

破壊過程を考えたラーメン橋脚の push over 解析 における軸力と剛域の評価

袴田文雄

正会員 阪神高速道路公団（〒541-0056 大阪市中央区久太郎町4-1-3（大阪センタービル内）

1. はじめに

軸力変化を考慮したラーメンの面内荷重による push over 解析(非線形静的解析)の研究は各種実施されている。たとえば、1)ではRC ラーメンに漸増水平荷重を載荷したとき、変動する軸力が耐力に及ぼす影響について、断面を分割することで軸力が評価できるファイバーモデルを使って考察している。また、モデル交番載荷実験を行い、実験値と解析値の一致を確認している。2)では構造物全体系と部材系とでじん性率がどのように変化するか解析的に検討を加えている。部材に関しては負勾配を考慮した M- θ モデルを使っている。3)では初期軸力や降伏剛性を一定とする場合と、変動軸力に基づき降伏剛性を変動させる場合の比較を行い、全体系の終局変位に差が出るとしている。詳細は明らかでない。しかし、2)を除いて負勾配を考慮しない。また、2)では部材系と全体系を区分しているが、部材系の破壊及び破壊以降については明らかでない。また、塑性ヒンジの数が系の安定性が失われる数に達したとき崩壊するとは、漸増荷重の場合以外は正しいとはいえない。そもそも反力が存在する以上「崩壊」と言えるか疑義がある。

第7回のシンポジウム4)で、ラーメンに面内水平荷重が作用したとき、変位の初期値から、おのおのの部材の破壊変形を経て系の終局変位、すなわち崩壊、に至るまでの経路についての計算を行い、荷重変位曲線を作成した上で、模型実験の実測結果との比較をおこなった。このとき、部材系における曲げ回転角関係については、死荷重状態での一定軸力条件下での M- θ 関係を用いた。また、軸力による幾何学的非線形や剛域の影響を無視した。実験結果との整合性は良くなかった。今回は軸力変化に伴う断面力の増減や、幾何学的非線形の考慮など、要素の荷重変形関係に軸力の影響を考えた場合の全体系における影響検討を行う。このとき、あわせて剛域の扱いの定式化を行い、剛域をモデル化に組み込む。一連の検討の中で 1)と同様に、

破壊モードは曲げ破壊のみ考えることとし、せん断、圧縮、引張に起因する破壊などは考えない。最後に計算結果について再び実験値との比較を行い、モデル化の妥当性についての検討を行う。

2. 軸力の評価

対象とするラーメンを図-1(a)、(b)に示す。(a)は節点と要素番号、(b)は4つの非線形要素を加えた場合の要素番号と自由度を示している。モデルの諸元については5)に示されている。この節点2に水平荷重が作用したときの荷重変位曲線を①として、以降の軸力や剛域を考えたときの関係との比較基準とする(r05c1.dat)。この場合、軸力は一定、剛域は考えていない。これは4)の結果の再現である。

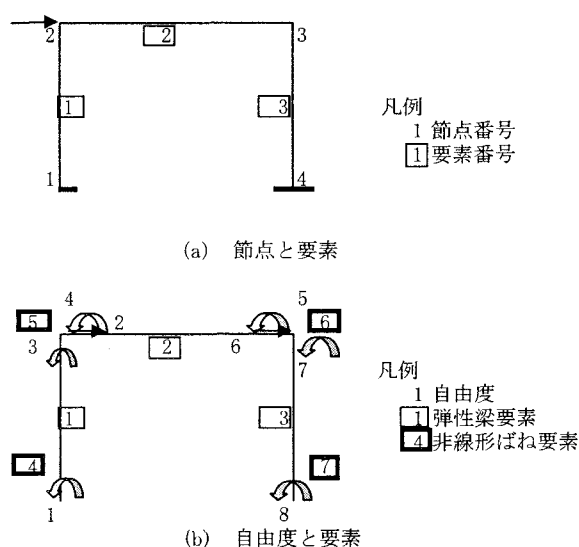


図-1 非線形要素を考慮したラーメン

図-2 はこのときの弾性部材からみた軸力応答を示したものである。参考として全体系の荷重変位曲線も示してある。柱部では初期軸力として梁重量をのみ考えているので、荷

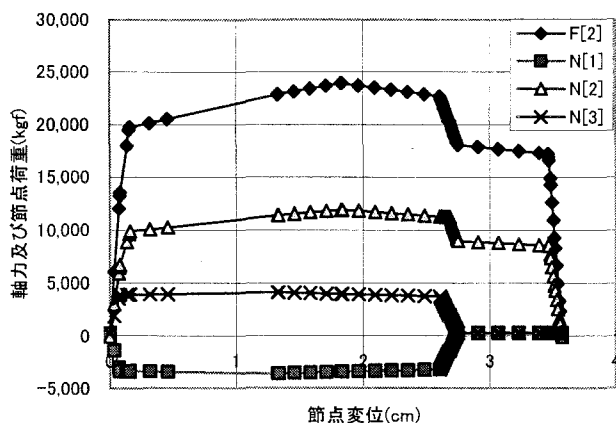


図-2 部材の軸力変化と節点変位

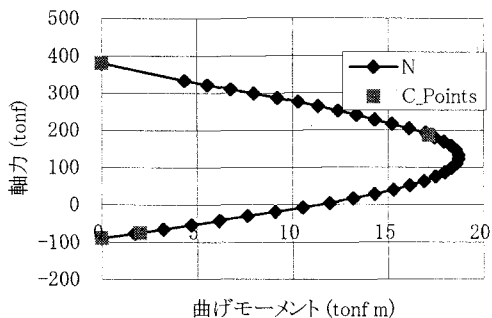


図-3 柱における曲げと軸力の相関曲線

表-1 各要素のイベント毎の軸力

ele	0	Y	M	U	F	C
要素4	257	-3,373	-3,436	258	258	258
要素5	0	6,460	11,442	11,361	11,311	11
要素6	0	6,675	11,452	11,316	9,051	11
要素7	257	3,888	3,948	256	256	256

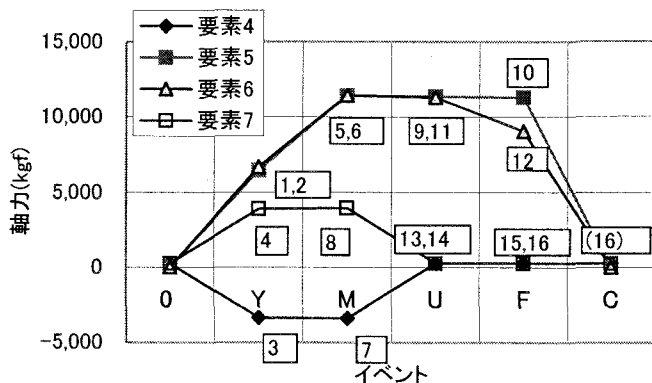


図-4 非線形要素の軸力変化

重荷前、及び系の破壊後は梁重量の1/2が作用するが、荷重の作用の間、軸力は一定ではない。同様に梁の軸力は初期値及び系の破壊後は0であるが、荷重の作用の間変化することになる。単柱の場合は軸力が一定であるが、不静定構造の場合は軸力変化を伴う。

図-3は柱部材を例にした曲げと軸力の相関曲線である(b2501.dat)。柱軸力の変動範囲はせいぜい-3.3から+3.9tonfの間なので、変動範囲は大きくない。負の軸力が作用する場合、圧縮軸力が大きい場合に、必ずしも明らかでないが、ここではこの関係に従うものとした。ここでは4つの特性値を示した。圧縮側から、純圧縮、圧縮側が終局圧縮で鋼材が引張降伏、圧縮側が終局圧縮で鋼材が終局引張、純引張の4点で、相関曲線上にC_pointsとして示した。

表-1、図-4では非線形要素から見た軸力の変化を示した。各非線形要素は固有の弾性要素に対応させることができるので同様の図を書くことができる。ここで0:開始、Y:降伏、M:最大、U:終局、F:破壊、U:(系の)崩壊の各イベントにおける各非線形要素の軸力を示した。それぞれのイベントの発生順位を示した。たとえば、非線形要素5は梁で左隅角部の挙動を示すものであるが、最初軸力0kgfから始まり、降伏時には6460kgf(63.3kN)、最大時にはさらに軸力は増加し11442kgf(112kN)、終局時、破壊時には最大時の軸力を大きく減じることなくそれぞれ11361kgf(111kN)、11311kgf(111kN)である。系の崩壊時には計算上の誤差を除いて、死荷重0kgfに戻る。

非線形要素4は左柱基部であるが、最初死荷重分257kg(2.5kN)の軸力であったところ、降伏時には-3373kgf(-33.0kN)で引張軸力、最大時には-3436kgf(-33.6kN)の引張軸力が作用する。終局時以降では、すでに梁が破壊しているので、再び死荷重状態に戻る。非線形要素7はほぼ対称形になる。

非線形要素の特性は降伏、最大、終局、破壊など部材に応じて規定されている。この特性値は厳密には軸力の関数であり、与えられた軸力と曲げモーメントの断面力がつりあうように、断面を分割することで求めることができる。軸力は変化するものであるが、非線形要素を組み込んだ骨組解析では、簡単のために、降伏、最大、終局、破壊の時点で軸力を代表するものとする。

次に代表的な軸力を与えて、断面特性を求めることとした。その結果得られた曲げ一回転角関係を表-2に示す。死荷重状態とは、死荷重状態での軸力を一定とした場合

表-2 軸力が異なる場合の断面力比較

要素	降伏回転角	降伏曲げ モーメント	終局回転角	終局曲げ モーメント
	rad	kgf cm	rad	kgf cm
死荷重軸力①				
要素4	1.62E-06	898,058	0.0271597	1,143,990
要素5	1.43E-06	279,659	0.0217025	297,893
要素6	1.43E-06	279,659	0.0217025	297,893
要素7	1.62E-06	898,058	0.0271597	1,143,990
軸力修正後②				
要素4	1.59E-06	862,275	0.0284329	1,099,150
要素5	1.37E-06	312,307	0.0180559	380,202
要素6	1.38E-06	314,181	0.0180557	380,202
要素7	1.66E-06	935,172	0.0241915	1,186,340
ratio	②/①			
要素4	0.98	0.96	1.05	0.96
要素5	0.96	1.12	0.83	1.28
要素6	0.96	1.12	0.83	1.28
要素7	1.02	1.04	0.89	1.04

表-3 修正後軸力

ele	0	Y	M	U	F	C
					(kgf)	
要素4	257	-3.849	-4.306	264	264	264
要素5	0	7.213	12.405	12.416	11.474	-5
要素6	0	7.507	12.403	12.356	7.699	-5
要素7	257	4.384	4.925	250	250	250

に各非線形要素の降伏と最大の発生断面力を示したものの、軸力修正後とは、この時発生する最大軸力を用いて新たに降伏と最大の発生断面力を示したものである。つまり、表-1 で得られた軸力をおのおのの非線形要素に入力して求めたものである(b2201.dat, b2202.dat, b2203.dat, b2204.dat)。鉄筋コンクリート部材のように引張に弱い材料があるときには、一般の軸力範囲では軸力が作用するほど曲げ耐力は大きくなる。その結果、曲げ一回転角関係の包絡線は大きくなる。一方、非線形要素4では引張が作用するので、耐力は減少する。

この曲げ一回転角関係を用いた荷重変位関係を②とする(r05c2.dat)。これが最初の軸力の効果である。軸力変化させて得られたあらたな断面力を表-3 に示した。厳密には収束するまで繰り返し計算をする必要がある。

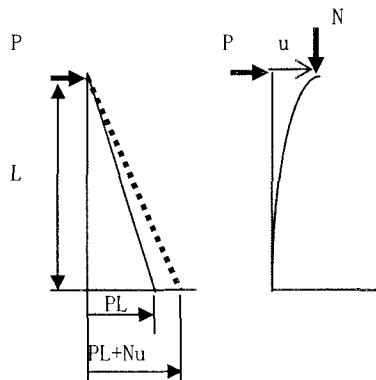


図-5 軸力による付加曲げ

3. 幾何学的非線形

図-5 に示すように、柱部材に軸力が作用すると、水平変位と軸力によって、柱基部に水平力による曲げモーメント以上の付加曲げが作用する。L は等価単柱の場合の部材高さであり、ラーメンの場合には最大時の曲げモーメント分布を代表させて、柱高さや梁長などの1/2をとる。厳密には等価部材長 L は各段階ごとの曲げモーメント分布の形状により異なるが、ここでは簡便に一定値をとるものとした。

水平荷重 P, 水平剛度 k, 水平変位 u とする。軸力 N が作用すると、水平方向の付加荷重 $\angle P$ が加わって、

$$Nu = \angle PL \quad (1)$$

荷重 $P + \angle P$ が作用することで、変位 u が得られたと考えると、 $(P + \angle P) = ku$ すなわち

$$P = (k - N/L)u \quad (2)$$

つまり、軸力 N が作用すると、水平力の見かけ上は負のばね $-N/L$ が作用すると考えることができる。このときの N は圧縮が正である。全く同様に、弾性梁に曲げの非線形ばねが接続する場合には、見かけ上、非線形ばねには負のばね $-(LN)$ が作用すると考えることができる。

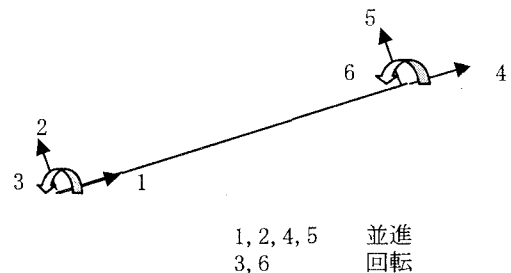


図-6 部材系における要素の自由度番号

ところで、図-6 のように平面問題における梁部材は 6 自由度を持っている。剛性行列式(3)で表される。幾何学的非線形を考慮するには、2,5 要素のせん断要素に負ばねを重ね合わせることで(4)で表されると考える。

$$[k] = \begin{bmatrix} EA/L & & & & & \\ & 12EI/L^3 & 6EI/L^2 & -EA/L & -12EI/L^3 & 6EI/L^2 \\ & & 4EI/L & & -6EI/L^2 & 2EI/L \\ & & & EA/L & 12EI/L^3 & -6EI/L^2 \\ & & & & & 4EI/L \\ \text{sym} & & & & & \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$[k] = \begin{bmatrix} EA/L & & & & & \\ & 12EI/L^3 - N/L & 6EI/L^2 & -EA/L & -12EI/L^3 + N/L & 6EI/L^2 \\ & & 4EI/L & & -6EI/L^2 & 2EI/L \\ & & & EA/L & 12EI/L^3 - N/L & -6EI/L^2 \\ & & & & & 4EI/L \\ \text{sym} & & & & & \end{bmatrix} \quad (4)$$

ここで、E:ヤング率、A:断面積、L:部材長、I:断面 2 次モーメントである。こうして、弾性部材について軸力による付加曲げを考えることができる。

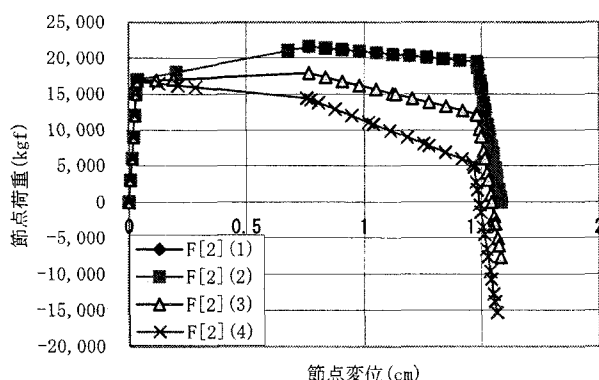


図-7 単柱モデルにおける軸力の影響

もっとも単純な単柱モデルで軸力効果を考える。図-1で柱の1/2をモデル化し、軸力 $N=257\text{kgf}(2.5\text{kN})$ を作用させる。軸力のない場合とある場合について、荷重変位曲線を図-7のケース(1), ケース(2)に比較する(r05c3.dat)。

ケース(1)は軸力効果を考えない場合、ケース(2)は考えた場合である。この場合、柱の剛性が高く、両者は重なって軸力はほとんど影響しない。勾配 $-N/L$ は無視できるほど小さい。ちなみに軸力を1000倍したときの関係をケース(3)にあわせて示す。荷重変位曲線が0に収束しないのは、基部曲げの非線形要素をコントロールとしているので、基部ばね変形のほかに今度は柱ばねも非線形になるため、基部曲げ要素が破壊して0になったときには、柱の非線形部分の変形が加わることで変形が加算されていることによる。ケース(4)にはさらに軸力の影響を端部の非線形要素にも考慮した場合を示す。以上見たように、このケースでは、軸力が大きい場合に軸力の効果が荷重変位関係に現れる場合がある。

ラーメンの場合は変動する軸力が存在するので弾性要素、非弾性要素でも軸力による付加曲げが生じる可能性がある。この影響を見るために作成された荷重変位関係を③とする(r05c1.dat ただし、軸力を考慮するモデルとする)。

幾何学的非線形を考えるとときには、弾性部材も非線形になるので、各ステップごとに要素から座標変換の三重積を行うなど全体剛性の組み立てを行う必要がある。軸力は直前の段階での収束結果に得られた状態での部材軸力を近似的に用いる。

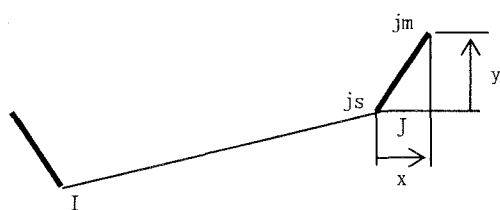


図-8 部材端の剛域

一方、軸力による影響を考えないときには、弾性要素の部分についてのみあらかじめ一部の全体剛性の組み立てが可能になり、著しく計算が簡略化される。

4. 隅角部の扱い

次に隅角部がある場合の定式化を考える。弾性梁要素IJがあつて、図-8のように右側J節点に剛域があるとする。一般性を考え、片側6自由度とした。剛域では、masterにmを、slaveにsをつけて自由度を表すと、それぞれは独立でなく、(5)式、すなわち、

$$\begin{Bmatrix} U7s \\ U8s \\ U9s \\ U10s \\ U11s \\ U12s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -z & y \\ 0 & 1 & 0 & z & 0 & -x \\ 0 & 0 & 1 & -y & x & 0 \\ & & & 1 & 0 & 0 \\ 0 & & & 0 & 1 & 0 \\ & & & & & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U7m \\ U8m \\ U9m \\ U10m \\ U11m \\ U12m \end{Bmatrix} \quad (5)$$

$$Us = B_j Um \quad (6)$$

となり、slaveの変位Usは変換行列Bjを用いて、全体系の変位Umで表現できる。

ここでmはmasterの自由度になる。x,y,zはslaveを原点とするmasterの相対座標になる。左側で剛域があった場合も同様に定義される。

今、部材の局所系の剛性行列kが全体系での剛性行列K、一方で部材系の断面力変換行列Tで表されているとすると、剛域を含んだ全体系での剛性行列K2、部材力の変換行列T2はそれぞれ、

$$K2 = B_k K B \quad (7)$$

$$T2 = T B \quad (8)$$

とあらわされる。ここで、BはBi, Bjの小行列を組み合わせた12x12の三角行列、tは転置行列である。

実際の構造物は柱上端には梁幅があり、隅角部が定義される。また塑性ヒンジの挙動を考えることで、モーメントシフトの結果、隅角部はさらに拡大する。

図-9は塑性ヒンジが形成されたとき、剛域を明示的に剛性行列に組み込むための簡略化のための説明図である。Lpは塑性ヒンジ長とする。(a)で橋脚のLの位置に水平荷重Pが作用しているときの荷重点での変位を算出する。(b)は降伏が開始するときの曲率分布である。(c)は曲率が終局に達したときの曲率分布である。ここで、 ϕ_y は降伏曲率、 ϕ_u は終局曲率である。柱部Aは弾性域なので、終局時でも ϕ_y を越えることはないが、つりあい条件から、近似的に(c)に示したように、 ϕ_y' まで弾性的に追従するものと考え、一方、塑性ヒンジの部分は、簡略化して ϕ_u 一定値を取ると考える。すると、荷重載荷点で塑性ヒンジの重心

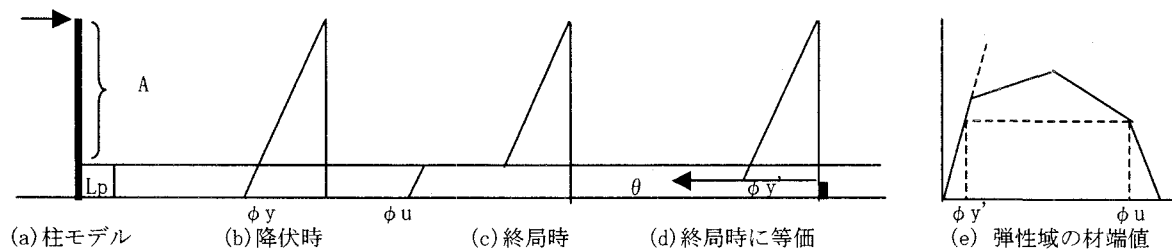


図-9 非線形要素のモデル化

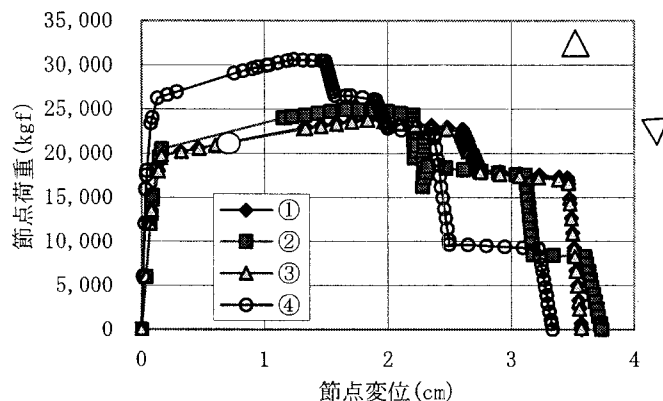


図-10 荷重変位曲線の比較

表-4 ケース④の荷重履歴

event	nm	m	step	U(cm)	F(kgf)
1	3	5	1	0.035	15,926
2	4	6	1	0.042	17,481
3	6	4	1	0.077	23,363
4	8	7	1	0.131	26,223
5	13	5	11	0.756	29,049
6	16	6	11	0.947	29,730
7	24	4	11	1.239	30,596
8	33	5	97	1.494	30,404
9	43	5	98	1.569	26,529
10	47	7	11	1.699	26,506
11	50	6	97	1.903	26,047
12	61	6	98	2.000	22,798
13	65	4	97	2.376	22,085
14	77	4	98	2.499	9,697
15	87	7	97	3.221	9,203
16	99	7	98	3.338	-11

位置で集中的に回転変形をとると考えるから、図(d)のように、弾性域は部材長 $L-L_p/2$ 、残りは剛域になって剛域長は $L_p/2$ をとるとみなすことができる。

塑性ヒンジは弾性域では無限大の剛性、降伏後に変形を始めて、終局時には回転角

$$\theta = \phi_u L_p - \phi_y' L_p/2 \quad (9)$$

をとる。第2項は部材長を塑性域まで延長したので、塑

性域内での弾性変形分の近似値を控除した。 ϕ_y' とは断面力の2値問題で、終局時の荷重に相当する曲率で、図(e)に概念を示した。こうすることで、非線形部材が存在するときにもつりあい条件を満足することができる。この剛域を考えたときの荷重変位関係を④とする(r05c4.dat)。

剛域を考えることは単に自由度の縮減をするだけでなく、桁落ちを防ぐのに大いに有効である。Cではdoubleは8バイト、15桁の有効数字をもっている。梁要素に比べばね要素は剛性が小さい。特にばね要素が降伏して、2次剛性に至るとき、さらに小さくなる。

剛性行列を合成するとき、桁落ちの可能性はある。剛域を扱うには、「非常に大きな」剛度の梁要素を扱うことで、事実上剛域を扱う

ことができるように考えられるが、桁落ちで非線形要素の剛性が正しく扱われないように注意する必要がある。

このモデル化では非線形要素は弾性域では剛とするから、剛域のうち、本来梁の部分の弾性挙動については見込んでいないことになる。つまり、弾性域ではこの梁部は弾性挙動をしているのに、モデル化では剛域、すなわち変形を無視することになるから、実際の部材長から、 $L_p/2$ だけ部材が短く評価されることになる。降伏後はモーメントシフトを繰り返して、終局時にモデル化した断面力分布に近づくことになる。着目するのは弾性域挙動でなく、非線形部材の非線形領域、あるいは、系の非線形領域の挙動であるので、この項目を無視することとする。弾性域における一部の弾性挙動分を無視しても、大きな影響を与えないと考えられた。

5. 考察

図-10に①-④を比較して示した。順に、①死荷重状態で断面力、②軸力変化を考慮し断面力を変化させたもの、③幾何学的非線形を考慮したもの、そして④隅角部の剛域を考慮したものの荷重変位曲線である。各要因の影響度がわかるよう、要因の重複はしていない。4)と同様に実験

結果から○降伏、△最大、▽終局の概略相当値を図上に示した。

表-4 にケース④のイベント発生を順に示した。全部で16個のイベントがある。nmは計算ステップの順位、mは非線形要素番号、stepは新しく移行する状態で記号は4)に同じ。U,Fは載荷節点における変位と荷重である。例えば、「最初6000kgfの幅で荷重載荷をはじめた。3段階目で要素5(左隅角部)で降伏を生じさせるので、二分法による収束計算を行ったところ、変位0.035cm 荷重15,926kgfにて収束結果を得た。」などとなる。以下要素6, 4, 7の順に降伏する。24段階で要素4が最大断面力に至ったとき、系は最大反力を示す。要素5が43段階で破壊に至った後、それぞれの部材の最大、終局、破壊を経て、最後に99段階で要素7が破壊する。このとき同時に系は崩壊に至り、計算上の誤差を無視すると反力0となる。最終的な変位は3.338cmとなる。

③は①と重なって、軸力による剛性の変化はこの場合にはほとんど影響しないと考えられる。この場合、軸力の合成に与える影響に関しては、弾性部材、非線形部材とも考慮している。

②の軸力の変化に伴う断面力の増減が全体の荷重変位関係に与える影響もそれほど支配的ではない。

一方で、④の隅角部の剛域を考慮した場合が実験における最大反力をほぼ再現できることがわかる。終局変位についてはなお、差異は大きい。

ただ、死荷重割合、死荷重変化状態、断面力の変化状態は構造ごとに異なるから、この検討結果が全てに適合するものではない。特に、この実験では死荷重相当分を作用させないので、軸力は実構造より小さいこと、実験では柱部の剛性を意図的に増大させていることに注意しないといけない。実際の挙動推定には④を基調に、②を考慮し、場合によっては③を含んでモデル化するケースも生じるとするのが妥当である。

また、いずれの結果においても系の終局変位は実験結果と比して大きく異なる。降伏変位も大きく異なる。今後、支持条件の確認、終局変位に精度のある実験、実橋における死荷重の卓越する場合の解析などで、この解析方法の適合性の検証が必要となる。

全体変形では隅角部(接合部)の変形が無視できない可能性がある。L,T,十字など隅角部(接合部)に応じた変形性能のモデル化を組み込むことで結果の改善が図られると推定される。ただ、最大反力とは異なり、もともと終局変位については安全側に定めたものであるから、実験における変位と一致させることを目標とはしない。単柱モデルとほぼ同レベルでの終局変位推定ができれば十分である。

本文に用いた入力データはcalの形式に忠実なfree formatに従って作成した。文中のファイル名は該当する入力データである。

6. 結論

本報告における結論は次のとおり

- 1) ラーメン構造の面内載荷で荷重変位曲線を求めるとき、軸力による断面力変化、軸力による幾何学的非線形、そして隅角部での剛域の影響について考察した。
- 2) 軸力による幾何学的非線形、及び隅角部での剛域の影響については簡単に骨組解析に組み込めるよう定式化を行った。
- 3) 対象とした実験ケースでは、軸力による断面力変化、軸力による幾何学的非線形の影響は小さく、隅角部での剛域を考えることの影響が大きかった。
- 4) 荷重変位曲線のうち、最大反力の再現は可能である。ただし、終局変位については再現するに至らなかった。
- 5) 終局変位の再現性を改善する可能性について考察した。

参考文献

- 1) 佐藤知明他：ファイバーモデルと準動的法を用いたRCラーメン橋脚の保有耐力解析，土木学会55回年講，平成12年9月
- 2) 山田正人：CFT ラーメン高架橋の構造物全体系じん性率と部材系じん性率に関する一考察，土木学会55回年講，平成12年9月
- 3) 瀬川信弘他：軸力変動を考慮したラーメン式橋脚の非線形静的解析法に関する一提案，土木学会55回年講，平成12年9月
- 4) 袴田文雄：破壊過程を考えたラーメン橋脚のpush over 解析，地震時保有耐力法シンポ第7回：2004年1月
- 5) 田口洵子他：RC ラーメン橋脚梁部のせん断力に関する実験的研究，コンクリート工学年次論文集，vol.24,No.2,2002,pp907-912