

履歴減衰を導入した構造減衰に関する一考察

横川 英彰¹⁾, 竹ノ内 勇²⁾, 宇野 裕恵³⁾

¹⁾正会員 工修 オイレス工業株式会社 免制震カンパニー 支承設計部 (〒105-8584 東京都港区芝大門 1-3-2)

²⁾非会員 オイレス工業株式会社 免制震カンパニー 支承設計部 (同上)

³⁾正会員 工修 オイレス工業株式会社 免制震カンパニー 支承設計部 (同上)

1. はじめに

最近、履歴減衰部材が普及してきた。これらは、比較的簡単にモデル化できるが、降伏剛性である1次剛性が非常に大きな値であるため時刻歴応答解析を行なう際に、構造減衰の設定方法によっては、履歴減衰部材が性能以上に評価されることが指摘されている。

これらについて検討した既往の研究を挙げると、汎用ソフトを用いて、さまざまな構造減衰を導入して比較検討を行なった研究¹⁾や、1次剛性を変化させてその応答を比較した研究²⁾、2自由度系モデルを用いて、レーリー減衰の影響を評価し、トリリニアモデルを用いて1次剛性の影響を排除する方法を示した研究³⁾がある。これらの研究は、構造減衰の導入方法を変化させて時刻歴応答解析を行なった場合の検討のみであり、減衰マトリックスによって考慮される減衰をモード毎に検討を行なったものではない。

構造減衰を定量的に評価を行なうには、構造減衰として導入される減衰マトリックスの評価が重要となる。減衰マトリックスを含んだ構造系の評価には風や、機械振動、振動制御などの分野で用いられている複素固有値解析を用いると可能である。

そこで、本論文では、最初に汎用ソフトの問題点を挙げ、次に、簡単な2自由度の振動系に履歴減衰を付加した場合のレーリー減衰の設定方法に着目し、複素固有値解析を用いて構造減衰の設定方法について検討する。

2. 汎用ソフトにおける問題点

ここでは、汎用ソフトの問題点について説明する。現在、いくつかの汎用解析ソフトが発売されているが、それらの多くは、非常に使いやすく解析を身近なものにするだけでなく、実務上においても、汎用性が高く、さまざまな橋梁や構造物の解析を行なえる。

その反面、振動論など解析に関する知識が無くても使えてしまうため、解析結果に関する評価が不十分であることも考えられる。そこで、汎用ソフトにおいて、非線形履歴モデルを用いた解析を行なう際の

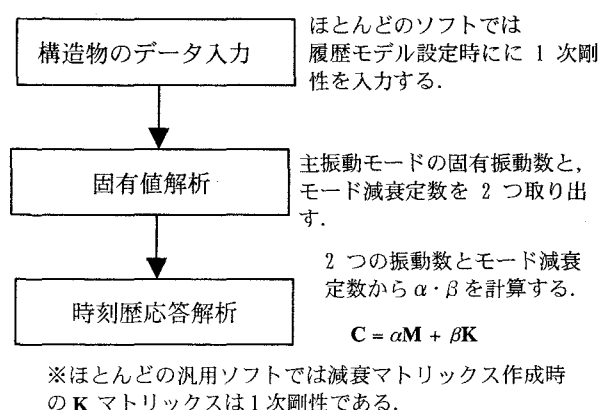


図-1 一般的な解析手順

問題点をいくつか列挙する。図-1に一般的な解析手順について示す。

(1) 構造物のデータ入力

汎用ソフトでは、GUI(グラフィカル ユーザー インターフェース)などを利用してデータを入力するのが一般的であり、履歴モデルを設定する際に、ほとんどのソフトは1次剛性を入力するようになっている。これに併せて、履歴モデルも入力するが、この段階で「履歴減衰を考慮しており、構造減衰の設定方法に注意する」という認識を持つ必要がある。

(2) 固有値解析

汎用ソフトでは(1)で入力した履歴モデルを入力した部材では、1次剛性が入力されており、固有値解析でも1次剛性で解析を行なっている。固有値解析で1次剛性を用いた場合、高次モードの減衰定数が増加するため、レーリー減衰を用いた場合、パラメータ α 、 β のうち、 β の値が増加すると考えられる。

(3) 時刻歴応答解析

時刻歴応答解析は、(1)で入力したモデルと、(2)で決定した主振動モードの振動数、モード減衰定数に基づいてレーリー減衰のパラメータ、 α 、 β を設定し、構造減衰として減衰マトリックスを $C = \alpha M + \beta K$ として設定する。ここで、 K マトリックスは履歴モデルの1次剛性で作られる場合が多く、当然のことながら、 $\beta \times 1$ 次剛性も大きな値となるため、構造減衰を過度に与えてしまう可能性がある。

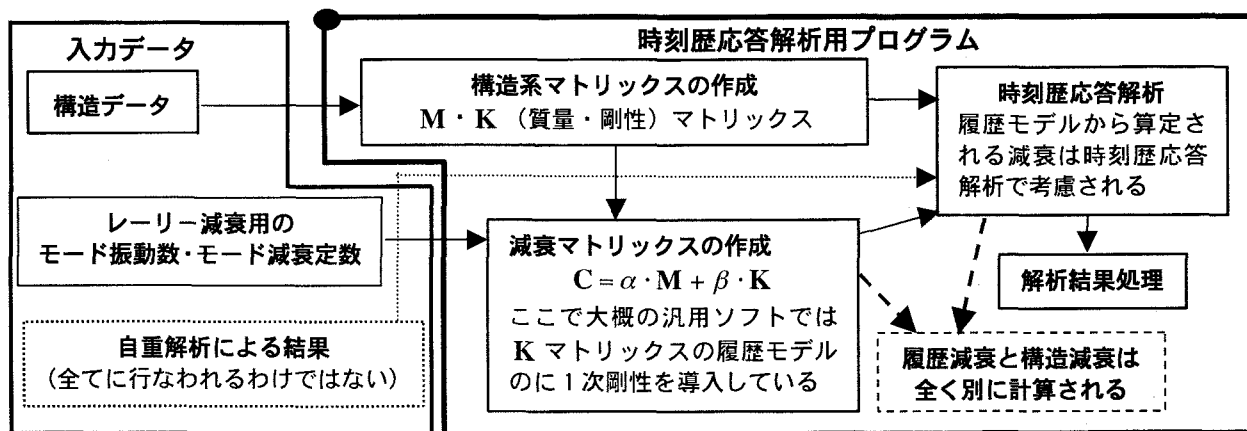


図-2 時刻歴応答解析プログラムの処理手順

以上の(1)～(3)で挙げたようなことは、履歴部材のように時間によって剛性が変化するような解析を行なう場合に問題となる。この問題は、実際の挙動との整合性が崩れたり、場合によっては非常に危険側の設計となってしまう可能性があるため、解決すべきであると考えられる。

3. 時刻歴応答解析プログラムの処理手順

ここでは、非常に基本的な事項であるが、一連の解析の中で最終的に行なわれる、時刻歴応答解析プログラムの処理手順について説明を行なう。

図-2 に一般的な解析手順を示す。

(1) 入力データ

入力データは以下のとおりである。

- ①構造データ
- ②レーリー減衰用のモード振動数・モード減衰定数
- ③場合によっては、自重解析の結果

①の構造データは動的解析を行なう上で、計算を行なう際に、元となるデータである。

②のレーリー減衰用のパラメータは、2. で示したように、動的解析を行なう前段において算出されるもので、一般的に低次モードでかつ主振動モードの刺激係数が大きい順に 2 つのモード振動数、モード減衰定数を選択するのが一般的である。

③の自重解析の結果は、はりモデルなどで、軸力を考慮する場合に用いられる。モデル化の方法は設計思想や、コストなどにより変わるため、自重解析は行なわれない場合もある。

(2) 時刻歴応答解析用プログラム

動的解析のプログラムは以下に示す 4 つの処理に分けられる。

- ①構造系マトリックスの作成
- ②減衰マトリックスの作成
- ③時刻歴応答解析
- ④解析結果処理

①では、構造データから構造マトリックス(質量: M と、剛性: K) が作成される。このとき、ほと

んど汎用ソフトでは入力された剛性(履歴モデルでは 1 次剛性)に基づき剛性マトリックスを作成する。

②ではモード振動数・モード減衰定数から、レーリー減衰におけるパラメータ α , β が求められ、減衰マトリックス C が作成される。レーリー減衰は $C = \alpha M + \beta K$ で示され、 M と K は、①で作成された値を用いるのが一般的である。

③では①で作成された構造マトリックスと、②で作成された減衰マトリックスを用いて時刻歴応答解析を行なう。一般的に Newmark の β 法が用いられているが、解析対象により、Willson- θ 法や、衝撃加速度法など、さまざまな方法がある。また、時刻歴応答解析の方法には、ソフトによりノウハウがあるといわれている。

④は解析結果処理である。これは、前段の時刻歴応答解析から出力されるデータを処理する部分である。出力されたデータの中から、必要な部分だけを取り出したり、図化を行なったり、ソフトによっては、挙動のアニメーションを出力するソフトもある。

以上に挙げた手順の中で、構造解析上必要不可欠であるが、既往の研究ではあまり着目されていなかった減衰マトリックス C に着目し、複素固有値解析を用いて、時刻歴応答解析に導入される構造減衰の検討を行なう。

4. 複素固有値解析

ここでは、複素固有値解析の概略を説明する。前述のように、これは、減衰マトリックスを含めた評価を行なう固有値解析の方法である。 M を質量マトリックス、 C を減衰マトリックス、 K を剛性マトリックス、 x を変位ベクトル、 a を入力加速度とすると、一般的な運動方程式は式(1)のように示すことができる。

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = -M \cdot a \quad (1)$$

これを1つのシステムと捉えるために、式(2)に示すような状態表現を用いる。

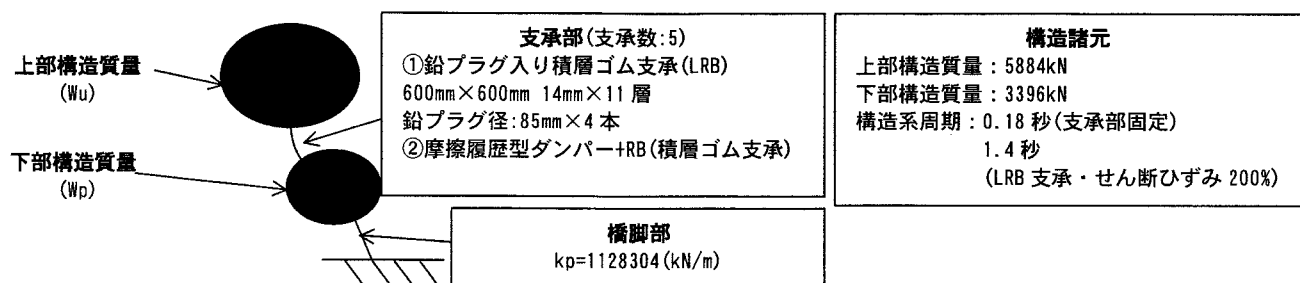


図-3 解析モデル

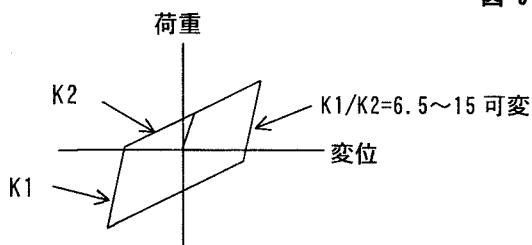


図-4 鉛プラグ入り積層ゴム支承(LRB)履歴モデル

$$\dot{\mathbf{R}} = \mathbf{A}\mathbf{R} + \mathbf{B}u \quad (2)$$

$\mathbf{B}$ は入力マトリックス, u は外乱を示すスカラー量である。ここで, $\mathbf{R}$ を

$$\mathbf{R} = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

とすると, 式(1)の左辺は, 以下のようなシステムマトリックス $\mathbf{A}$ に変換される。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4)$$

ここで, $\mathbf{I}$ は単位マトリックス, $\mathbf{0}$ は, 零マトリックスである。マトリックス $\mathbf{A}$ の固有値 e_i は, 式(5)に示すような値となる。

$$e_i = -\omega_i h_i \pm i\omega_i \sqrt{1-h_i^2} \quad (5)$$

ここで, ω_i は固有角振動数, h_i は減衰定数である。また, 添字 i は, モード次数を示している。

この結果から, i 次モードの角振動数 ω_i は,

$$\omega_i = |e_i| \quad (6)$$

で, 示され, $|e_i|$ は複素固有値 e_i の絶対値である。

また i モードの減衰定数 h_i は

$$h_i = \frac{-\text{Re}(e_i)}{\omega_i} \quad (7)$$

と示される。ここで, $\text{Re}(e_i)$ は固有値 e_i の実部である。式(1)～式(7)より, 複素固有値解析を用いれば, 質量, 減衰, 剛性からモード振動数, モード減衰定数が求められることが分かる。

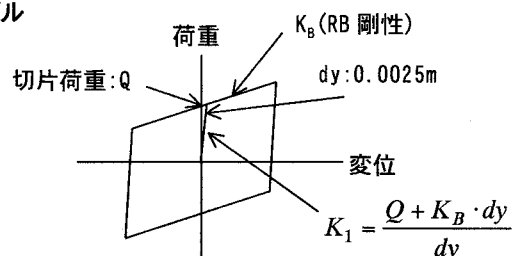


図-5 摩擦履歴ダンパー+積層ゴム支承(RB)履歴モデル

5. 解析モデル・ケース

(1) 解析モデル

解析モデルは, 上部構造-下部構造の関係の中で, 一番簡単な振動系として2自由度モデルとした。モデルのパラメータは図-3に示すとおりである。ここで, 下部構造は本来は履歴部材であるが, 支承部のみ着目する意味で線形とした。これらは参考文献⁴⁾を参考に設定した。また, 支承部は図-4に示すような, 鉛プラグ入り積層ゴム支承(以下 LRB)と図-5に示すような摩擦履歴ダンパー+積層ゴム支承(以下 ダンパー+RB)の履歴を重ね合わせたものとした。両者とも基本的に履歴モデルとしては同じものであるが, 既往の設計における構造減衰の設定法に対する観点からあえて別に検討を行なった。

(2) 解析ケース

設計パラメータの推移によるものとして, 以下のケースを考える。

a) 剛性パラメータ

1次剛性の変化によって, 考慮される減衰の推移について検討する。

LRB については, 等価剛性で減衰マトリックスを作成したもの(KB)と, $K1/K2$ を変化させて1次剛性で減衰マトリックスを作成した両者の比較を行なう。

ダンパー+RB に関しては, ダンパーの抵抗力(Q)を上部構造重量(Wu)との比: Q/Wu をパラメータとして0.01から1.0まで推移させることにより, 1次剛性の値を増加させた状態で減衰マトリックスを作成したものとの比較を行なった。なお, 両ケースとも複素固有値解析時に用いる支承剛性は実設計に対応させ, せん断ひずみを200%とした場合の等価剛性を用いている。

b) 変位パラメータ

支承のせん断ひずみの推移によって変化する構造減衰について検討する。

LRB では, $K1/K2=6.5$ とした場合について, ダンパ

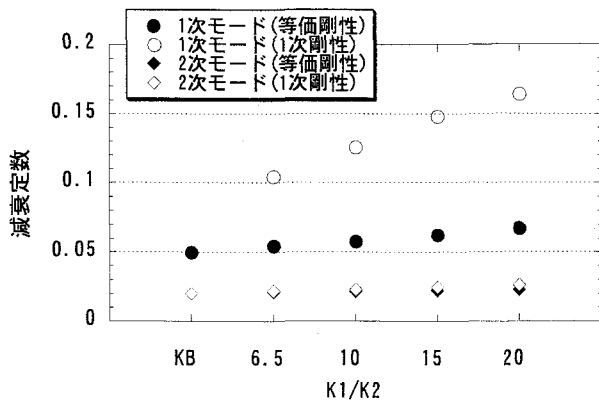


図-6 LRB の剛性パラメータによる減衰定数

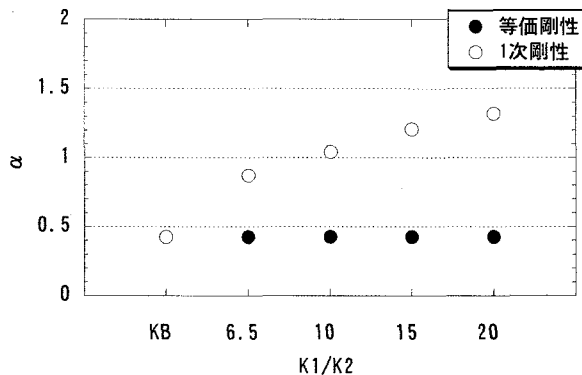


図-7 LRB の剛性パラメータによるαの変化

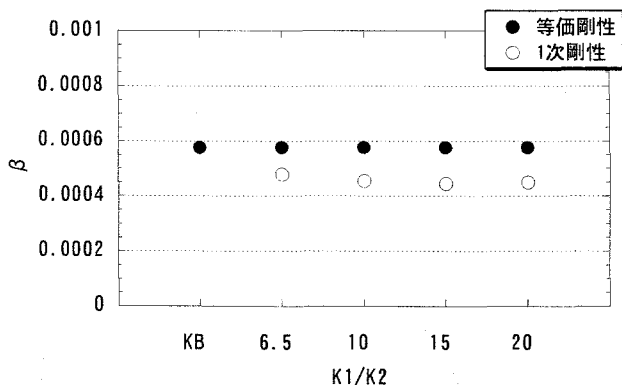


図-8 LRB の剛性パラメータによるβの変化

ー+RB では、 $Q/Wu=0.3$ とした場合について検討を行なった。なお、両者ともせん断ひずみを 50%から 300%まで変化させている。この場合も a) の解析ケースと同様に支承部にはせん断ひずみに対応した等価剛性を複素固有値解析時に用いている。

a) と b) に挙げたケースにおいて、等価剛性で固有値解析を行なってレーリー減衰のパラメータ α , β を決定した場合と、1 次剛性で固有値解析を行なって α , β を決定した場合の比較を行なう。

(3) α , β の算出方法・減衰マトリックスの作成方法

α , β は以下の式⁵⁾により算出している。

$$\alpha = \frac{4\pi f_1 f_2 (f_1 h_1 - f_2 h_2)}{f_1^2 - f_2^2} \quad (8)$$

$$\beta = \frac{f_1 h_1 - f_2 h_2}{\pi (f_1^2 - f_2^2)} \quad (9)$$

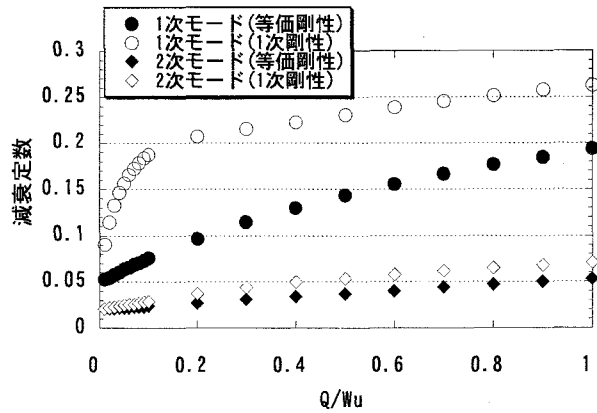


図-9 ダンパー+RB の剛性パラメータによる減衰定数

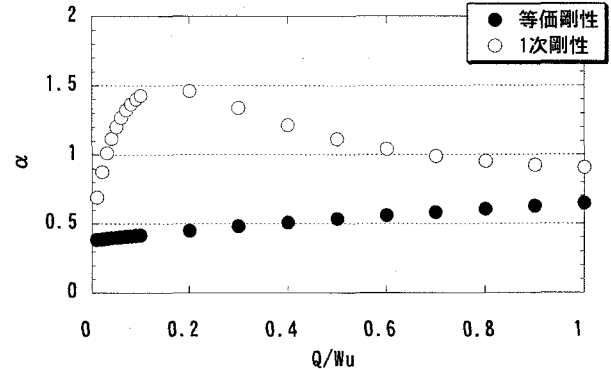


図-10 ダンパー+RB の剛性パラメータによるαの変化

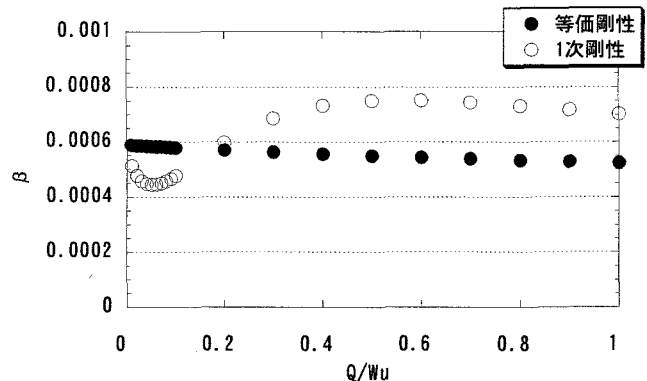


図-11 ダンパー+RB の剛性パラメータによるβの変化

ここに、 f_i は i 次モードの固有振動数、 h_i は i 次モードの減衰定数である。 $f_i \cdot h_i$ を算出する際には、汎用ソフトと同様に非減衰系の固有値解析を行ない、この場合のモード減衰定数の算出方法については、道路橋示方書⁵⁾に基づく方法を用いている。減衰マトリックスは $C = \alpha M + \beta K$ で計算されることを既に示してあるが、具体的に書くと、複素固有値解析に用いるシステムマトリックス A は式 (10) のように書き換えることができる。

$$A = \begin{bmatrix} -M^{-1}(\alpha M + \beta K_1) & -M^{-1}K_e \\ I & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

ここで、 K_1 は、支承部に 1 次剛性を用いた剛性マトリックス、 K_e は支承部に等価剛性を用いた剛性マトリックスである。

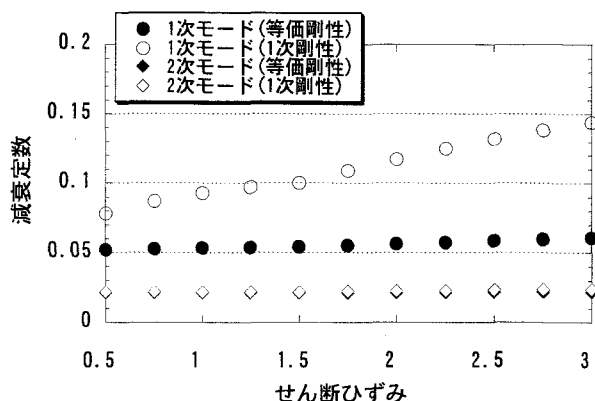


図-12 LRBの変位パラメータによる減衰定数

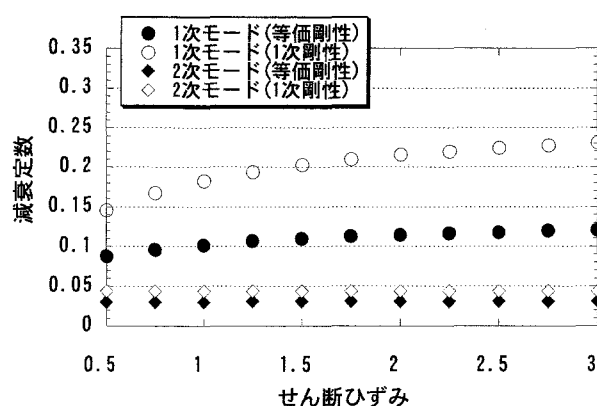


図-15 ダンパー+RBの変位パラメータによる減衰定数

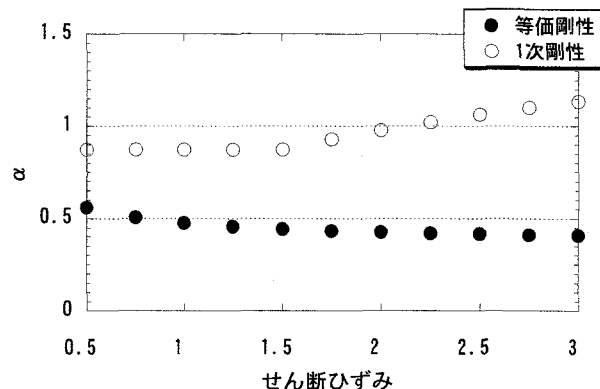


図-13 LRBの変位パラメータによるαの変化

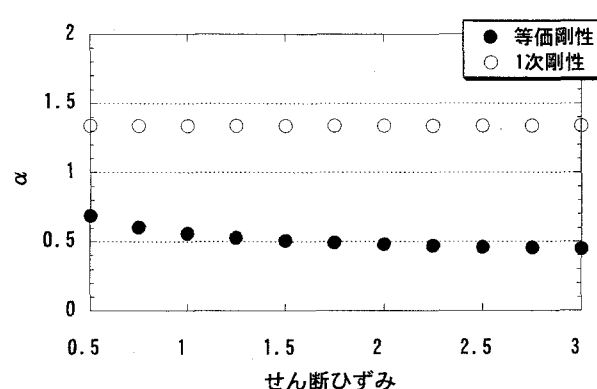


図-16 ダンパー+RBの変位パラメータによるαの変化

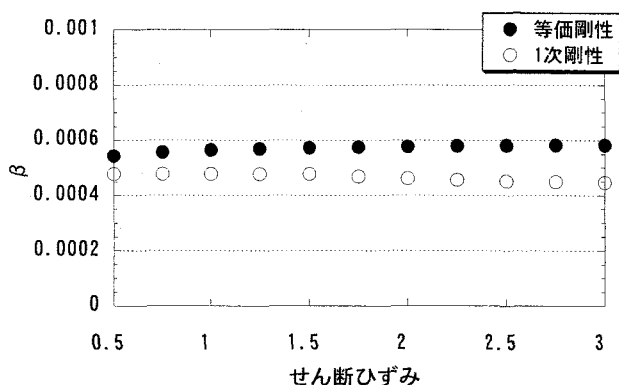


図-14 LRBの変位パラメータによるβの変化

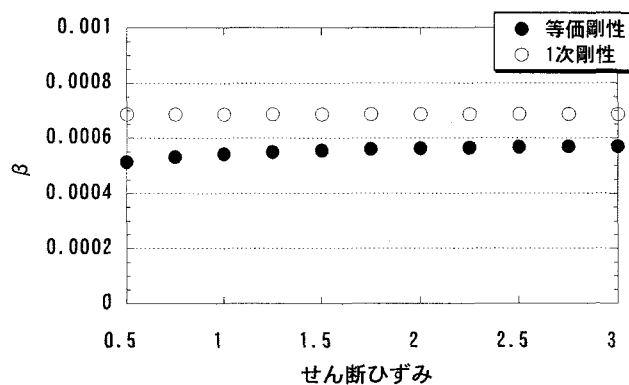


図-17 ダンパー+RBの変位パラメータによるβの変化

6. 解析結果と考察

(1) 剛性パラメータ

a) LRB

図-6より、LRBの1次剛性が増加するに従い、支承部の変形が卓越する1次モードの減衰定数の増加が顕著となる。1次剛性で α 、 β を決定した場合、1次モードの減衰定数にして、10%程度と履歴減衰と同等な構造減衰が付加される。これは、過剰に減衰を評価している可能性がある。また、等価剛性で α 、 β を決定した場合、1次モードの減衰定数は微増するが、5%程度と構造減衰としては妥当な値である。次に2次モードをみると、両者ともほぼ同じ値を示している。このことから、2次モードに関してはそれほど減衰定数の増加はない。

また、図-7、図-8より1次剛性で α 、 β を決定した場合、1次剛性の値が増加するに従って、 α が大幅に

増加する。図-6に示した1次剛性で決定した場合の1次モードの減衰定数と、図-7の1次剛性で決定した場合の α は良い対応を示している。このことから、今まで問題にされてきた β と1次剛性の関係以外にも、質量にかかるパラメータ α にも問題があることが分かった。LRBのような免震支承を用いる場合には、等価剛性で固有値解析を行ない、 α と β を決定する必要があると考えられる。

b) 摩擦履歴ダンパー+RB

図-9より、LRBと同様に、 Q/W_u の増加に従って1次剛性も増加する。これに従い、1次剛性で α 、 β を決定すると、 Q/W_u の増加によって1次モード・2次モードの減衰定数も増加する。 $Q/W_u=0.3$ では1次モードの減衰定数として22%という非常に大きな値となる。これは、ダンパーによって付加される履歴減衰よりも大きな減衰を見込んでしまう可能性がある。また、等価剛性によって α 、 β を決定した結果では、1次剛

性で α , β を決定した時より減衰定数は低い値を示すが, $Q/Wu=0.3$ では1次モードの減衰定数で13%程度と高い値を示す。これも, 構造減衰としては高めの値ではないかと考えられる。次に, 2次モードについて見ると, 減衰定数は増加するが, 両者とも5%前後と減衰定数としては問題が無い値であると考えられる。

図-10, 図-11より, 1次剛性で α , β を決定した結果に着目すると, α に関しては, $Q/Wu=0.15$ 程度で最大値を示し, それからは減少する。 β に関しては逆の現象が起きており, $Q/Wu=0.1$ 程度で最小値となっている。図-9に示した減衰定数と比較を行なうと, $Q/Wu=0.15$ までは α が支配的となり, それ以降は1次剛性の値が増加するため β が支配的になると考えられる。一方, 等価剛性で α , β を決定した場合, α は増加するだけであり, β は, 減少する。図-9に示した等価剛性で決定した1次モードの減衰定数と, α の値の傾向がほぼ一致することから, LRBと同様に, β と1次剛性の関係だけではないと考えられる。

いずれにせよ, ダンパー+RBではLRBとは違い, 1次剛性の値が非常に大きいため等価剛性で α , β を決定しても構造減衰が大きくなってしまうので, 対策を講じる必要があると考えられる。

(2)変位パラメータ

a)LRB

図-12より, 1次剛性で α , β を決定した場合にはせん断ひずみが大きくなるほど減衰が増加することが分かる。1次モードに着目すると, せん断ひずみ50%では減衰定数が7%程度であったものが, せん断ひずみ250%では15%近くまで増加しており, 通常LRBの減衰定数が15~20%であることを考えると, 1次モードの減衰定数は, かなり大きな減衰であることがわかる。一方, 等価剛性で α , β を決定すると, 1次モードの減衰定数は, ほとんど増加しない。このことから, LRBなどの免震支承を用いる場合, 等価剛性で α , β の値を決定する必要がある。次に, 2次モードでは, 1次剛性で決定した場合も, 等価剛性で決定した場合もほぼ同じ値となり, 問題にはならないと考えられる。

図-13, 図-14から α は, 1次剛性で α , β を決定した場合, せん断ひずみが増加するに従い α も増加する傾向にある。しかし, 等価剛性で α , β を決定した場合には, せん断ひずみの増加に従い, α は低下する傾向にある。また, β について見ると, 両者ともほぼ一定の値を示している。また, 等価剛性で決定した方がやや大きめの値を示しているが, 値のオーダーが小さいため, ほぼ同じような値である。

以上の結果からも, LRBを用いた場合, 等価剛性でパラメータ α , β を決定する必要があると考えられる。

b)摩擦履歴ダンパー+RB

ダンパー+RBの結果についても, 図-15から, a)と同様に, 1次モードが卓越するため, 1次モードの減衰定数が上昇する傾向にある。1次剛性で α , β の値を決定した場合に関しては, せん断ひずみ50%とせ

ん断ひずみ250%を比較すると減衰定数は15%程度から23%程度まで, 8%ほど増加していることがわかる。また, 等価剛性で α , β を決定した場合では, 1次剛性で決定した場合ほどではないが, 1次モードの減衰定数は10%前後を推移しており, これも構造減衰としては大きな値ではないかと考えられる。これらのことから, せん断ひずみを変化させた場合でも, ダンパー+RBでは, 構造減衰を過剰に見込んでしまうことが分かる。次に, 2次モードの減衰定数については, 等価剛性で α , β を決定した結果よりも, ダンパー+RBの方が減衰定数が若干増加するが, 減衰定数としては5%前後となっており, 問題にならないような値であると考えられる。

図-16, 図-17から, α の値は, 等価剛性で決定した場合, 減少する傾向にある。 β の値から, 等価剛性で決定した場合, 若干値が増加する。このことから, 等価剛性において, 1次モードの減衰定数が上昇する理由は β にあることが分かる。

以上(1)・(2)の結果からレーリー減衰を設定する場合, β と1次剛性の関係だけではなく, α についても着目する必要があると考えられる。

7. まとめ

ここでは, 汎用ソフトの解析手順を示し, 問題点を示した。次に2種類の支承構造にレーリー減衰を適用した場合の構造減衰評価を複素固有値解析を用いて行なった。ここで得られた知見を以下に示す。

- ・ β と1次剛性の関係だけではなく, α に関しても着目する必要があることが分かった。
 - ・免震支承(LRB)では, 等価剛性でパラメータ α , β を設定すれば構造減衰に関してはそれほど問題が無いことが分かった。
 - ・摩擦履歴型ダンパー+RBでは, パラメータ α , β を決定する際に何らかの対策を講じる必要がある。
- また, ここで示した結果は, 2自由度という上部構造-下部構造系の中では最小のモデルを用いたが, 今後, より実務設計に近い形での構造減衰の評価を行なっていきたいと考えている。

参考文献

- 1) 藍崎, 伊津野: すべり摩擦型免震支承のモデル化における1次剛性と減衰の与え方に関する検討, 第26回地震工学発表会講演論文集, 地震工学会, pp. 1073-1076, 2001. 8.
- 2) 矢田部, 運上: すべり系免震支承を用いた橋梁の地震応答に及ぼす摩擦履歴モデルの1次剛性の影響, 第58回年次学術講演会講演概要集, 土木学会, pp. 771-772, 2003. 9.
- 3) 斎藤, 佐藤, 横川, 宇野, 牧口, 下田: 摩擦履歴型ダンパーの適用とその実例, 第6回地震時保有水平耐力法に基づく橋梁の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集, 土木学会, pp. 133-138, 2003. 1.
- 4) 社団法人 日本道路協会: 道路橋の耐震設計に関する資料, pp. 5-21~5-36, 1997. 3.
- 5) 社団法人 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説 V耐震設計編, 2002. 3.