

等価線形法を用いた構造物の非線形性解析に関する研究

宇高竹和¹・成川匡文²・内田治³・大島快仁⁴

¹株式会社 地震工学研究所 代表取締役 (〒162-0067 東京都新宿区富久町 2-19-108)

²東京電力 株式会社 建設部 土木・建築センター所長 (〒100-0011 東京都千代田区内幸町 1-1-3)

³株式会社 地震工学研究所 技術部 部長 (〒162-0067 東京都新宿区富久町 2-19-108)

⁴株式会社 地震工学研究所 技術部 (〒162-0067 東京都新宿区富久町 2-19-108)

1. はじめに

最近のコンピュータの進歩による解析計算時間の短縮で、これまで不可能と考えられてきた色々な問題が、数値解析に置き換えられ再現可能となってきた。その上、兵庫県南部地震後、設計に使用される入力動が大きくなり構造物の非線形性が大切な問題になってきた。このような構造物の非線形性を表現するため、復元力特性にRC構造物は武田モデル、鋼構造物は標準型モデル等を使用した時間領域解析が行われている。その際、地盤の影響については地盤バネを用いた解析を行うことが多いが、この方法では厳密な意味での地盤バネの非線形性と振動数の依存性の表現は困難である。これらの解析をマクロで考えると、構造物と地盤部のモデル化の精度は等価でなく、構造物のモデル化に重点が置かれた解析になっている。今研究では、構造物の非線形性を等価線形法¹⁾⁴⁾⁵⁾を使用して簡便に表現し、同時に地盤の非線形性を含めた1体解析を精度良く行う手法を開発することを目的とする。この目的のため、構造物自体の弾塑性解析と等価線形解析を行い、等価線形法の弾塑性解析への適応範囲の検討を行った。

以下に研究内容を箇条書きにする。

(1) 等価線形モデルの理論的な分析・整理

等価線形法の妥当性を理論的に整理し分析する。特にこの理論的な整理法を構造物の等価線形法に応用し構造物の減衰の考え方へ拡張する。

(2) 構造物の弾塑性応答解析

標準的な構造物を想定して剛体基礎の条件で標準的な応答を求める。構造物の非線形モデルはRCでは武田モデル(*6)、鋼構造では標準型(*6)を用いる。入力動は波形

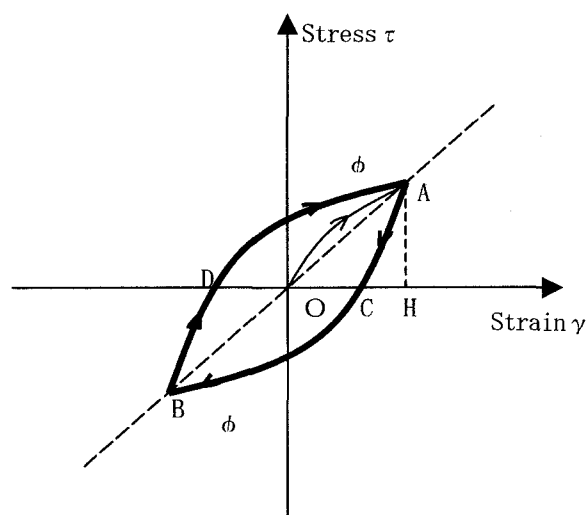


図2-1 典型的な応力-歪曲線

及び速度レベルをパラメータとし、伝達関数、応答スペクトル、最大加速度、せん断力で整理する。さらに弾塑性モデルと等価線形モデルの解析結果を比較検討し、等価線形法の適応性を把握する。

(3) 等価線形法の適応範囲の整理とまとめ

等価線形解析の構造物の弾塑性解析への適応範囲の検討を色々な角度から行う。

2. 等価線形法の理論的背景

ここでは等価線形法の理論的背景を述べる。特に地震時に示す地盤及び構造物の非線形性と複素応答法の関係を数学的に関連付け、非線形性を等価線形解析に置き換える為の考え方を理論的に整理する。図2-1に典型的な応力-歪曲線を示した。横軸が歪、縦軸が応力で図中でACBDのループを描いている。また原点OからAまでの曲

線は骨格曲線と呼ばれる立ち上がりの部分である。
図2-1に基づいたヒステリシス曲線は式2-1で表される。

$$\phi(\gamma, \dot{\gamma}) = \frac{1}{2}(\phi^+(\gamma)(1 + \text{sign}\dot{\gamma}) + \phi^-(\gamma)(1 - \text{sign}\dot{\gamma})) \quad (2-1)$$

ϕ = 全体のヒステリシス曲線

ϕ^+ = 歪速度が正の場合で曲線 BDA に対応する

ϕ^- = 歪速度が負の場合で曲線 ACB に対応する

γ = 歪

$\dot{\gamma}$ = 歪速度 (Strain Rate)

式の中で歪速度が正の場合は ϕ^+ で負の場合は ϕ^- になる。ここで等価な剛性 G と等価な減衰係数 C を導入し、さらに最小自乗法を用いてヒステリシス曲線上での応力の差を最小にする事を考えた。誤差 E は式2-2で表され、歪、歪速度、振動数の関数となる。この誤差 E を各々の変数で微分すれば等価の剛性 G と減衰係数 C が求められる。

$$E(G, C; \omega, \gamma) = \frac{\omega}{2\pi} \int_{\omega}^{2\pi} (\phi(\gamma_1 \dot{\gamma}) - G\gamma - C\dot{\gamma})^2 dt \quad (2-2)$$

最小自乗法に基づいて式2-2を剛性 G と減衰係数 C で微分し、その微分した答えがゼロになるような G と C を算出し $\gamma = \bar{\gamma} \cos \omega t$ の変数を導入すると等価の剛性 G と等価の減衰係数 C は以下のように表される。

$$\begin{aligned} G(\omega, \bar{\gamma}) &= \frac{\int_{\omega}^{2\pi} \frac{\gamma}{2} (\phi^+(\gamma)(1 + \text{sign}\dot{\gamma}) + \phi^-(\gamma)(1 - \text{sign}\dot{\gamma})) dt}{\int_{\omega}^{2\pi} \bar{\gamma}^2 \cos^2 \omega t dt} \\ C(\omega, \bar{\gamma}) &= \frac{\int_{\omega}^{2\pi} \frac{\dot{\gamma}}{2} (\phi^+(\gamma)(1 + \text{sign}\dot{\gamma}) + \phi^-(\gamma)(1 - \text{sign}\dot{\gamma})) dt}{\int_{\omega}^{2\pi} \bar{\gamma}^2 \omega^2 \sin \omega t dt} \end{aligned} \quad (2-3)$$

この利用法は色々と考えられるが便宜上、SEED や IDRIS⁵⁾ は等価剛性 G を図2-1で示す AOB を結ぶ割線剛性として考えた。さらに複素応答法で一般的に使用される $\omega C = 2G\beta$ を導入すると減衰定数 β は以下の式で表現される。

$$\begin{aligned} G(\omega, \bar{\gamma}) &= \frac{1}{\pi \bar{\gamma}} \int_{-1}^1 \left((\phi^+(\bar{\gamma}\xi) + \phi^-(\bar{\gamma}\xi)) \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \right) d\xi \\ C(\omega, \bar{\gamma}) &= \frac{\bar{\gamma}}{\pi \bar{\gamma}^2 |\omega|} \int_{-1}^1 (\phi^+(\bar{\gamma}\xi) + \phi^-(\bar{\gamma}\xi)) d\xi \quad (2-4) \\ &= \frac{\text{Area of the hysteresis loop}}{\pi \bar{\gamma}^2 |\omega|} \end{aligned}$$

$\beta = (\text{ヒステリシスループの面積 } ACBDA) /$

$(4\pi \times \text{三角形 } OAH \text{ の面積})$

この式は減衰定数の決定に最もよく使用されている式であることが認められる。さらに式2-2の右辺の関数

$(\phi^+ + \phi^-)$ が線形の場合には $G = G_0$ 、 $C = 0$ となる。

一般的な等価の剛性 G は正確には割線剛性ではなくて若干上下にシフトされると推察され、減衰定数の計算に用いられる三角形の面積が大きく求められたり、小さく求められたりして厳密な意味での減衰定数は従来の大きさとは異なってくる。このように剛性 G と減衰 β とは従来の求め方とは異なるが、基本的には従来の方法である割線剛性で良いように思われる。このような考え方は力と変位がループを描く非線形問題にも応用できる。

3. 解析対象構造物

構造物の解析モデルには10階建てのRC構造物と22階建てのS構造物を選んだ。図3-1と表3-1にRC構造物の多質点系のモデルと物性諸元を示した。このモデルは線形の場合は約1.5Hzに固有振動数を持っている。弾塑性解析の復元力特性としては武田モデルを使用した。同様に図3-2と表3-2にS構造物の多質点系のモデルと物性諸元を示した。このモデルは約0.43Hzに1次の固有振動数を持っている。弾塑性解析の復元力特性としてはバイリニアモデル(標準型)を使用した。

階高(m) 質点番号

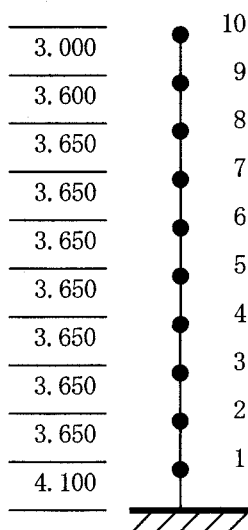


図3-1 RC 構造物の多質点系モデル

表3-1 RC 構造物の物性諸元

質点 番号	重量(ton) W	剛性 (ton/m)		強度 (ton)		変位 (cm)	
		K _o	K ₁	Q ₁	Q ₂	δ ₁	δ ₂
10	88.5	31250	4940	224.0	344.6	0.72	3.16
9	312.6	79060	12580	1163.0	1472.1	1.47	3.93
8	341.0	93760	14820	1330.1	1705.2	1.42	3.95
7	1828.1	191530	107200	2240.4	2333.7	1.17	1.26
6	1324.7	279260	188700	1780.2	1697.2	0.64	1.12
5	1272.2	280030	84200	1304.8	2289.1	0.47	1.64
4	1270.2	330380	82400	1223.4	2548.7	0.37	1.98
3	1303.5	366020	84300	1187.3	2826.9	0.32	2.27
2	1288.8	430510	94700	1255.0	3137.4	0.29	2.28
1	1364.6	666720	166400	1704.9	3551.8	0.26	1.37

高さ(m) 質点番号

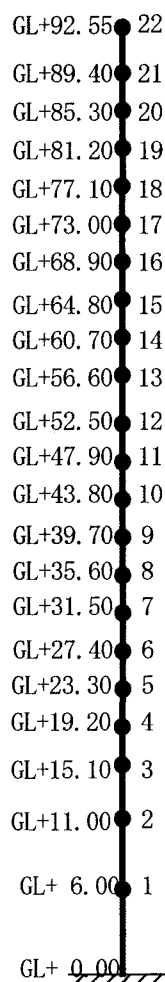


図3-2 S 構造物の多質点系モデル

表3-2 S 構造物の物性諸元

質点 番号	重量 (ton) W	剛性 (ton/m)		強度 (ton)		変位 (cm)	
		K _o	K ₁	Q ₁	Q ₂	δ ₁	δ ₂
22	400.3	47620	50000	500	550	1.05	1.1
21	1089.6	60000	57780	900	1040	1.5	1.8
20	955.9	80560	82500	1450	1650	1.8	2.0
19	811.7	83330	50000	1875	1900	2.3	2.25
18	833.7	95560	83330	2150	2500	2.25	3.0
17	832.2	97920	83820	2350	2850	2.4	3.4
16	844.0	104000	84800	2600	3180	2.5	3.75
15	853.8	106670	87590	2720	3460	2.55	3.95
14	871.4	110000	88100	2750	3700	2.5	4.2
13	833.1	116000	88070	2900	3875	2.5	4.4
12	1133.6	110770	78570	2880	4125	2.6	5.25
11	1173.4	135290	87880	3450	4350	2.55	4.95
10	884.4	130000	93010	3250	4325	2.5	4.65
9	870.0	130000	93010	3250	4325	2.5	4.65
8	881.7	132350	87240	3375	4275	2.55	4.9
7	870.0	139220	93750	3550	4500	2.55	4.8
6	885.5	150000	99470	3750	4725	2.5	4.75
5	895.0	150000	100510	4050	4925	2.7	4.9
4	895.0	143100	112220	4150	5050	2.9	4.5
3	1044.4	148210	126340	4150	5180	2.8	4.11
2	1092.3	129840	109180	4025	5350	3.1	4.9
1	1130.0	183330	160290	4125	5450	2.25	3.4

これらの復元力特性に基づいて、各階で等価線形法に必要な層間変位とばね定数及び層間変位と減衰との関係を前章で述べた方法に従って求めた。参考として図3-3

にRC構造物の5階の武田型モデルに基づいた等価線形法に使用する曲線³⁾⁵⁾を図3-4にS構造物の12階での標準型の等価線形法³⁾⁵⁾に使用する曲線を示す。

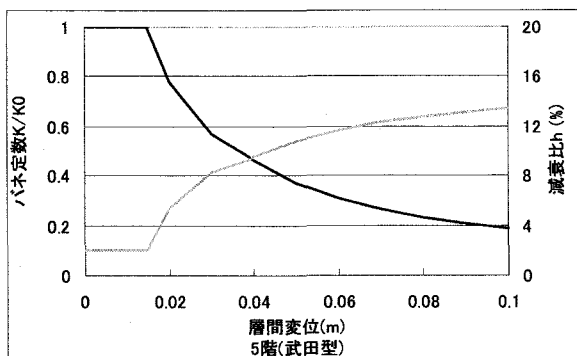


図3-3 RC 構造物の5階での等価線形曲線

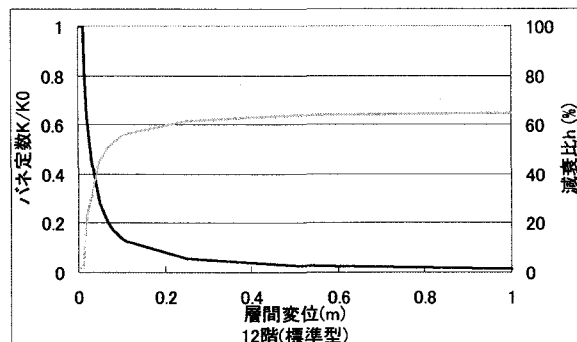


図3-4 S 構造物の12階での等価線形曲線

4. 入力地震動

解析は色々な地震波を使用して行われたが、ここでは臨海波を使用した解析結果を示す。図4-1に加速度波形と応答スペクトルを示した。臨海波は比較的広範囲にわたって平坦なスペクトルを持つ人工地震波で、一般的に軟弱地盤の解析に入射波として使用される場合が多い。原波形の最大加速度は310gal、速度は50.4Kineである。

5. 解析結果

ここでは弾塑性解析と等価線形解析との応答の比較を行った。比較検討の解析は入力レベルを10kine、25kine、50kine、75kine、100kineと変化させて行われた。解析結果は最上階での伝達関数と応答スペクトル、最大加速度と最大せん断力に着目して行われた。ここでは代表的な応答結果として50kineと100kine入力の応答が図化された。等価線形法に使用された有効歪に相当する有効層間変位として最大値の65%を使用した。最大せん断力の計算に際しては有効層間変位に基づいたバネ定数を使用した場合と最大層間変位から求められたバネ値を使用して求めたせん断力と2通りの最大値を示し弾塑性解析の結果と比較した。

RC 構造物については、図5-1と図5-2に50kineでの伝達関数と応答スペクトル、及び最大加速度と最大せん断力分布を示した。また図5-3と図5-4に100kineでの

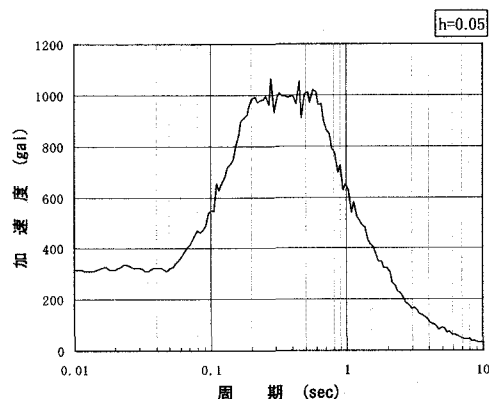
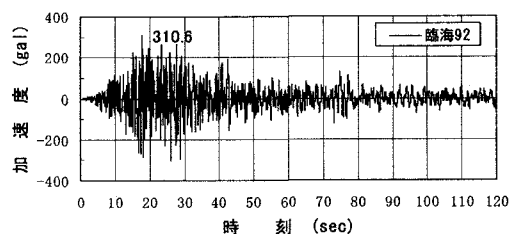


図4-1 臨海波

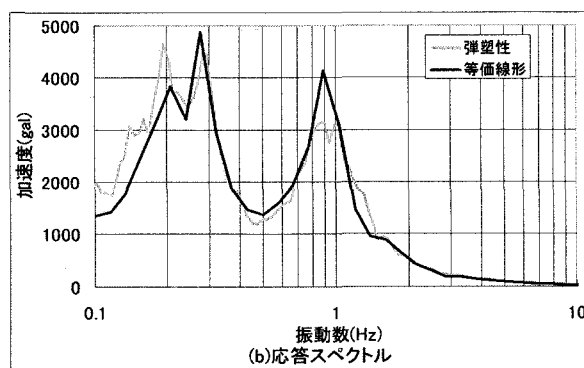
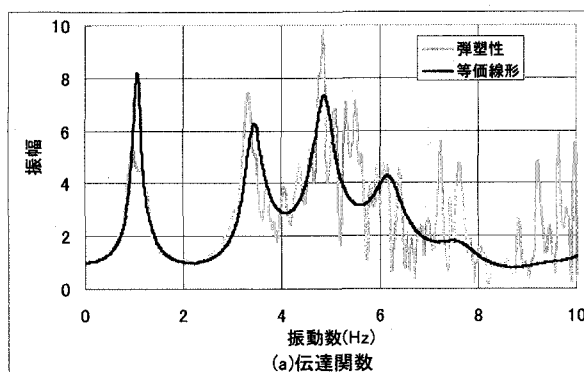


図5-1 RC構造物の10階の伝達関数と応答スペクトル(50kine)

伝達関数と応答スペクトル、及び最大加速度と最大せん断力分布を示した。S 構造物の応答の比較については、図5-5と図5-6に50kineでの伝達関数と応答スペクトル、及び最大加速度と最大せん断力分布を示した。また図5-7と図5-8に100kineでの伝達関数と応答スペクトル、及び最大加速度と最大せん断力分布を示した。

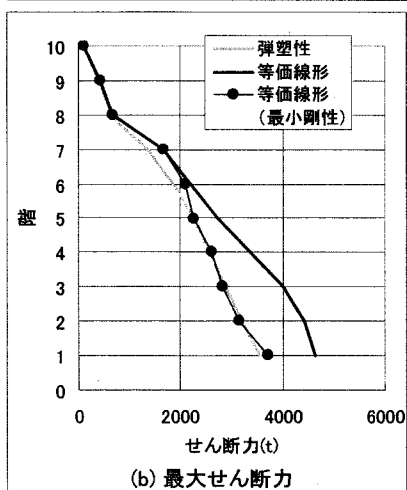
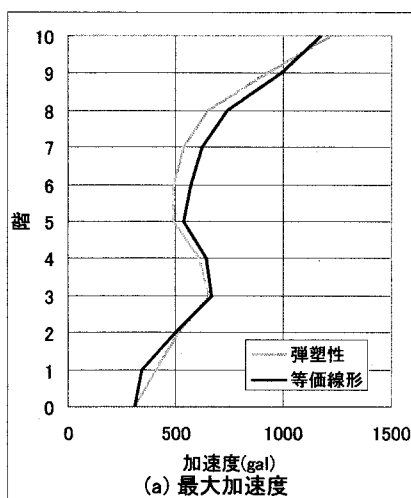


図 5-2 RC 構造物の最大応答分布(50kine)

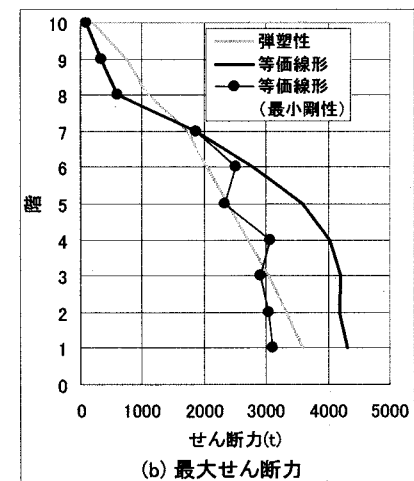
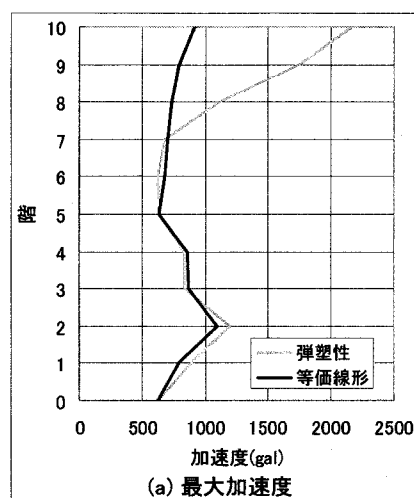


図 5-4 RC 構造物の最大応答分布(100kine)

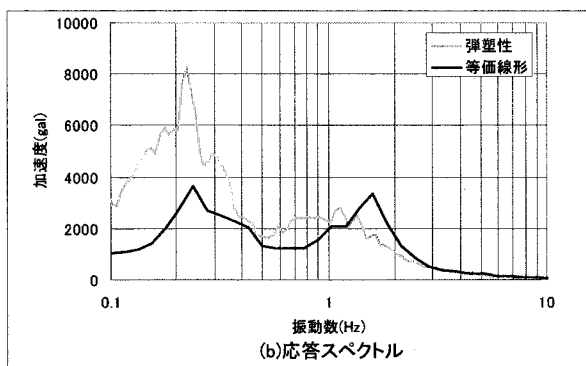
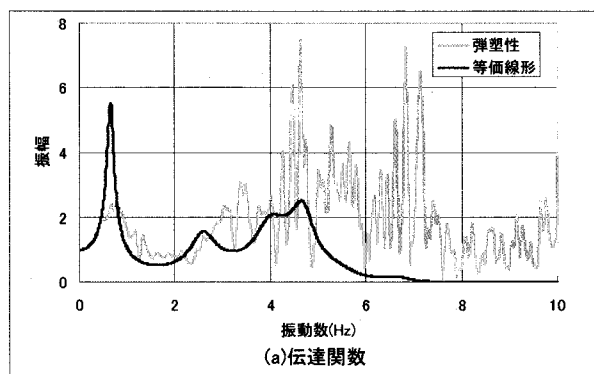


図 5-3 RC 構造物の 10 階の伝達関数と応答スペクトル (100kine)

解析の比較検討から一般的な傾向が以下のようにまとめられた。伝達関数と応答スペクトル共に入力速度 10 から 50kine 程度まで良い傾向を示している。入力速度が 50 から 100kine で変位が大きな非線形領域に入るとは、応答に相違が認められる場合があった。特に 100kine 程度の大きな入力になるにつれて、モデルの最上階付近での短周期成分の過小評価になる傾向が認められた。これは等価線形法の特長上の問題で、変位が大きくなるとその変位に対応した大きな減衰を使用すること起因するものと推察される。

等価線形法としての全体の計算自体には有効層間変位は最大層間変位の 0.65 倍に相当するバネ定数を使用するのが妥当と考えられるが、最大せん断力の算出については、最大層間変位に対応するバネ値を使用するとかなり大きな入力レベルまで良好な結果が得られた。この傾向は等価線形法の横軸の層間変位が線形のスケールであるため、地盤の等価線形法の横軸が LOG のスケールの場合には当てはまらないと考えられる。

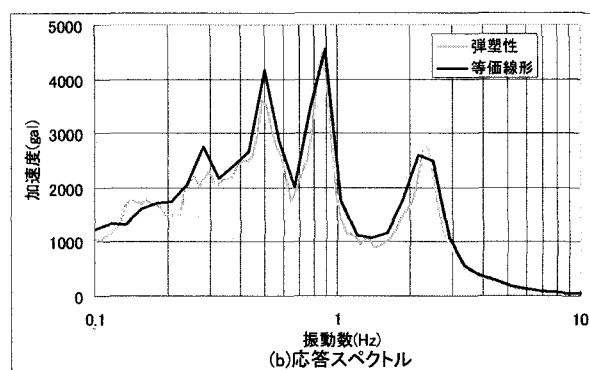
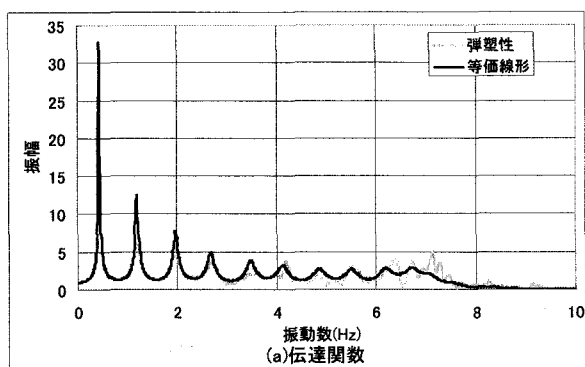


図5-5 S構造物の22階の伝達関数と応答スペクトル(50kine)

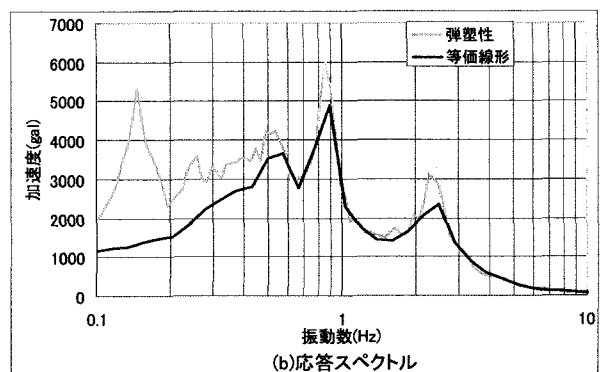
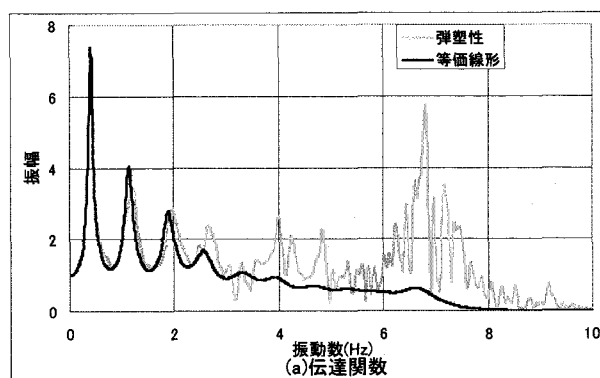


図5-7 S構造物の22階の伝達関数と応答スペクトル(100kine)

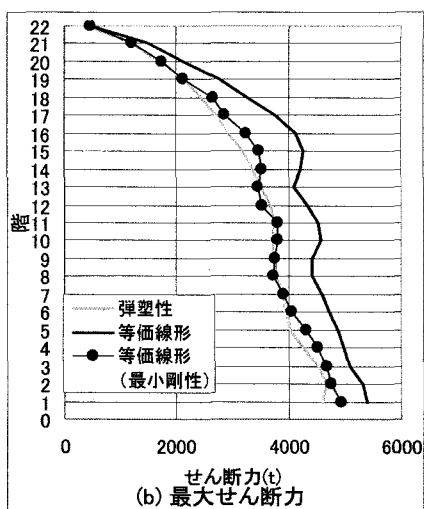
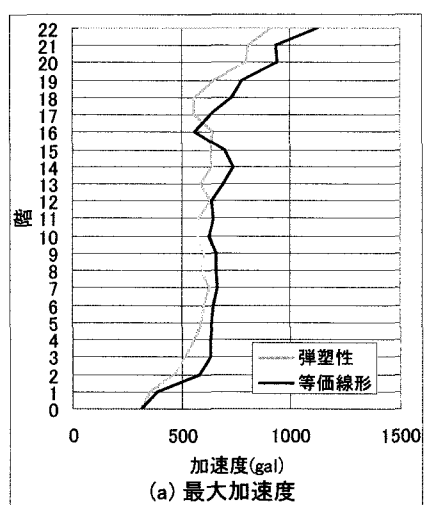


図5-6 S構造物の最大応答分布(50kine)

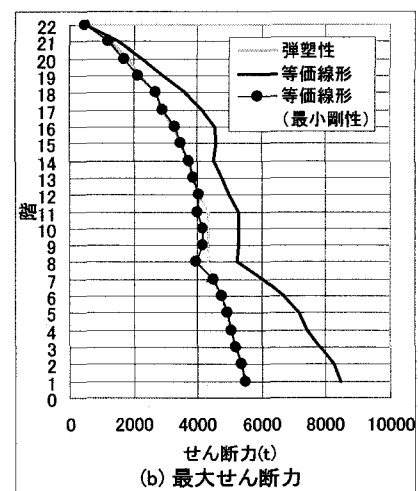
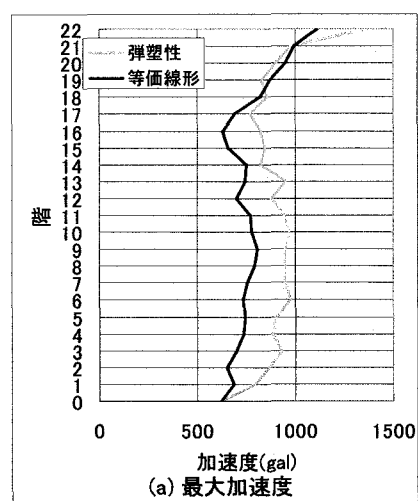


図5-8 S構造物の最大応答分布(100kine)

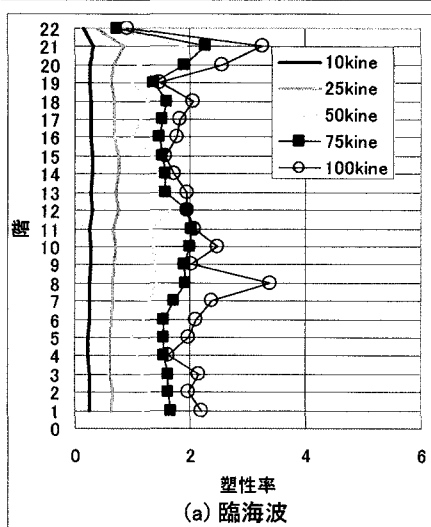
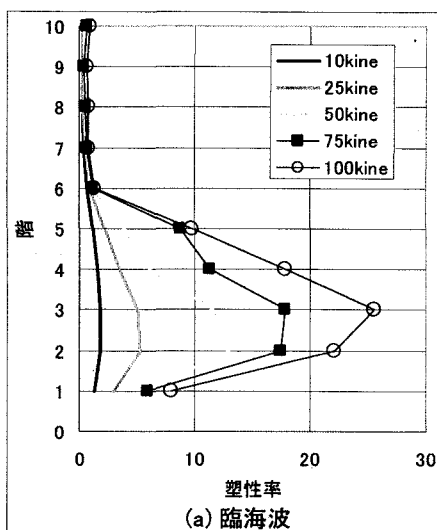


図 6-1 塑性率での比較検討

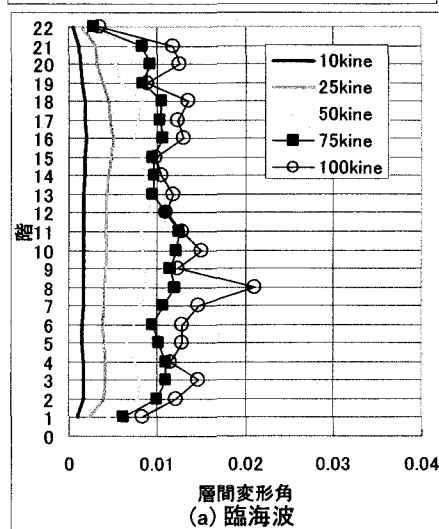
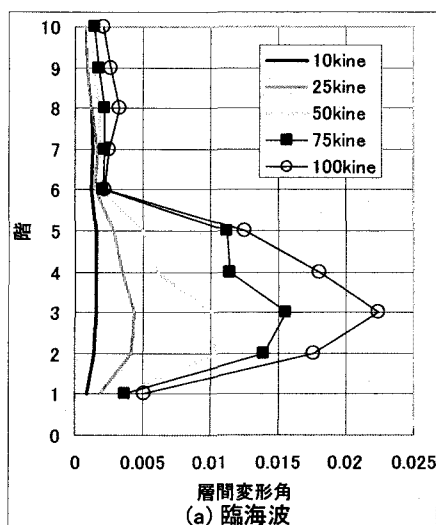


図 6-2 層間変形角での比較検討

6. 等価線形法の適用範囲の検討

等価線形法の弾塑性解析への適用範囲を把握するために、塑性率と層間変形角で整理した。図 6-1 に弾塑性解析と等価線形解析の塑性率の比較と図 6-2 に層間変形角での比較を示した。図中、上側は RC 構造物（武田型）で下側は S 構造物（標準型）を示す。伝達関数、応答スペクトル、最大加速度と最大せん断力分布等から等価線形法の適用範囲は 50kine から 75kine 程度であることを考えて、塑性率では RC 構造物では 5、S 構造物では 2 程度であり、RC 構造物と S 構造物ともに層間変形角は 1/100 程度が限界であることが判明した。基本的には等価線形法による減衰定数が大きくなるにつれて短周期側の応答が異なり、弾塑性解析との応答相違が顕著になることが大きな問題であると推察される。

7. まとめ

理論的な観点から、典型的な応力-歪曲線から一番誤差の少ない等価のせん断弾性係数を求め、その結果を踏まえて等価の減衰定数を算定した。その結果従来の割線剛性よりも若干異なった剛性が算出され、従来の方法よりかなり異なった減衰定数が求められた。計算結果については従来の方法で計算した場合と大きな相違が認められないと推察された。

構造物の弾塑性応答解析と等価線形法の適応範囲の検討を行った。復元特性には、RC 構造物は、武田モデルを鋼構造はバイリニアモデル（標準型）を用いた。入力動は臨海 92 を使用した。解析の比較検討では、伝達関数と応答スペクトル共に入力速度 10 から 50kine 程度まで良い傾向を示している。50 から 100kine で変位が大きな非線形領域に入る場合は良い傾向を示しているが応答の相違は認められた。特に、応答の短周期の過小評価の傾向は、減衰が比較的大きく（約 30%~40%）なるにしたがつ

て、等価線形法の宿命として短周期の応答が小さく求められると推察される。

最大せん断力の応答比較については、計算を最大変位に相当するバネ定数を使用するとかなり大きな入力動まで良好な結果が得られる。

結論として、等価線形法の構造物への適用は一般に用いられる入力動の範囲では可能であると考えられる。

参考文献

- 1) P.B. Schnabel, J. Lysmer and H.B. Seed "SHAKE A Computer Program For Earthquake Response Analysis of Horizontally Layered Sites", Report No. EERC 72-12 DEC. 1972,
- 2) 「道路橋示方書・同解説 V耐震設計編」、平成2年2月、社団法人 日本道路協会
- 3) 「土質動力学の基礎」、石原研而、鹿島出版会
- 4) Lysmer, J., Udaka, T., Tsai, C-F., Seed, H. B., : 「FLUSH - A Computer Program For Approximate 3-D Analysis Of Soil-Structure Interaction Problems」, EERC Report No. EERC 75-30, November 1975. UCB
- 5) Seed, H. B., Idriss, I. M., : 「Soil Moduli and Damping Factors for Dynamic Response Analyses」, EERC Report No. EERC 70-10, December 1975. University of California
- 6) 株)地震工学研究所: 「NANSSI」使用説明書