

P-Δ効果による大変形を考慮した1自由度系の 応答スペクトル

山下典彦¹・原田隆典²・長野雄大³・松浦翠³

¹正会員 博(工) 神戸市立工業高等専門学校助教授 都市工学科 (〒651-2194 神戸市西区学園東町8-3)

²正会員 工博 宮崎大学教授 工学部土木環境工学科 (〒889-2192 宮崎市学園木花台西1-1)

³学生会員 神戸市立工業高等専門学校 都市工学科 (〒651-2194 神戸市西区学園東町8-3)

1. はじめに

重力に伴う復元力の低下をP-Δ効果^{1),2)}と呼んでおり、トップヘビーな構造物の場合には無視できなくなることがある。また、水平の復元力が弾塑性応答をする場合、重力の影響により負勾配の復元力特性が生じ、激震による構造物の倒壊の原因の1つとも考えられる。兵庫県南部地震以降、道路橋示方書が改定され線形域の構造物の挙動に重点を置いた従来の震度法の他に、構造物の非線形効果も考慮した地震時保有水平耐力法が主要な設計法として位置付けられるようになり、時刻歴応答解析による照査が義務付けられた。しかしながら、その際、大変形解析は考慮されず、その破壊過程を詳細に検討した研究も少ないのが現状である。

上部構造物の非線形性については、現在まで数多くの研究が行われているが、そのほとんどが微小変形を扱ったもの^{3),4),5)}であり、大変形を考慮したもの^{6),7),8)}は少ない。本研究では、P-Δ効果による水平の復元力低下の影響を調べるために、P-Δ効果を考慮した1自由度モデル（以下、回転1自由度モデルと呼ぶ。）として大変形を対象とした厳密モデルおよび微小変形を対象とした近似モデルを想定した。そして、各回転1自由度モデルと最も基本的な水平振動のみを扱った1自由度モデル（以下、水平1自由度モデルと呼ぶ。）について非線形応答解析を行い、各モデルの絶対加速度応答スペクトルおよび変位応答スペクトルを求め、P-Δ効果の抽出を試みた。さらに、重力による復元力の減少を具体的に把握するために履歴ループおよびフーリエスペクトル比に着目し、P-Δ効果が構造物の非線形性に与える影響について検討を行った。

2. 回転1自由度モデルの運動方程式

P-Δ効果を考慮した回転1自由度モデルを示したもの

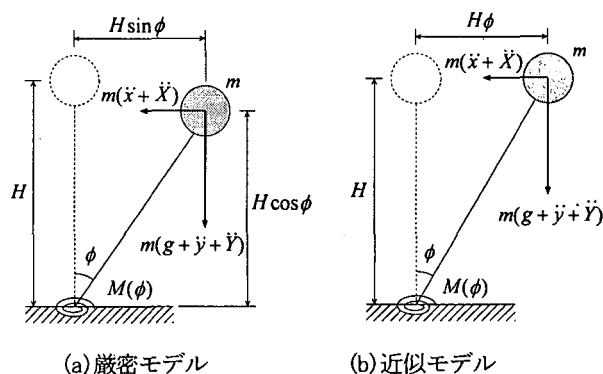


図-1 回転1自由度モデルの座標系

が図-1である。図-1(a)に示すような大変形を扱った回転1自由度厳密モデルおよび図-1(b)に示すような微小変形を想定して幾何学的近似($\cos \phi = 1, \sin \phi = \phi$)を行った回転1自由度近似モデルについて回転軸のモーメントの釣り合いから、運動方程式は各々次式で表される。

$$\ddot{\phi} + 2\xi \frac{2\pi}{T} \dot{\phi} + \frac{M(\phi)}{mH^2} = -\frac{\ddot{X}}{H} \cos \phi + \frac{g + \ddot{Y}}{H} \sin \phi \quad (1)$$

$$\ddot{\phi} + 2\xi \frac{2\pi}{T} \dot{\phi} + \frac{M(\phi)}{mH^2} = -\frac{\ddot{X}}{H} + \frac{g + \ddot{Y}}{H} \phi \quad (2)$$

ここに、 m は質点の質量、 ξ は減衰定数、 T は固有周期、 $M(\phi)$ は復元力モーメント、 ϕ は橋脚の回転角（橋脚を剛体と仮定しており部材角と等しい）、 H は橋脚高さ、 g は重力加速度、 $\ddot{x}$ と $\ddot{y}$ は1自由度モデルの水平および鉛直方向の加速度である。さらに、 $\ddot{X}$ と $\ddot{Y}$ は水平および鉛直方向の入力地震動加速度であり、地震動の水平成分に加え、鉛直成分を考慮できることが、ここで用いる回転1自由度モデルの特徴である。回転1自由度モデルの非線形復元力特性は、モデルの回転軸で生じる塑性ヒンジを想定した回転バネによって評価するものとし、復元力モーメントと回転角の関係は、完全弾塑性型の復元力特性を持

つものとする。

3. 回転1自由度モデルのP-Δ効果と
応答スペクトル

図-2に示すような水平1自由度および回転1自由度
近似モデルが、それぞれの k_H 、 k_R のばねに支えられ水平
力 p が载荷したときの変位 x より

$$k_H = \frac{1}{H^2} k_R \tag{3}$$

の関係が得られ、減衰力の項を無視した水平1自由度モ
デルの運動方程式は

$$\ddot{x} + \frac{k_H}{m} x = -\ddot{X} \tag{4}$$

となり、 $x = \phi H$ の関係から回転1自由度近似モデルの運
動方程式に変換できる。

$$\ddot{\phi} + \frac{k_R}{mH^2} \phi = -\frac{\ddot{X}}{H} \tag{5}$$

したがって、式(5)および式(2)を比較すると式(2)の右
辺第2項がP-Δ効果を表現していることが読み取れる。
さらに、式(2)を $x = \phi H$ の関係を用いて書き換えると

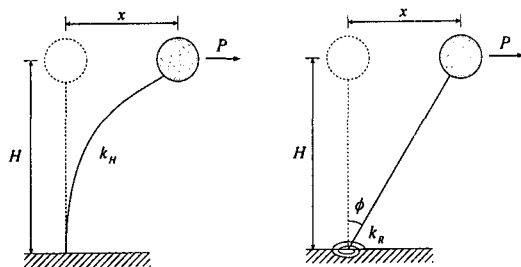
$$\ddot{x} + \frac{k_H}{m} x = -\ddot{X} + \frac{g}{H} x \tag{6}$$

となり復元力の項は図-3に示すように $(k_H - \frac{mg}{H})x$ で表
現され、復元力の減少が生じることがわかる。これらの
関係は、回転1自由度厳密モデルにおいても同様である。

また、この復元力の項は、固有周期 T を用いて

$$\left(k_H - \frac{mg}{H}\right)x = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \left(1 - \frac{g}{(2\pi)^2} \frac{T^2}{H}\right)x \tag{7}$$

のように書き換えられるので、復元力の減少(P-Δ効果)
は、上式右辺のように固有周期の2乗に比例し、橋脚高



(a) 水平1自由度モデル (b) 回転1自由度近似モデル
図-2 P-Δ効果の抽出

さ H に反比例することがわかる。建築物では、固有周期
 T が、高さ H に正比例するために、P-Δ効果は、固有周
期に比例して大きくなる。しかし、橋梁等の構造物では、
固有周期 T と橋脚高さ H に明確な相関がある場合もある
し、そうでない場合もあるので、本論文では、P-Δ効果
について固有周期 T と橋脚高さ H を独立なパラメーター
として取り扱うこととする。

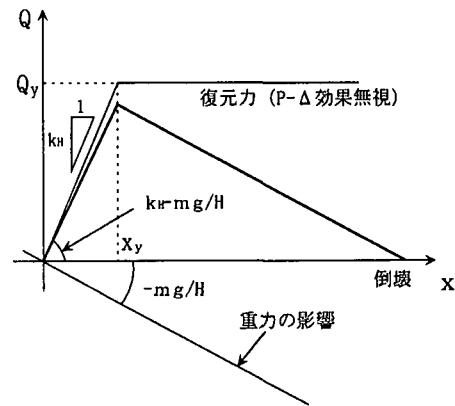


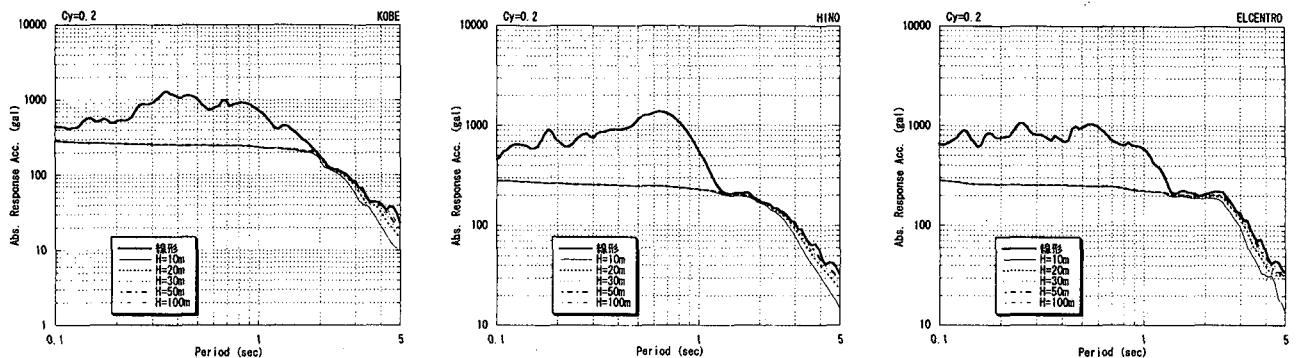
図-3 P-Δ効果を考慮した荷重-変位関係

4. 数値計算例

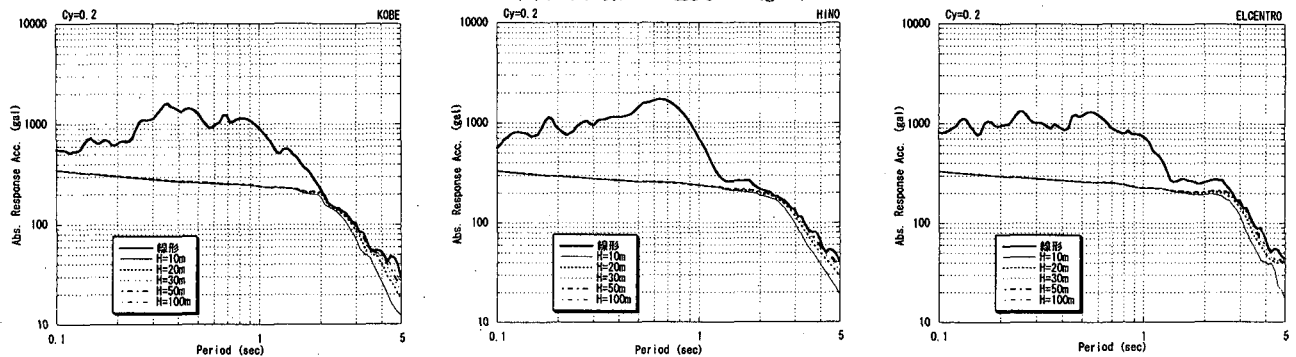
非線形応答解析は、線形加速度法により行い微少時間
 $\Delta t = 0.001\text{sec}$ 、減衰定数 $\xi = 5\%$ 、橋脚高さ H を5ケース
(10, 20, 30, 50, 100m)、構造物の降伏震度0.2について検討
した。構造物の非線形特性は、あらかじめ設定した固有
周期(0.1~5.0sec)を持つ構造物の降伏震度をある値に設
定して降伏モーメント(降伏力)を求め、曲げモーメント-
回転角関係(力-変位関係)から降伏角(降伏変位)を
設定した。入力地震動としては、神戸海洋気象台(兵庫県
南部地震)、日野(鳥取県西部地震)およびエルセントロ
(インペリアル・バレイ地震)の観測地震記録のNS成分
(水平)を入力最大加速度調整(400 から 800gal まで
100gal 刻み)したものを用い、UD成分(上下)につい
ては今回の解析では用いていない。なお、水平1自由度
モデルの非線形復元力特性についても比較のため、完全
弾塑性モデルで表されるものとした。

図-4は回転1自由度近似モデル(P-Δを考慮した近
似非線形モデル)において、橋脚高さを変化させた場合
の応答スペクトルを示している。実線太線が水平1自由
度モデルの線形応答スペクトルを、他は橋脚高さを変化
させた場合の非線形応答スペクトルであるが、各入力地
震動の入力最大加速度に関わらず2~3秒以上の長周期
側で応答スペクトルに差が生じている。

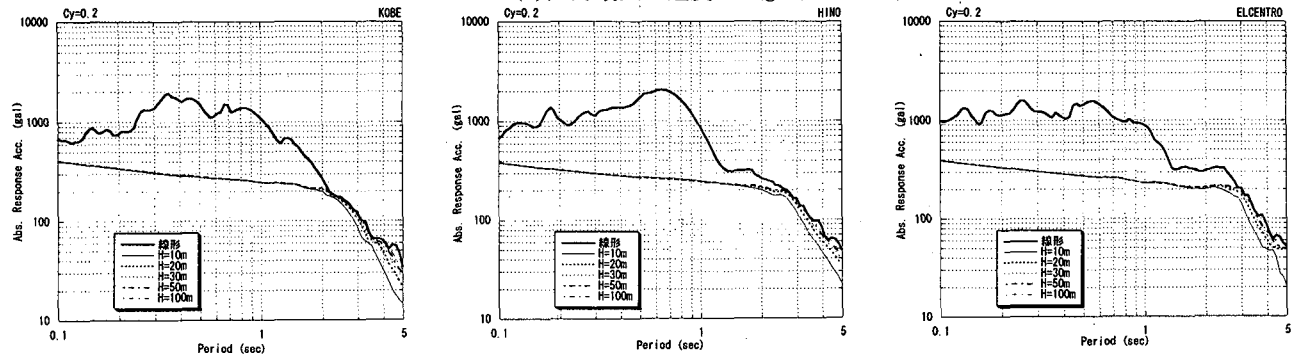
図-5は図-4に示した絶対加速度応答スペクトルと同
じ条件で変位応答スペクトルを示したものである。線形
系に対しては、絶対加速度応答スペクトルから変位応答



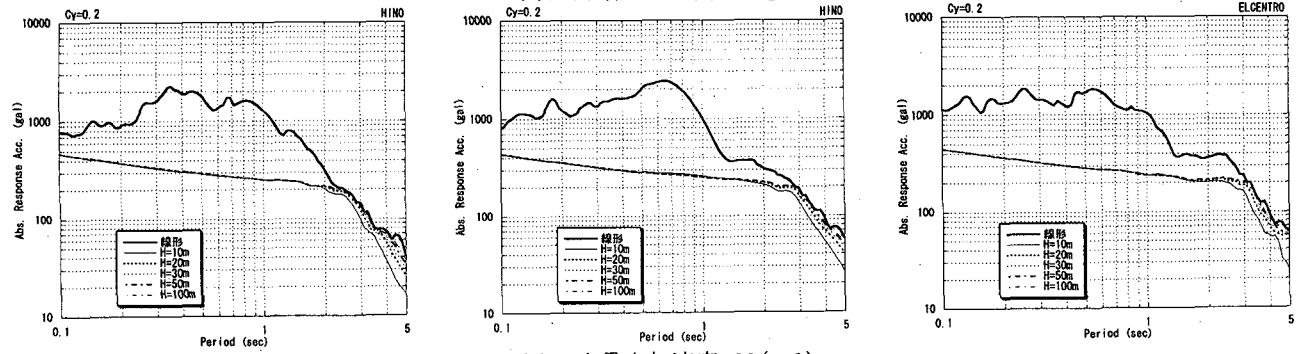
(a) 入力最大加速度 400 (gal)



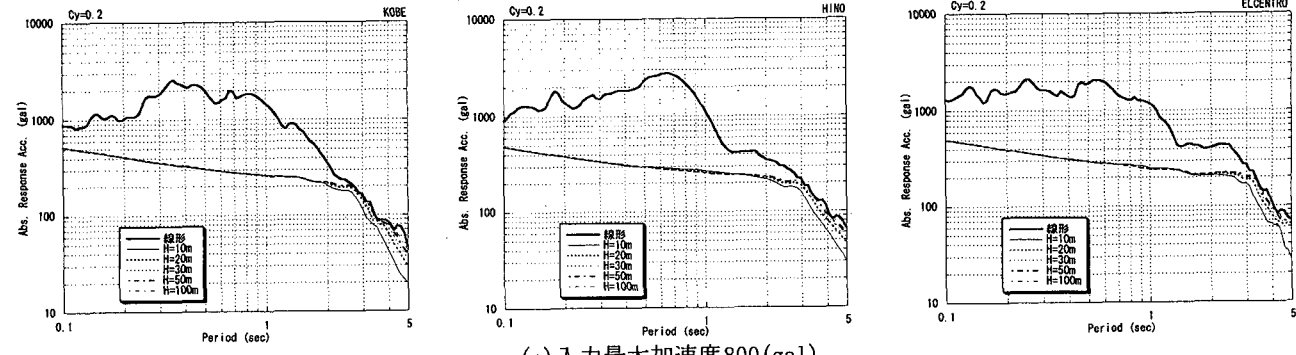
(b) 入力最大加速度 500 (gal)



(c) 入力最大加速度 600 (gal)



(d) 入力最大加速度 700 (gal)



(e) 入力最大加速度 800 (gal)

図 - 4 水平 1 自由度および回転 1 自由度近似モデルの絶対加速度応答スペクトル

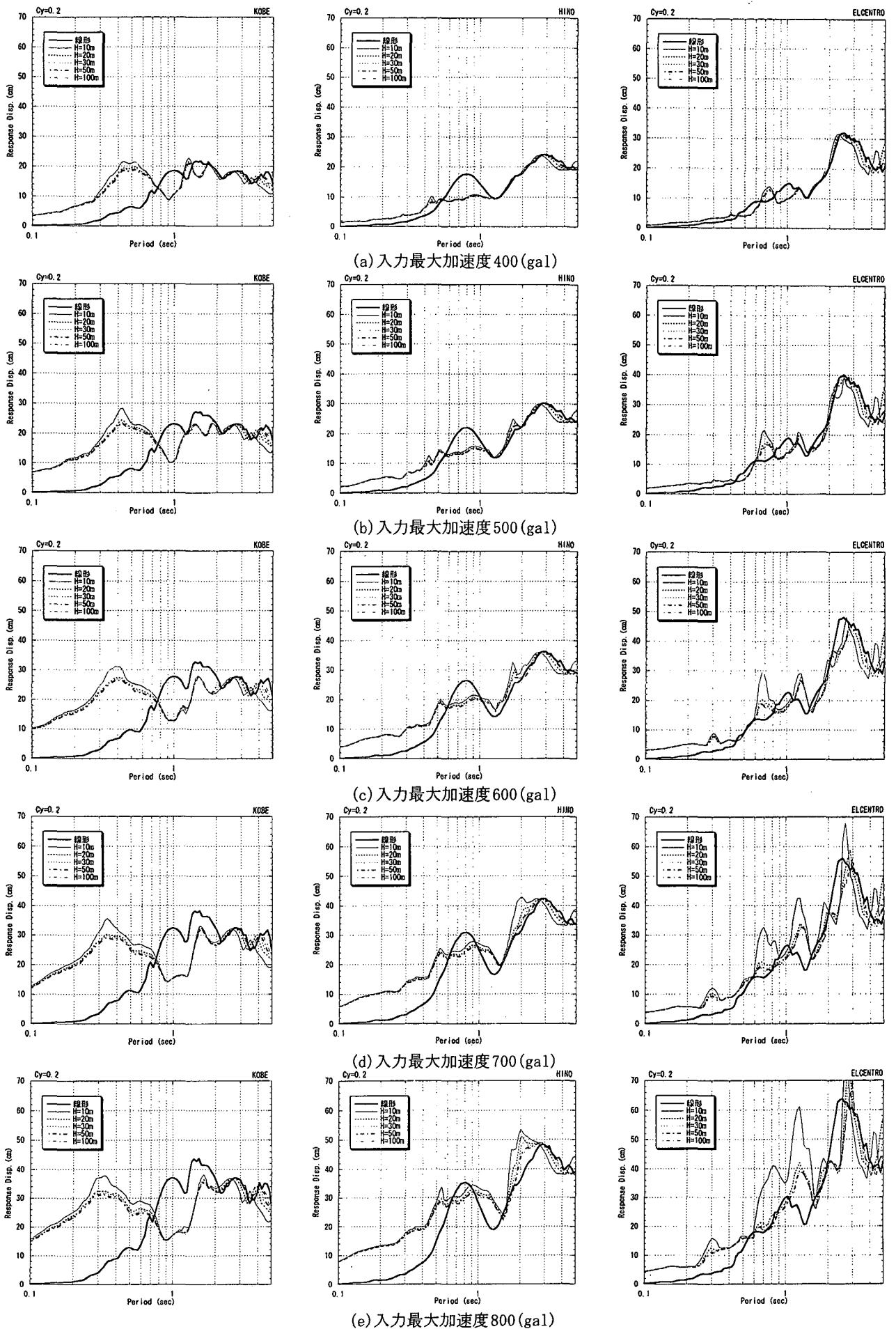


図 - 5 水平 1 自由度および回転 1 自由度近似モデルの変位応答スペクトル

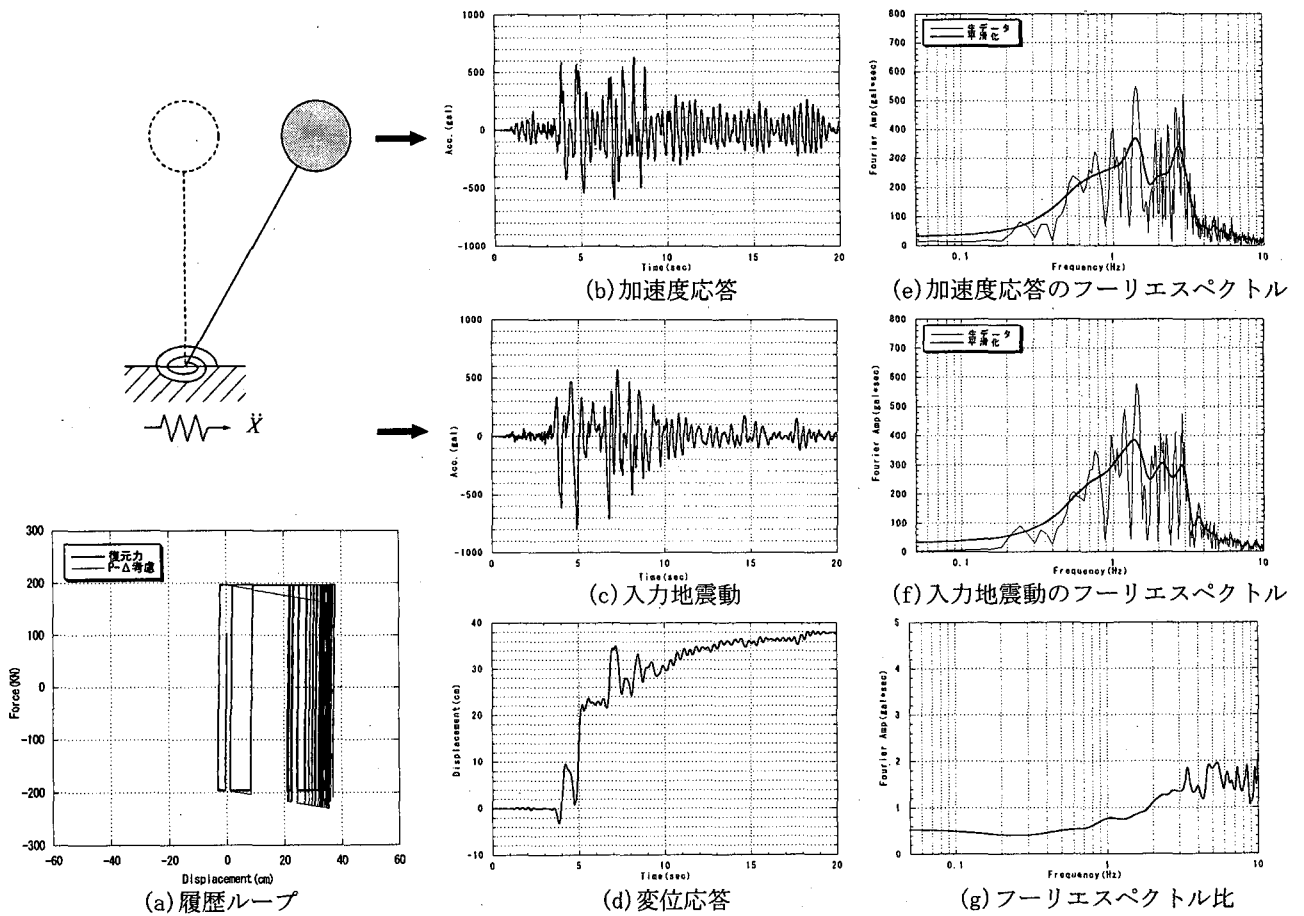


図-6 回転1自由度近似モデルのフーリエスペクトル比(神戸海洋気象台, $C_y=0.2$, $H=10\text{m}$, $T=0.33\text{sec}$)

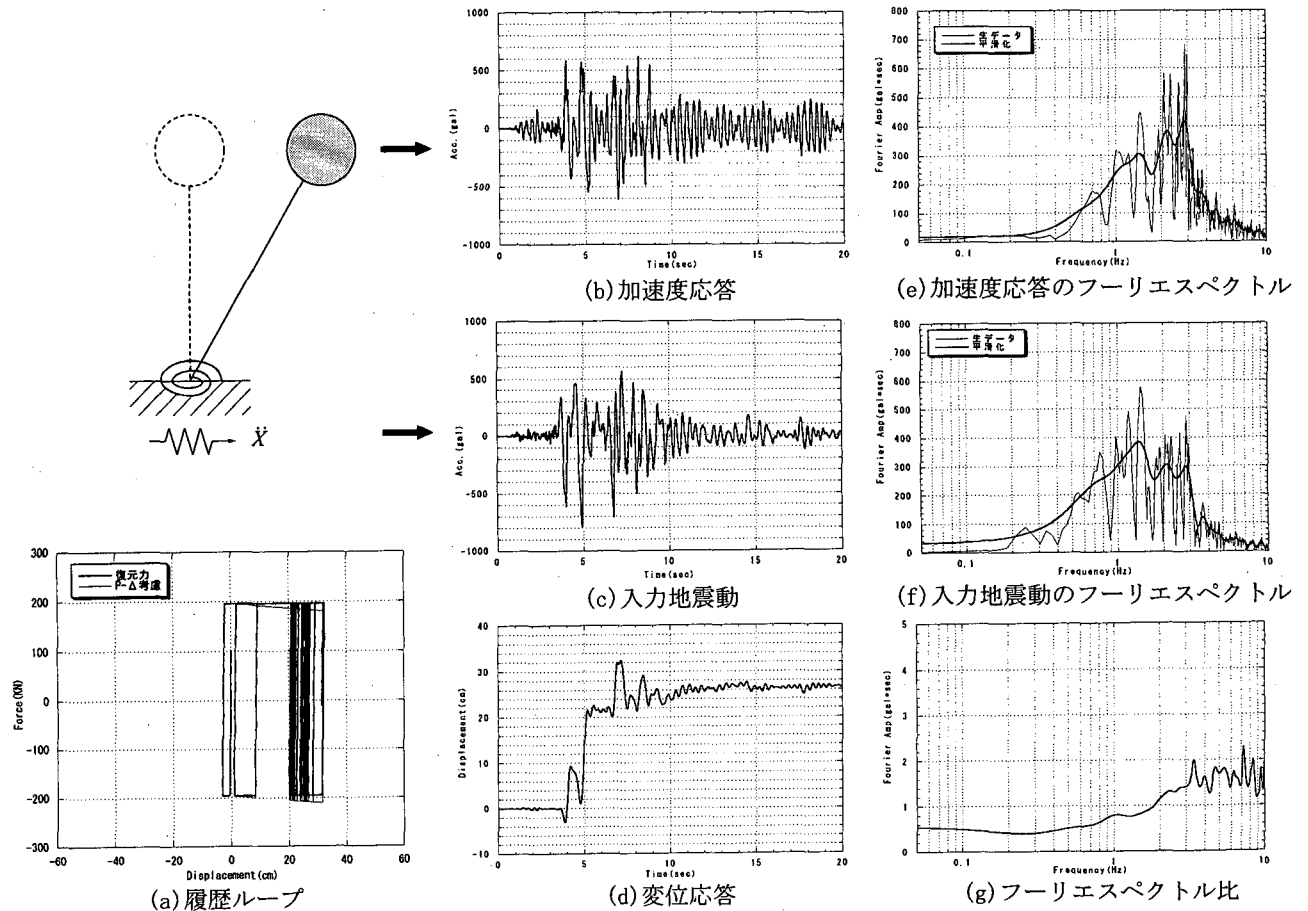


図-7 回転1自由度近似モデルのフーリエスペクトル比(神戸海洋気象台, $C_y=0.2$, $H=20\text{m}$, $T=0.33\text{sec}$)

スペクトルが求められるが、本論文で扱うモデルは非線形系であるため、変位応答スペクトルについても非線形効果とP- Δ 効果を調べるものとする。実線太線が水平1自由度モデルの線形応答スペクトルを、他は橋脚高さを変化させた場合の非線形応答スペクトルを示している。各入力地震動の入力最大加速度に関わらず、橋脚高さが10mおよび20mの場合について応答スペクトルに差が生じている。入力最大加速度が800galの場合、神戸海洋気象台では0.3秒付近、日野では0.55秒および2秒付近、エルセントロでは0.2秒、0.6から1.5秒および3秒付近において応答スペクトルが大きくなっている。特に、エルセントロでは、橋脚高さが10mの場合その差は顕著である。

図-6は図-5の変位応答スペクトルに差が生じた神戸海洋気象台の入力最大加速度800gal、橋脚高さ10mについて履歴ループ、応答およびフーリエスペクトルを検討したものである。非線形応答解析では線形関係は保持されなくなるので、加速度、速度、変位の各フーリエスペクトルについて検討を行うべきであるが、ここでは加速度を対象した。さらに、フーリエスペクトル比は、伝達関数のようにきれいな共振曲線にはならないことが多いので、バンド幅0.5Hzの条件によるハニングウインドウを用いて平滑化⁹⁾を行った。(a)は回転1自由度近似モデル(復元力モーメントを復元力に変換)における履歴ループを示したものである。太線が復元力を示し、細線が復元力から重力の影響を減じたものを示している。これより、残留変位が生じていることが読み取れ、(d)の変位応答から37.2cmであることがわかる。(b)は(c)を入力地震動とした場合の、相対加速度応答である。この相対加速度および入力地震動をもとにフーリエスペクトルを求めたものが、それぞれ(e)、(f)であり、(g)がそれらのフーリエスペクトル比である。これより、0.1から0.5秒でフーリエスペクトル比が1.0を上回っている。

図-7は図-6の橋脚高さを20mとした場合で、(a)および(d)より残留変位が26.4cmであり、橋脚高さが10mの場合と比較してP- Δ 効果の影響が少なくなっていることがわかる。(g)のフーリエスペクトル比については、多少の増減はあるが大きな差は生じていない。

5. まとめ

神戸海洋気象台、日野およびエルセントロの観測地震記録の水平成分を回転1自由度モデルの入力地震動として絶対加速度応答スペクトルおよび変位応答スペクトルを算出することによりP- Δ 効果の影響の抽出を試みた。さらに、重力による復元力の減少を具体的に把握するために履歴ループおよびフーリエスペクトル比に着目し、P- Δ 効果が構造物の非線形性に与える影響について検討を

行った。これらの結果を以下にまとめる。

- 1) 変位応答スペクトルにおいては、入力地震動によって違いはあるが、非線形モデルの場合は長周期側だけでなく短周期側にもP- Δ 効果の影響が生じることがわかった。
- 2) P- Δ 効果の影響が大きい場合には、履歴ループから残留変位が生じていることが読み取れ、特に橋脚高さが低い程P- Δ 効果の影響が大きいことがわかった。

以上のように、P- Δ 効果は非線形モデルにおいては長周期側のみならず短周期側の変位応答スペクトルに影響し、これは入力地震動にも依存することがわかった。今後は、都市直下地震で観測された地震波形を用いたパラメトリックスタディを行い、大変形を考慮した回転1自由度モデルにおいてP- Δ 効果が構造物の非線形性に与える影響についてさらに検討を加える必要がある。

参考文献

- 1) 石鍋雄一郎、半貫敏夫、秋山宏：地震下における骨組の変形応答に及ぼすP- Δ 効果の影響、日本建築学会構造系論文集、第559号、pp. 79-83、2002。
- 2) 柴田明徳：最新建築学シリーズ9 最新耐震構造解析、森北出版、pp. 10、1981。
- 3) 秋山宏：鋼構造剛接骨組の耐震性におよぼすP- Δ 効果の影響、日本建築学会論文報告集、第340号、pp. 11-16、1984。
- 4) Bernal, D. : Amplification Factors for Inelastic Dynamic P- δ Effects in Earthquake Analysis, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 15, pp. 635-651, 1987。
- 5) 曾我部博之、小高昭夫：強震を受ける弾塑性質点系のP- Δ 効果について、日本建築学会構造系論文集、第463号、pp. 19-26、1994。
- 6) 石山祐二、麻里哲広、井上圭一：構造特性係数の極値について P- Δ 効果を考慮した1自由度モデルの解析、日本建築学会構造系論文集、第520号、pp. 29-35、1999。
- 7) 麻里哲広、井上圭一、石山祐二：倒壊ベースシアー係数スペクトルによる地震動の破壊力評価、日本建築学会構造系論文集、第530号、pp. 71-76、2000。
- 8) 山下典彦、竹内翔、秦吉弥、原田隆典：大変形を考慮した1自由度系のスペクトルに関する研究、第3回構造物の破壊過程解明に基づく地震防災性向上に関するシンポジウム論文集、土木学会技術推進機構、pp. 149-154、2002。
- 9) 大崎順彦：新・地震動のスペクトル解析入門、第6章、鹿島出版会、1994。