

基礎・地盤間相互作用バネの新しい履歴モデルについて

白戸真大¹・福井次郎²・古関潤一³

¹正会員 独立行政法人土木研究所 構造物研究グループ基礎チーム 研究員(〒305-8516 つくば市南原1-6)

²正会員 独立行政法人土木研究所 構造物研究グループ基礎チーム 上席研究員

³正会員 東京大学 生産技術研究所 教授

1. はじめに

橋梁の耐震設計において、基礎構造物についても非線形形的解析手法の整備が求められている。究極的には様々な設計条件に対応できるように地盤を3次元のソリッド要素でモデル化するような解析条件設定の自由度が高い解析手法の開発が目標とされるが、その一方で、いくつかの制約はあるものの、一般的な設計実務への導入に主眼をおいた、簡便、かつある程度の精度を有する手法もまた求められている。

そこで、著者らは、深い基礎の設計において広く行われているように基礎をはりで、地盤抵抗をWinkler型の基礎地盤間相互作用バネでモデル化することを想定し、基礎・地盤間相互作用バネの非線形履歴特性について研究を進めている^{1),2),3),4)}。そこでは、砂地盤中の杭の交番および一方向繰返し水平載荷実験結果を分析することにより得られた地盤反応度 p と基礎・地盤間相対変位 y の関係、および繰返し圧縮・伸張載荷を受ける土要素の履歴特性を調べることにより、

- $p-y$ 関係は載荷パターン依存性を有しており、たとえば、正負交番載荷の場合に比べて一方向の繰返し載荷の場合に同一の変位レベルにおいて発揮される p を比べると一方向繰返し載荷の場合の方が小さいこと、
- $p-y$ 関係の載荷パターン依存性は地盤材料の stress-dilatancy挙動に起因すること、

を示した。そして、載荷パターン依存性を再現できる $p-y$ の新しい履歴則を提案している。この載荷パターン依存性は、基礎の終局限界状態を数値的に予測するために考慮する必要があると考えられる。

本論文は、著者等が提案する新しい $p-y$ 履歴則をコンピュータコード化する場合を想定し、その詳細な記述を示すものである。なお、提案履歴則を用いた解析例は参考文献を参照されたい。

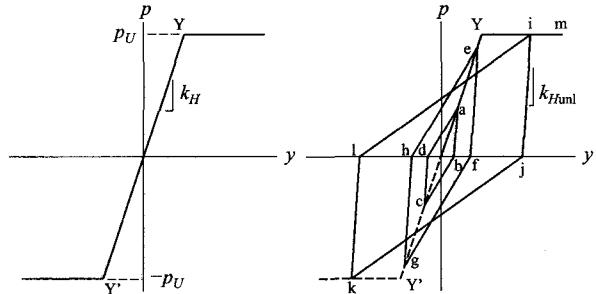


図-1 骨格曲線

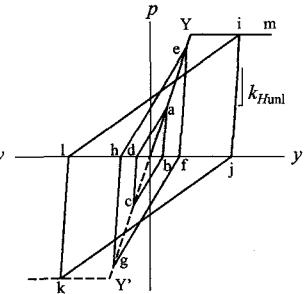


図-2 基本メカニズム

2. 新しい $p-y$ 履歴則の概要

提案する $p-y$ 履歴則の概要を図-1～6に示す。履歴則の構築を簡単にするために、全て直線の組み合わせでモデル化した。たとえば、本来徐々に非線形化していく $p-y$ の骨格曲線(skeleton curve)は、図-1に示すように初期勾配 k_H 、地盤抵抗 p の上限値 p_U を用いて弾完全塑性バイリニアに置き換える。ただし、提案履歴則は骨格曲線を双曲線関数などで記述する場合にも適用可能なものである。

後述する低下則を考慮しない場合の履歴則を基本メカニズムと呼ぶ。基本メカニズムは図-2に表されるように最大点指向型である。除荷勾配 k_{Hunl} は地盤の除荷剛性に依存すると考えられ、さらにそれは地盤の微小ひずみ時の剛性に近いと考えられる。したがって、除荷勾配 k_{Hunl} は地盤の微小ひずみ時の剛性に基づき設定するものとする。よって、一般に $k_H \leq k_{Hunl}$ となる。

基本メカニズムにおいて、履歴中の絶対変位の最大点とそれに対して原点に対称な点をコントロールポイントと呼び、また、コントロールポイントを結ぶ2つの曲線を外部曲線(external curve)と呼ぶ。たとえば、図-2において、 $p-y$ が原点を出発し、点eに到達したときのコントロールポイントはeとg、外部曲線はe-f-gとg-h-eである。外部曲線上のある点で除荷が生じた後の経路を内部曲線(internal curve)と呼ぶ。

次に p - y の載荷パターン依存性を再現するために低下則と呼ぶルールを導入する。図-3は p - y が原点から点 C_1 に達し、そこで変位が反転した後の経路の模式図である。点 C_2 は点 C_1 の原点について対称な点であり、もうひとつのコントロールポイントである。以後、文中、 i, j は 1 ないし 2 である。まず、コントロールポイント C_i から仮想的に除荷させたときの $p = 0$ 上の点を Z_i とする。次に、 $Z_j C_i$ を通る直線と、点 Z_i を通り勾配 k_{Hr} を有する直線の交点をターゲットポイント T_i と定義する。そして、ある外部曲線 $C_i C_j$ 上で変位が逆転した後の p - y の経路は常にターゲットポイント (target point) T_i を目指すものとする。ここに、勾配 k_{Hr} を再載荷勾配と呼び、

$$k_{Hr} = M k_{Hunl} \quad (1)$$

とする。 M は定数であり、 $M = 1$ とすると載荷履歴によらず基本メカニズムに一致する。 M の値は主に土の dilatancy 特性に依存すると考えられるものであり、将来的には砂であれば相対密度、粘土であれば過圧密比などに応じて与えることができるだろう。たとえば、参考文献において著者等が提案履歴則を用いて杭の繰返し水平載荷実験結果を解析した事例によれば、緩い砂では $M = 0.25$ 程度とするのが適切であった。なお、図-3右において外部曲線上で反転後 T_1 に向かう経路は、 $p = 0$ に向かう除荷勾配 k_{Hunl} を有する直線と、 $p = 0$ から T_1 を目指す直線で構成されている。

このターゲットポイント T を用いた低下則は図-4に示されるような性質を満足する。ある p - y のループを考えたとき、

- 一回前の変位反転点と最新の変位反転点の p の絶対値が等しくなって行くにつれて、最新の変位反転点からの p - y 曲線は一回前の変位反転点に近づく(図-4(a), (d))。
- 一回前の変位反転点と最新の変位反転点の p の絶対値の比がゼロに近づくにつれて、最新の変位反転点からの p - y 曲線は一回前の変位反転点から離れて行く(図-4(b), (c))。

変位が反転したある瞬間の (p, y) に関して、仮想的にそこから除荷させたときの $p = 0$ 上の点を z とすると、点 z の y 座標の絶対値が点 Z_i のそれよりも大きいときに履歴則を定義するすべての点は更新される。図-5に例を示す。ここに、プライムが付いている点が更新される前の点である。このとき、 C_i は Z_i を通り勾配 k_{Hunl} を有する直線と骨格曲線の交点とする。

また、図-6に示すように、簡単のため、すべての内部曲線は変位方向に応じて常にいずれかのローカルターゲットポイント (local target point) T_{Li} を目指すものとする。ここに、ローカルターゲットポイント T_{Li} は、外

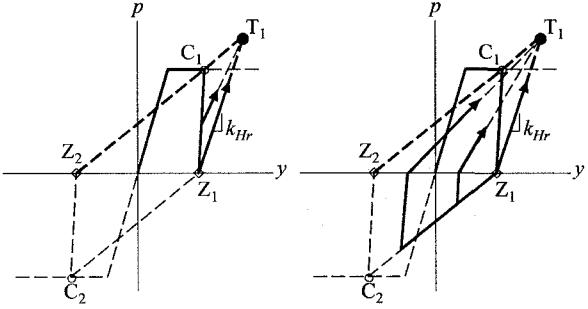


図-3 低下則

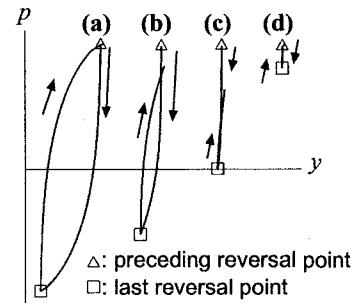


図-4 最新の変位反転点とその直前の変位反転点の p の値に依存した p - y 経路

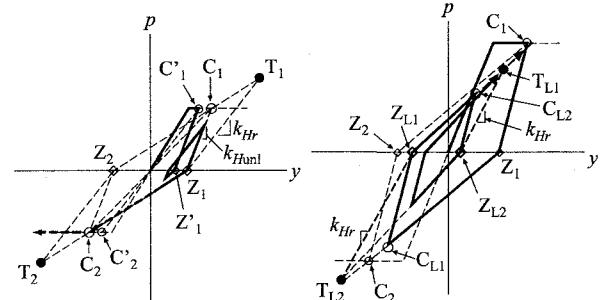


図-5 点 C_i, Z_i, T_i の更新

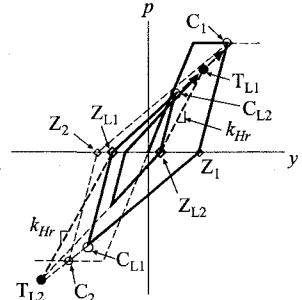


図-6 内部曲線の挙動

部曲線上、および外部曲線から変位が反転した後のターゲットポイントへ向かう曲線上で変位の反転が生じたときに設定する。ここに、変位の反転が生じた点をローカルコントロールポイント C_{Li} と、また、後者の曲線を参照内部曲線 (reference internal curve) と呼ぶ。ローカルな点 Z_{Li} を求め、それと k_{Hr} を用いて T_{Lj} を設定する。なお、ローカルなコントロールポイント C_{Li} やターゲットポイント T_{Lj} の更新は、図-5の例と同様の規準により行うものとする。

3. 履歴則の詳細

前節で見たように、履歴曲線は骨格曲線、外部曲線、参照内部曲線、内部曲線に分類されるが、図-7に示すように、それぞれの曲線をさらに2つに細分類する。最終

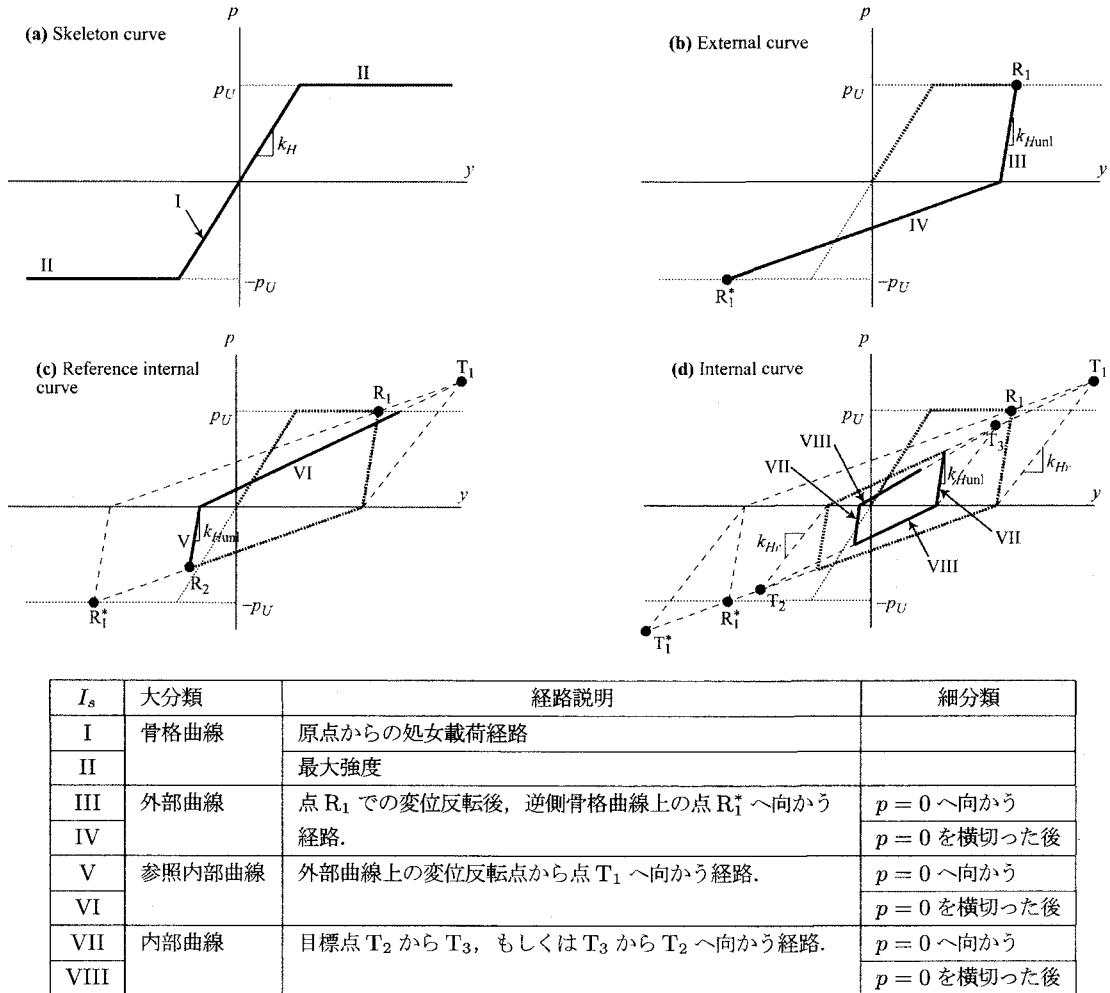


図-7 p - y 中の各線分の細分類

的に履歴曲線は曲線番号 $I_s=1\sim 8$ の計 8 つの曲線のいづれかに分類される。ここに、図-7および以後の図中において、 I_s の番号はローマ数字で示される。そして、すべての I_s に関して、ある曲線上で変位が反転し、その後単調な強制変位を受けたときの p - y の経路が記述できれば、ランダム載荷に対する p - y の挙動は完全に記述できたということになる。

コンピュータコード化の観点から、前節の記号とは異なる 4 つの記号を導入する。

B: 着目している I_s に分類される曲線上の変位反転点。

P: 点 B での変位反転後の p - y の単調挙動における折れ点。 P_1, P_2, P_3 の 3 種類がある。 p - y 経路は、番号の若い順に通過していく。

R: 保存される変位反転点。 R_1, R_2, R_3 の 3 種類がある。 R_1 は骨格曲線上での変位反転点、 R_2 は外部曲線上での変位反転点、 R_3 は参照内部曲線上の変位反転点である。

T: p - y が目指す目標点。 T_1, T_2, T_3 の 3 種類がある。点 T_1 は前節で定義したターゲットポイントに相当する点であり、基本的には骨格曲線上で変位の反転が生じたときに決定される。点 T_2 は前節で定義したローカルターゲットポイントに相当する点であり、基本的には外部曲線上で変位の反転が生じたときに決定される。点 T_3 はもう一つのローカルターゲットポイントであり、基本的には参照内部曲線上で変位の反転が生じたときに定義される。

加えて、ある点 X_{YZ} の座標を (p_{XYZ}, y_{XYZ}) のように表すものとし、点 X^* は点 X の原点について対称な点であると定義する。

(1) $I_s = 1$ の経路上からの変位反転後の単調応答

図-8が模式図である。この場合、変位反転点 B は点 R_1 として保存される。 p - y 経路は $B (=R_1) \rightarrow P_1 \rightarrow P_2$ と進み、その後は骨格曲線に沿って進む。点 P_1 は点 B

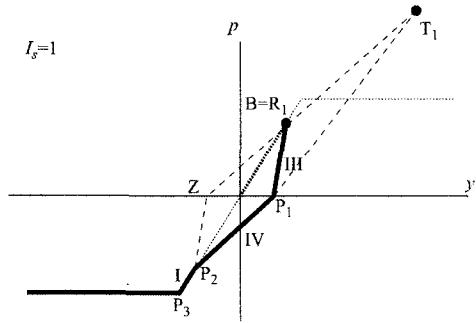


図-8 $I_s = 1$ の経路上からの変位反転後の単調応答

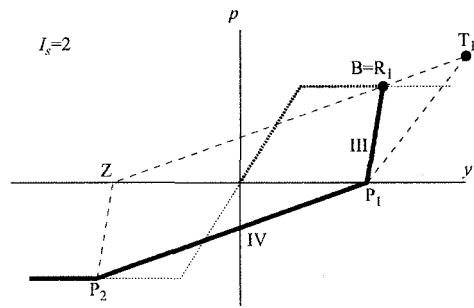
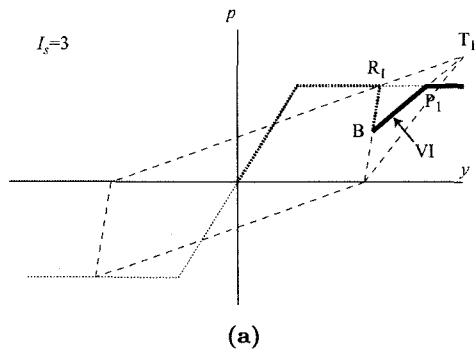
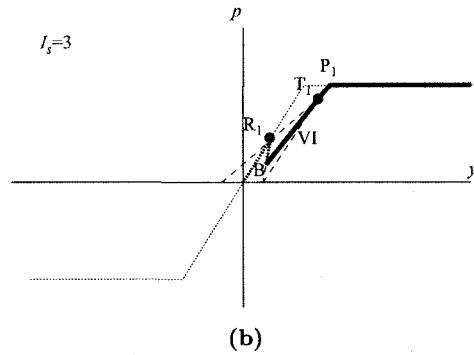


図-9 $I_s = 2$ の経路上からの変位反転後の単調応答



(a)



(b)

図-10 $I_s = 3$ の経路上からの変位反転後の単調応答

から $p = 0$ まで除荷された点である。

$$p_{P1} = 0, \quad y_{P1} = y_B - p_B/k_{H\text{unl}} \quad (2)$$

点 P_2 は点 R_1 の原点に対して対称な点であり,

$$p_{P2} = -p_{R1}, \quad y_{P2} = -y_{R1} \quad (3)$$

で与えられる。点 P_3 は次式で表される。

$$p_{P3} = \nu p_U, \quad y_{P3} = p_{P3}/k_H \quad (4)$$

ここに、 ν は次式で定義され,

$$\nu = \begin{cases} 1 \times (p_{R1}/|p_{R1}|) & \text{if } \Delta y_B \cdot y_{R1} > 0 \\ -1 \times (p_{R1}/|p_{R1}|) & \text{if } \Delta y_B \cdot y_{R1} < 0 \end{cases} \quad (5)$$

Δy_B は点 B で変位が反転した直後の y の増分である。

加えて、変位の反転に備えて目標点 T_1 を設定しておく必要がある。点 Z を点 P_2 から除荷された点とすると、直線 ZR_1 と P_1T_1 の交点が T_1 である。

(2) $I_s = 2$ の経路上からの変位反転後の単調応答

図-9が模式図である。ここでも、 $I_s = 1$ の場合と同様、点 B は点 R_1 として保存され、点 P_1 は点 B から $p = 0$ まで除荷された点、点 P_2 は点 R_1 の原点に対して対称な点として与えられる。

変位の反転に備えて目標点 T_1 を設定する。点 Z を点 P_2 から除荷された点とすると、 $I_s = 1$ の場合と同様に直線 ZR_1 と P_1T_1 の交点が点 T_1 である。

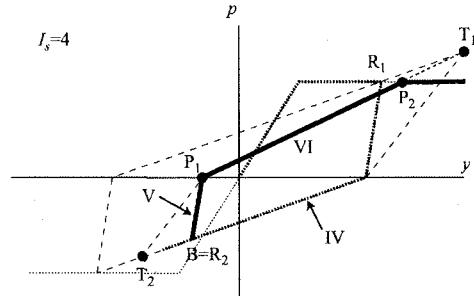


図-11 $I_s = 4$ の経路上からの変位反転後の単調応答

(3) $I_s = 3$ の経路上からの変位反転後の単調応答

図-10が模式図である。直線 BT_1 と $p = \nu p_U$ の交点が点 P_1 である。図-10(b)のように $|p_{T1}| < p_U$ であるときには、 $p-y$ の単調応答経路は直線 BT_1 と同じ勾配を保ったまま骨格曲線まで進み続けるものとする。

(4) $I_s = 4$ の経路上からの変位反転後の単調応答

図-11が模式図である。点 B は点 R_2 として保存される。点 P_1 は点 B から $p = 0$ まで除荷された点である。そして、直線 P_1T_1 と $p = \nu p_U$ の交点が点 P_2 である。変位の反転に備え、ローカルターゲットポイント T_2 を定義しておかねばならない。点 T_2 は直線 BT_2 と P_1T_2 の交点として与えられる。なお、点 B で変位が反転する直前の経路の式が直線 BT_2 を表す式であるので、直線

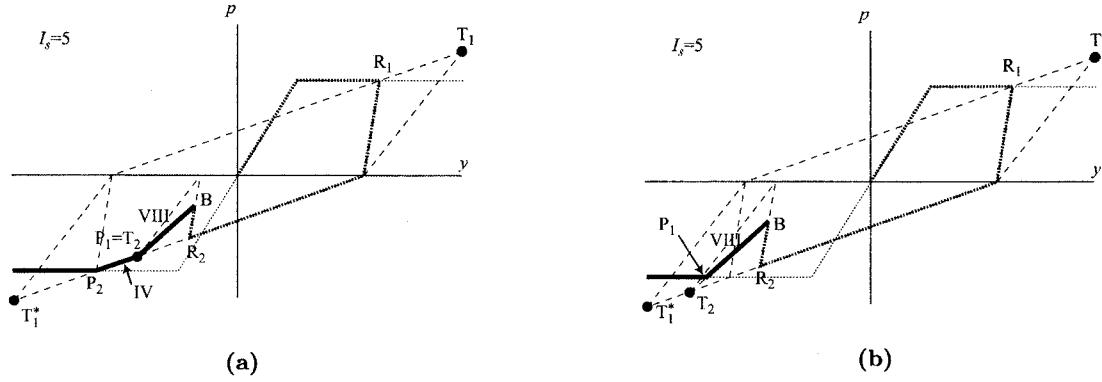


図-12 $I_s = 5$ の経路上からの変位反転後の単調応答

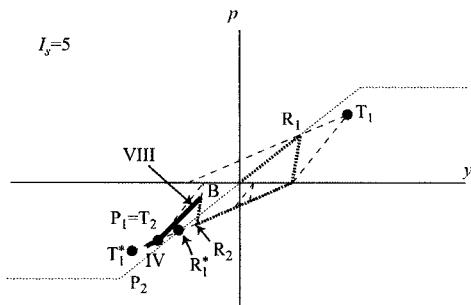


図-13 $I_s = 5$ の経路上からの変位反転後の単調応答記述のための例外規定に関する模式図

BT_2 の式は既知である。

(5) $I_s = 5$ の経路上からの変位反転後の単調応答

図-12が模式図である。 p - y 経路は、点 B で変位が反転した後、点 T_2 、そして T_1^* を目指す。 $|p_{T2}| \leq p_U$ の場合(図-12(a))に必要とされる点 P_1 、 P_2 は、 T_2 、 R_1^* にそれぞれ一致する。一方、 $|p_{T2}| > p_U$ のとき(図-12(b))には点 P_1 のみ決定すればよい。 $p = \nu p_U$ と直線 BT_2 の交点を求めるこにより、点 P_1 が求まる。

例外規定 図-13のような状況を考える。 $I_s = 5$ に属する経路上で変位が反転した後の応答であるが、 $I_s = 1$ に属する経路上に点 R_1 がある。この場合、図-13に示されるように、点 P_1 ($=T_2$) が外部曲線 $R_1R_1^*$ 上には位置せず、 $R_1R_1^*$ の延長線上に位置する場合がある。このとき、 p - y 経路は点 T_2 に達した後には点 T_1^* へ向かうが、経路 $T_2T_1^*$ は図-7に示されるいづれの I_s にも属しない経路である。そこで、図-13の経路 $T_2T_1^*$ は、例外的に $I_s = 4$ の経路として分類することにする。

(6) $I_s = 6$ の経路上からの変位反転後の単調応答

a) 基本挙動

図-14が模式図である。点 B は点 R_3 として保存され

る。点 P_1 は点 B から $p = 0$ まで除荷された点である。 $|p_{T2}| \leq p_U$ の場合(図-14(a))、点 P_2 は点 T_2 に一致し、点 P_3 は点 R_1 の原点に対称な点 R_1^* であり、点 P_3 に達した後の p - y は骨格曲線上を進む。逆に、 $|p_{T2}| > p_U$ の場合(図-14(b))、点 P_2 は直線 P_1T_2 と $p = \nu p_U$ の交点であり、点 P_2 に達した後の p - y は骨格曲線上を進む。

さらに、いずれの場合においても、変位の反転に備えて目標点 T_3 を設定しておく。直線 ZB と P_1T_3 の交点が T_3 になる。なお、点 Z から T_1 へ向かう経路上の点 B にて変位の反転が生じたことから、直線 ZB の式は既知である。

b) 点 T_1 の更新を伴う場合

図-15に示すように p - y 経路が外部曲線を構成する線分 $R_{1o}Z$ を横切ったあと点 B にて変位方向を変えたときは、ターゲットポイントを更新しなければならない。ここに、図-15において、点 R_{1o} は点 B で変位が反転する直前まで点 R_1 であった点である。

変位反転が生じたときにターゲットポイントを更新する必要があるか否かの判定は、点 R_{1o} から完全に除荷された点(以後、完全除荷点と呼ぶ) Z と点 P_1 の y の値を比較することで行うことができる。ここで、 y_Z と y_{P1} を比べるときには、点 B からの除荷経路が向かう方向を考慮に入れなければならない。結局、次式が成立つときにターゲットポイントを更新するものとする。

$$\Delta y_B \cdot (y_{P1} - y_Z) < 0 \quad (6)$$

さらに、点 T_1 を更新するときには、点 R_1 も更新する必要がある。今、新しい R_1 を R_{1n} と呼ぶ。点 R_{1n} は骨格曲線と直線 BP_1 の交点である。点 R_{1n} が $p = p_U$ もしくは $-p_U$ 上に位置すると仮定されるとき、更新された点 R_{1n} は、

$$p_{R1n} = -\nu p_U, \quad (7)$$

$$y_{R1n} = y_B + (p_{R1n} - p_B)/k_{Hunl}$$

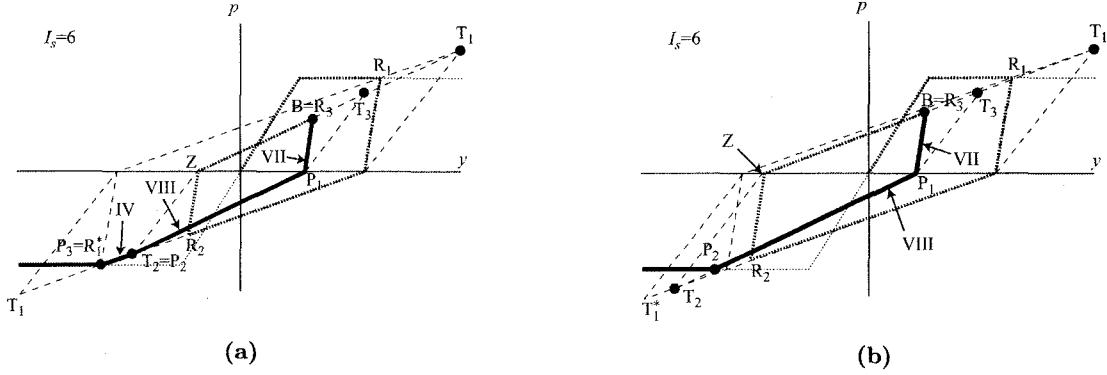


図-14 $I_s = 6$ の経路上からの変位反転後の単調応答

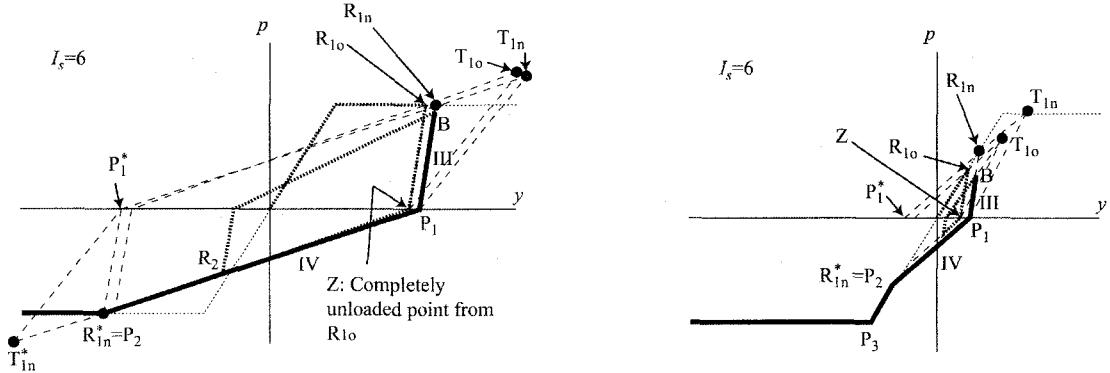


図-15 $I_s = 6$ の経路上からの変位反転後の単調応答(点 T_1 の更新を伴う場合)

である。そして、最終的に、直線 $P_1^*R_{1n}$ と P_1T_{1n} の交点が点 T_{1n} になる。なお、点 T_1 と R_1 が更新されたとき、点 B で変位が反転した直後の除荷経路は $I_s = 3$ に分類される。

(7) $I_s = 7$ の経路上からの変位反転後の単調応答

a) 目標点の決定

まず、点 B で変位が反転した後に向かう目標点を決定する。 $\Delta y_B \cdot (y_{T2} - y_B) < 0$ ならば点 T_3 へ(図-16)， $\Delta y_B \cdot (y_{T2} - y_B) > 0$ ならば点 T_2 へと向かう(図-17)。

b) 点 T_3 を目指す場合の挙動

$|p_{T3}| \leq p_U$ の場合(図-16(a))、点 P_1 は点 T_3 に一致する。点 P_2 は直線 T_3T_1 と $p = \nu p_U$ の交点である。一方、 $|p_{T3}| > p_U$ の場合(図-16(b))、点 P_1 は直線 BT_3 と $p = \nu p_U$ の交点である。

c) 点 T_2 を目指す場合の挙動

$|p_{P2}| \leq p_U$ の場合(図-17(a))、点 P_1 は点 T_2 に一致し、点 P_2 は点 R_1^* に一致する。一方、 $|p_{P2}| > p_U$ の場合(図-17(b))、直線 BT_2 は骨格曲線を横切ることから、点 P_1 は骨格曲線上に位置する。そこで、直線 BT_2 の式を求め、それに $p_{P1} = \nu p_U$ を代入すると点 P_1 の座標が求まる。

(8) $I_s = 8$ の経路上からの変位反転後の単調応答

a) 目標点の決定

図-18, 19, 20が模式図である。点 P_1 は点 B から $p = 0$ まで除荷された点である。その後、 $p-y$ は $\Delta y_B \cdot (y_{T2} - y_B) < 0$ ならば点 T_3 へ(図-18), $\Delta y_B \cdot (y_{T2} - y_B) > 0$ ならば点 T_2 へと向かう(図-19)。また、図-20に示すように、 $I_s = 8$ に分類される経路が参照内部曲線を横切った後、その進行方向を変えた場合は点 T_1 へと向かう。

b) 点 T_3 もしくは T_2 を目指す場合の挙動

点 T_3 を目指す場合 $|p_{T3}| \leq p_U$ の場合(図-18(a))、点 P_2 は点 T_3 に一致する。また、点 P_3 は直線 P_2T_1 と $p = \nu p_U$ の交点である。そして、 $p-y$ は、点 P_3 に到達した後は骨格曲線上を進む。一方、 $|p_{T3}| > p_U$ の場合(図-18(b))、点 P_2 は直線 P_1T_3 と $p = \nu p_U$ の交点である。この場合 $p-y$ は、点 P_2 に到達後、骨格曲線上を進む。

点 T_2 を目指す場合： $|p_{T2}| \leq p_U$ の場合(図-19)、点 P_2 は点 T_2 に一致する。また、点 P_3 は直線 $P_2T_1^*$ と $p = \nu p_U$ の交点である。そして、 $p-y$ は、点 P_3 に到達した後は骨格曲線上を進む。一方、 $|p_{T2}| > p_U$ の場合、点 P_2 は直線 P_1T_2 と $p = \nu p_U$ の交点である。この場合 $p-y$ は、点 P_2 に到達後、骨格曲線上を進む。

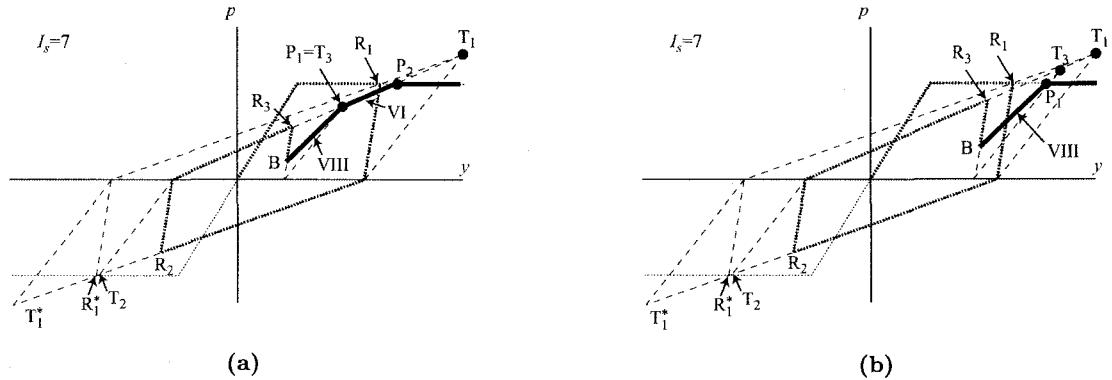


図-16 $I_s = 7$ の経路上からの変位反転後の単調応答(点 T_3 を目指す場合)

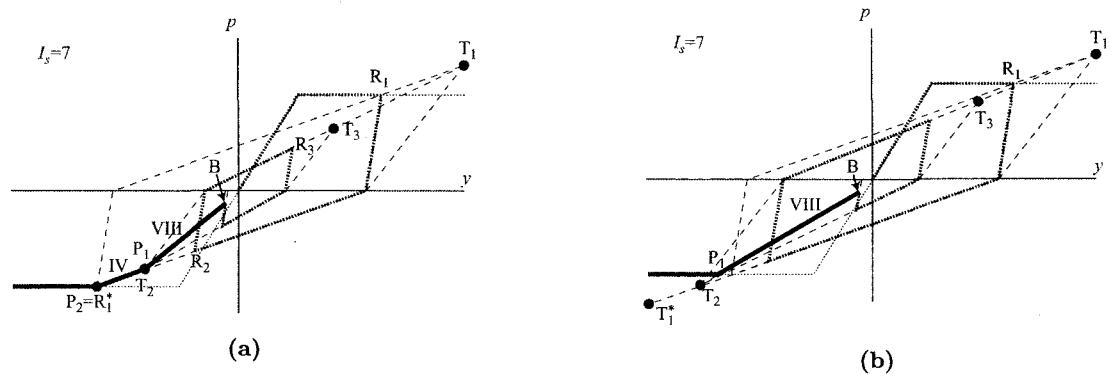


図-17 $I_s = 7$ の経路上からの変位反転後の単調応答(点 T_2 を目指す場合)

点 T_1 の更新を伴う場合： 図-21に示すように、点 T_2 もしくは T_3 が $p = \pm p_U$ の外側に位置する場合、変位の反転が、外部曲線を構成する点 R_{1o} からの除荷経路を横切ってから生じる可能性がある。そのような場合には、点 T と R の更新を(6)b)の場合と同様に行う。

点 T_3 の更新を伴う場合： 図-22に示すのは、最も外側の内部曲線よりもさらに外側で変位反転が生じる例である。このような場合に点 T_3 は更新される。ここに、点 R_{3o} は点 B で変位が反転する直前まで点 R_3 である点である。点 T_3 の更新の判定は、点 R_{3o} からの完全除荷点 Z と点 P_1 の y 座標を比較することにより行われ、式(6)が満足されるとき、点 T_3 は点 T_{3o} から点 T_{3n} へと更新される。そして、点 T_{3n} は直線 P_1T_{3n} と T_1R_{3o} の交点である。また、点 T_3 が更新されるとき、点 R_3 もまた点 R_{3o} から R_{3n} へと更新される。直線 T_1R_{3o} と BP_1 の交点が点 R_{3n} である。

c) 点 T_1 を目指す場合の挙動

図-20に示されるように、点 P_2 は直線 P_1T_1 と $p = \nu p_U$ の交点である。

さらに、この場合、点 T_2 は点 T_{2o} から点 T_{2n} へと更新される。点 T_2 の更新の判定は点 R_{2o} からの完全除荷点 Z と点 P_1 の y 座標を比較することにより行われ、式(6)が満足されるときに更新される。そして、点 T_{2n} は

直線 P_1T_{2n} と $T_1^*R_{2o}$ の交点である。点 T_2 が更新される場合は、点 R_2 もまた点 R_{2o} から R_{2n} へと更新される。直線 $T_1^*R_{2o}$ と BP_1 の交点が点 R_{2n} である。なお、点 B で変位が反転したのち点 P_1 に向かう除荷経路は $I_s = 5$ に分類される。

4. おわりに

本文では、著者らが提案している Winkler 型の基礎・地盤間相互作用バネの $p-y$ の新しい履歴則の詳細をコンピュータコード化の観点から示した。新しい履歴則は載荷履歴に応じた相互作用バネの挙動の違い(載荷パターン依存性)を統一的に記述できるものである。既往の研究は主として正負交番載荷に対してのみ検討されている場合が多いが、地震動はランダム載荷を引き起こす。その点において、本研究は載荷パターン依存性について検討を加えたところが既往の研究と根本的に異なる。今後、深い基礎の振動台実験結果と比較するなど、さらなる検証を行う予定である。

参考文献

- Shirato, M., Koseki, J., and Fukui, J.: Nonlinear hysteretic load transfer model for Winkler type soil-foundation interaction springs for deep foundations,

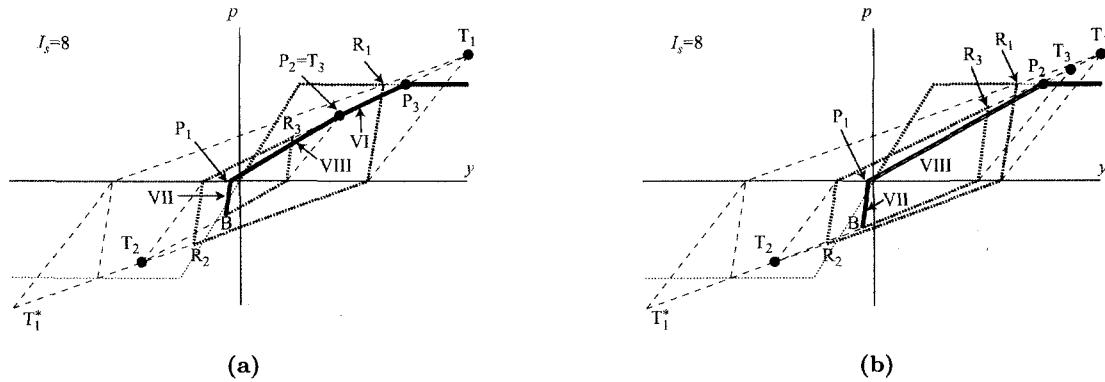


図-18 $I_s = 8$ の経路上からの変位反転後の単調応答 (点 T_3 を目指す場合)

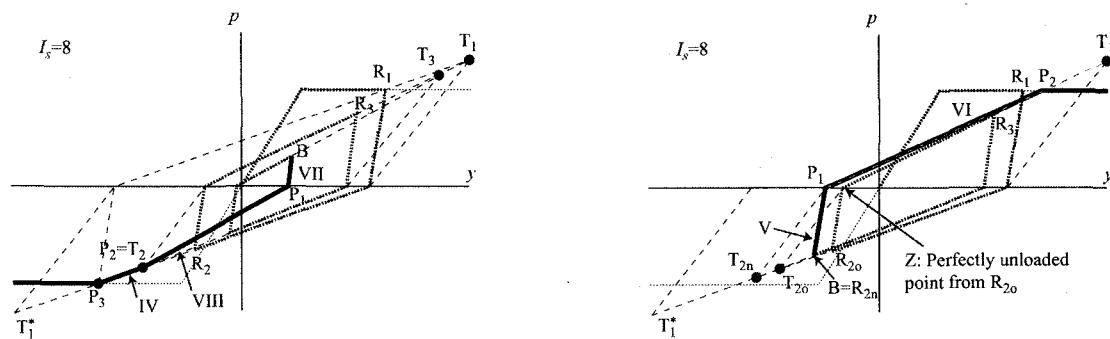


図-19 $I_s = 8$ の経路上からの変位反転後の単調応答 (T_2 を目指す場合)

図-20 $I_s = 8$ の経路上からの変位反転後の単調応答 (点 T_1 を目指す場合)

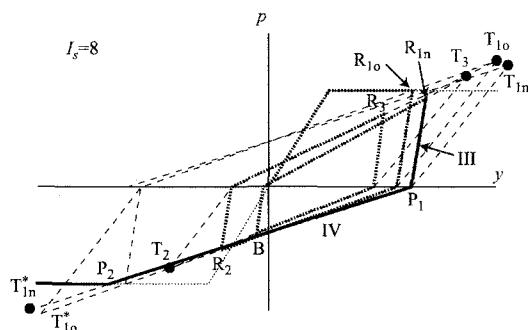


図-21 $I_s = 8$ の経路上からの変位反転後の単調応答 (点 T_1 の更新を伴う場合)

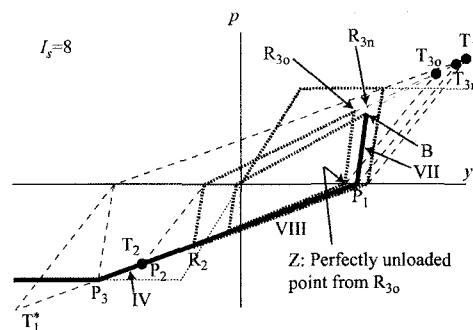


図-22 $I_s = 8$ の経路上からの変位反転後の単調応答 (点 T_3 の更新を伴う場合)

Int. conf. on cyclic behaviour of soils and liquefaction phenomena, Balkema, 2004. (印刷中)

- 2) 白戸真大, 福井次郎, 古関潤一: Winkler型の基礎・地盤間水平相互作用バネの履歴モデル, 土木学会地震工学論文集, Vol. 27, Paper No. 148 (CD-ROM), 2003.
- 3) 白戸真大, 福井次郎, 古関潤一: 基礎・地盤間水平相互作用バネの履歴特性(その1), 日本地震工学会大会-2003 梗概集, pp. 334-335, 2003.
- 4) 白戸真大, 福井次郎, 古関潤一: 基礎・地盤間水平相互作用バネの履歴特性(その2), 日本地震工学会大会-2003 梗概集, pp. 336-337, 2003.