

積層ゴム支承の鉛直変形，ねじれ変形，回転変形 および破断に関する設計式の構築

吉田純司¹・阿部雅人²・藤野陽三³・Lewangamage Chamindalal SUJEEWA⁴

¹正会員 博士(工) 日本学術振興会特別研究員 東京大学大学院工学系研究科社会基盤工学専攻
(〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1)

²正会員 Ph.D. 東京大学大学院 助教授 工学系研究科社会基盤工学専攻 (同上)

³フェロー会員 Ph.D. 東京大学大学院 教授 工学系研究科社会基盤工学専攻 (同上)

⁴学生員 東京大学大学院 工学系研究科社会基盤工学専攻 (同上)

1. はじめに

近年，橋梁の上部構造に作用する反力の分散あるいは水平地震力の低減を目的として，積層ゴム支承を用いている橋梁が増加・定着してきている。

免震橋梁では，桁の剛体運動により積層ゴム支承に図-1(a)のようなねじれ変形が生じる。既往の研究より特に逆L字型橋脚を有する免震橋梁において支承がねじれ変形を生じることが報告されている¹⁾。しかし，ねじれ変形に関する実験を行うことは，非常に困難でありその力学特性は未だ不明である。そのため，支承のねじれ変形を近似するモデルはこれまで提案されておらず，その影響を設計において全く考慮していない。

一方，上部構造のたわみ振動や橋脚のロッキング振動により支承に図-1(b)に示すような回転変形が生じることが報告されている²⁾。現在の免震設計では，この回転変形を近似する式として，鉛直方向の変位-荷重関係を表す服部・武井の式をそのまま適用している³⁾。しかし，服部・武井の式は，経験的に導かれたもので鉛直方向の力学特性を近似する場合においても，十分な精度を有しているとはいえない。また，支承の回転変形に関する載荷実験は困難であり，その力学特性がこれまで不明であることから，回転変形に服部・武井の式を適用する場合における精度の検討は，行われていない。

以上のようなことから，支承のねじれ，回転変形ならびに鉛直変形について，その力学特性を精度良く近似できる式が存在しない。そのため支承を設計する段階において，これらの変形の影響を十分反映しているとはいえない。さらに免震効果を確認する目的で免震構造物の動的解析を行う場合

には，これらの変形に関する剛性を無限大として扱っているのが現状である。

上述のような支承の変形に関する力学特性に加え，支承の限界性能を精度よく予測することは，信頼性・安全性の高い免震設計を行う上で重要な要素の1つである。現在の設計において支承の破断は，ゴムのせん断弾性係数により分類された限界せん断ひずみが規定されているのみである⁴⁾。これらの限界値は，理論的な根拠が希薄であり経験的に推測された値であるため，支承の破断実験と比較すると一致しない場合も多い。

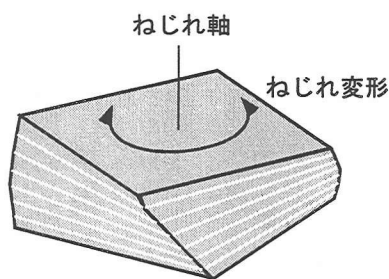
本研究では積層ゴム支承の鉛直，ねじれ，回転変形および破断特性について理論的かつ実用的な精度を有する設計式の構築を目的とした。

まず，ねじれをせん断変形で近似し，支承断面全体についてせん断応力を積分することで，支承のねじれ変形に関する近似式を導出する。

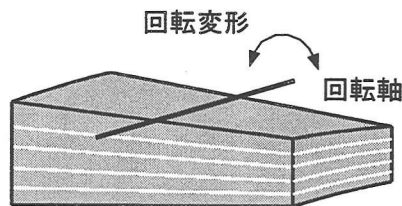
次に，既往の理論式にゴムの圧縮性を導入して，Helmholtz 方程式を導き，その解析解より支承の鉛直および回転変形に関する簡易式を導く。

最後に提案した鉛直および回転変形の簡易式に単純せん断変形を重ね合わせ，それをゴムの破断基準と融合して，支承の破断を判定するための簡易式を提案する。

これら提案した簡易式は，その精度を検討するために既往の載荷実験結果あるいは積層ゴム支承の有限要素モデルにより得られたシミュレーション結果との比較を行う。この有限要素モデルは，著者らが開発したものであり，支承の多軸復元力特性を精度良く再現できるモデルである。詳細は文献 5)，6)を参照されたい。



(a) ねじれ変形



(b) 回転変形

図-1 支承に生じるねじれ, および回転変形の概念図

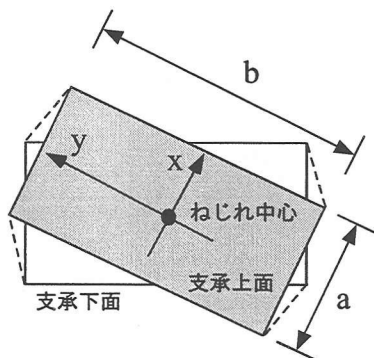


図-2 支承のねじれ変形の概念図

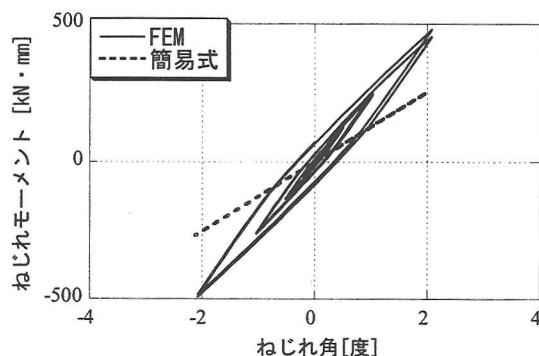


図-3 ねじれ変形における FEM と設計式の比較

2. ねじれ変形における簡易式

(1) 簡易式の導出

図-2に示すように断面が矩形の積層ゴム支承において、断面の中心を軸とするねじれ変形が生じる場合を考える。このときねじれ変形は微小であり支承のゴム部に生じる変形が単純せん断で近似できるものと仮定する。

ここでねじれの中心軸を原点として支承の断面内に2次元の直交座標を設置し、断面内の任意の点を $\mathbf{p}=(x,y)$ とする。このとき断面全体に生じるねじれモーメント M_T は、点 $\mathbf{p}$ に作用するせん断応力を τ として

$$M_T = \int_S \tau R dA \quad (1)$$

ただし、

$$R = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (2)$$

である。ここに式(1)の積分は断面全体についての面積分を示す。

積層ゴムのゴム層数を N とし、ねじれ変形が各ゴム層ともに同一であるとしてせん断ひずみ γ は、

$$\gamma = \frac{R\theta_T}{Nt_0} \quad (3)$$

と記述できる。ただし、 t_0 はゴム層厚であり θ_T は支承全体に生じるねじれ角である。ここでゴムの静的せん断弾性係数を G としてゴム層に生じるせん断応力 τ を設計式^{3), 4)}

$$\tau = G\gamma \quad (4)$$

から計算する。上式を(1)に代入すると、ねじれモーメント M_T とねじれ角 θ_T の関係は、最終的に次式のようにになる。

$$M_T = \frac{G\theta_T}{Nh} \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} R^2 dy dx = \frac{ab(a^2 + b^2)G}{12t_0N} \theta_T \quad (5)$$

(2) 有限要素解との比較

ねじれ角 0.5, 1, 2 度の繰り返しねじれ変形を想定し、そのときのねじれ角とねじれモーメントの関係を有限要素モデルにより把握した。図-3に得られた有限要素解から得られたねじれ角-ねじれモーメントの関係を、提案した簡易式(5)の結果とともに示す。

図-3をみると提案した簡易式は、FEMの結果と比較して誤差が20[%]程度である。このことより設計式(5)は精緻であるとはいえないが、現在の免震設計における近似式として十分であると思われる。

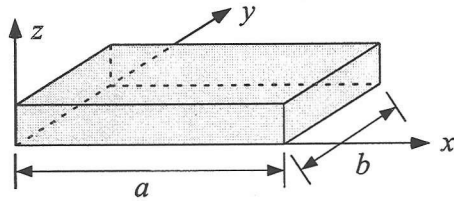


図-4 対象とする矩形断面のゴム層

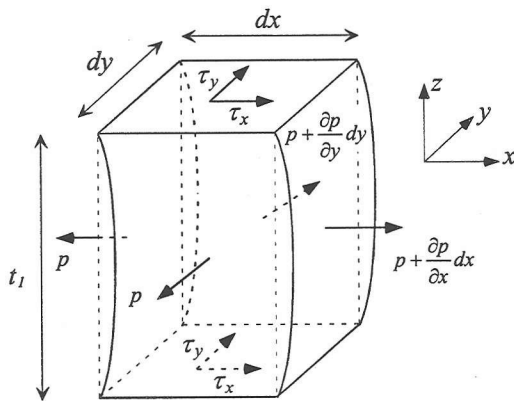


図-6 ゴム層中の微小矩形断面を有する直方体に作用する応力

3. 鉛直変形における簡易式

現在の免震設計においては、鉛直方向の力学特性について、実験結果に基づく経験的な式^{3), 4)}が用いられているものの精度が十分とは言えない。ここでは既往の理論⁷⁾を拡張し、ゴム材料の圧縮性を考慮した Helmholtz 方程式を導出する。次いで鉛直変形の境界条件を与えた場合の解析解を導出し、それを空間的に積分して鉛直方向の力学特性に関する簡易式を導く。

(1) 基礎方程式

以下では図-4 に示すように $a \times b$ の矩形断面を有するゴム層が、上下の面全体を水平方向 (x, y 方向) に拘束された状態で鉛直方向 (z 方向) に微小な変形を受ける場合を考える。ただし側面の境界に拘束はなく自由に変形できるものとする。

ゴム層が鉛直方向に変形を受ける場合において、以下のような仮定が成立するものとする。

- (a) 鉛直方向から荷重が作用した場合において、ゴム層の垂直方向の変形は 2 次の放物線になる。この放物線の水平方向への射影長を x 軸および y 軸についてそれぞれ h_x, h_y とおく。
- (b) ゴム層に生じる直応力はどの方向についても同一であり、上述した放物線に沿って一定値であ

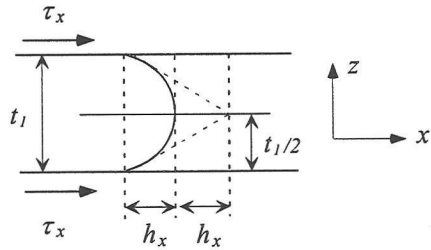


図-5 ゴム層に生じる鉛直方向の変形の幾何学的関係

るものとする。この一定値は静水圧力であり、ここでは p とする。

図-5 に示すようにゴム層が鉛直方向に変形を受けると、ゴム層の上下端部にせん断変形が生じる。このときのせん断変形とせん断ひずみの関係は、ゴムを線形弾性体と仮定して

$$\tau_x = G \frac{2h_x}{(t_l/2)} \quad (6a)$$

$$\tau_y = G \frac{2h_y}{(t_l/2)} \quad (6b)$$

のように記述できる。ただし G はゴム材料の静的せん断弾性係数、 τ_x および τ_y はそれぞれ x 軸方向、 y 軸方向のせん断応力である。また、 t_l は変形後のゴム層厚であり変形前のゴム層厚を t_0 、位置 (x, y) におけるゴム層厚の圧縮変位を $\Delta t(x, y)$ とすると $t_l = t_0 - \Delta t$ である。

ゴム層中において、 $dx \times dy$ の矩形型の微小断面を有する高さ t_l の直方体について力の釣り合いを考える。図-6 に直方体に作用する応力の概念図を示す。図-6 より

$$\frac{\partial p}{\partial x} dx \times (dy \times t_l) + 2\tau_x \times dx \times dy = 0 \quad (7a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} dy \times (dx \times t_l) + 2\tau_y \times dx \times dy = 0 \quad (7b)$$

であり上式に式(6)を代入して整理すると

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -8h_x \frac{G}{t_l^2} \quad (8a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = -8h_y \frac{G}{t_l^2} \quad (8b)$$

を得る。

次いで上述した微小直方体の変形前後における体積変化について考える。微小直方体の変形前の体積は、

$$V = t_0 dx dy \quad (9)$$

である。一方、変形後においては任意の高さにおける断面積が

$$dxdy \left(1 + \frac{\partial h_x}{\partial x} + \frac{\partial h_y}{\partial y} \right) \quad (10)$$

のように表せることより、変形後の微小直方体の体積は、

$$v = \frac{t_0 - \Delta t}{6} \left[2dxdy + 4dxdy \left(1 + \frac{\partial h_x}{\partial x} + \frac{\partial h_y}{\partial y} \right) \right] \quad (11)$$

となる⁷⁾。従って変形前後の体積の変化率を J とおくと

$$J \equiv \frac{v}{V} = \frac{t_0 - \Delta t}{6t_0} \left[6 + 4 \left(\frac{\partial h_x}{\partial x} + \frac{\partial h_y}{\partial y} \right) \right] \quad (12)$$

である。ここで静水圧力 p と体積の変化率 J の間に

$$p = -2\chi(J-1) \quad (13)$$

のような関係があるものとし、上式に式(12)を代入して

$$p = 2\chi \left[\frac{\Delta t}{t_0} - \frac{2(t_0 - \Delta t)}{3t_0} \left(\frac{\partial h_x}{\partial x} + \frac{\partial h_y}{\partial y} \right) \right] \quad (14)$$

を得、さらに式(8)を代入して整理すると

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial p}{\partial y^2} = \frac{12G}{t_1^3} \left(\frac{t_0}{2\chi} p - \Delta t \right) \cong \frac{12G}{t_0^3} \left(\frac{t_0}{2\chi} p - \Delta t \right) \quad (15)$$

のような支配方程式が得られる。ここで

$$k = \frac{6G}{\chi t_0^2} \quad (16a)$$

$$Q(x, y) = -\frac{12G}{t_0^3} \Delta t \quad (16b)$$

と置くと支配方程式は

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial p}{\partial y^2} = kp + Q(x, y) \quad (17)$$

のように記述できる。上式は非同次型の Helmholtz 方程式である。

ここにゴム層の4つの側面においては、拘束がなく自由に体積変形ができることより求めるべき解 $p(x, y)$ の境界条件は、

$$p(0, y) = p(a, y) = 0 \quad (18a)$$

$$p(x, 0) = p(x, b) = 0 \quad (18b)$$

である。

以上よりこの境界値問題では、非同次型の Helmholtz 方程式を同次型の境界条件の下で解くことになる。

(2) 境界値問題の解

上述した境界値問題では、同次型の方程式の解による固有関数展開法⁸⁾を用いて、以下のような解が得られる。

$$p = \sum_{n=1}^{\infty} h_n(y) \phi_n(x) \quad (19a)$$

$$\phi_n(x) = \sin \frac{n\pi x}{a} \quad (19b)$$

$$h_n(x) = \sinh \gamma_n(b-y) \int_0^y q_n(\xi) \sinh \gamma_n \xi \, d\xi \\ + \sinh \gamma_n y \int_y^b q_n(\xi) \sinh \gamma_n(b-\xi) \, d\xi \quad (19c)$$

ただし、

$$q_n(y) = \frac{2}{a} \int_0^a Q(x, y) \sin \frac{n\pi x}{a} dx \quad (20a)$$

$$\gamma_n = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{a} \right)^2 + k} \quad (20b)$$

である。

(3) 鉛直変形に対する簡易式の導出

式(19)に示した解を用いてゴム層の上端面に一定の圧縮変形を与える場合を考える。圧縮変位を Δz (一定値)とおくと、

$$Q = -\frac{12G}{t_0^3} \Delta z \quad (21)$$

であり式(20a)より

$$q_n = -\frac{24G}{n\pi t_0^3} (1 - \cos n\pi) \Delta z \quad (22)$$

である。上式を式(19c)に代入して積分を実行すると

$$p = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_n}{\gamma_n^2} \left\{ \frac{\sinh \gamma_n y + \sinh \gamma_n(b-y)}{\sinh \gamma_n b} - 1 \right\} \sin \frac{n\pi x}{a} \quad (23)$$

を得る。

ここで圧縮変位 Δz に対応する鉛直方向の荷重 F_z は圧力の面積分であるから、

$$F_z = \int_0^b \int_0^a p \, dxdy \quad (24)$$

であり、上式に式(23)を代入して積分を計算すると

$$F_z = C_z \Delta z \quad (25)$$

を得る。ただし

$$C_z = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{96Ga}{t_0^3 \{(2n-1)\zeta_n \pi\}^2} \left\{ b - \frac{2(1 + e^{-2\zeta_n b}) - 4e^{-\zeta_n b}}{\zeta_n(1 - e^{-2\zeta_n b})} \right\} \quad (26a)$$

$$\zeta_n = \sqrt{\left(\frac{(2n-1)\pi}{a} \right)^2 + \frac{6G}{\chi t_0^2}} \quad (26b)$$

である。

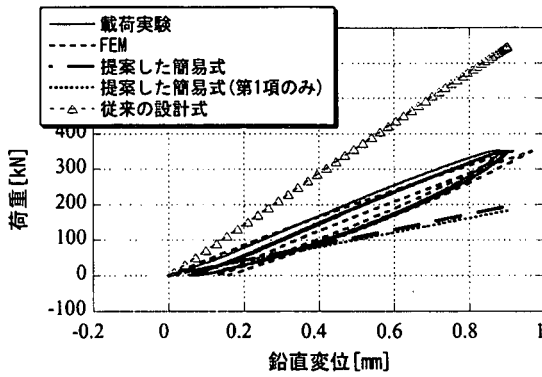


図-7 鉛直載荷実験結果とFEM, 従来の設計式
ならびに提案した簡易式との比較

上式においては, ゴム層1層のみの鉛直変形を対象としている。ゴム層数 N の積層ゴム支承を対象とし, 各ゴム層が同一に鉛直変形していると仮定すると, 最終的に支承の鉛直荷重 $F_z^{(B)}$ と鉛直変位 $\Delta z^{(B)}$ の関係は,

$$F_z^{(B)} = C_z \frac{\Delta z^{(B)}}{N} \quad (27)$$

となる。

簡易式の係数に含まれる無限級数については, $n=i$ のときの級数を $C^{(i)}$ として,

$$\frac{C^{(i)}}{C^{(1)}} \geq 10^{-3} \quad (28)$$

を満足する $C^{(i)}$ を足し合わせて用いた。

(4) 実験結果ならびにFEMと簡易式の比較

図-7に積層ゴム支承の鉛直載荷実験結果と, 提案した簡易式ならびに従来の設計式^{3), 4)}

$$F_z^{(B)} = \frac{(3+6.58S^2)GA}{Nt_0} \Delta z^{(B)} \quad (29)$$

との比較を示す。ただし上式中の A は支承の有効支圧面積, S は1次形状係数で以下ようになる。

$$S = \frac{A}{2(a+b)t_0} \quad (30)$$

図-7をみると従来の設計式では, すべての鉛直変位に対し鉛直荷重が実験結果の2~3倍程度の値となっていることがわかる。一方, 提案した簡易式は鉛直変位が小さい範囲において実験結果とよく一致しているものの, 鉛直変位が大きくなるにつれ両者の間に差がみられる。また, 式(26)の係数 C_z は, 第1項が非常に大きな値であり, 第1項のみを採用した場合においても同程度の精度を有している。

なお, 式(27)はゴム材料の体積変形と圧力の関

係に関する定数 χ を含んでいる。この定数は, ゴム材料の体積弾性係数 κ と $\kappa=4\chi$ の関係にある。このことから, 式(27)と既往の積層ゴム支承の鉛直載荷実験結果を比較することで, ゴム材料の体積弾性係数 κ を逆算することが可能である。これまでゴム材料の体積弾性係数を材料実験から算出することが困難であったことを考えると, 式(27)は非常に有用であることがわかる。また, χ は材料定数であることから, 積層ゴム支承に利用されているゴム材料について一度, 定数 χ を同定すれば, その後は同一のゴム材料を用いている支承に同定した値をそのまま適用できる。

4. 回転変形における簡易式

(1) 既往の設計式

実際の設計においては, 支承の回転変形について以下のような実験結果に基づく経験的な設計式が提案されている³⁾。

$$M_R = (3+6.58S^2) \frac{GA}{Nt_0} \theta_R \quad (31)$$

ただし S は1次形状係数, M_R および θ_R はそれぞれ回転変形における回転モーメントと回転角である。また, A は支承の支圧面積である。しかし, 式(31)は理論的な背景がなく, また精度がよいとはいえない。本研究では, 式(19), (20)から, ゴム材料の圧縮性を考慮した簡易式を導いた。以下に詳細な導出を示す。

(2) 回転変形に関する簡易式の導出

式(19)に示した解を用いてゴム層上端面に y 軸と平行な軸周りに回転角 θ_R の回転変形が生じる場合を考える。 θ_R が微小である場合には式(16b)の Q は

$$Q = \beta \left(x - \frac{a}{2} \right) \quad (32)$$

のように近似できる。ただし

$$\beta = -\frac{12G}{t_0^3} \tan \theta_R \cong -\frac{12G}{t_0^3} \theta_R \quad (33)$$

である。まず, 式(32)を式(20a)に代入して積分を具体的に計算すると,

$$q_n = -\frac{a\beta}{n\pi} (1 + \cos n\pi) \quad (34)$$

を得る。次いで上式を式(19c)に代入して積分を実行し整理すると最終的に次式を得る。

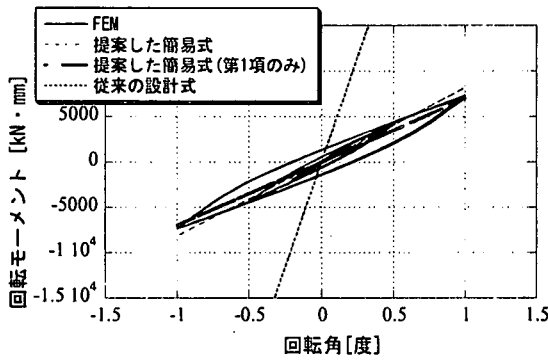


図-8 回転変形における FEM と簡易式の比較

$$p = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_n}{\gamma_n^2} \left\{ \frac{\sinh \gamma_n y + \sinh \gamma_n (b-y)}{\sinh \gamma_n b} - 1 \right\} \sin \frac{n\pi}{a} x \quad (35)$$

最後に得られた圧力場を利用して、回転変形に対するモーメント M_R と回転角 θ_R の関係を求める。モーメントは、鉛直方向の圧力により生じていることから

$$M_R = \int_0^b \int_0^a p \cdot \left(x - \frac{a}{2} \right) dx dy$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^3 \beta \{1 + (-1)^n\}}{(n\pi\gamma_n)^2} \left\{ b - \frac{2(1 + e^{-2\gamma_n b}) - 4e^{-\gamma_n b}}{\gamma_n (1 - e^{-2\gamma_n b})} \right\} \quad (36)$$

となり、さらに式(33)を代入して整理すると

$$M_R = C_R \theta_R \quad (37)$$

を得る。ここに

$$C_R = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{24Ga^3}{t_0^2 (2n\pi\eta_n)^2} \left\{ b - \frac{2(1 + e^{-2\eta_n b}) - 4e^{-\eta_n b}}{\eta_n (1 - e^{-2\eta_n b})} \right\} \quad (38a)$$

$$\eta_n = \sqrt{\left(\frac{2n\pi}{a} \right)^2 + \frac{6G}{\chi t_0^2}} \quad (38b)$$

である。

ただし上式においては、ゴム層 1 層のみの回転変形を対象としている。ゴム層数 N の積層ゴム支承を対象とし、各ゴム層が同一に回転変形していると仮定すると、最終的に支承の回転モーメント $M_R^{(B)}$ と回転角 $\theta_R^{(B)}$ の関係は、

$$M_R^{(B)} = C_R \frac{\theta_R^{(B)}}{N} \quad (39)$$

のようになる。

(3) 有限要素解との比較

支承に回転変形を与え、それに対する回転角とねじれモーメント関係を有限要素モデルによるシミュレーションにより把握した。このとき有限要素解から得られた回転角と回転モーメントの関係と、式(31)の設計式ならびに式(39)の簡易式を比較したも

のを図-8 に示す。

図-8 をみると、設計式から得られる回転モーメントの値が FEM の結果の 5 倍程度になっている。一方、提案した簡易式においては誤差が 10[%]程度であり、特に式(39)の第 1 項のみを採用した場合においても同程度の精度が得られることがわかる。

以上の考察は、設計式においてはゴム材料に非圧縮性を仮定しているのに対し、実際のゴム材料は圧縮性を有しており、FEM および簡易式においては、その圧縮性を反映していることが原因と推測される。そのため現在の設計式では、回転剛性を過剰に見積っていることとなり、式(31)を用いる場合には注意を要することが示唆される。

5. 積層ゴム支承の破断に関する簡易式

ここでは、本文 3 節および 4 節で示した鉛直、回転に関する簡易式を導出する過程で得られるひずみ場に、せん断変形を重ね合わせ、鉛直変形とせん断変形、および回転変形とせん断変形とを組み合わせた複合ひずみ場を算出する。さらにこの複合ひずみ場にゴム材料の破断基準⁹⁾を適用し、積層ゴム支承の破断に関する簡易式を構築する。

(1) ゴム材料の破断基準

Lewangamage⁹⁾は、ゴム材料の引張りおよびせん断試験片により破断実験を行い、その結果に基づき以下のような破断基準を提案した。

$$(I_C - 3)^2 + (II_C - 3)^2 - (I_C - 3)(II_C - 3) \leq A_f \quad (40)$$

ここに I_C および II_C は、右 Cauchy-Green テンソルの第 1, 第 2 不変量である。また、 A_f は材料定数で材料実験より定める。

(2) 複合変形のひずみ場

a) 圧縮変形とせん断変形

ゴム層が、鉛直方向に変形を受けると、せん断ひずみを生じる。式(8)および図-5 より、ゴム層が鉛直に変形することにより生じる x 方向のせん断ひずみ γ_{cx} は、上下の端面において最大となり

$$\gamma_{cx} = \frac{4h_x}{t_1} \cong -\frac{t_0}{2G} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (41)$$

となる。ただし、式(41)中の圧力 p は、式(23)で示したものである。

一方、 x 方向にせん断変位 u を受けると支承に生じるせん断ひずみ γ_s は、ゴム層の変形を単純せん断¹⁰⁾として近似すると

表-1 破断実験に用いた積層ゴム支承の諸元

ゴム材料	天然ゴム
せん断弾性係数 [MPa]	0.98
平面寸法 [mm]	500×500
ゴム層厚 [mm]	30
ゴム層数	3
内部鋼板厚 [mm]	10

$$\gamma_s = \frac{u}{Nt_0} \quad (42)$$

を得る。ただし N はゴム層数、 t_0 はゴム層 1 層あたりの厚さである。ここに式(42)の γ_s は、材料中において一定となるが、式(41)の γ_{α} は水平座標 (x, y) の関数であり、その絶対値は $(0, b/2)$ および $(a, b/2)$ で最大となる。

b) 回転変形とせん断変形

次いで回転変形とせん断変形が同時に起こる場合を考える。ただし回転変形は、図-4 において y 軸に平行な軸回りに起こるものとする。また、せん断変形は、 x 方向に変位 u だけせん断変形しているものとする。

回転変形に生じる x 方向のせん断ひずみ γ_{rx} は、式(41)と同様に、

$$\gamma_{rx} = \frac{4h_x}{t_1} \cong -\frac{t_0}{2G} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (43)$$

となる。ただし上式における圧力 p は式(35)で示したものである。一方、せん断変形は、単純せん断により近似すると式(42)と同一になる。

(3) 破断に関する簡易式の構築

上述した複合変形において、互いに変形に干渉せず、重ね合わせることができるものと仮定する。また、せん断変位 u は、 $u \geq 0$ としても一般性を失わない。

a) 圧縮変形とせん断変形を受ける場合の簡易式

圧縮変形とせん断変形を同時に受ける場合には、式(41)および式(42)を式(40)に代入し、破断が最も起こりやすい場合を考慮すると、

$$\gamma_s + \gamma_c \Big|_{x=0, y=b/2} \leq A_F^{1/4} \quad (44)$$

ここに

$$\gamma_c \Big|_{x=0, y=b/2} = \frac{12F_z^{(B)}}{at_0^2} \left(\frac{C}{C_c} \right) \quad (45a)$$

$$C = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\zeta_n^2} \left(1 - \frac{1}{\cosh \zeta_n b/2} \right) \quad (45b)$$

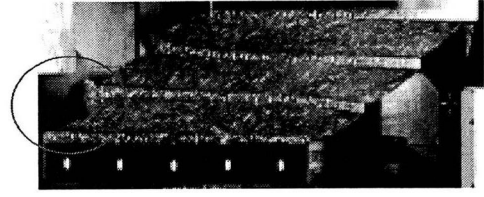


図-9 支承の破断時の状況 (図中の丸は破断部分)

$$C_c = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{96Ga}{t_0^3 \{(2n-1)\zeta_n \pi\}^2} \left\{ b - \frac{2(1+e^{-2\zeta_n b}) - 4e^{-\zeta_n b}}{\zeta_n(1-e^{-2\zeta_n b})} \right\} \quad (45c)$$

$$\zeta_n = \sqrt{\left\{ \frac{(2n-1)\pi}{a} \right\}^2 + \frac{6G}{\chi t_0^2}} \quad (45d)$$

である。

b) 圧縮変形と回転変形を受ける場合の簡易式

回転変形と圧縮変形を同時にうける場合には、式(44)と同様の考えにより、

$$\gamma_s + \left| \gamma_r \Big|_{x=0, y=b/2} \right| \leq A_F^{1/4} \quad (46)$$

ただし、

$$\left| \gamma_r \Big|_{x=0, y=b/2} \right| = \frac{6M_R^{(B)}}{t_0^2} \left(\frac{C'}{C_R} \right) \quad (47a)$$

$$C' = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\eta_n^2} \left(1 - \frac{1}{\cosh \eta_n b/2} \right) \quad (47b)$$

$$C_R = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{24Ga^3}{t_0^3 (2n\pi\eta_n)^2} \left\{ b - \frac{2(1+e^{-2\eta_n b}) - 4e^{-\eta_n b}}{\eta_n(1-e^{-2\eta_n b})} \right\} \quad (47c)$$

$$\eta_n = \sqrt{\left\{ \frac{2n\pi}{a} \right\}^2 + \frac{6G}{\chi t_0^2}} \quad (47d)$$

$$M_R^{(B)} = C_R \frac{\theta_R^{(B)}}{N} \quad (47e)$$

である。

(4) 実験結果との比較

上述した破断に関する式(44)の妥当性を検討するために、積層ゴム支承の破断実験結果との比較を行った。破断実験に用いた積層ゴム支承の諸元を表-1に示す。なお、この積層ゴム支承は、著者らが式(40)の破断基準を構築するにあたり材料実験に用いたゴム材料と同一のものを使用している。

支承の破断実験では、一定面圧 5.88[MPa]のもとで支承が破断に至るまで単調な水平変位を与えた。载荷は、1[mm/sec]で準静的に行った。その結果、積層ゴム支承は、水平変位 312 [mm]で初期の亀裂がゴム層に生じ、本研究ではこの時点を支承の破断と判断した。初期にゴム層部に生じた亀裂の様

子を図-9に示す。

破断時の変位を式(44)に代入すると左辺の値は、340 となる。一方、支承に使用されているゴム材料の破断実験から、式(40)の右辺 A_f の値は 275～385 である。このことから A_f ばらつきの範囲を考慮すると、式(44)の左辺から得られる値は、材料試験結果の範囲内に入っており、支承の破断を説明できていることがわかる。以上より、提案した簡易式(44)の妥当性を検証することができた。

式(46)については、既往の実験結果がないため、現在のところその妥当性について検討していない。支承の回転変形に関する載荷実験は実施自体が非常に困難であることから有限要素モデルなどを用いて解析解と比較検討することを考えている。

6. まとめ

本研究では、積層ゴム支承の鉛直、ねじれ、回転変形および破断に関する簡易式を構築することを目的とした。得られた主たる知見は、以下のようになる。

- 1) ねじれ変形を単純せん断により近似し、支承のねじれ角とねじれモーメントの関係を示す近似式を提案した。本式を有限要素解と比較したところ、誤差 20%程度で近似できることがわかった。
- 2) ゴムの圧縮性を考慮した鉛直変形およびねじれ変形に関する簡易式を提案した。これらを実験結果あるいは有限要素解と比較したところ、実用上十分な精度を有することがわかった。ねじれの式とあわせて考えると、積層ゴム支承の有する3つの並進、3つの回転がすべて予測できることになり、3次元の動的応答解析への応用が考えられる。
- 3) ねじれ変形とせん断変形、および回転変形とせん断変形の複合変形について、ひずみ場を算出し、ゴム材料の破断基準と組み合わせて支承の破断を簡易的に判定する基準を提案した。実際の積層ゴム支承の破断試験結果と比較したところ、支承の破断を説明できることがわかった。

今後、提案したねじれ、回転変形に関する簡易式を既往の変位－荷重関係を表す精緻なモデル

と組み合わせ、3次元的なマクロモデルを構築することを考えている。

なお、破断に関する簡易式の構築で用いたゴム材料の破断基準は、破断の圧力依存性を考慮していない。ゴム材料の破断の圧力依存性については、既往の実験結果がなく物理的にも不明な点が多い。今後、ゴムの破断特性に関する圧力依存性を把握するための材料実験を行い、より精緻な破断基準を構築するつもりである。

謝辞：積層ゴム支承の破断実験では、日本鋳造(株)の森重行雄氏に協力して頂きました。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 土木学会鋼構造委員会 鋼構造物の耐震検討小委員会：橋梁システムの動的解析と耐震性，土木学会，2000.
- 2) 庄司学，川島一彦：鉄筋コンクリート橋脚の塑性回転が高減衰積層ゴム支承の設計に及ぼす影響，土木学会 第26回地震工学研究発表会講演論文集，pp.1069-1072, 2001.
- 3) 防振ゴム研究会編：防振ゴム，日本鉄道車両工業会，現代工学社，1998.
- 4) 社団法人日本道路協会：道路橋支承便覧，日本道路協会，1991.
- 5) 吉田純司，阿部雅人，藤野陽三：高減衰積層ゴム支承の3次元有限要素モデルの構築，土木学会第26回地震工学研究発表会講演論文集，pp.1109-1112, 2001.
- 6) 吉田純司，阿部雅人，藤野陽三：高減衰積層ゴム支承の有限要素解析法，土木学会論文集(投稿中).
- 7) Reicha, C.: Design of Elastomer Bearings, *PCI Journal*, pp.62-78, October, 1964.
- 8) Richard, H.: *Elementary Applied Partial Differential Equations*, 2nd edition, Prentice-Hall, 1987.
- 9) Lewangamage C.S.: Measurement of Strain Fields of Continua by Image Analysis and Its Application to Understanding Behavior of Rubber, Master thesis, Department of Civil Engineering, University of Tokyo, 2001.
- 10) 久田俊明：非線形有限要素解析のためのテンソル解析の基礎，丸善，1992.