

P-Δ効果が1自由度系の応答に及ぼす影響

山下典彦¹・原田隆典²

¹正会員 博(工) 神戸市立工業高等専門学校助教授 都市工学科 (〒651-2194 神戸市西区学園東町8-3)

²正会員 工博 宮崎大学教授 工学部土木環境工学科 (〒889-2192 宮崎市学園木花台西1-1)

1. はじめに

重力に伴う復元力の低下をP-Δ効果¹⁾²⁾と呼んでおり、トップヘビーな構造物の場合には無視できなくなる。特に水平復元力が弾塑性応答をする場合、重力の影響により負勾配の復元力特性が生じ、激震による構造物の倒壊の原因の1つとも考えられる。アメリカやニュージーランドではじん性のみに期待した設計となっており、P-Δ効果の影響を考慮している。わが国の橋梁の耐震設計は、塑性域の変形性能を期待しながらも、残留変位規定や慣性力の下限值規定によって、ある程度の変形性能とある程度の耐力を有するような橋脚が得られるようになっており、P-Δ効果の影響が無視できる領域で設計している。しかしながら、ひとたび設計外力を超える外乱が作用した場合には、P-Δ効果の影響を検討する必要がある。さらに、その破壊過程を詳細に検討した研究も少ないのが現状で、そのほとんどが微小変形を扱ったもの³⁾⁴⁾であり、大変形を考慮したものは少ない。

本研究では、P-Δ効果による水平復元力低下の影響を調べるために、P-Δ効果を考慮した1自由度モデル(以下、回転1自由度モデル⁵⁾と呼ぶ。)を想定し、その際、大変形を対象とした厳密モデルおよび微小変形を対象とした近似モデルの2つを考えた。そして、各回転1自由度モデルと最も基本的な水平振動のみを扱った1自由度モデル(以下、水平1自由度モデルと呼ぶ。)について非線形応答解析を行い、固有周期一定と考えた場合の、各モデルの絶対加速度応答スペクトルおよび変位応答スペクトルを求め、P-Δ効果の抽出を試みた。さらに、重力による復元力の減少を具体的に把握するために履歴ループに着目し、P-Δ効果が構造物の非線形性に与える影響について検討を行った。

2. 回転1自由度モデルの運動方程式

P-Δ効果を考慮した回転1自由度モデルを示したもの

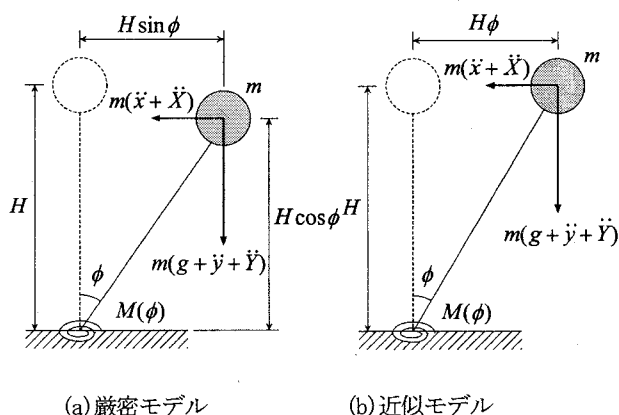


図-1 回転1自由度モデルの座標系

が図-1である。図-1(a)に示すような大変形を扱った回転1自由度厳密モデルおよび図-1(b)に示すような微小変形を想定して幾何学的近似($\cos \phi = 1, \sin \phi = \phi$)を行った回転1自由度近似モデルについて回転軸のモーメントの釣り合いから、運動方程式は各々次式で表される。

$$\ddot{\phi} + 2\xi \frac{2\pi}{T} \dot{\phi} + \frac{M(\phi)}{mH^2} = -\frac{\ddot{X}}{H} \cos \phi + \frac{g + \ddot{Y}}{H} \sin \phi \quad (1)$$

$$\ddot{\phi} + 2\xi \frac{2\pi}{T} \dot{\phi} + \frac{M(\phi)}{mH^2} = -\frac{\ddot{X}}{H} + \frac{g + \ddot{Y}}{H} \phi \quad (2)$$

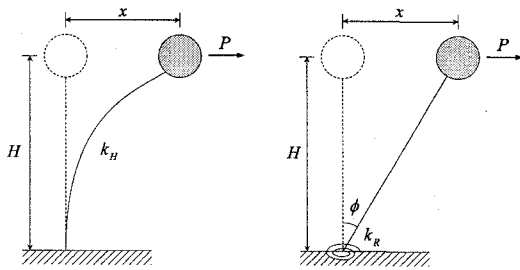
ここに、 m は質点の質量、 ξ は減衰定数、 T は固有周期、 $M(\phi)$ は復元力モーメント、 ϕ は橋脚の回転角(橋脚を剛体と仮定しており部材角と等しい)、 H は橋脚高さ、 g は重力加速度、 $\ddot{x}$ と $\ddot{y}$ は1自由度モデルの水平および鉛直方向の加速度である。さらに、 $\ddot{X}$ と $\ddot{Y}$ は水平および鉛直方向の入力地震動加速度であり、地震動の水平成分に加え、鉛直成分を考慮できることが、ここで用いる回転1自由度モデルの特徴である。回転1自由度モデルの非線形復元力特性は、モデルの回転軸で生じる塑性ヒンジを想定した回転バネによって評価するものとし、復元力モーメントと回転角の関係は、完全弾塑性型の復元力特性を持つものとする。

3. 回転1自由度モデルのP-Δ効果と 応答スペクトル

図-2に示すような水平1自由度および回転1自由度近似モデルが、それぞれの k_H , k_R のばねに支えられ水平力 P が载荷したときの変位 x より

$$k_H = \frac{1}{H^2} k_R \quad (3)$$

の関係が得られ、 $x = \phi H$ の関係から水平1自由度モデルの運動方程式は回転1自由度近似モデルの運動方程式に変換できる⁶⁾。したがって、復元力の項は図-3に示すように $(k_H - \frac{mg}{H})x$ で表現され、復元力の減少が生じることがわかる。これらの関係は、回転1自由度厳密モデルにおいても同様である。



(a) 水平1自由度モデル (b) 回転1自由度近似モデル
図-2 P-Δ効果の抽出

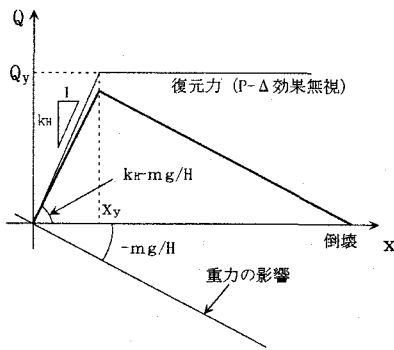


図-3 P-Δ効果を考慮した荷重-変位関係

また、この復元力の項は、固有周期 T を用いて

$$\left(k_H - \frac{mg}{H}\right)x = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \left(m - \frac{mg}{(2\pi)^2 H}\right)x \quad (4)$$

のように書き換えられるので、復元力の減少(P-Δ効果)は、上式右辺のように固有周期の2乗に比例し、橋脚高さ H に反比例することがわかる。建築物では、固有周期 T が、高さに正比例するために、P-Δ効果は固有周期に比例して大きくなる。しかし、橋梁等の構造物では、固有周期と橋脚高さに明確な相関がある場合

もあるし、そうでない場合もあるので、本論文では、P-Δ効果について固有周期と橋脚高さを独立なパラメータとして取り扱うこととする。

ここでは、P-Δ効果の影響を把握するため水平1自由度モデルおよび回転1自由度モデルの絶対加速度応答スペクトルを比較する。その際、回転1自由度モデルの回転運動を水平運動に変換している。回転1自由度厳密および近似モデルについて水平方向最大絶対加速度の式を示すと各々次式のようにになる。

$$\ddot{x}_{\max} = \left[ABS. \left\{ \ddot{X} + \left(-H \sin \phi (\dot{\phi})^2 + H \cos \phi (\ddot{\phi}) \right) \right\} \right]_{\max} \quad (5)$$

$$\ddot{x}_{\max} = \left[ABS. \left\{ \ddot{X} + H \ddot{\phi} \right\} \right]_{\max} \quad (6)$$

線形系に対しては、絶対加速度応答スペクトルから変位応答スペクトルが求められるが、本論文で扱うモデルは非線形系であるため、変位応答スペクトルについても非線形効果とP-Δ効果を調べるものとする。

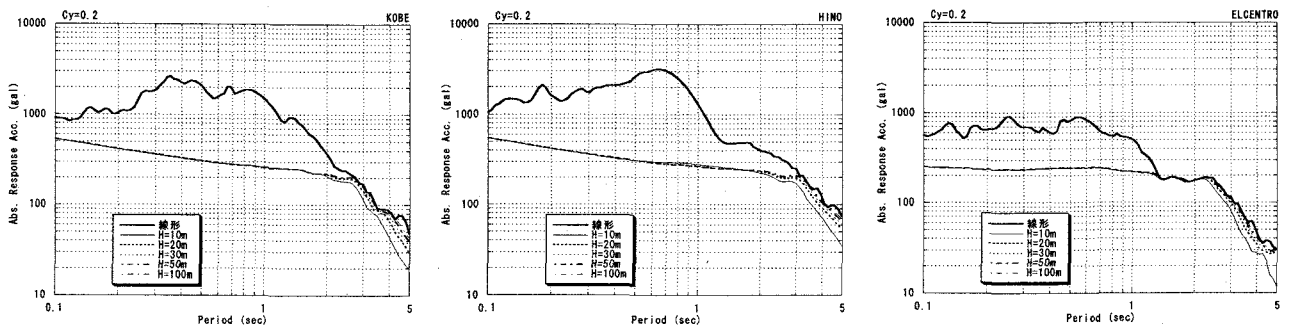
4. 数値計算例

非線形応答解析は、線形加速度法により行い、微小時間 $\Delta t = 0.001 \text{ sec}$ 、減衰定数 $\xi = 5\%$ 、橋脚高さ H を5ケース(10, 20, 30, 50, 100m)、構造物の降伏震度0.2について検討した。構造物の非線形特性は、あらかじめ設定した固有周期(0.1~5.0sec)を持つ構造物の降伏震度がある値に設定して降伏モーメント(降伏力)を求め、曲げモーメント-回転角関係(力-変位関係)から降伏角(降伏変位)を設定した。入力地震動としては、神戸海洋気象台(兵庫県南部地震)、日野(鳥取県西部地震)およびエルセントロ(インペリアル・バレイ地震)の観測地震記録のNS成分とUD成分を用いた。なお、水平1自由度モデルの非線形復元力特性についても比較のため、完全弾塑性モデルで表されるものとした。

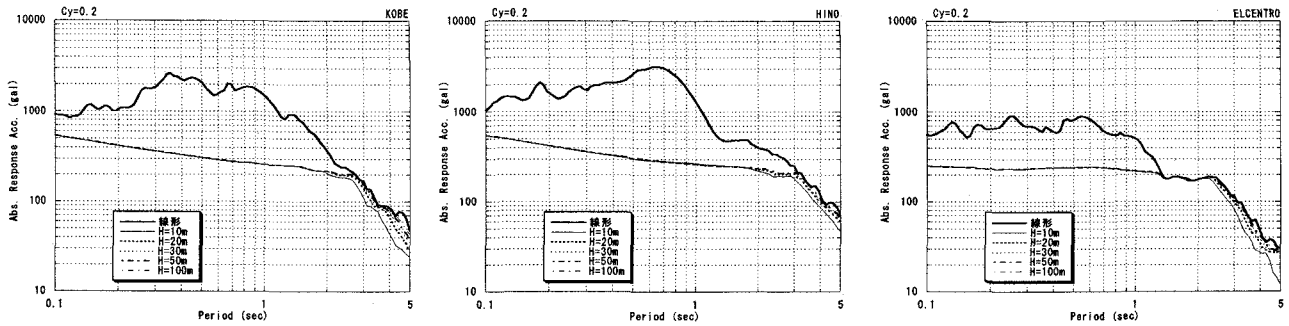
図-4は、水平および回転1自由度モデル(水平)の橋脚高さを変化させた場合の絶対加速度応答スペクトルを示したものである。実線太線が水平1自由度モデルの線形応答スペクトルであり、他は橋脚高さを変化させた場合の非線形応答スペクトルである。

(a)の近似非線形モデルにおいては、各入力地震動において2秒以上の長周期側で応答スペクトルに差が生じている。また、それは橋脚高さが低い程大きくなっている。(b)の厳密非線形モデルは、UD成分を作用させた場合の応答スペクトルを示しているが、(a)の近似非線形モデルと比較して橋脚高さが10mの場合、5秒付近で僅かであるが応答スペクトルが大きくなっている。

図-5は水平および回転1自由度モデル(水平)の橋脚高さを変化させた場合の変位応答スペクトルを示したも

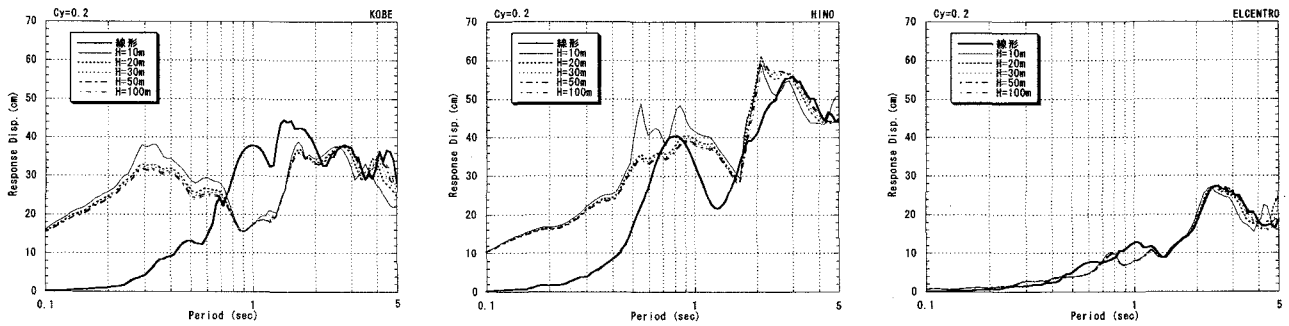


(a) 近似非線形 (P-Δ効果) モデル

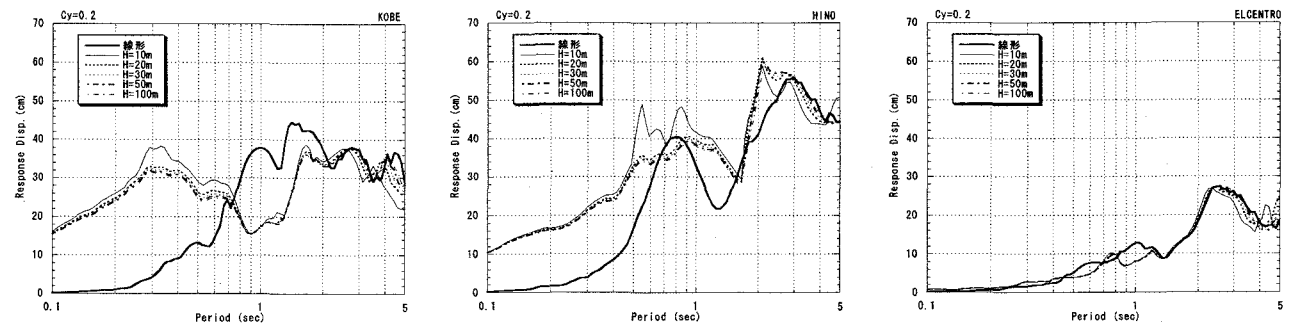


(b) 厳密非線形 (P-Δ効果, UD成分) モデル

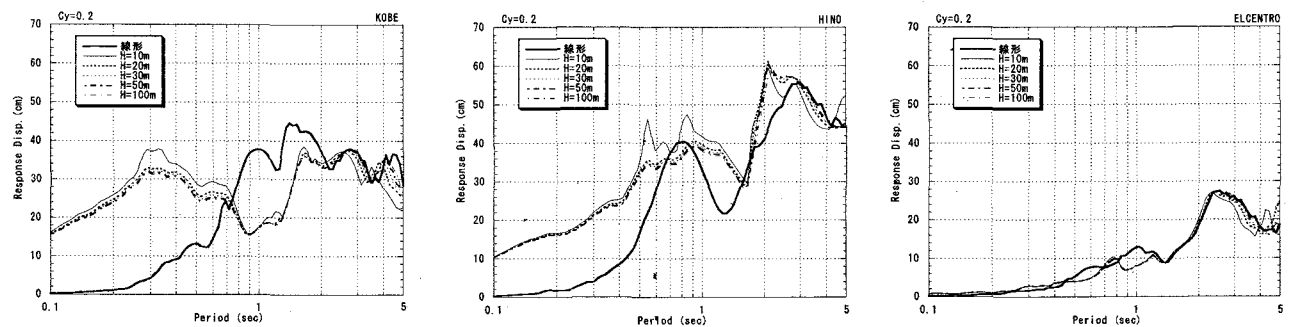
図-4 水平1自由度および回転1自由度モデルの絶対加速度応答スペクトル (神戸海洋気象台, 日野, エルセントロ)



(a) 近似非線形 (P-Δ効果) モデル



(b) 厳密非線形 (P-Δ効果) モデル



(c) 厳密非線形 (P-Δ効果) モデル (UD成分)

図-5 水平1自由度および回転1自由度モデルの変位応答スペクトル (神戸海洋気象台, 日野, エルセントロ)

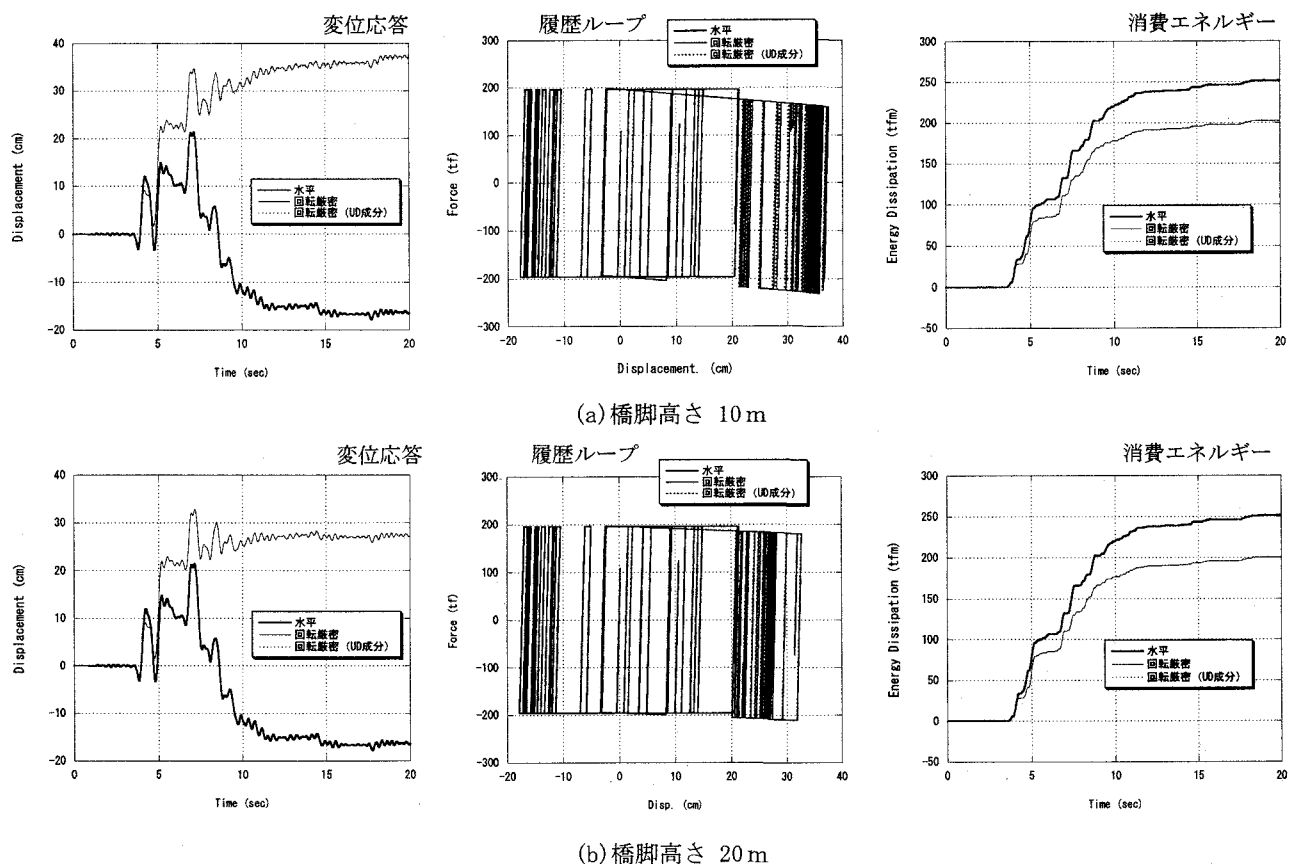


図-6 水平1自由度および回転1自由度厳密モデル（神戸海洋気象台，固有周期0.3秒）

のである。実線太線が水平1自由度モデルの線形応答スペクトルであり，他は橋脚高さを変化させた場合の非線形応答スペクトルである。橋脚高さが10mの場合は神戸海洋気象台(0.3秒付近)および日野(0.55秒,0.85秒)において応答スペクトルが大きくなっている。さらに，(a)の近似非線形モデルと(b)の厳密非線形モデルに差は見られないが，UD成分を作用させた場合の応答スペクトルでは，橋脚高さが10mの場合，図-4と同様に5秒付近で僅かであるが応答スペクトルが大きくなっている。

図-6は水平1自由度および回転1自由度厳密モデルに神戸海洋気象台の観測地震記録を作用させた場合の，変位応答，履歴ループ，消費エネルギーを橋脚高さ10mおよび20mについて示したものである。固有周期は変位応答スペクトルに差が生じる0.3秒から選定した。変位応答と履歴ループから残留変位が生じていることが読み取れ，特に橋脚高さが10mの場合は重力による復元力の減少が大きいことがわかる。消費エネルギーについても橋脚高さが10mの場合が20mを上回っている。

5. まとめ

回転1自由度厳密および近似モデルとの解析結果の間に殆ど差は生じなかった。さらにUD成分の影響も殆ど生じなかった。今後は，実構造物との対応を図るため，減

衰定数や質量をパラメータとした検討を行い，各解析モデルの基本応答特性について詳細な比較を行い，大変形を考慮した回転1自由度モデルにおいてP- Δ 効果が構造物の非線形性に与える影響についてさらに検討を加える必要がある。

参考文献

- 1) 秋山宏：エネルギーの釣合に基づく建築物の耐震設計，技報堂出版，pp.150-155，1999。
- 2) 石鍋雄一郎，半貫敏夫，秋山宏：地震下における骨組の変形応答に及ぼすP- Δ 効果の影響，日本建築学会構造系論文集，第559号，pp.79-83，2002。
- 3) 秋山宏：鋼構造剛接骨組の耐震性におよぼすP- Δ 効果の影響，日本建築学会論文報告集，第340号，pp.11-16，1984。
- 4) Bernal, D. : Amplification Factors for Inelastic Dynamic P- δ Effects in Earthquake Analysis, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.15, pp.635-651, 1987。
- 5) 曾我部博之，小高昭夫：強震を受ける弾塑性質点系のP- Δ 効果について，日本建築学会構造系論文集，第463号，pp.19-26，1994。
- 6) 山下典彦，原田隆典：P- Δ 効果が1自由度系の非線形応答に与える影響，地震工学論文集，pp.1-8（受付番号151），2003。