

履歴減衰に基づく RC 橋脚の減衰機構の考察

青戸拡起¹・高梨和光²

¹ 株式会社 フォーラムエイト 宮崎支社（〒889-1603 宮崎市学園木花台西2-1-1）

² 正会員 清水建設 株式会社（〒105-8007 東京都港区芝浦一丁目2-3 シーバンスS館）

1. はじめに

1995年1月17日、我が国の戦後災害史上未曾有の大惨事を引き起こした阪神淡路大震災が起きた。さらに、東海地震、東南海/南海地震、首都圏直下型地震、宮城県沖地震など、大都市を含む地域への次の地震の襲来が危惧されている。さらに、2004年10月23日17時56分頃に発生した新潟県中越地震では、阪神・淡路大震災以降はじめて震度7を記録した直下型大地震で上越新幹線や関越自動車道に代表される広域的な社会基盤システムに甚大な被害をもたらした。

このような地震被害に対して、阪神淡路大震災を契機として、構造物の動的非線形解析が実務においても活用されてきている。例えば、道路橋示方書耐震設計編では、地震時挙動を合理的に照査できる動的照査法を静的照査法と並列に記述されている。今後、「性能設計」への移行が進み、動的照査法を加味した性能規定型の基準改訂が見込まれる。このように構造物等の地震時、安全性確保のためには、構造物の減衰特性の把握が必要である。

一方、計算機環境の向上から、橋梁の耐震設計で（材料）非線形を考慮した動的解析が積極的に利用されるようになってきている。このとき、比較的大規模なモデルの解析も少なくない。特に、非線形性を考慮した動的解析においては時刻歴応答解析法を用いることが多くなっている。動的解析では非線形部材の要素モデル化が重要であると同時に、減衰マトリクスを正しく考慮する必要がある。鋼材はそれが降伏しない限り線形材料であるが、減衰挙動を粘性減衰でモデル化することが多い。しかし、鉄筋およびコンクリート（以下、RC）などの非線形材料からなる部材は、その材料非線形に起因する「履歴減衰」が支配的で、「粘性減衰」は付加しなくてもよい¹⁾⁵⁾といわれている。

本論文は、対数減衰率の考え方を応用して RC 部材の減衰特性を考察するとともに、要素モデルの違いや減衰定数が部材、免震支承の最大応答に与える影響を考察したものである。

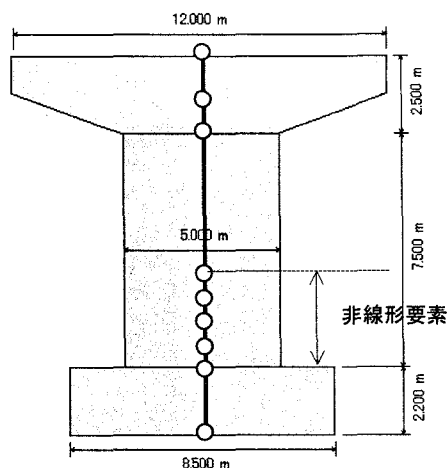
2. 解析モデル

(1) 対象および解析モデル

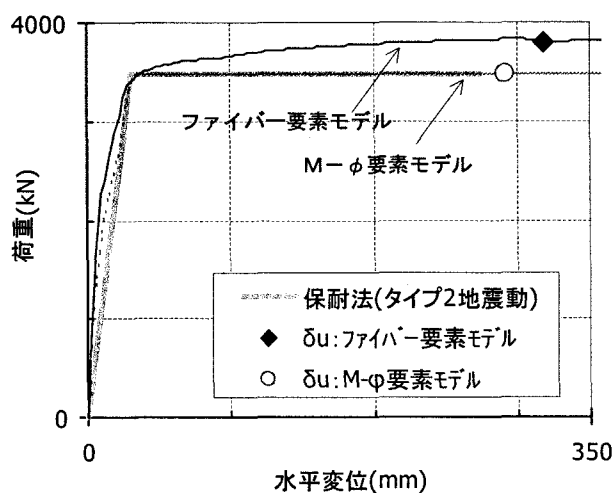
矩形 RC 断面を有する橋脚高さが 10m の標準的な単柱式橋脚²⁾を対象とし、その橋軸方向に着目した。フーチング底面は固定とした。橋脚天端には 600t の集中質量を与え、躯体は調和質量マトリクスとした（図-1(a)）。減衰マトリクスについては、要素別剛性比例減衰を用いる。解析コードは、UC-win/Frames(3D)を用いる^{10) 11)}。

後述する履歴モデルを適用して、ファイバー要素（3次元）による解析と M-φ 要素（Takeda モデル）による解析を行う。ファイバー要素は部材両端で剛性を制御し、M-φ 要素は要素中央で剛性を制御するモデルとした。柱基部の非線形要素の長さについて、道示 V⁶⁾ 仮定されている曲率分布の仮定を参照し、解析モデルの曲率分布と一致するよう設定した。すると本論文で用いている要素の長さは、ファイバー要素は $2 \times L_p$ 、M-φ 要素は L_p となる。また、非線形要素とする領域は柱基部から $4 \times L_p$ の領域としている。 L_p は道示 V で定義される塑性ヒンジ長（＝塑性曲率が一定となる領域）である。

各モデルの荷重変位関係は図-1(b)のようになり、地震時保有水平耐力法（タイプ2地震動）と解析モデルの終局変位は比較的良く一致する。ここで、終局状態の定義は、ファイバー要素モデルではその最外縁軸方向鉄筋位置の圧縮ひずみがコアコンクリートの終局ひずみに達した点であり、M-φ 要素モデルでは塑性ヒンジ中央の曲率が終局曲率に達した状態としている。



(a) 解析モデル



(b) 荷重変位特性

図-1 解析モデルとその特性

(2) 非線形部材の要素モデル

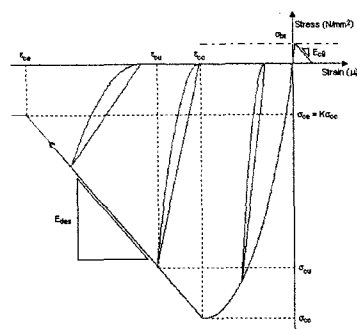
a) ファイバー要素

図-2 に、ファイバー要素に用いた材料非線形モデルを示す。

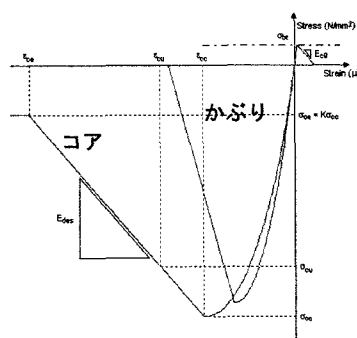
鉄筋はひずみ硬化を表現し、M-P モデルによってバウシinger効果を考慮している⁹⁾ (図-2(c))。その骨格は、ひずみ硬化領域をより正確にモデル化するためにトリリニア型としている。

コンクリートは、その骨格を道示 V⁶⁾10.4 に準じて設定している。ただし、引張領域はひびわれ発生後の軟化を初期ヤング係数の 1/10 程度の直線で与えている。圧縮領域の履歴特性は、徐荷特性は 2 次曲線、再載荷特性は最大圧縮点を指向する直線としている。また、圧縮履歴がその最大応力点に達した後は引張応力が発生しない、経路依存型の構成則となっている。引張領域の徐荷・再載荷特性は、初期剛性をもつ直線で与えている (図-2(a))。引張から圧縮に向

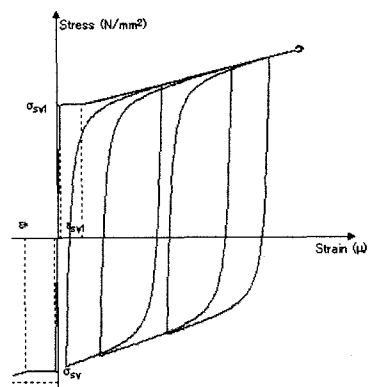
かう際の再接触、および付着応力は考慮していない。また、かぶりコンクリートは横拘束効果が及ばないものとし、その骨格特性をコアコンクリートと区別している⁸⁾ (図-2(b))。



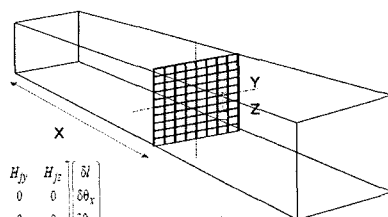
(a) コンクリート



(b) かぶり/コア



(c) 鉄筋



(d) ファイバー要素

$$\begin{Bmatrix} \delta V \\ \delta M_x \\ \delta M_y \\ \delta M_z \\ \delta M_{x'} \\ \delta M_{y'} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} F & 0 & H_y & H_z & H_{y'} & H_{z'} \\ 0 & K_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ H_y & 0 & K_{yy} & K_{yz} & 0 & 0 \\ H_z & 0 & K_{yz} & K_{zz} & 0 & 0 \\ H_{y'} & 0 & 0 & 0 & K_{y'y'} & K_{y'z'} \\ H_{z'} & 0 & 0 & 0 & K_{y'z'} & K_{z'z'} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta u \\ \delta \theta_x \\ \delta \theta_y \\ \delta \theta_z \\ \delta \theta_{x'} \\ \delta \theta_{y'} \end{Bmatrix}$$

図-2 ファイバー要素に適用する材料履歴モデル

減衰マトリクスは要素別剛性比例（初期剛性使用）を用いている。ただし、コンクリートはその詳細な非線形材料履歴により履歴減衰による減衰が十分に考慮されることから、コンクリート部分の粘性減衰は作用しないものとした。一方、鋼材は線形域でも減衰自由振動が認められることから、鉄筋には5%の粘性減衰定数を与え鉄筋分の剛性のみに比例させることとした。よって、ファイバー要素に生じる粘性減衰力は、非常に小さい。

以後、この要素を用いた解析モデルを、ファイバー要素モデルと呼ぶことにする。

b) M-φ要素

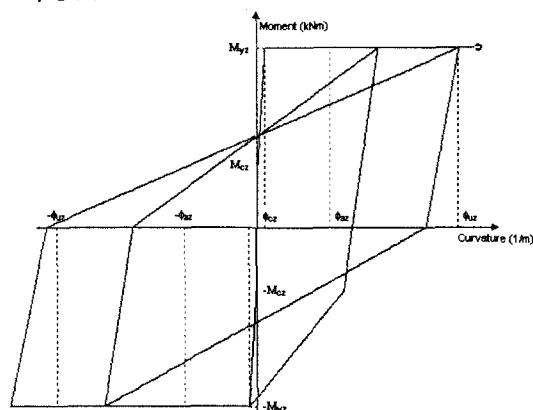


図-3 M-φ要素に適用する履歴モデル
(Takeda モデル)

図-3 に、M-φ要素に用いた履歴モデル（Takeda モデル³⁾）を示す。ひびわれ、初降伏、終局を結びトリリニア型としたが、塑性ヒンジ部については地震時保有耐力法の荷重変位関係に一致するよう調整している。徐荷時剛性低下指数は0.5とした。

減衰マトリクスはファイバー要素モデルと同様、要素別剛性比例（初期剛性使用）を用いた。なお、以降の検討では非線形部材に0%～10%の間で粘性減衰定数を変化させその影響を検討している。ファイバー要素モデルと同様、線形部材の等価粘性減衰は考慮していない。

以後、この要素を用いた解析モデルをM-φ要素モデルと呼ぶ。

3. 非線形系の自由振動に関する検証

1) 対数減衰率からの非線形粘性減衰定数の同定

線形系の振動において粘性減衰定数を算定する方法として、対数減衰率による方法がある。これは、自由振動波形の各振幅から対数減衰率 λ を求め、粘性減衰定数を式(1)より同定する方法である⁴⁾。

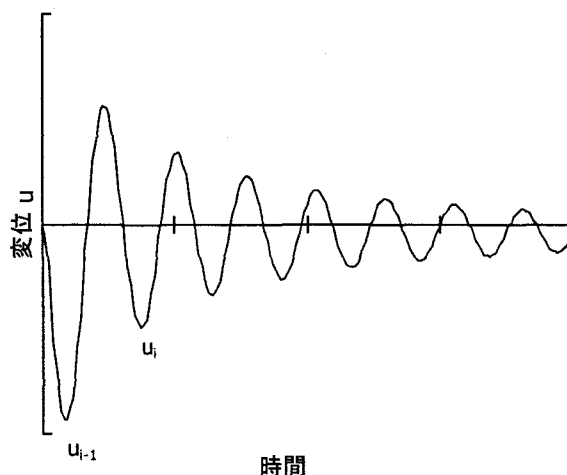


図-4 自由振動波形の例

$$\lambda = \log_e(u_{i-1}/u_i) \doteq 2\pi h \quad (1)$$

ここで、 λ : 対数減衰率
 h : 粘性減衰定数

これは、減衰自由振動波形があればそれから直接その粘性減衰定数を簡単に評価できる利点がある。

本論文では、この方法を非線形系の自由振動に応用する。時刻歴波形から線形部材であれば、この対数減衰率はどの区間の隣り合う振幅を用いても一定となるが、非線形系では一定とならない。そこで、本論文では時刻 t における対数減衰率を式(2)のように定義する。

$$\lambda(t) = \lambda_i = \log_e(u_{i-1}/u_i) = 2\pi h_{\lambda i} \quad (2a)$$

$$\therefore h_{\lambda i} = \lambda_i / 2\pi \quad (2b)$$

ここで、 λ_i : i 番目と $i-1$ 番目の振幅より求めた対数減衰率

$h_{\lambda i}$: 対数減衰率 λ_i から決まる減衰定数

非線形系の自由振動の場合は履歴減衰の効果が振幅の大きさによって異なるので、この減衰定数 $h_{\lambda i}$ は時間を追って変化することになる。図-5に、ファイバー要素モデルを用いて2章に示したRC橋脚を自由振動させ、式(2)から得られる減衰定数 $h_{\lambda i}$ の時間変化を整理した。時間の経過に伴い減衰定数 $h_{\lambda i}$ が小さくなっていくことが確認できる。従って、対数減衰率を用いることで、履歴エネルギーの変化に伴う減衰効果の変化が表現できるものと考えられる。

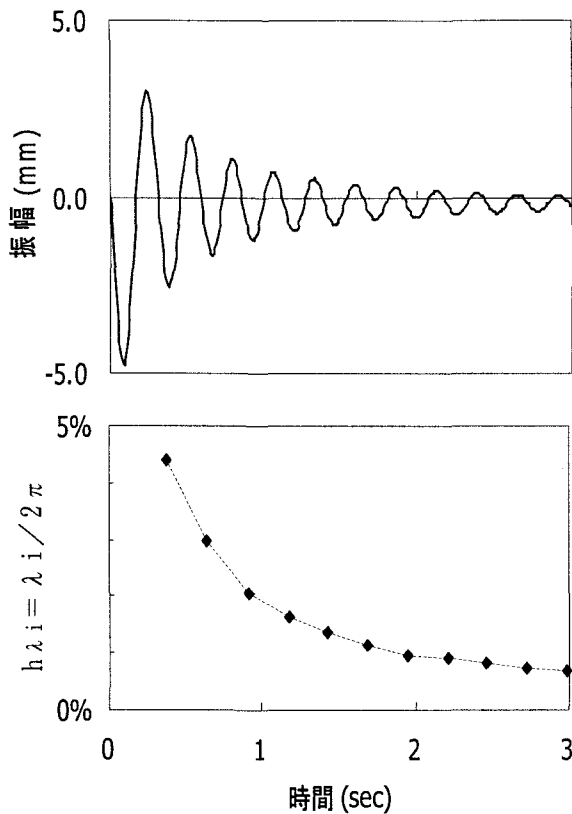


図-5 非線形系の自由振動波形の例とその対数減衰率から求めた減衰定数 $h_{\lambda i}$
(わずかにひびわれが発生する程度の応答)

また、履歴減衰を定量的に表現する手法として、定常履歴ループ時での等価粘性減衰定数 h_{eq} が用いられることがある⁷⁾。例えばバイリニア Takeda モデルの場合、次式で表される。

$$h_{eq} = (1/\pi) \cdot (1 - 1/\sqrt{\mu_{eq}}) \quad (3)$$

ここで、 h_{eq} : 定常履歴ループ時での等価粘性減衰定数

μ_{eq} : 有効応答塑性率。応答塑性率の 0.7 倍とすることが多い。

これは、時間的な減衰特性の変化や自由振動特性を直接表すものではない。本論文では、対象構造物が 1 自由度系の振動性状を示すことから、自由振動の減衰特性を直接表すことができる対数減衰率に着目して、これを応用することとした。

これ以降の結果は、1 番目（最大変位発生点）と 2 番目の振幅から得られる対数減衰率 λ_1 から求めた減衰定数 $h_{\lambda 1}$ に着目して、非線形系の自由振動特性について考察する。

(2) 最大応答塑性率と対数減衰率

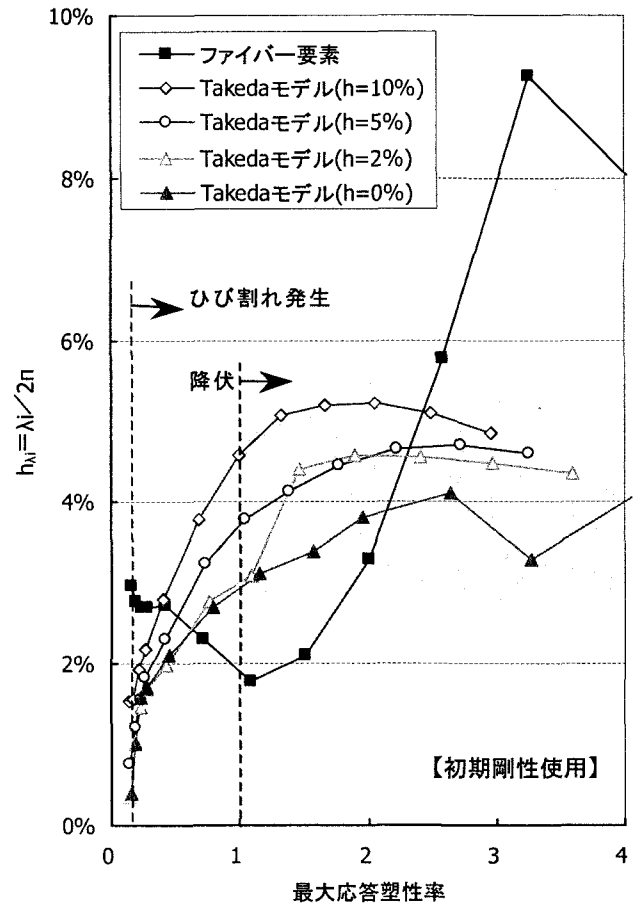


図-6 最大応答塑性率と減衰定数 $h_{\lambda 1}$ の関係
(初期剛性使用)

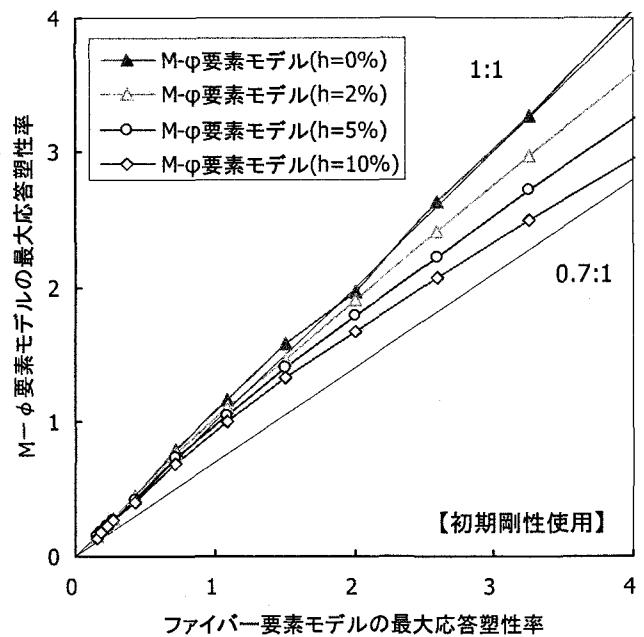


図-7 最大応答塑性率の比較
(初期剛性使用)

初期加速度を変化させることにより、自由振動

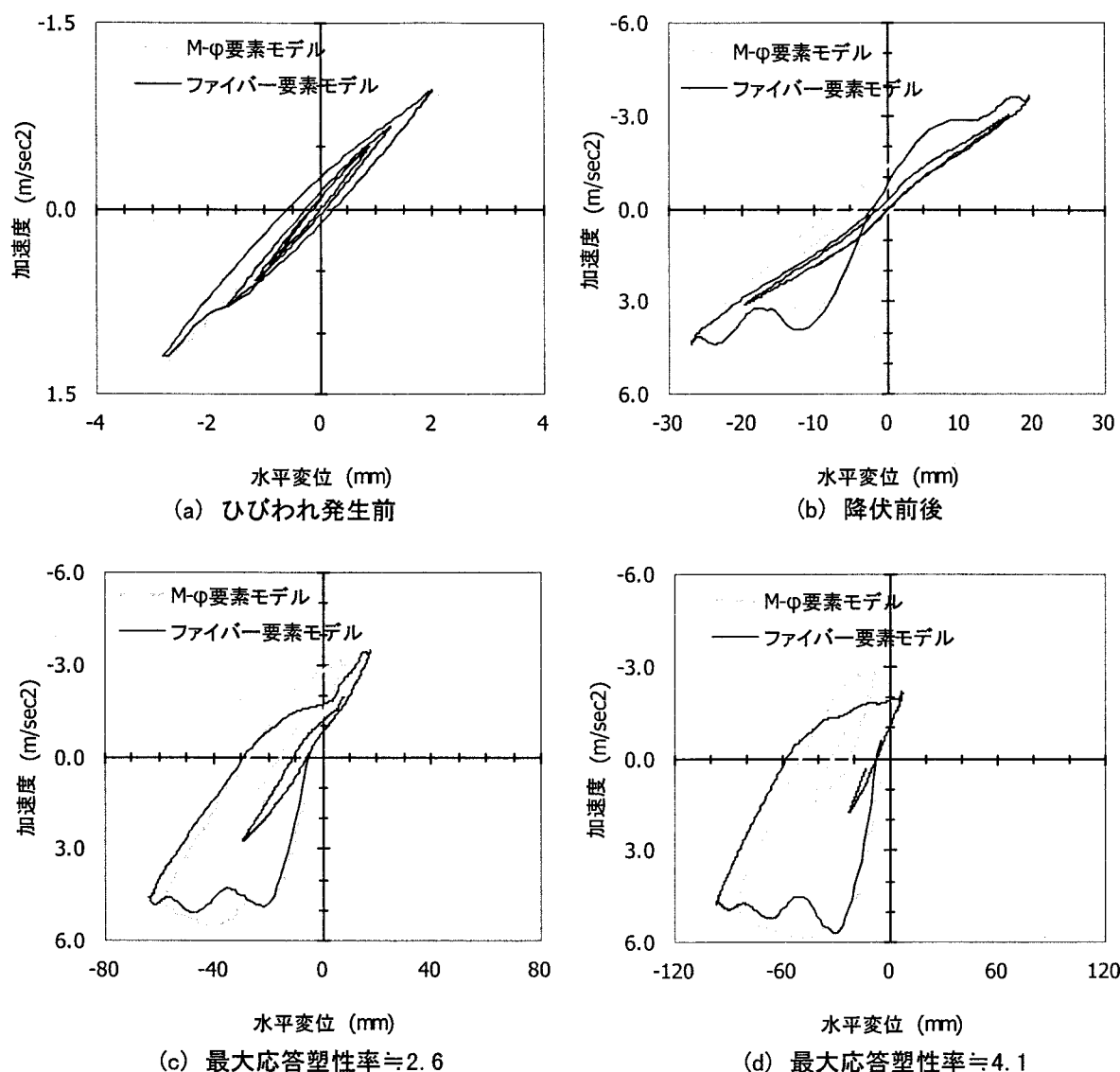


図-8 応答加速度—変位の履歴図

の最大振幅を変化させて、減衰定数 $h_{\lambda 1}$ と最大応答塑性率の関係を整理した (図-6)。M- ϕ 要素モデルでは、非線形部材に与える粘性減衰定数 h を変化させた。応答塑性率は、最大応答変位/降伏変位である。

ファイバー要素モデルの減衰特性は、極小値を持つのが特徴である (以降、これを“減衰の谷”と証する)。塑性率が1付近までは、断面内にひびわれが進行、すなわち圧縮領域の縮小に伴い履歴エネルギーが小さくなり減衰定数 $h_{\lambda 1}$ が徐々に減少していく。しかし、最大応答塑性率が1を超えると鉄筋の履歴エネルギーが付加されるため、最大応答塑性率の上昇にほぼ比例して減衰定数 $h_{\lambda 1}$ が増加する。一方、M- ϕ 要素モデルでは、応答塑性率の増大に伴い減衰定数 $h_{\lambda 1}$ が右上がり増加するが、ある塑性率で頭打ちとなる傾向があり“減衰の谷”は見られない。また、非線形部材に与える粘性減衰定数 h を大きく

すると、減衰定数 $h_{\lambda 1}$ も増加している。すなわち、非線形履歴による履歴減衰に加え、減衰マトリクスによる粘性減衰が付加されると、橋脚全体の減衰効果が増大することが表れている。このとき、塑性化した場合では減衰定数 $h_{\lambda 1}$ で3%~5%の効果になる。しかし、最大応答塑性率が1未満の領域において、特にひびわれ発生前後では減衰定数 $h_{\lambda 1}$ にして2%にも満たない。最大応答塑性率が2を超えるとファイバー要素モデルの減衰定数 $h_{\lambda 1}$ は非常に大きくなり、M- ϕ 要素モデルに大きな粘性減衰を付加しても、ファイバー要素モデルに比べて不足する状態を表している。この状態は、応答塑性率の小さいひびわれ発生前後の領域においても同様である。

図-7に、この時のファイバー要素モデルとM- ϕ 要素モデルの最大応答塑性率の比較を示す。このとき、M- ϕ 要素モデルにおいて粘性減衰を大きく付加すると、ファイバー要素に比べ最大応答塑性率が

減少し、最大 70%程度までになる。特に、応答塑性率の大きい時にその傾向が強いのが特徴である。しかし、粘性減衰定数 h を付加しなければ、応答塑性率の大小に関係なく、M- ϕ 要素モデルとファイバー要素モデルはほぼ同等の結果が得られることがわかる。

図-8 に、この時のファイバー要素モデルと M- ϕ 要素モデル ($h=5\%$) の橋脚天端位置における応答加速度-変位図を示す。(a) はひびわれ発生前、(b) は降伏前後、(c) は最大応答塑性率が 2.6 程度の時、(d) は最大応答塑性率が 4.1 程度の時の図である。材料非線形を考慮したファイバー要素では、ひびわれ発生前でも明確に履歴減衰が得られることがわかる。M- ϕ 要素モデルは線形域での応答のため、履歴の面積は粘性減衰定数の大きさに依存することになる。しかし、降伏前後では大きく履歴の形状が異なり、M- ϕ 要素モデルに比べてファイバー要素モデルの履歴面積が小さい。これは、ファイバー要素モデルでは断面内のひびわれが進行し、すなわち履歴エネルギーが発生する圧縮領域が縮小したためと考えられる。最大応答率が 2.6 程度では、M- ϕ 要素モデルとファイバー要素モデルで履歴挙動に顕著な違いは見られず、対数減衰率で評価した減衰定数がほぼ同等になったものと思われる。最大応答率が 4.1 程度では、M- ϕ 要素モデルとファイバー要素モデルで最大応答発生後の履歴挙動に顕著な違いが見られ、対数減衰率で評価した減衰定数の違いにつながったものと思われる。

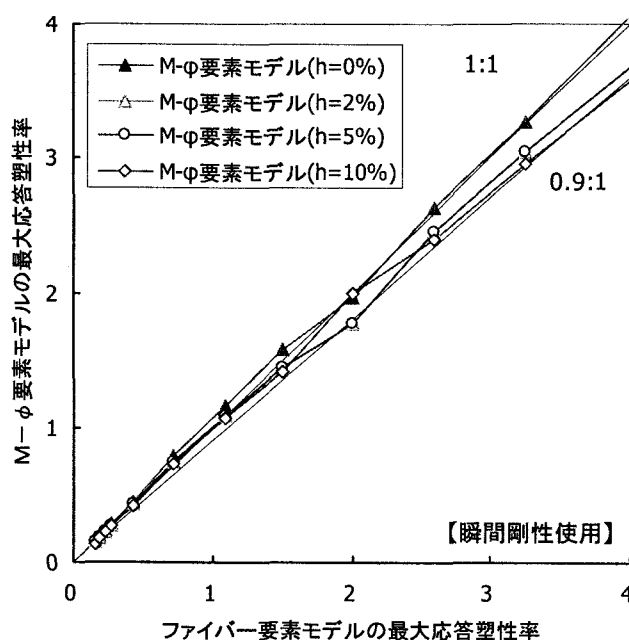


図-9 最大応答塑性率の比較
(非免震、瞬間剛性使用)

ファイバー要素モデルと粘性減衰を与えない M- ϕ 要素モデルは、その履歴減衰特性、すなわち、自由振動特性が大きく異なったものの、この自由振動の最大応答量には全くといっていいほど影響が無いと言える。しかし、M- ϕ 要素モデルは、ひびわれ発生前は線形部材として挙動するため、履歴減衰が発生せず、それを粘性減衰により補わなければならない。この結果、特に塑性率の大きな応答において、ファイバー要素の応答を大きく下回ることになってしまう。

そこで、同じ要素別剛性比例減衰を、今度は「瞬間」剛性に比例させる形で適用し、同様に M- ϕ 要素モデルに与える粘性減衰定数 h を変え最大応答に与える影響を整理した (図-9)。すると、応答塑性率の大きな領域での差異を縮めることができることがわかる。しかし、その分粘性減衰の作用が小さいため、数値計算上、積分時間間隔を 1/1000 以下にするなど収束解を得るために相当の工夫が必要であった。

4. 地震による非線形系の振動に関する検証

実際の地震時の応答は、数回の大きな振幅を経験した後に最大応答が発生するはずであり、自由振動の特性と異なることが予想される。ここでは不規則な地震応答による最大応答に着目して、ファイバー要素モデルと M- ϕ 要素モデルの最大応答の特徴を検証する。

(1) 非免震橋脚の最大応答と粘性減衰定数

道路橋示方書⁶⁾に記載されている、レベル 2 地震動 I 種地盤用の標準波形 6 波を用いて解析を行い、その最大応答塑性率を整理した (図-10)。

前章の検証と同様、M- ϕ 要素モデルで粘性減衰定数 h を 0 とした場合は、ファイバー要素モデルとほぼ同等の最大応答を得ている。また、タイプ I 地震動、タイプ II 地震動の違いによる明確な傾向の差異も見られない。しかし、粘性減衰を大きく付加すると M- ϕ 要素モデルの最大応答は大きく減少し、粘性減衰定数 h を 10% とした場合、ファイバー要素モデルに比べ、最大 50% 程度にまで減少する場合がある。

前章で検証した自由振動においては、粘性減衰定数 h を 10% と与えた場合に最大応答が 70% 程度に減少したが、地震動による応答では 50% 程度まで減少する。すなわち、自由振動よりも繰り返し作用を受ける地震応答に対するほうが、粘性減衰定数 h の影響が大きいことになる。

なお、ここでも減衰マトリクスに瞬間剛性を使用

した場合について整理した（図-11）。自由振動の場合と同様に、粘性減衰の影響が、先の初期剛性比例に比べ弱まっている。しかし、タイプII地震動では、ほとんどの場合において収束解が得られず、数値計算が困難であったことは自由振動の計算時と同様である。

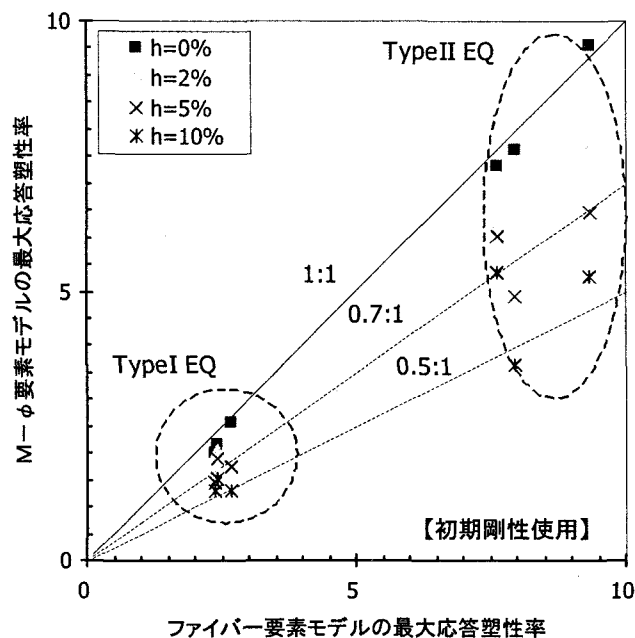


図-10 最大応答塑性率の比較
（非免震、初期剛性使用）

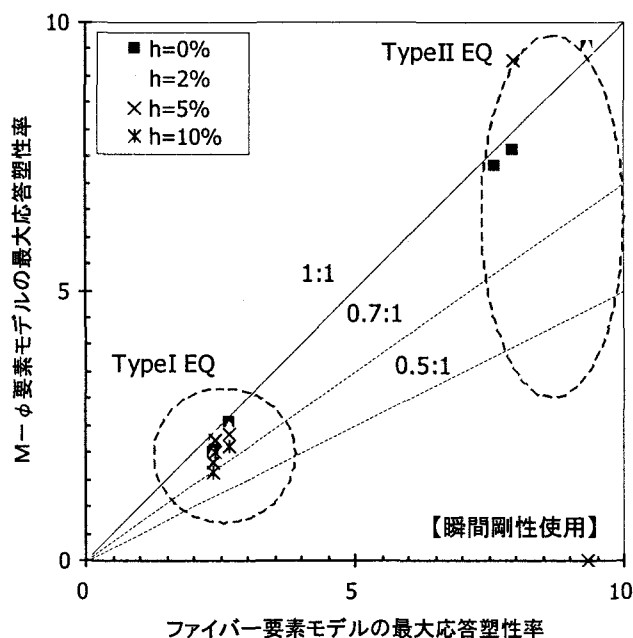


図-11 最大応答塑性率の比較
（非免震、瞬間剛性使用）

(2) 免震橋脚の最大応答と粘性減衰定数

今度は、免震支承を有する橋脚において、部材に与えた粘性減衰定数の影響を検証した。免震支承は

図-12 に示すバイリニア形のばね要素でモデル化し、その粘性減衰は0とした。

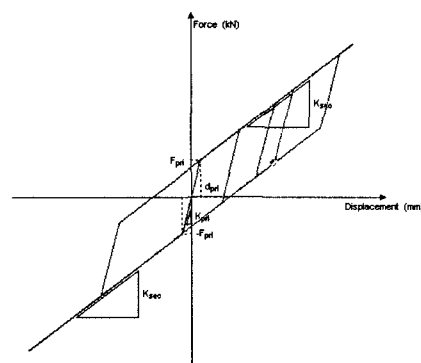


図-12 免震支承のモデル化（HDR）

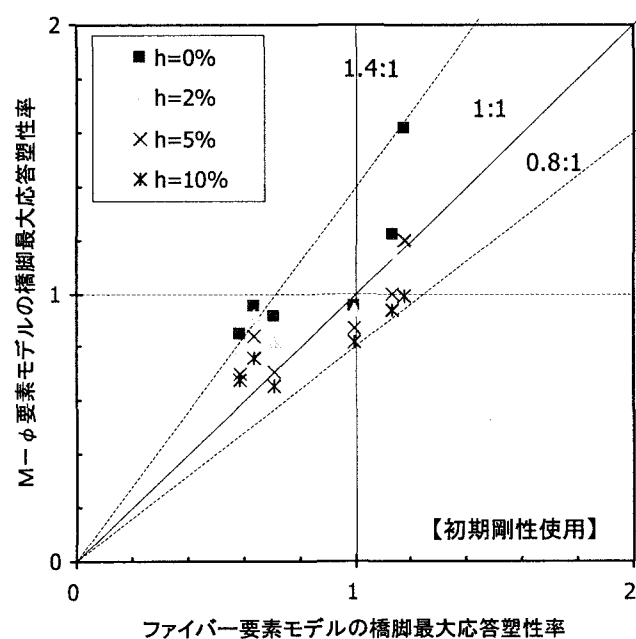


図-13 橋脚の最大応答塑性率の比較
（免震、初期剛性）

図-13 に橋脚の最大応答塑性率を整理した。M- ϕ 要素モデルは粘性減衰を付加するほど最大応答塑性率が減少するものの、非免震の場合と異なり、部材に粘性減衰を与えない場合（ $h=0\%$ ）でもファイバー要素モデルに比べ140%もの大きな最大応答が発生している。地震動にもよるが、M- ϕ 要素モデルは粘性減衰定数 h をある程度与えなければ、ファイバー要素モデルと同等の最大応答塑性率を得ることはできないことになる。また、それを得るための粘性減衰定数の目安も応答塑性率のレベルや地震動によって大きく異なる傾向にあり、一律に定まらない。

図-14 に、免震支承の最大応答変位を整理した結果を示す。免震支承の最大応答変位は、橋脚に与える粘性減衰定数によらず、M- ϕ 要素モデル、ファ

イバー要素モデルで同様の結果が得られることが確認できる。

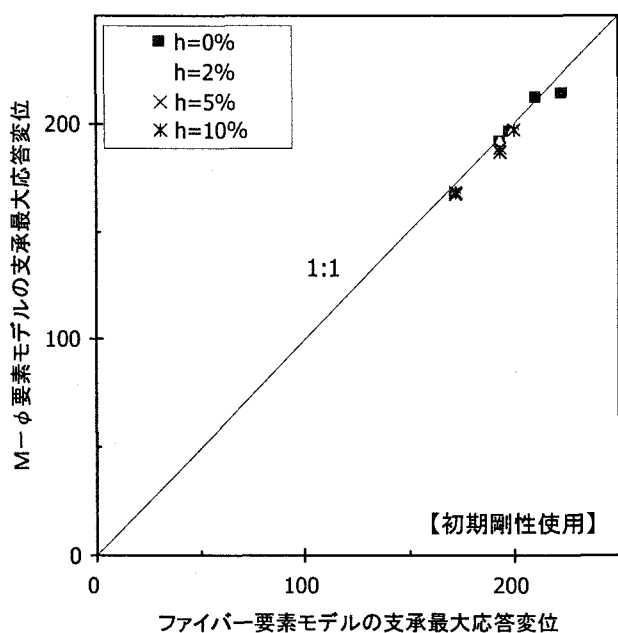


図-14 免震支承の最大応答変位の比較
(免震、初期剛性使用)

5. おわりに

ファイバー要素解析と Takeda モデルを適用した M- ϕ 要素モデルから得られる非線形 RC 部材の自由振動特性を対数減衰率から求めた減衰定数 $h_{\lambda i}$ を検討することにより、以下のことが明らかとなった。

- 1) 減衰定数 $h_{\lambda i}$ は、ひびわれの進行に伴い減少するが、塑性率が 1 を超え鉄筋の履歴エネルギーが生じると増大する。一方、Takeda モデルを用いた M- ϕ 要素モデルでは、塑性率が 1 に満たない小さな領域と 2 を超える大きな領域で、減衰定数 $h_{\lambda i}$ がファイバー要素モデルに比べ非常に小さい。粘性減衰を付加すると、減衰定数 $h_{\lambda i}$ も大きく上昇する。
- 2) 地震応答に対しても、ファイバー要素モデルと粘性減衰を付加しない M- ϕ 要素モデルとで、ほぼ同等の最大応答塑性率が得られた。ただし、粘性減衰が最大応答塑性率に与える影響は、自由振動に比べ大きい。また、免震橋を対象とした場合は、M- ϕ 要素モデルは粘性減衰定数を付加しなければファイバー要素モデルと同等の最大応答塑性率を得ることは難しい結果となった。すなわち、同じ RC 橋脚でも、それに与える粘性減衰定数の目安が、橋の形式によって異なる。

ってしまうという矛盾が生じる可能性があることが確かめられた。

これによって、M- ϕ 要素は粘性減衰に依存して大きく解析結果が異なってしまうという不合理性が確かめられた。しかし、ファイバー要素は粘性減衰の値に左右されず合理的に履歴減衰を取り入れることが出来るので、今後の活用が期待される。また、橋梁の耐震設計の実務で（材料）非線形を考慮した時刻歴応答解析法が動的解析として利用されるようになってきている。このとき、比較的大規模なモデル化や立体構造物のモデル化も日常業務となってきているが、これに有益な知見が得られたものと考えられる。

今後は、部材の損傷状態をより正確に表現できるというファイバー要素の特長を生かし、各部材の照査だけでなく橋梁全体系の耐震性能評価への適用を検討したい。

参考文献

- 1) 土木学会：2002 年制定コンクリート標準示方書耐震性能照査編，丸善，2002.12
- 2) (社) 日本道路協会：道路橋の耐震設計に関する資料 平成 9 年 3 月，1997.3.
- 3) Takeda, T., Sozen, M. A. and Nielsen, N. N. : Reinforced Concrete Response to Simulated Earthquakes, Journal of Structural Division, ASCE, Vol.196, No.ST12, pp.2557-2573, 1970.12
- 4) 大崎順彦：建築振動理論，彰国社，1996
- 5) 睦好宏史，町田篤彦：動的外力を受ける鉄筋コンクリート部材の力学特性に関する研究，土木学会論文集，土木学会，No.354/V-2, pp.81-90,
- 6) (社) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編 平成 14 年 3 月，2002.3.
- 7) 柴田明徳：最新耐震構造解析，最新建築学シリーズ 9，森北出版，1981
- 8) 早川涼二，川島一彦，渡邊学歩：水平 2 方向地震力を受ける単柱式 RC 橋脚の耐震性，土木学会論文集，No.759/I-67, pp.79-98, 2004.4
- 9) Maekawa, K., Pimanmas, A. and H. Okamura, H. : NONLINEAR MECHANICS OF REINFORCED CONCRETE, Spon Press, 2003
- 10) (株)フォーラムエイト、UC-win/Frames(3D) 各要素モデルと剛性方程式，2003.9
- 11) 土木学会，2003 年に発生した地震によるコンクリート構造物の被害分析，コンクリートライブラリー 114，土木学会，2004.11