s + M & m_s H \\ m_s H^2 & m_s H & m_s H^2 + J \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{RS} - m_s H(g + \ddot{v}) & 0 & -m_s H(g + \ddot{v}) \\ 0 & k_{HB} & -k_{HB} H_s/2 \\ -m_s H(g + \ddot{v}) & -k_{HB} H_s/2 & k_{RF} - m_s H(g + \ddot{v}) + K_0 \end{bmatrix}$$

$$K_0 = k_{HB} H_s^2/4$$

$$\{y\} = \begin{Bmatrix} \phi \\ x_0 \\ \theta \end{Bmatrix}, \{I_1\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}, \{I_2\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

m_s, M は上部構造物および基礎の質量 $J = J_{ms} + J_M$ は回転慣性で、 J_{ms}, J_M は上部構造物、基礎の回転慣性、 k_{rs}, k_{hb}, k_{rf} は上部構造物の回転ばね剛性、基礎底部水平および回転ばね剛性、 ϕ, x_0, θ は上部構造物の回転角、基礎の並進変位および回転角、 $\ddot{v}$ は鉛直入力地震動、 $\ddot{u}_G, \ddot{\phi}_G$ は有効入力地震動を表している。 $[K]\{y\}$ は上部構造物と基礎の復元力項で、復元力特性として上部構造物は完全弾塑性型およびバイリニア型、基礎はバイリニア型(タイプ1)、完全弾塑性型(タイプ2)およびトリリニア型(タイプ3)のモデルとした。

(2) P-Δ効果の影響

上部構造物の復元力特性については図-2(a)に示すような P-Δ効果による復元力の低下を考慮している。 Q が復元力、 $\Delta Q = m_s g x / H$ が重力に伴う復元力の低下を表現している。図-2(b)において $Q=0$ になる時、つまり構造物の復元力と P-Δ効果による付加的な層せん断力が等しくなったときに破壊である。

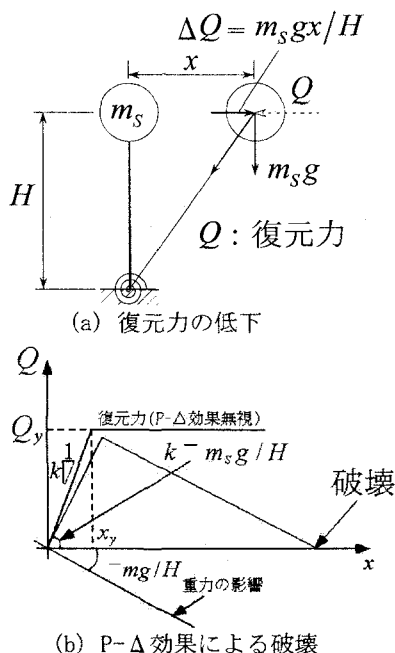


図-2 上部構造物の P-Δ 効果の影響

(3) 地盤の動的復元力モデル

ここでは、基礎とその底部地盤の剥離と滑りを考慮した円形基礎の動的復元力モデルの概要を述べる。このモデルは、土は引っ張りに耐えないものとし、さらにモール・クーロンの破壊規準に従うものと仮定した非線形スプリングを持つウィンクラーモデルの考え方を採用し、図-3の地盤モデルから基礎底部水平および回転の動的復元力特性を評価した⁷⁾。さ

らに、地盤ばねの設定が応答にどのような影響を与えるかを調べるために、図-4に示すトリリニア型(タイプ3 (0-A₁-B-D))を2つの剛性を持つモデルに置き換え、基礎の回転があまり大きくない場合(タイプ1 (0-A₁-C))：バイリニア型と回転が大きい場合(タイプ2 (0-A₂-D))：完全弾塑性型を想定し動的復元力特性として合計3つのモデルを仮定した。

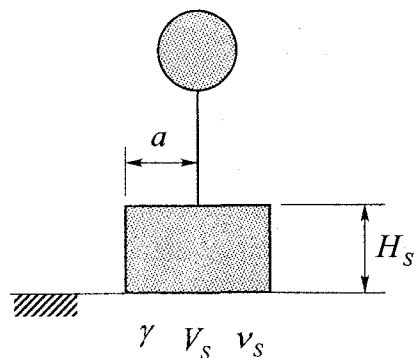


図-3 地盤モデル

a) 基礎底部水平ばね：

$$k_{hb}^{(1)} = Ga \frac{8}{2 - \nu_s} \quad (2-1)$$

$$k_{hb}^{(2)} = 0 \quad (2-2)$$

降伏点：

$$Y_{HBy}^{(1)} = \begin{cases} \frac{c + \frac{W}{3a^2} \tan \phi}{k_{b\theta}}, & \theta < \theta_y^{(1)} \\ \frac{c + \frac{W}{3a^2} \tan \phi}{k_{b\theta}} \sqrt{\frac{\theta_y^{(1)}}{\theta}}, & \theta \geq \theta_y^{(1)} \end{cases} \quad (3-1)$$

$$Y_{HBy}^{(2)} = Y_{HBy}^{(1)} \quad (3-2)$$

b) 基礎底部回転ばね：

$$k_{rf}^{(1)} = Ga^3 \frac{8}{3(1 - \nu_s)} \quad (4-1)$$

$$k_{rf}^{(2)} = \frac{2}{n + \sqrt{n}} k_{rf}^{(1)} \quad (4-2)$$

$$k_{rf}^{(3)} = 0 \quad (4-3)$$

降伏角：

$$\theta_y^{(1)} = 0.37 \frac{W}{k_{bn} a^3} \quad (5-1)$$

$$\theta_y^{(2)} = \left(3 - 2\sqrt{\frac{1}{n}} \right) \theta_y^{(1)} \quad (5-2)$$

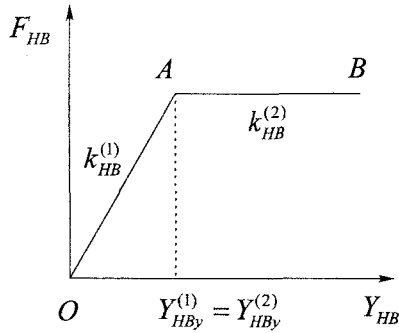
$$\theta_y^{(3)} = n \theta_y^{(1)} \quad (5-3)$$

ここに,

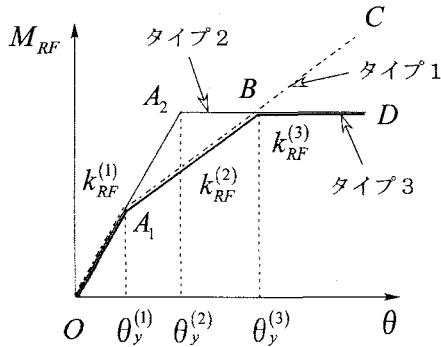
$$W = (m_s + M)g, \quad G = \gamma V_s^2 / g$$

a は基礎半径, G はせん断剛性, ν はポアソン比
 H_s は基礎の厚さ, W は上部構造物および基礎の全重量, c は粘着力, ϕ は内部摩擦角, γ は土の単位体積重量を示す. また, k_{bm} , $k_{b\theta}$ は地盤反力係数で以下のように与えられる.

$$k_{bm} = \frac{4k_R^{(1)}}{\pi a^4}, \quad k_{b\theta} = \frac{k_{HB}^{(1)}}{\pi a^2} \quad (6)$$



(a) 基礎底部水平



(b) 基礎底部回転 ($n=8$)

図-4 地盤の動的復元力モデル

3. 上部回転モデルと上部水平モデルの関係

上部回転モデルは, 地盤-基礎系を含んだ基礎-地盤-構造物系の 3 自由度モデルである. したがって, ここでは簡単のために 3 自由度モデルから基礎部分を除き, 1 自由度モデルとした上で上部回転と上部水平の各モデルの関係を考える. 図-5(b) の回転 1 自由度モデルの減衰項を省略した振動方程式は

$$\ddot{\phi} + \frac{k_R}{m_s H^2} \phi = -\frac{\ddot{u}}{H} + \frac{g + \ddot{v}}{H} \phi \quad (7)$$

図-5 に示すような水平 1 自由度および回転 1 自由度モデルが, それぞれの k_H , k_R のばねに支えられ水平力が载荷したときの変位より

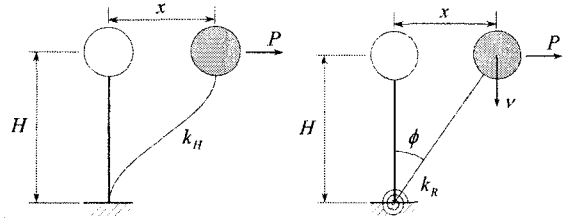
$$k_H = \frac{1}{H^2} k_R \quad (8)$$

の関係が得られ, 減衰力の項を無視した水平 1 自由度モデルの運動方程式は

$$\ddot{x} + \frac{k_H}{m_s} x = -\ddot{u} \quad (9)$$

となり, $x = \phi H$ の関係から回転 1 自由度近似モデルの運動方程式に変換でき

$$\ddot{\phi} + \frac{k_R}{m_s H^2} \phi = -\frac{\ddot{u}}{H} \quad (10)$$



(a) 水平 1 自由度モデル (b) 回転 1 自由度モデル

図-5 上部回転モデルと上部水平モデルの関係

したがって, 式(10)および式(7)を比較すると式(7)の右辺第 2 項が P- Δ 効果を表現していることが読み取れる. さらに, 式(7)を $x = \phi H$ の関係を用いて書き換えると

$$\ddot{x} + \frac{k_H}{m_s} x = -\ddot{u} + \frac{g + \ddot{v}}{H} x \quad (11)$$

となり鉛直入力地震動を考慮した復元力の項は $(k_H - m_s(g + \ddot{v})/H)x$ で表現され, 復元力の減少が生じることがわかる. 上部構造物の動的復元力特性については, 図-6 に示す復元力特性において降伏震度 q_y を決定すると降伏モーメント M_{RSy} (降伏力 F_{RSy}) が求まるので, 曲げモーメント M_{RS} -回転角 ϕ 関係(力 F_{RS} -変位 x 関係)から降伏角 ϕ_y (降伏変位 x_y)を設定した.

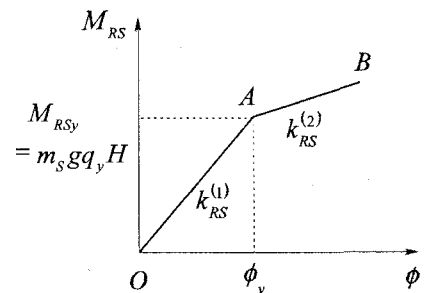


図-6 上部構造物の動的復元力

4. 数値計算例

P-Δ効果と地盤ばねの設定が応答スペクトルにどのような影響を与えるかを調べるために、直径10m×高さ4mの直接基礎を有する道路橋橋脚を解析対象とした。橋脚は橋桁重量 W_u と橋脚重量 W_p を考慮した質量 m_s の1質点の集中質量系にモデル化し、基礎重心位置から橋脚天端までの高さ H の位置に設けることとした。また、上部構造物の回転ばね剛性は、あらかじめ設定した固有周期 T_s (0.1~5.0秒) から式(13)および式(8)を用いて求めた。

$$m_s = (W_u + W_p/3)/g \tag{12}$$

$$k_H = m_s (2\pi/T_s)^2 \tag{13}$$

解析対象とした道路橋橋脚は、その橋桁として支間長30m、幅員10m、単位長さ当りの橋桁重量 98 kN/m^3 の鋼製橋脚を考え、橋脚の種別は、3径間固定橋脚、単純固定橋脚、単純可動橋脚とした。上部構造物の諸定数を表-1に、基礎および地盤の諸定数を表-2に示す。減衰項は、基礎-地盤系の復元力における並進と回転の連成項を無視して対角項のみを評価するものとし、各減衰定数 h_{RS} , h_{HF} , h_{RF} を定めて決定した。

計算時間間隔を0.001秒、入力地震動としては、兵庫県南部地震の神戸海洋気象台、葺合、神戸大学、神戸港工事事務所、新神戸変電所およびポートアイランドでの観測地震記録のNS成分を用いた。図-7に、各入力地震動の減衰定数を5%とした場合の応答スペクトルを示し、破線はその平均を示している。

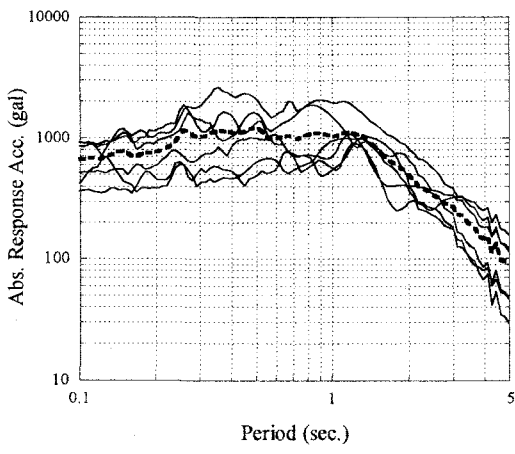


図-7 応答スペクトル

図-8に、非線形効果およびP-Δ効果を抽出することを目的に設定した3つのモデルを示す。①は

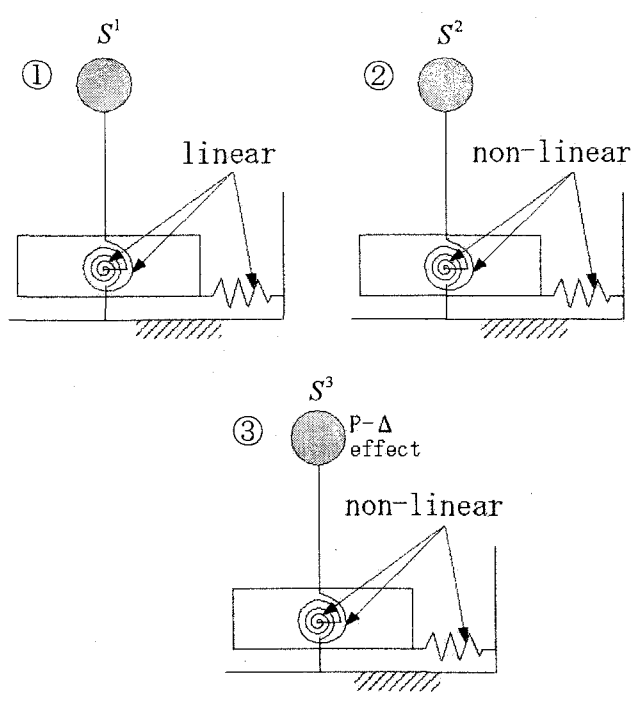


図-8 各応答スペクトルの関係

全てのばねを線形、②は全てのばねを非線形、③は②の上部構造物にP-Δ効果を考慮したものである。

図-9に、ケースH、タイプ2において降伏震度0.2とした神戸海洋気象台の絶対加速度応答スペクトルおよび変位応答スペクトルを図-8の3つのモデルについて示す。絶対加速度応答スペクトルは非線形を考慮すると、上部構造物の固有周期が2.7秒以下で線形と比べて小さくなっている。また、2.0秒以上の長周期側で、③がP-Δ効果の影響により他のモデルと比べて減少していることが分かる。これに対して変位応答スペクトル0.7秒以下で大きくなり、P-Δ効果を考慮した場合は、さらに大きくなっている。

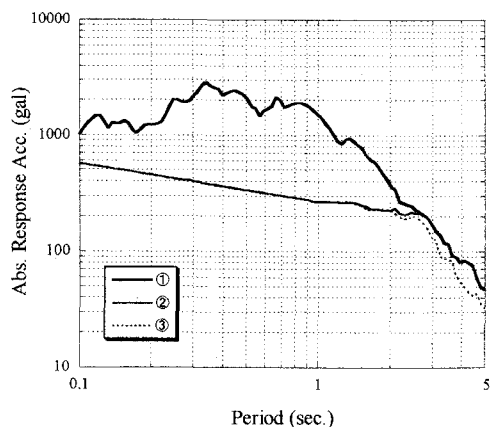
図-10は、モデル②と③について降伏震度0.2を基準とし、0.17, 0.18, 0.19の場合の、絶対加速度応答スペクトルの比率を比較したものである。これより、降伏震度が小さいほど非線形性が大きくなるため絶対加速度応答スペクトルが小さくなり、

表-2 基礎-地盤-構造物系の諸定数

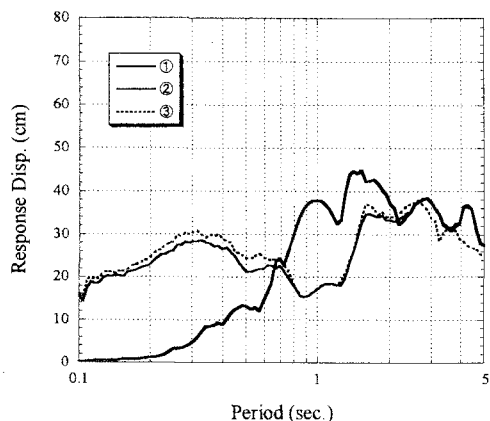
M (kNsec ² /m)	542.9	γ (kN/m ³)	17.6
J (kNsec ² m)	4195.4	V _s (m/s)	500
H _s (m)	4	v _s	0.3
a (m)	5	c (kN/m ²)	0
h _{RS} , h _{HF} , h _{RF}	0.05, 0.1, 0.1	φ (°)	30

表-1 上部構造物の諸定数 (基礎固定時)

橋脚種別	3径間固定橋脚			単純固定橋脚			単純可動橋脚		
ケース	A	B	C	D	E	F	G	H	I
橋脚高さ (m)	10.0	15.0	20.0	10.0	15.0	20.0	10.0	15.0	20.0
橋桁重量 W _u (kN)	8820.0	8820.0	8820.0	2940.0	2940.0	2940.0	0.0	0.0	0.0
橋脚重量 W _p (kN)	3099.7	5255.7	7901.7	2536.2	4042.5	5794.7	2254.0	3436.9	4741.2

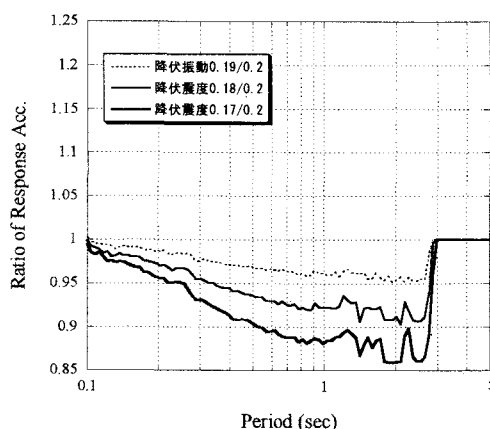


(a) 絶対加速度応答スペクトル

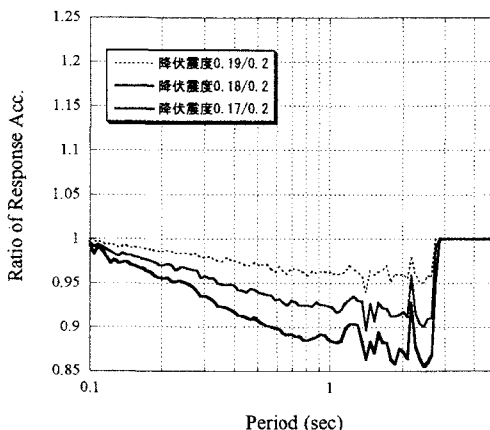


(b) 変位応答スペクトル

図-9 応答スペクトル(ケースH, 降伏震度0.2)



(a) P-Δ効果考慮なし



(b) P-Δ効果考慮

図-10 絶対加速度応答スペクトルの比率

固有周期3.0秒以上の長周期側で全てのスペクトルが一致していることが分かる。また、P-Δ効果を考慮した場合についても考慮しない場合と比較して比率の増減が見られる。

図-11は、図-8の3つのモデルの絶対加速度応答スペクトルを計算し、各固有周期に対しての非線形効果係数 $\alpha_A = S_A^2/S_A^1$ 、P-Δ効果係数 $\beta_A = S_A^3/S_A^2$ および非線形+P-Δ効果係数 $\alpha_A\beta_A = S_A^3/S_A^1$ を算出し、各係数の影響を示したものである。破線が各係数の平均値である。平均値についてみると、(a)の非線形効果係数 α_A においては、上部構造物の固有周期が4.0秒以下で小さくなっていることが分かる。さらに、1.3秒付近で最も小さくなり、係数は0.25倍となっている。(b)のP-Δ効果係数 β_A においては、上部構造物の固有周期が2.0秒以上の長周期側で小さくなっている。また、各入力地震動による違いが小さいことが分かる。(c)の非線形+P-Δ効果係数 $\alpha_A\beta_A$ においては、上部構造物の固有周期が2.0秒以下では、(a)と殆ど違いが生じていない。これに対して2.0秒以上では、P-Δ効果の影響により係数が減少している。

図-12には、図-8の3つのモデルの変位応答スペクトルを計算し、各固有周期に対して、非線形効果係数 $\alpha_D = S_D^2/S_D^1$ 、P-Δ効果係数 $\beta_D = S_D^3/S_D^2$ および非線形+P-Δ効果係数 $\alpha_D\beta_D = S_D^3/S_D^1$ を算出し、各係数の影響を示したものである。(a)の非線形効果係数 α_D においては、上部構造物の固有周期が1.0秒より短周期になる程大きくなり、0.1秒付近では35倍となっている。特に、神戸海洋気象台では60倍となった。(b)のP-Δ効果係数 β_D においては、上部構造物の固有周期が1.5秒付近で1.3倍大きくなっている。さらに、(a)と同様に神戸海洋気象台の場合で1.9倍となり、P-Δ効果の影響が大きくなっている。(c)の非線形+P-Δ効果係数 $\alpha_D\beta_D$ においては、神戸海洋気象台で上部構造物の固有周期が0.14秒付近で、(a)の40倍からP-Δ効果の影響により43倍に増大していることが分かる。

以上より、非線形効果ならびにP-Δ効果の影響は入力地震動によって異なり、これらを考慮した基礎-地盤-構造物系のバランスの取れた設計のための指針をさらに探ることが必要であることが分かる。

5. まとめ

兵庫県南部地震の6ヶ所の観測地震記録の水平成分を3つのモデルの入力地震動として絶対加速度応答スペクトルおよび変位応答スペクトルを算出し、各固有周期に対して線形モデルとの比率をとることで、非線形効果およびP-Δ効果の抽出を試みた。以下に、本研究で得られた結果をまとめる。

1) 変位応答スペクトルにおいては、上部構造物の

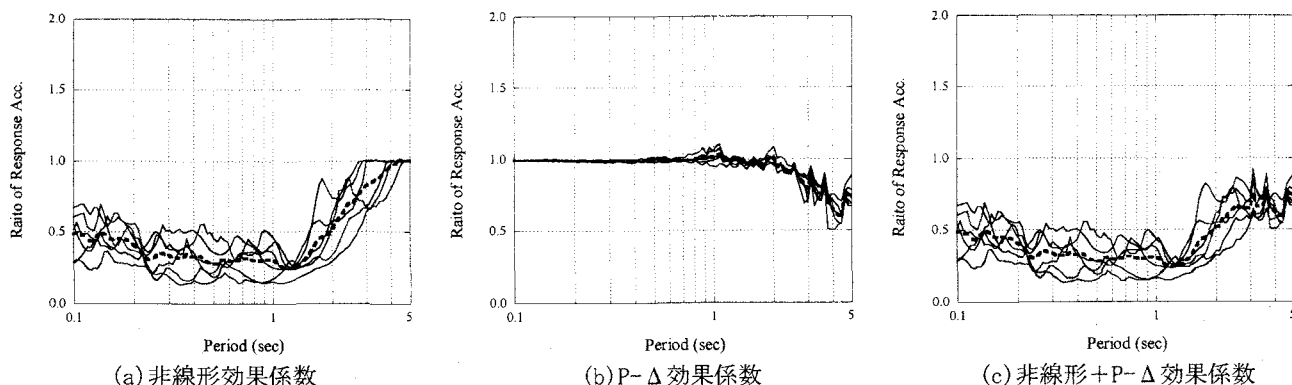


図-1 1 絶対加速度応答スペクトルの比率

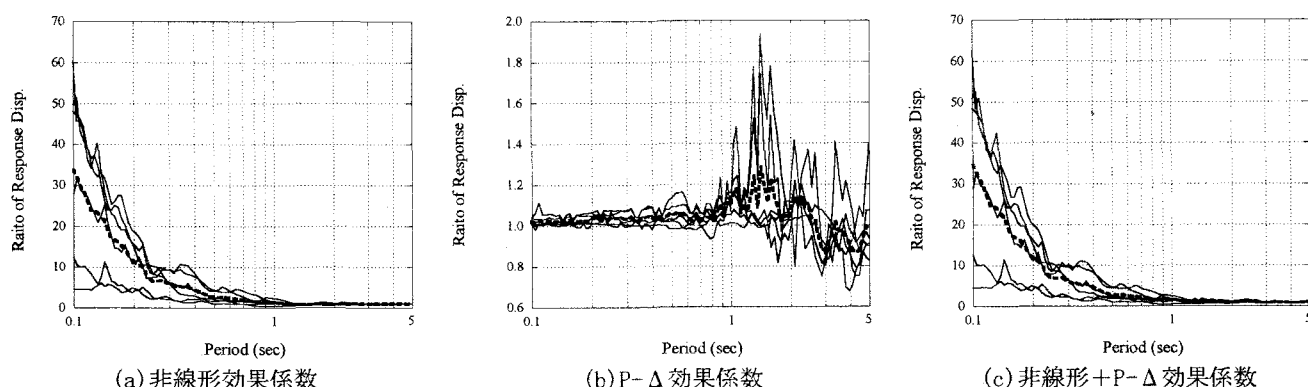


図-1 2 変位応答スペクトルの比率

固有周期が小さくなると非線形性が大きくなりスペクトルは大きくなる。さらにそれは、P-Δ効果を考慮することによって大きくなることが分かった。

- 2) 絶対加速度応答スペクトルにおいては、P-Δ効果係数および非線形係数+P-Δ効果係数から、短周期側では非線形効果が大きくP-Δ効果は無視できるが、長周期側でP-Δ効果の影響があることが分かった。
- 3) 変位応答スペクトルにおいては、非線形効果係数および非線形+P-Δ効果係数から、短周期側で非線形効果が大きくなり、さらに、P-Δ効果については、入力地震動に依存することが分かった。

しかしながら、P-Δ効果が応答スペクトルおよび各部の応答に与える影響を整理するに至っていない。

今後はさらにP-Δ効果を考慮した基礎-地盤-構造物系のバランスの取れた設計のための指針を探ることが必要であると共に、数多くの上部構造物のP-Δ効果を考慮した基礎-地盤-構造物系の地震時のシミュレーション解析を行い、その結果を蓄積していく必要がある。

参考文献

- 1) G. W. Housner: The Plastic failure of Frames

During Earthquakes, Proceedings of 2nd WCEE Vol. II, pp. 997-1012, 1960.

- 2) Bernal, D. : Amplification Factors for Inelastic Dynamic P- δ Effects in Earthquake Analysis, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 15, pp. 635-651, 1987.
- 3) 秋山宏：鋼構造剛接骨組の耐震性におよぼす P-Δ効果の影響，日本建築学会論文報告集，第 340 号，pp. 11-16，1984.
- 4) 曾我部博之，小高昭夫：強震を受ける弾塑性質点系の P-Δ効果について，日本建築学会構造系論文集，第 463 号，pp. 19-26，1994.
- 5) 山下典彦，原田隆典，長野雄大：P-Δ効果を考慮した 3 自由度モデルの非線形応答解析に関する研究，土木学会地震工学論文集，Vol. 27 (149)，pp. 1-4，2003.
- 6) 原田隆典，広瀬利光，山田清朗：基礎の動的非線形復元力評価におけるウインクラーモデルの適用，宮崎大学工学部研究報告，第 34 号別冊，1988.
- 7) 山下典彦，原田隆典：基礎-地盤-構造物系の非線形動的相互作用を考慮した応答スペクトルに関する研究，構造工学論文集，Vol. 47A，pp. 591-598，2001.

(2005 年 12 月 26 日)