

非線形動的解析に用いる粘性減衰のモデル化と 非減衰振動系の復元力モデルに関する一考察

矢田部 浩¹・運上 茂樹²

¹正会員 工修 株式会社ビービーエム 技術本部設計部（〒104-0033 東京都中央区新川2丁目13-9）

²正会員 工博 独立行政法人土木研究所 耐震研究グループ上席研究員（〒305-8516 つくば市南原1-6）

1. はじめに

現在の道路橋示方書¹⁾では、性能規定化が前面的に打ち出され、動的照査法による耐震性能の評価を設計に反映させるよう示されている。対象とする構造物の地震時挙動を予測するためには、構造系の固有振動特性、減衰特性および部材の非線形履歴特性等を十分に考慮し、非線形挙動を可能な限り再現できる適切なモデル化が必要となる。その中でも、減衰マトリックスの評価は、構造物の減衰効果を運動方程式に導入し、動的な挙動を精度よく予測するための重要な項目の一つとされている。

履歴減衰以外の構造減衰に対して等価な粘性減衰をモデル化する場合において、非線形履歴特性を有する部材のように、変形の大きさによって剛性が大きく変化するものについては、解析目的や地震動のレベルに応じてこの影響を考慮する必要があることに留意したい。すなわち、部材の非線形履歴特性を十分に考慮した上で、その振動応答に対して寄与率の高い固有振動特性を粘性減衰モデルに導入することが大切であり、非減衰振動系の復元力モデルの評価が必要となる。特に、比例型の減衰モデルにおいては、仮定した剛性項の影響が加わるために、更にその評価が重要となる。

一方実務レベルにおいては、粘性減衰のモデル化として実績の多い比例型減衰モデルのほかに、部材の非線形履歴特性による剛性の変化に対応した比例型減衰の修正モデルや要素の減衰定数を反映させた非比例型の減衰モデルなど、それぞれの特性を生かした適用が試みられている。

本文では、非線形応答解析において実績のある粘性減衰のモデル化の方法を対象に、粘性減衰モデルによる減衰マトリックスの作成方法の違いが非線形応答に与える影響を、減衰機構が比較的簡明なすべり系免

震支承による構造モデルを用いて検討し、その結果について考察する。

2. 非線形動的解析に用いる減衰マトリックスの作成方法

(1) 非減衰振動系の復元力モデルの評価

構造物の動的応答に影響を与える減衰のうち、履歴減衰以外の構造減衰については、速度に比例した等価な減衰力に置き換えられる。一般には、減衰振動が非減衰振動と同じ基準振動で表されるとの仮定（＝減衰力の非連成仮定が成立する条件）に基づいた比例型減衰モデルが、簡単に扱いが容易な方法として利用される。これらは、実固有値、固有モードによる線形振動に対してモデル化されたものであるため、非線形履歴特性を有する構造物に対しては、非減衰振動系の復元力モデルを評価し、着目する振動応答に対して寄与率の高い固有振動特性を導入する必要がある。

(2) 免震支承の評価線形モデル

履歴減衰型の免震部材の非線形構成則は、一般にその変形や抵抗力の大きさに合わせたバイリニア型の非線形モデルが代用される。このとき、支承部の等価粘性減衰をモデル化する際に設定した復元力モデルによっては、性能以上の減衰を与えうることが指摘されている²⁾。耐震性能上、主たる非線形性が要求される免震支承のように、部材の塑性化の程度が大きく、主要な振動応答を表す復元力特性が降伏後の履歴を中心とした線形モデルで評価できるものについては、これを非減衰振動系の復元力モデルとすることが適当である。この再評価した復元力モデルを、ここでは評価線形モデルと呼ぶこととする。

すべり系免震支承の非線形履歴特性は、摩擦減衰

力と復元力装置の線形バネモデルを合成した明確な力学モデルで表されるため、支承部材における運動方程式は次式によって与えられる。

$$m\ddot{x} + c_b\dot{x} + k_b x = -m\ddot{x}_g - F \quad (1)$$

ここに m は上部構造の質量、 c_b 、 k_b は復元力装置の粘性減衰係数およびばね定数、 F は摩擦減衰力、 x は相対変位、 x_g は地動変位である。

(1)式は、非減衰振動系の復元力モデルを自明なかたちで含んでおり、復元力装置による線形バネモデルを支承部の評価線形モデルとする。

(3) 粘性減衰マトリックスの作成方法

非線形応答解析において実積のある粘性減衰マトリックスの作成方法とモデルの特徴を表-1 に示す。

ひずみエネルギー比例型減衰と Rayleigh 型減衰は、ひずみエネルギー比例減衰法により求めたモード減衰定数のうち、前者は考慮したい全ての振動モードに対して、後者は選択した 2つの主要な振動モードに対して、それぞれ等価な系全体の減衰マトリックスを作成する。瞬間剛性 Rayleigh 減衰は、時間とともに変化する瞬間剛性（接線剛性）を用いて、材料の非線形性による剛性の変化を Rayleigh 型減衰の減衰効果に見込んだ、非線形問題に対する修正モデルである。

要素別剛性比例減衰と要素別 Rayleigh 減衰³⁾は、各要素の減衰機構が異なり、モード減衰定数では評価できない構造系を対象とした減衰モデルである。各部材の減衰定数を系の各要素に直接導入し、前者は剛性比例型減衰、後者は Rayleigh 型減衰の減衰効果と等価な要素減衰マトリックスを作成し、重ね合わせて系全体

表-1 粘性減衰マトリックスの作成方法とモデルの特徴

	ひずみエネルギー比例型減衰	Rayleigh 型減衰（一次剛性比例）	瞬間剛性 Rayleigh 型減衰
方法	非連成化の仮定 $[\phi]^T[C][\phi] = [m_i][D]$ より-① $[C] = [M][\phi][\zeta][\phi]^T[M]$ $[m_i], [D] : m_i$ および $2h_i\omega_i$ の対角行列 $[\zeta] : 2h_i\omega_i/m_i$ の対角行列 とし、ひずみエネルギー比例減衰法で求めたモード減衰定数に等価な粘性減衰マトリックスを作成する。 支承部の復元力特性は固有値解析、減衰式ともに評価線形モデルを用いる。	$[C] = \alpha[M] + \beta[K]$ 質量と剛性の 1 次結合と仮定。 ①から各次のモード減衰定数を誘導。 $h_i = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\omega_i} + \beta\omega_i \right)$ 系の振動応答に寄与する 2 つの固有振動モードの特性値 h_i, ω_i を代入して近似的に線形減衰式を確定する。 支承部の復元力特性は固有値解析、減衰式ともに評価線形モデルを用いる。	$[C] = \alpha[M] + \beta[K(t)]$ Rayleigh 型減衰の剛性マトリックスに非線形復元力モデルを直接考慮し、時間とともに変化する瞬間剛性（接線剛性）を用いた増分形減衰マトリックスを作成する。 減衰係数 α, β の算出方法は、左項の Rayleigh 型減衰と同様であり、固有値解析に使用する支承部の復元力特性は評価線形モデルとする。
特徴	考慮したい全ての振動モードの減衰定数を的確に表現できる。 高振動数帯域の減衰効果が非常に小さくなるため、加速度応答が発散するなど影響を与える場合がある。	導入した 2 つの基準振動モードの影響が大きい構造系に対しては、ひずみエネルギー比例型減衰とよく一致する。 逆に基準振動モード以外のモードは、減衰定数を正確に考慮できない。	材料の剛性低下にともなう等価粘性減衰の変化を時々刻々表現できる。 非減衰振動から求めた減衰係数と逐次変化する剛性からなる減衰力が振動応答に与える影響は明らかでない。
	要素別剛性比例減衰	要素別 Rayleigh 減衰 ³⁾	【モデルに使用した記号】
方法	剛性比例型減衰モデル $[C] = \alpha[K]$ を個々の要素単位に対して行い、重ね合わせて全体減衰マトリックスを作成。 $[c_e] = \alpha_e[k_e], \quad \alpha_e = \frac{2h_e}{\omega_i}$ 系の振動応答に寄与する 1 つの固有モードの ω_i を代入し減衰式を確定。 支承部の復元力特性は、固有値解析には評価線形モデル、減衰式には非線形モデルを使用する。	Rayleigh 型減衰モデルを個々の要素単位に対して行い、重ね合わせて全体減衰マトリックスを作成する。 $[c_e] = \alpha_e[m_e] + \beta_e[k_e]$ $\alpha_e = \frac{2\omega_i\omega_j h_e}{\omega_i + \omega_j}, \quad \beta_e = \frac{2h_e}{\omega_i + \omega_j}$ 系の振動応答に寄与する 2 つの固有モードの ω_i, ω_j を代入し減衰式を確定。 支承部の復元力特性は、要素別剛性比例減衰と同様。	$[C], [M], [K]$: 減衰, 質量, 剛性の系全体のマトリックス $[c_e], [m_e], [k_e]$: 減衰, 質量, 剛性の各要素マトリックス $[\phi]$: モードマトリックス $[K(t)]$: 瞬間剛性マトリックス(非線形) $h_i, \omega_{i(j)}, m_i$: i 次(j 次)モードのモード減衰定数, 固有円振動数, モード質量 α, β : 減衰係数
特徴	各要素減衰マトリックスには部材減衰定数が直接導入されるため、各部材の部材減衰定数が忠実に表現される。 (=部材に応じて減衰定数を任意に制御できる)。	各要素に対して Rayleigh 型減衰の減衰効果を減衰モデルの基本的な特徴は、要素別剛性比例減衰と同様であり、本モデルの場合は、2 つの基準振動モードに対してその影響を考慮できる。	α_e, β_e : 要素減衰係数 h_e : 要素減衰定数

の減衰マトリックスとする。非比例型減衰の両者に限っては、設定した要素減衰定数に粘性減衰が大きく依存するため、部別の粘性減衰を任意に制御することは可能となるが、系全体に与える影響は明らかでない。また、これらの減衰モデルは、減衰振動が非減衰振動と同じ基準振動の固有振動数に依存するという、多くの粘性減衰モデルで立てられた仮定を踏襲していることから、他のモデルと同様に非減衰振動系の復元力モデルの評価が必要となる。

3. 橋梁モデルの非線形応答

(1) 解析モデルと入力地震動

解析対象は、図-1 に示すようなすべり免震支承により上部構造を支持した橋脚単独モデルである。節点、質量データを表-2 に示す。動的解析ソフトは TDAP III を使用した。

橋脚は RC 張出し式橋脚を想定しており、橋脚柱部に一樣な非線形履歴特性 (Takeda モデル、非線形はり部材、 $E_c=2.45 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$ 、 $I=5.077 \text{ m}^4$) を設定し、梁とフーチングは剛体とした。橋脚柱部の履歴モデルを図-2 に示す。ひびわれ曲げモーメントは $1.280 \times 10^4 \text{ kN}\cdot\text{m}$ 、ひびわれ曲率は $1.029 \times 10^{-4} \text{ (1/m)}$ 、降伏曲率は $1.164 \times 10^{-3} \text{ (1/m)}$ とし、一次剛性に対する剛性低下率は二次剛性に対して 0.1794746 、三次剛性に対して 0.0013733 とした。除荷時剛性低下指数 α は 0.4 とした。ここで、橋脚の降伏耐力については、支承部の非線形応答を明確にするために、橋脚柱基部に塑性変形を与えないレベルを目標とした修正後の降伏耐力を示している。

基礎は直接基礎を想定しており、水平バネは $1.3974 \times 10^6 \text{ kN/m}$ 、回転バネは $1.7260 \times 10^7 \text{ kN/m/rad}$ とした。

支承部の非線形特性を表す履歴モデル (バイリニア型モデル、バネ部材) を図-3 に示す。一次剛性は橋脚の降伏時の割線剛性から求めたバネ値 ($\approx 1.0 \times 10^5 \text{ kN/m}$) の 100 倍程度を見込み $1.0 \times 10^7 \text{ kN/m}$ とし、二次剛性は復元力装置のせん断バネ定数 $1.7 \times 10^4 \text{ kN/m}$ とした。すべり支承の動摩擦係数は 0.10 とし、摩擦減衰力 588.4 kN とした。

減衰は、非線形動的解析で実績のある前述の 5 つの減衰モデル (ひずみエネルギー比例型減衰、Rayleigh 型減衰、瞬間剛性 Rayleigh 型減衰、要素別剛性比例減衰、要素別 Rayleigh 減衰) を使用した。非減衰振動の基準振動モードは、振動応答の寄与率の高い順に 1 次 (周期 1.30 s 、減衰 1.5%) と 2 次 (周期 0.26 s 、減衰 7.4%) を選択した。各部材の要素減衰定数は、橋脚躯体 2% 、基礎 10% とした。支承部は復元力装置に対して弾性支承相当分 (3%) を本来見込むところであ

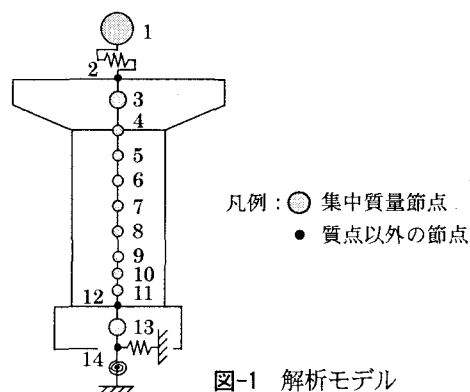


図-1 解析モデル

表-2 節点・質量データ

節点番号	座標 (m)	節点質量 (t)	回転慣性質量 (t)	備考
1	10.000	600.000	—	上部構造
2	10.000	—	—	橋脚梁天端
3	8.896	139.975	—	梁質点
4	7.500	20.625	—	橋脚上端
5	6.000	41.250	—	
6	4.500	34.375	—	
7	3.500	27.500	—	
8	2.500	24.750	—	
9	1.700	19.250	—	
10	1.100	15.813	—	
11	0.550	22.688	—	
12	0.000	—	—	橋脚下端
13	-1.000	227.500	876.800	フーチング質点
14	-2.000	—	—	フーチング底面

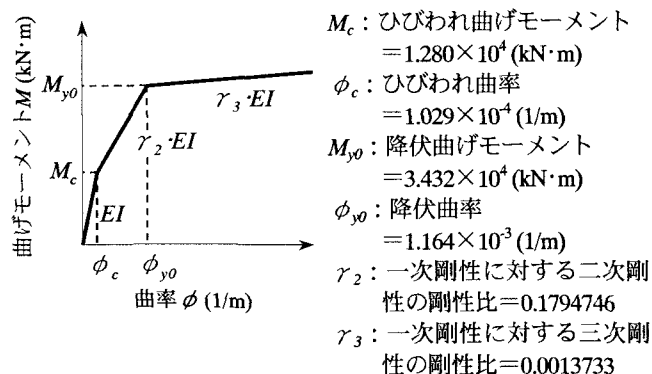


図-2 橋脚柱部の曲げモーメント-曲率関係

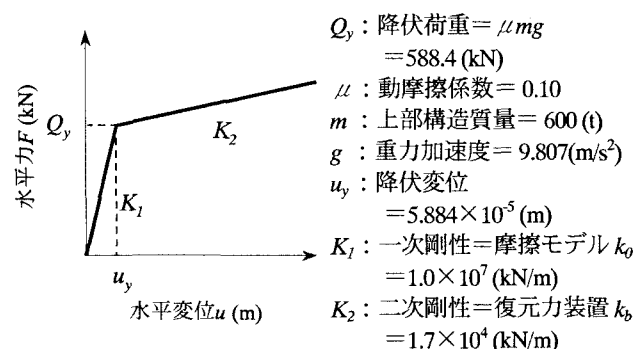


図-3 支承部の水平力-水平変位関係

表-3 最大応答値の比較

照査項目		単位	ひずみエネルギー比例型	Rayleigh型	瞬間剛性Rayleigh型	要素別剛性比例	要素別Rayleigh	σ^2	σ
上部構造	変位	mm	231.0	230.1	224.6	227.2	259.1		
			1.00	1.00	0.97	0.98	1.12	0.004	0.063
	加速度	gal	638	634	561	609	700		
橋脚天端	変位	mm	60.3	59.3	54.8	57.7	64.1		
			1.00	0.98	0.91	0.96	1.06	0.004	0.060
	加速度	gal	1115	1061	1271	957	1134		
橋脚基部	変位	mm	1115	1061	1271	957	1134		
			1.00	0.95	1.14	0.86	1.02	0.011	0.103
	曲げモーメント	kN・m	34090	32890	31060	32470	35250		
分散	σ^2		0.000	0.001	0.010	0.005	0.006		
			0.000	0.028	0.101	0.073	0.077		

注1) 上段は応答値、下段はひずみエネルギー比例型減衰に対する比率を表す。

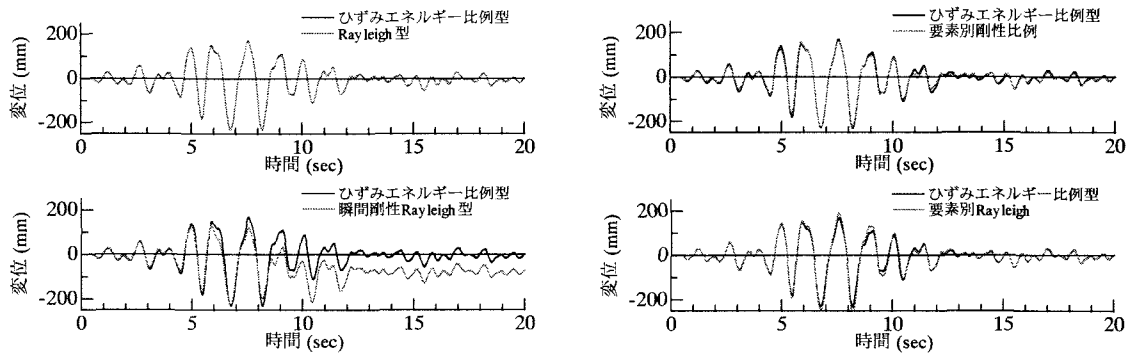


図-4 上部構造位置での応答変位の時刻歴

るが、2つの要素別減衰モデルと条件を合せる目的から、要素減衰定数をゼロとした。

入力地震動は、道路橋示方書に示される標準加速度波形のうち、レベル2のタイプⅡ、Ⅰ種地盤用波形No.1(Ⅱ-Ⅰ-1)を用いた。

(2) 解析結果

各粘性減衰モデルと着目した最大応答値を比較した結果を表-3に示す。各応答値の下段には、ひずみエネルギー比例型減衰を基準とした比率を示す。また、上部構造位置での応答変位の時刻歴を図-4に示す。

減衰モデル別では、Rayleigh型減衰で非常に高い一致が得られている。同じ比例型減衰ということと、構造系が比較的単純であり非線形振動の基準振動が低次の少数の振動モードに集約され、これと一致した可能性が高いと思われる。

その他の減衰モデルについても、5%から10%程度の範囲でほぼ等しい値が得られている。これも上記と同様に、非減衰振動系の基準振動モードにおける振動数依存性が高い構造系であったが、要素単位の異なる減衰モデルのタイプでも一致した要因と推察する。

瞬間剛性Rayleigh型減衰の時刻歴の乖離は、与えられた非線形復元力モデルの影響によるものと考えられる。逐次変化する剛性の差が大きい場合、瞬間的に性能以上の減衰力が作用したり、逆に急激に減衰力が低下したことによるものであれば、同じ減衰性能を持つもの

でも、応答値に差が生じるものと考えられる。

4. まとめ・今後の課題

本文では、非線形動的解析に用いる粘性減衰のモデル化と、非減衰振動系の復元力モデルの評価について、単純な構造系による解析検討から考察した。得られた知見と今後の課題をまとめると次のとおりとなる。

- (1) 減衰機構が簡明な構造系を対象に、非線形応答解析を行った結果、異なる粘性減衰モデル間で比較的近い非線形応答結果を得た。
- (2) 今後の課題は、入力値に対する部材の塑性化の程度を考慮した非減衰振動系の復元力モデルの定量的な評価であり、振動応答に対して寄与率の高い基準振動を得るために必要である。

参考文献

- 1) (社)日本道路協会：道路橋示方書・同解説、Ⅴ耐震設計編、2002.3。
- 2) 横川英彰、竹ノ内勇、宇野裕恵：履歴減衰を導入した構造減衰に関する一考察、第7回地震時保有耐力法に基づく橋梁等構造の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集、pp149-154、2004.1
- 3) 西森孝三、足立幸郎：部材減衰を直接的に考慮したレーリー減衰使用による動的解析法、第4回地震時保有耐力法に基づく橋梁の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集、pp109-114、2000.12