

## ゴム支承を用いた反力分散構造の減衰性評価に関する一考察

宇野州彦<sup>1</sup>・松田泰治<sup>2</sup>・大塚久哲<sup>3</sup>

<sup>1</sup> 学生会員 九州大学大学院 工学府建設システム工学専攻（〒812-8581 福岡市東区箱崎6-10-1）

<sup>2</sup> 正会員 博(工) 熊本大学教授 工学部環境システム工学科（〒860-8555 熊本市黒髪2-39-1）

<sup>3</sup> フェロー会員 工博 九州大学大学院教授 工学研究院建設デザイン部門（〒812-8581 福岡市東区箱崎6-10-1）

### 1. はじめに

1995年の兵庫県南部地震による被害経験から、道路橋の耐震設計においては部材の非線形挙動を考慮するとともに、地震時において複雑な挙動を示す構造物に対して、従来の静的解析だけでなく動的解析を義務づけ、精度の高い検討を行うことが求められている。近年、動的解析ツールが整備されつつあること、また、性能照査型設計への移行に伴い、非線形挙動を伴う応答の評価が一層重要となることから、橋梁の耐震設計においては非線形動的解析に基づく設計が主流になっていくものと予想される。動的解析を行う上では、モデル化や解析に必要な各種条件の設定方法の違いが、解析の結果、および耐震設計の結果に及ぼす影響が大きいことは既往の研究<sup>1)~7)</sup>においても指摘されている。本検討では、道路橋で大地震時に橋脚基部において非線形挙動を呈する2種類のモデルを対象とし、減衰のモデル化に対して、Rayleigh減衰とひずみエネルギー比例型で求めたモード減衰と等価な全体減衰行列の2つの減衰タイプを用いた場合について動的解析結果の比較を行い、両モデルともにそれぞれの応答が大

きく異なることを確認した。そして、減衰のタイプにより応答が大きく異なる原因について詳細に分析を行い、そこで明らかとなった減衰マトリクスを設定する際の留意点を示した。

### 2. 解析手法の概要

#### (1) 解析モデルおよびモデル化手法

Ⅱ種地盤A地域の、ゴム支承を用いて地震時水平力分散構造とした5径間鋼桁橋のうち中央側の橋脚に着目し、これを検討対象とした。

図-1に構造概要および解析モデルを示す。通常、橋脚のモデル化においては、塑性ヒンジ部を非線形はり要素、あるいは非線形ばね要素を用いることによってその部位のエネルギー吸収を表現する。よって本検討では、2種類のモデルを解析対象としてモデル化した（以下、図に示すようにそれぞれModel A, Model Bと称す）。桁は重心位置で集中質量によりモデル化し、フーチングを含むRC橋脚は二次元はり要素でモデル化した。質量は節点に集中質量として考慮した。橋脚基部は、先述したように非線形はり要素、あるいは非線

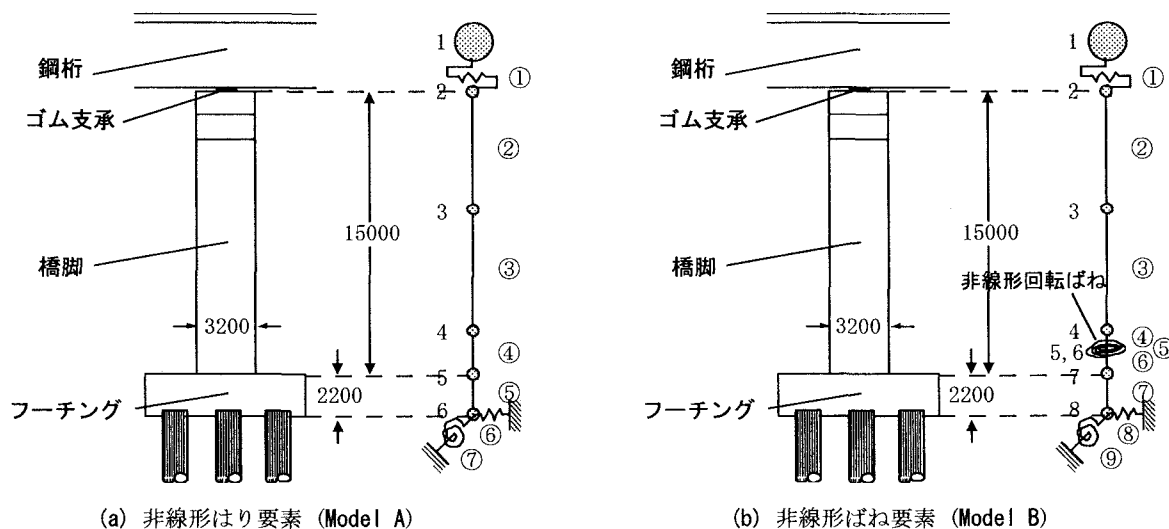


図-1 構造概要と解析モデル

形ばね要素で、基部以外は線形はり要素でモデル化した。はり要素、およびばね要素の非線形性は武田モデルで考慮した。ゴム支承は線形の水平ばねでモデル化した。フーチング下端には地盤ばねを考慮した。減衰定数はゴム支承の水平ばねを2%、地盤ばねを20%とした。橋脚部分のはり要素に対する減衰定数は非線形はり要素および非線形ばね要素を2%、線形はり要素を5%とした。

## (2) 減衰マトリクスの設定方法

減衰マトリクスの設定では2つの減衰タイプを考慮した。

### ① Rayleigh 減衰

2つの基準モードにおける振動数 $f_1$ 、 $f_2$ とそれに対する減衰定数 $h_1$ 、 $h_2$ よりパラメータ $\alpha$ と $\beta$ を設定する。

$$C = \alpha M + \beta K \quad (1)$$

C : 減衰マトリクス

M : 質量マトリクス, K : 剛性マトリクス

Rayleigh 減衰では、マトリクスを共有できるため解析に用いるコンピュータの容量を節約できるという利点があるが、 $\alpha$ 、 $\beta$ の算出に用いた2つの基準モード以外のモードは、減衰定数を正確に考慮できない欠点もある。

### ② モード減衰と等価な全体減衰行列

全ての振動モードの固有振動数と減衰定数を考慮して、式(2)により減衰マトリクスを設定する。

$$C = M \cdot [\Phi] \cdot [\zeta] \cdot [\Phi]^T \cdot M \quad (2)$$

ここで、

$$[\Phi] = [\{\phi_1\} \{\phi_2\} \cdots \{\phi_i\} \cdots]$$

$\{\phi_i\}$  :  $i$  次の固有ベクトル

$h_i$  :  $i$  次の減衰定数,  $\omega_i$  :  $i$  次の円振動数

モード減衰と等価な全体減衰行列の減衰評価手法では、線形系の各振動モードの減衰定数を忠実に表現できるという利点がある。

## (3) 入力地震動およびその他の解析条件

入力地震動は、レベル2地震動として道路橋示方書・同解説V耐震設計編<sup>9)</sup>を参考に、強震記録を振動数領域で振幅調整した加速度波形のうち、JR西日本鷹取駅構内地盤上NS成分波(Type II - II -1)を用いた。動的解析は、Newmark  $\beta$ 法( $\beta = 0.25$ )による直接積分法で

行った。積分時間間隔は0.0005秒とした。また、解析に使用したプログラムはTDAP IIIである。

## 3. 解析結果および結果の分析

### (1) 固有値解析結果および動的解析ケース

表-1にModel Aにおける減衰マトリクスの設定に用いるための固有値解析結果を示す。Rayleigh 減衰を用いるもので基準モードを有効質量比の大きな1次と2次の固有振動モードとしたものを[Case1]、Rayleigh 減衰を用いるもので基準モードを有効質量比が卓越する1次と3次の固有振動モードとしたものを[Case2]とした。図-2は[Case1]、[Case2]における固有振動数と減衰定数の関係を表したものである。この図よりわかるように、[Case1]はRayleigh減衰において高振動数領域の減衰定数が過大となっている。[Case2]は、Rayleigh 減衰において高振動数領域の減衰定数を[Case1]と比べ相対的に小さく設定したものである。また、[Case1]は有効質量比が大きい方から2つのモードを選定したケースであり、このような基準モードの選択は実務設計でしばしば行われている。ひずみエネルギー比例型で求めたモード減衰と等価な全体減衰行列を用いたものを[Case3]とし、Model Aにおける減衰マトリクスは以上の3ケースを設定した。

表-2にModel Bにおける減衰マトリクスの設定に用いるための固有値解析結果を、図-3に固有振動数と減衰定数の関係を示す。Model Aと同様の考え方により、[Case4]～[Case6]を定めた。

これらをまとめたケースを表-3に示す。本検討では、全6ケースについて解析を行った。

### (2) 動的解析結果

図-4はType II - II -1入力時の橋脚天端の応答変位の時刻歴を示したものである。

まずModel Aに着目すると、非線形挙動時に[Case1]～[Case3]で応答変位が大きく異なる理由として、図-2に示したように高振動数領域の減衰定数が過大評価されていることが考えられる。

本解析モデルは、表-1に示すように1次モードの有効質量比が52%とその他のモードの有効質量比と比較して大きい。また、線形挙動時には剛性が変化しないため高次の振動モードが励起されない。そのため[Case1]～[Case3]で高振動数領域の減衰評価に差異があるにも関わらず、加震開始から最初の約5秒間は線形挙動であるため、[Case1]～[Case3]でほぼ同様の応答を示している。これに対し、非線形挙動時には剛性の急変により非線形の振動モードが励起され、応答は大きくなる。Rayleigh 減衰とし、高次のモードの減衰

表-1 固有値解析結果 (Model A)

| 次数 | 固有周期 (s) | 固有振動数 (Hz) | 有効質量比 (%) | 減衰定数   |
|----|----------|------------|-----------|--------|
| 1  | 1.22     | 0.819      | 52        | 0.0675 |
| 2  | 0.384    | 2.61       | 26        | 0.129  |
| 3  | 0.0911   | 11         | 21        | 0.144  |
| 4  | 0.034    | 29.4       | 1         | 0.0968 |

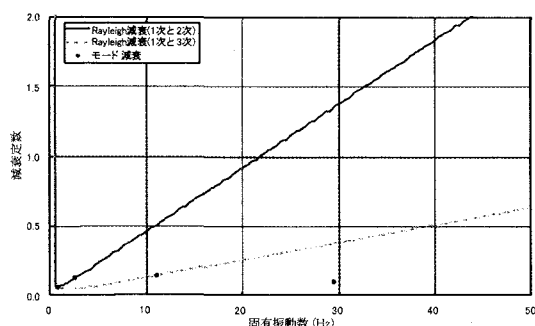


図-2 固有振動数と減衰定数の関係 (Model A)

表-2 固有値解析結果 (Model B)

| 次数 | 固有周期 (s) | 固有振動数 (Hz) | 有効質量比 (%) | 減衰定数   |
|----|----------|------------|-----------|--------|
| 1  | 1.23     | 0.815      | 53        | 0.0678 |
| 2  | 0.387    | 2.59       | 25        | 0.126  |
| 3  | 0.0927   | 10.8       | 21        | 0.143  |
| 4  | 0.0339   | 29.5       | 1         | 0.0951 |

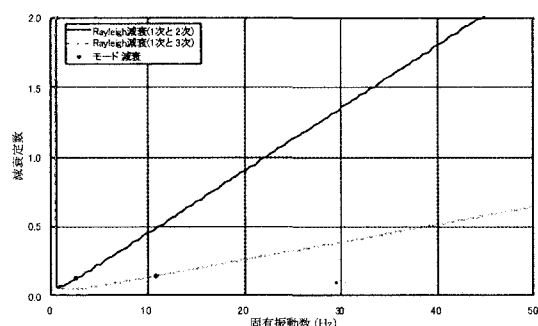


図-3 固有振動数と減衰定数の関係 (Model B)

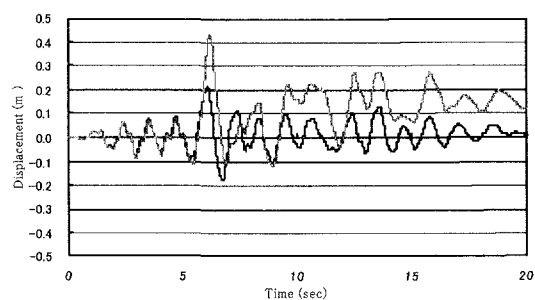
表-3 検討ケース

| 検討ケース | モデルタイプ  | 減衰マトリクスの設定方法      |
|-------|---------|-------------------|
| Case1 | Model A | Rayleigh減衰(1次と2次) |
| Case2 |         | Rayleigh減衰(1次と3次) |
| Case3 |         | 全モード減衰            |
| Case4 | Model B | Rayleigh減衰(1次と2次) |
| Case5 |         | Rayleigh減衰(1次と3次) |
| Case6 |         | 全モード減衰            |

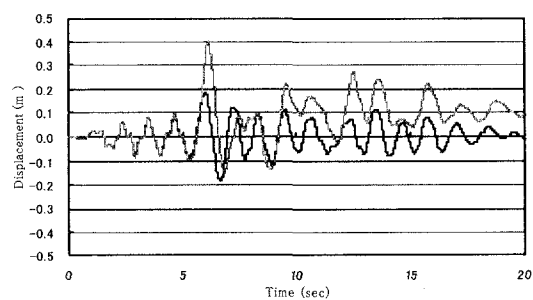
定数を[Case1]に比べ小さめに評価している[Case2]では非線形の振動モードの励起を低減させるような想定外の減衰力は作用していない。そのため、応答が大きく異なっている。

定数を正確に評価した[Case3]では非線形の振動モードの励起を低減させるような想定外の減衰力は作用していない。そのため、応答が大きく異なっている。

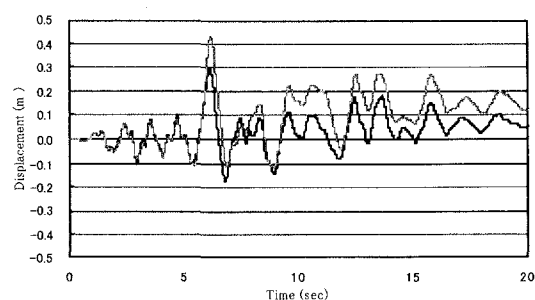
Model B に関しても同様のことが言える。Rayleigh減衰とし、高次のモードの減衰定数を[Case4]に比べ小さめに評価している[Case5]では非線形の振動モードの励起を低減させるような想定外の減衰力はややおさえられ、すべてのモードの減衰定数を正確に評価した[Case6]では非線形の振動モードの励起を低減させるような想定外の減衰力は作用していない。そのため、



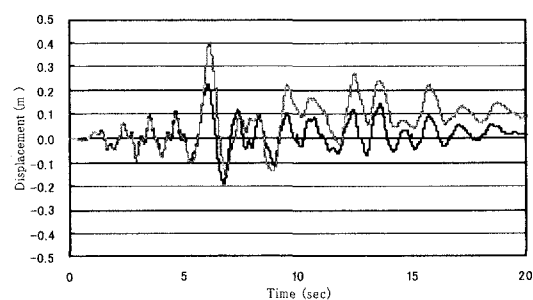
(a) Case1 と Case3



(c) Case4 と Case6



(b) Case2 と Case3



(d) Case5 と Case6

図-4 橋脚天端の応答変位時刻歴

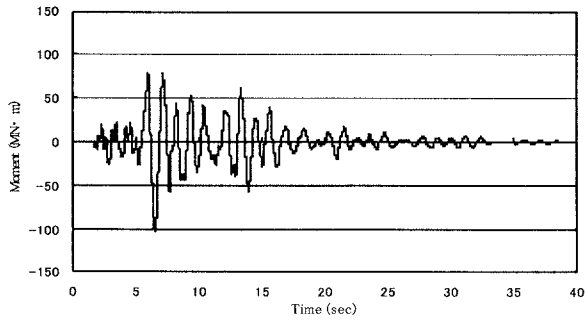


図-5 [Case1]における節点5の上下のモーメント差

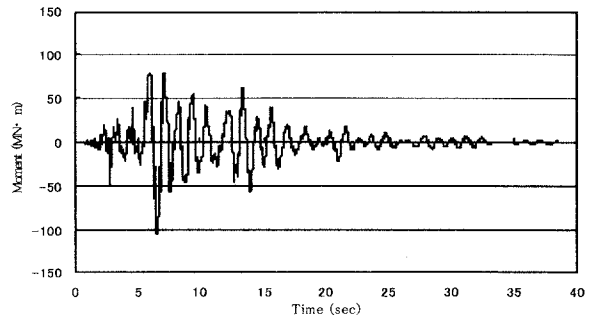


図-6 [Case1]における節点5に作用する回転方向減衰力

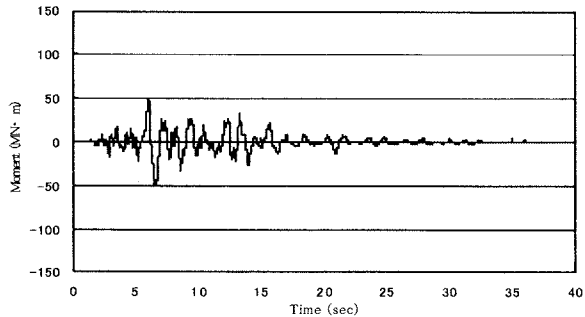


図-7 [Case2]における節点5の上下のモーメント差

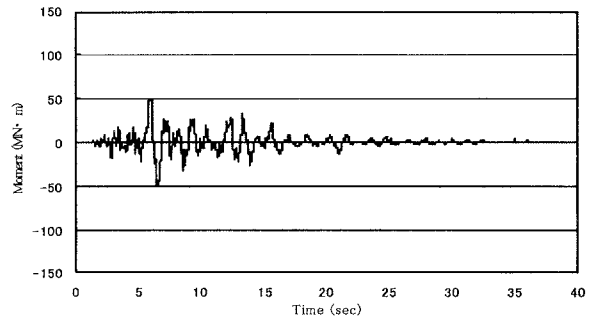


図-8 [Case2]における節点5に作用する回転方向減衰力

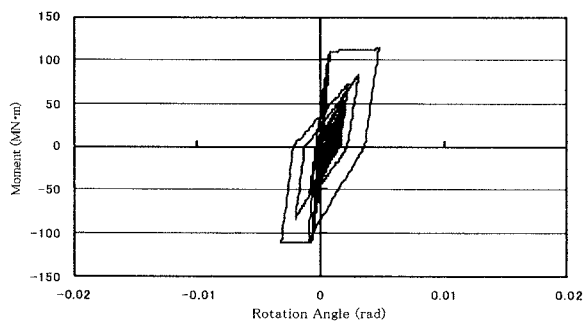


図-9 [Case1]における非線形はり要素のM-θ関係

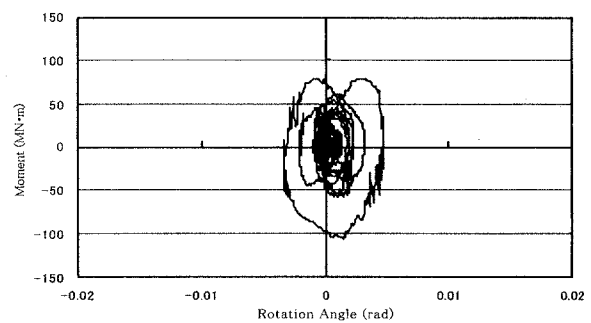


図-10 [Case1]における非線形はり要素の減衰力-θ関係

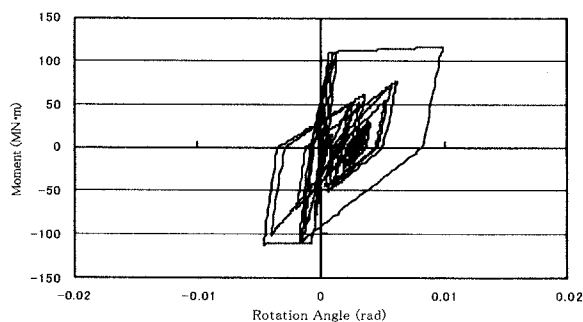


図-11 [Case2]における非線形はり要素のM-θ関係

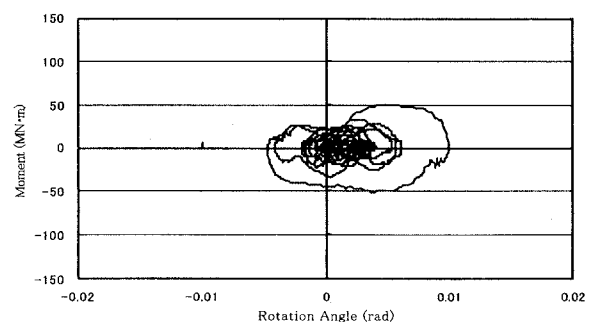


図-12 [Case2]における非線形はり要素の減衰力-θ関係

応答が大きく異なっている。したがって通常、実務設計でよくモデル化として考えられる非線形はり要素、非線形ばね要素のどちらを選定した場合であっても上記のような問題が発生することがわかる。

本検討では、橋脚基部の非線形特性をトリリニアで与えているため、はり要素およびばね要素が非線形領

域に入る解析ケースでは、剛性の急変を繰り返すことで、非線形の振動モードが励起される。

Rayleigh減衰では式(1)に示すように質量マトリクスと剛性マトリクスにそれぞれ係数 $\alpha$ 、 $\beta$ をかけたものの線形和で減衰マトリクスが構成されている。本検討では回転慣性を考慮しておらず、回転方向の減衰マト

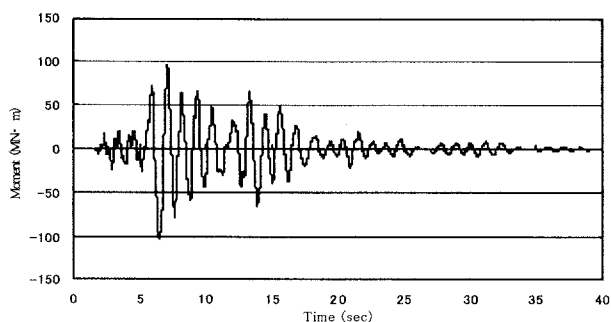


図-13 [Case4]における節点5の上下のモーメント差

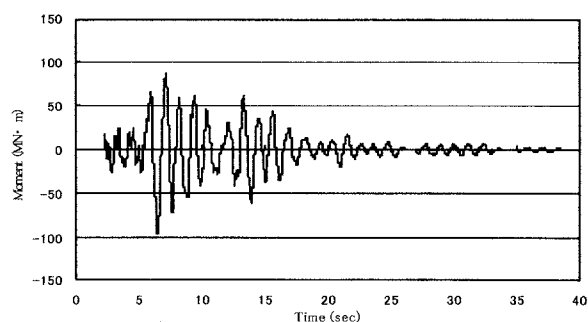


図-14 [Case4]における節点5に作用する回転方向減衰力

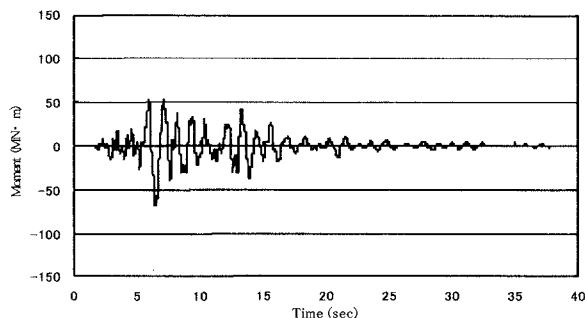


図-15 [Case5]における節点5の上下のモーメント差

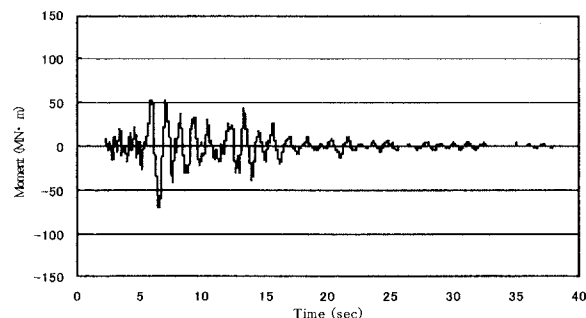


図-16 [Case5]における節点5に作用する回転方向減衰力

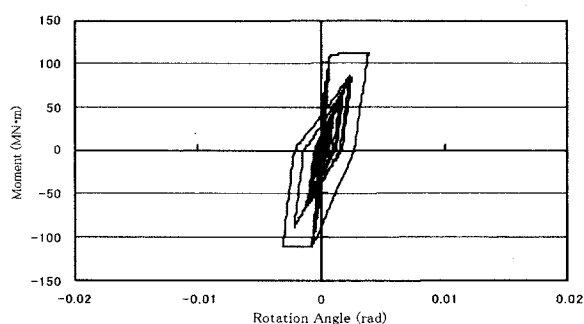


図-17 [Case4]における非線形ばね要素のM-θ関係

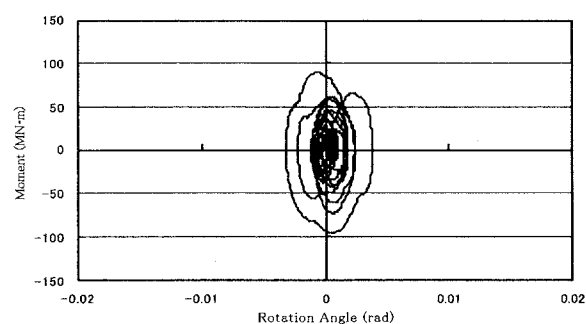


図-18 [Case4]における非線形ばね要素の減衰力-θ関係

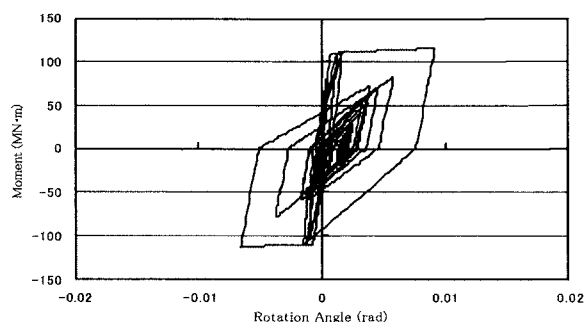


図-19 [Case5]における非線形ばね要素のM-θ関係

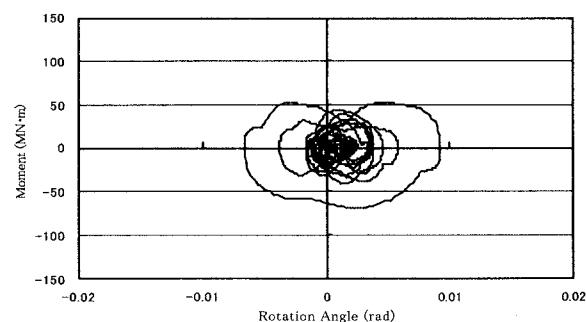


図-20 [Case5]における非線形ばね要素の減衰力-θ関係

リクスは回転方向の剛性マトリクスに係数 $\beta$ をかけたもののみで構成されている。つまり、回転方向の減衰マトリクスと上下の節点間の相対角速度との積が回転方向の減衰力(モーメント)として橋脚下端塑性ヒンジ部に作用する。図-5～図-8はModel Aの[Case1], [Case2]における橋脚下端塑性ヒンジ部の節点5の上

下のモーメント差と橋脚下端塑性ヒンジ部に作用する減衰力の時刻歴を示したものである。この図より、橋脚下端塑性ヒンジ部の節点上下のモーメントの差は、[Case1], [Case2]ともに橋脚下端塑性ヒンジ部に作用する回転方向の減衰力と一致していることがわかる。つまり、橋脚下端塑性ヒンジ部に作用する回転方向の

減衰力により橋脚下端塑性ヒンジ部の節点上下のモーメントに差異が生じたことになる。一方、ひずみエネルギー比例型で求めたモード減衰と等価な全体減衰行列では、本検討で回転慣性を考慮していないため、回転方向の減衰成分は存在せず、回転方向の減衰力は作用していない。

図-9、図-10は[Case1]における橋脚下端塑性ヒンジ部のモーメント-回転角関係、および減衰力-回転角関係を、図-11、図-12は[Case2]における橋脚下端塑性ヒンジ部のモーメント-回転角関係、および減衰力-回転角関係をそれぞれ比較したものである。図より、橋脚下端塑性ヒンジ部で吸収されたエネルギーと、減衰によって吸収されたエネルギーの割合を知ることができる。また、[Case1]は[Case2]と比較して減衰を過大に評価しているため、減衰力-回転角関係において[Case2]の方が[Case1]と比べ、モーメントが減少している。Model Bに関しても同様のことがわかる。図-13～図-16はModel Bの[Case4]、[Case5]における橋脚下端塑性ヒンジ部の節点5の上下のモーメント差と橋脚下端塑性ヒンジ部に作用する減衰力の時刻歴を示したものである。この図より、橋脚下端塑性ヒンジ部の節点上下のモーメントの差は、[Case4]、[Case5]ともに橋脚下端塑性ヒンジ部に作用する回転方向の減衰力と一致していることがわかる。つまり、橋脚下端塑性ヒンジ部に作用する回転方向の減衰力により、橋脚下端塑性ヒンジ部の節点上下のモーメントに差異が生じたことになる。一方、ひずみエネルギー比例型で求めたモード減衰と等価な全体減衰行列では、本検討で回転慣性を考慮していないため、回転方向の減衰成分は存在せず、回転方向の減衰力は作用していない。

図-17、図-18は[Case4]における橋脚下端塑性ヒンジ部のモーメント-回転角関係、および減衰力-回転角関係を、図-19、図-20は[Case5]における橋脚下端塑性ヒンジ部のモーメント-回転角関係、および減衰力-回転角関係をそれぞれ比較したものである。図より、橋脚下端塑性ヒンジ部で吸収されたエネルギーと、減衰によって吸収されたエネルギーの割合を知ることができる。また、[Case4]は[Case5]と比較して減衰を過大に評価しているため、減衰力-回転角関係において[Case5]の方が[Case4]と比べ、モーメントが減少している。

本来であれば、塑性化により履歴を描くことによってエネルギー吸収を果たすべきところが、粘性減衰のモデル化の影響により、粘性減衰による過大なエネルギー吸収が起こり、部材の変形が小さくなり、結果として応答結果に差異が生じてしまう。

また、質点に作用する回転方向の減衰力は減衰マトリクスの設定に用いる係数 $\beta$ にも比例する。表-4、表-

5からわかるように、Rayleigh減衰を設定する際の基準振動数 $f_1$ 、 $f_2$ の差が小さく、減衰定数 $h_1$ に対し $h_2$ が相対的に大きな[Case1]、[Case4]では定数 $\beta$ は大きく、基準振動数 $f_1$ 、 $f_2$ の差が大きい[Case2]、[Case5]では定数 $\beta$ は相対的に小さくなる。非線形挙動時は定数 $\beta$ が大きい[Case1]、[Case4]では節点に作用する回転方向の減衰力および節点の上下の材端モーメントの差異は大きく、定数 $\beta$ が小さい[Case2]、[Case5]ではそれらは相対的に小さい。

通常の実務設計では、Rayleigh減衰を設定する際の基準モードとして有効質量比が大きい方から2つのモードを選択することがしばしば行われる。今回検討を行ったモデルでは、基準振動数 $f_1$ 、 $f_2$ の差が小さく、なおかつ減衰定数 $h_2$ が $h_1$ に比べ大きいために係数 $\beta$ が大きくなり、高振動数領域の減衰を過大に評価する結果となった。このようなケースでは非線形挙動を伴う部位で想定外の過大な減衰力が作用して応答に大きく影響することが明らかになった。

このような状況を回避するためには、通常の耐震設計で対象とされる30～50Hz程度までの振動数領域において減衰定数の振動数依存性が不合理とならないように基準振動数 $f_2$ と減衰定数 $h_2$ を適切に選定し、係数 $\beta$ が過大とならないようRayleigh減衰を設定すべきである。そのようなRayleigh減衰の設定法として、基準振動数 $f_1$ を有効質量比の大きな1次の固有振動数とし、 $f_2$ を有効質量比に関係なく50Hzとする方法を提案する。減衰定数 $h_2$ は本モデルの部材減衰5%より、高次のモードの減衰を $h_2=0.05$ とする。

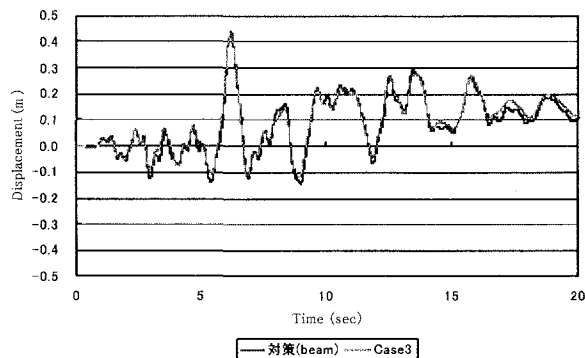
表-4、表-5よりわかるように、提案する方法では[Case1]、[Case2]および[Case4]、[Case5]と比較して、係数 $\beta$ が小さく設定される。図-21は、Type II-II-1を入力した際の橋脚天端の応答変位時刻歴である。Model A、Model Bともに、対策ケースでは非線形挙動時に高振動数成分が励起されており、対策ケースと全モード減衰はほぼ同じ挙動を示していることがわかる。図-22はType II-II-1を入力した際に橋脚下端塑性ヒンジ部に作用する回転方向減衰力の時刻歴を示したものである。著者らが提案する方法では[Case1]、[Case2]および[Case4]、[Case5]と比べ、橋脚下端塑性ヒンジ部に作用する回転方向の減衰力が小さくなっている。つまり、Rayleigh減衰を設定する際に基準振動数 $f_1$ を1次の固有振動数、 $f_2$ を50Hzとし、減衰定数 $h_2$ を対象橋梁の上部構造および橋脚部の部材減衰より決定することで、非線形要素に想定外の過大な減衰力が作用することを回避することが可能となる。

表-4 Rayleigh 減衰の設定における係数 (Model A)

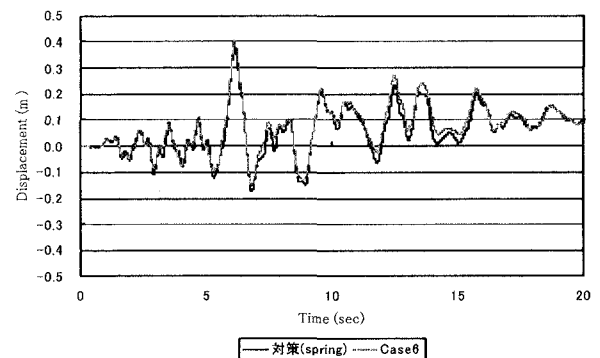
| モデルタイプ             | 基準振動数 |       | 基準減衰定数 |       | $\alpha$ | $\beta$  |
|--------------------|-------|-------|--------|-------|----------|----------|
|                    | $f_1$ | $f_2$ | $h_1$  | $h_2$ |          |          |
| [Case1]:1次と2次      | 0.819 | 2.61  | 0.0675 | 0.129 | 0.307    | 0.0146   |
| [Case2]:1次と3次      | 0.819 | 11.0  | 0.0675 | 0.144 | 0.587    | 0.00405  |
| [対策(beam)]:1次と50Hz | 0.819 | 50.0  | 0.0675 | 0.05  | 0.686    | 0.000311 |

表-5 Rayleigh 減衰の設定における係数 (Model B)

| モデルタイプ               | 基準振動数 |       | 基準減衰定数 |       | $\alpha$ | $\beta$  |
|----------------------|-------|-------|--------|-------|----------|----------|
|                      | $f_1$ | $f_2$ | $h_1$  | $h_2$ |          |          |
| [Case4]:1次と2次        | 0.815 | 2.59  | 0.0678 | 0.126 | 0.318    | 0.0144   |
| [Case5]:1次と3次        | 0.815 | 10.8  | 0.0678 | 0.143 | 0.587    | 0.00410  |
| [対策(spring)]:1次と50Hz | 0.815 | 50.0  | 0.0678 | 0.05  | 0.688    | 0.000248 |

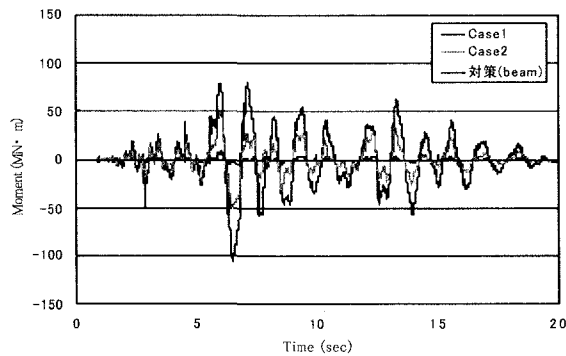


(a) 対策(beam)とCase3

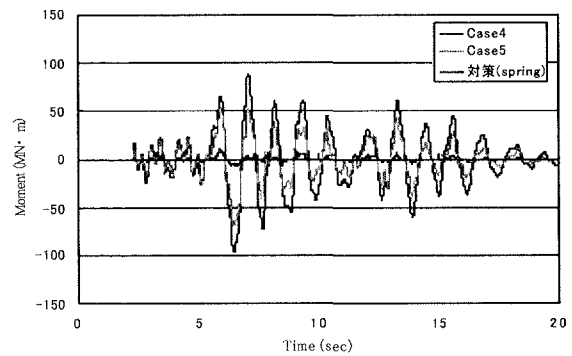


(b) 対策(spring)とCase6

図-21 橋脚天端の応答変位時刻歴



(a) Model A



(b) Model B

図-22 非線形挙動時に橋脚下端の塑性ヒンジ部に作用する回転方向減衰力の時刻歴

#### 4. まとめ

Rayleigh 減衰やモード減衰と等価な全体減衰行列といった減衰マトリクスの設定方法の違いが非線形動的解析の結果に及ぼす影響について検討を行った。その結果得られた知見をまとめて以下に示す。

- 通常の実務設計でモデル化される塑性ヒンジ部の2つのケース、非線形はり要素と非線形ばね要素では

動的解析で同じような問題点が指摘できた。従って、要素の種類を問わず、Rayleigh 減衰の設定に関する問題は発生することが示された。

- Rayleigh 減衰を設定する際の基準振動数  $f_1$ ,  $f_2$  の差が小さく、なおかつ減衰定数  $h_2$  が  $h_1$  に比べ大きなケースでは、非線形挙動を伴う部位で想定外の減衰力が作用するため応答を精度よく評価することが困難となる。

- ・ Rayleigh減衰を用いて非線形挙動を評価する際には、有効質量比の大小に関わらず、基準振動数 $f_1$ 、 $f_2$ の差が小さく、なおかつ減衰定数 $h_2$ が $h_1$ に比べ大きくなるように設定することは避けるべきである。通常の耐震設計で対象とされる30～50Hzまでの振動数領域において減衰定数とモード減衰定数との間で著しい差が生じないように基準振動数 $f_2$ と減衰定数 $h_2$ を設定することが望ましい。
- ・ Rayleigh減衰を用いた場合でも基準振動数 $f_1$ を有効質量比の大きな1次固有振動数、 $f_2$ を50Hzとし、 $h_2$ を対象とする橋梁の上部構造および橋脚部の部材減衰より決定することで、想定外の過大な減衰力の発生を極力抑え、非線形挙動の評価が可能となる。
- ・ モード減衰と等価な全体減衰行列を用いた場合は、想定外の過大な減衰力は作用せず、非線形挙動による高振動数成分の励起を含む応答が評価可能となる。

上記のRayleigh減衰設定上の問題は著しい非線形挙動を伴うはり要素およびばね要素が存在する場合の構造物の応答評価において一般に起こりうる問題である。特に本研究で検討対象とした地震時水平力分散構造をはじめとして、ラーメン橋や免震構造、すべり支承を用いた構造の減衰評価においてはその応答に及ぼす影響が顕著となる。実務設計者はそれぞれのタイプの減衰の特性を十分に熟知した上で、構造物の非線形挙動の評価を行うことが重要と考えられる。

## 参考文献

- 1) (財)土木研究センター：平成9・10年度 耐震設計ソフトウェアに関する研究委員会報告書，1999
- 2) 矢部正明：粘性減衰のモデル化の違いが非線形応答に与える影響，第4回地震時保有耐力法に基づく橋梁の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集，pp. 101-108, 2000. 12
- 3) 室野剛隆，滝沢聡，畠中仁，棚村史郎：非線形動的解析に用いるRayleigh減衰のモデル化に関する提案，第4回地震時保有耐力法に基づく橋梁の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集，pp. 115-122, 2000. 12
- 4) 監崎達也，伊津野和行：すべり摩擦型免震支承のモデル化における初期剛性と減衰の与え方に関する検討，第26回地震工学研究発表会講演論文集，pp. 1073-1076, 2001
- 5) 松田泰治，大塚久哲，山田純司：ゴム支承を用いた反力分散構造の減衰設定に関する一考察，第6回地震時保有耐力法に基づく橋梁等構造の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集，pp. 411-416, 2003. 1
- 6) 松田泰治，大塚久哲，宇野州彦：PC連続ラーメン橋の減衰性評価に関する一考察，第7回地震時保有耐力法に基づく橋梁等構造の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集，pp. 143-148, 2004. 1
- 7) 小倉祐介，運上茂樹：非線形動的解析における粘性減衰のモデル化に関する一考察，第7回地震時保有耐力法に基づく橋梁等構造の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集，pp. 155-162, 2004. 1
- 8) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，V・耐震設計編，2002. 3