

鉄筋コンクリート橋脚の曲げ損傷からせん断破壊 に至る剛性評価法

松田宏¹, 川島一彦²

¹正会員 東京工業大学大学院 理工学研究科土木工学専攻博士課程 (〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1)

²フェロー会員 工博 東京工業大学教授 大学院理工学研究科土木工学専攻 (同上)

1. まえがき

せん断破壊が卓越する構造の解析では、有限要素法を使用するケースが多く、分布ひび割れモデルや離散化モデルにより、曲げひび割れおよびせん断ひび割れを評価している。曲げひび割れに関しては、引張応力による破壊エネルギー G_F から tension-stiffness の効果を考慮したモデルを利用する場合が一般的になりつつあるが¹⁾、せん断ひび割れに関する降伏判定法や応力-変形関係に関する研究は研究途上で、載荷および除荷時のせん断剛性評価に関する研究や²⁾、圧縮せん断破壊に関する研究³⁾など解析モデルに関する研究が実施されている。ただし、有限要素法による解析では骨組モデルを用いた解析と比較して計算時間を必要とし、解析プログラムにより剛性行列の作成方法、構成則の細部が統一されておらず、収斂計算方法の違いが解析結果に大きく影響する場合もあり、まだ実務設計に利用されるまでには至っていない。

以上のような点より、橋梁の実務設計では、せん断支間比の大きいはり状の構造物を対象とする限りはファイバーモデルの応用が考えられるが、鉄筋コンクリート部材のせん断変形、せん断耐力に着目したファイバー要素を用いた研究事例はわずかであり、園部らのトラス理論を応用してせん断剛性を評価した研究⁴⁾、Lejano らのせん断変形と曲げ変形を分離し、せん断剛性は曲げひび割れが生じる部分のせん断剛性を0として評価した研究⁵⁾などの事例がある程度である。

そこで、筆者らは、予備検討として、せん断梁理論で定義される有効せん断剛性に対して、非線形性は考慮せず線形と仮定した Timoshenko はり理論を用いたファイバーモデルを用いて、曲げ損傷からせん断破壊に至る鉄筋コンクリート橋脚を対象に、レベル2タイプ2地震動に対して、変形および耐力性能に及ぼす影響について検討したので、その結果を報告する。

2. せん断変形を考慮したファイバー要素の剛性行列

せん断変形を考慮できる Timoshenko はり理論を用いた材料非線形 2 次元ファイバー要素の構成則について以下に示す。なお、微小ひずみを対象とする。

まず、図-1に示すように長さ L で断面方向に n 分割し、図心から y_m の距離にある m 番目のファイバーの断面積を A_m 、ヤング係数を E_m 、せん断弾性係数を G_m とする。Timoshenko 梁理論では、平面保持の原則を満足し、変形前に中立軸に対して垂直な線は、変形後も直線のままであるが、変形後の中立軸に対しては垂直とはならないと仮定する。これによれば、図-2 から回転角 θ は次式で表される。

$$\theta = \frac{dv}{dx} + \theta_s \quad (1)$$

ここで、 v は図心位置でのはりのたわみ、 dv/dx は中立軸の回転角 (反時計回りが正) であり、 θ_s はせん断変形による回転角である。したがって、はりの任意断面における軸方向変位 u と鉛直変位 v は、

$$\begin{aligned} U(x, y) &= u - y\theta \\ V(x, y) &= v \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 u は図心位置でのはりの軸方向変位である。

次に、図心位置より断面高さ y でのひずみ成分を計算すると、

$$\varepsilon_x = \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{du}{dx} - y \frac{d\theta}{dx} \quad (3)$$

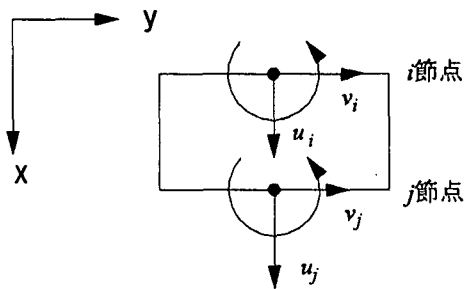
$$\gamma_{xy} = \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} = -\theta + \frac{dv}{dx} = -\theta_s \quad (4)$$

また、せん断はり理論により、

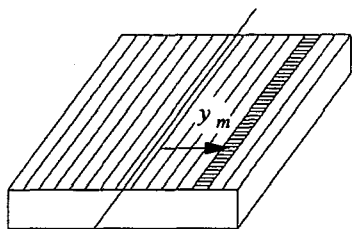
$$\gamma_{xy} = -\frac{k}{GA} \frac{dM}{dx} = -\frac{kEI}{GA} \frac{dv}{dx} \quad (5)$$

ここで、 EI は曲げ剛性、 GA はせん断剛性、 k ははり断面内におけるせん断変形の分布形に基づいた係数で、せん断変形の分布を放物線形とすると $k=1.2$ となる⁶⁾。

次に、要素内での図心位置における軸方向変位 u を 1 次関数、鉛直変位 v を 3 次関数と仮定し、各変位関数は次のように表す。



(a) ファイバー要素における座標軸の定義



(b) m番目のファイバー

図-1 ファイバー要素と各要素内のファイバー

$$u(x) = a_0 + a_1 x \quad (6)$$

$$v(x) = a_2 + a_3 x + a_4 x^2 + a_5 x^3 \quad (7)$$

ここで、 $\alpha_0 \sim \alpha_5$ は定数である。

要素の図心から高さ y の位置での軸方向応力 σ_x およびせん断応力 τ_{xy} は、式(3)、(4)および式(5)から、

$$\sigma_x = E \varepsilon_x = E \left(\frac{du}{dx} - y \frac{d\theta}{dx} \right) \quad (8)$$

$$\tau_{xy} = G \gamma_{xy} = -\frac{EI}{A_e} \frac{dv}{dx} = -\frac{I}{A_e} \cdot G(1+\nu) \frac{dv}{dx} \quad (9)$$

ここで、 ν はポアソン比である。この断面での軸力 N 、せん断力 Q 、曲げモーメント M は、

$$\begin{aligned} N &= \int_A \sigma_x dA = \sum_{m=1}^n (E_m \varepsilon_{xm} A_m) \\ &= \frac{du}{dx} \cdot EA^* - \theta' \cdot EG^* \end{aligned} \quad (10)$$

$$Q = \int_A \tau_{xy} dA = \sum_{m=1}^n (G_m \gamma_{xym} A_m) = \frac{dv}{dx} \cdot GA^* \quad (11)$$

$$\begin{aligned} M &= \int_A \sigma_x y dA = \sum_{m=1}^n (E_m \varepsilon_{xm} y_m A_m) \\ &= \frac{du}{dx} \cdot EG^* - \frac{d\theta}{dx} \cdot EI^* \end{aligned} \quad (12)$$

ここに、

$$EA^* = \sum_{m=1}^n (E_m A_m)$$

$$N = \int_A \sigma_x dA = \sum_{m=1}^n (E_m \varepsilon_{xm} A_m) = \frac{du}{dx} \cdot EA^* - \theta' \cdot EG^*$$

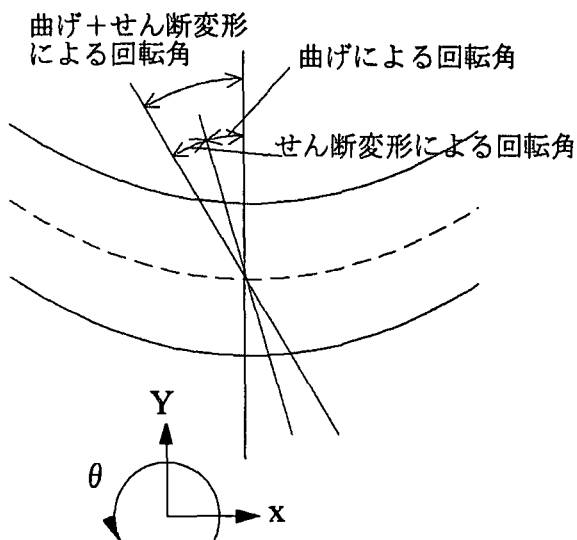


図-2 Timoshenkoはり理論で仮定する回転角

$$EI^* = \sum_{m=1}^n (E_m A_m y_m^2) \quad (13)$$

$$GA^* = \beta \sum_{m=1}^n (G_m A_m)$$

$$\beta = (1+\nu) \cdot \sum_{m=1}^n (A_m y_m^2) / \left(\frac{1}{k} \cdot \sum_{m=1}^n A_m \right)$$

また、図-1(a)に示すように、 i 点および j 点の x 方向変位、 y 方向変位および回転角を $u_i, v_i, \theta_i, u_j, v_j, \theta_j$ とすれば、

$$\varepsilon_m = \frac{u_j - u_i}{L} + y_m \frac{\theta_j - \theta_i}{L} \quad (14)$$

$$\gamma_{xym} = \frac{T_y}{1+T_y} \left[\frac{v_j - v_i}{L} - \frac{\theta_i + \theta_j}{2} \right] \quad (15)$$

ここで、

$$\begin{aligned} T_y &= 12EI^* / \alpha G^* \\ G^* &= \sum_{m=1}^n (G_m A_m) / \sum_{m=1}^n A_m \end{aligned} \quad (16)$$

式(11)～式(16)の関係を増分形で表せば、せん断変形を考慮したファイバー要素の剛性行列は、

$$\begin{bmatrix} \Delta N_i \\ \Delta Q_i \\ \Delta M_i \\ \Delta N_j \\ \Delta Q_j \\ \Delta M_j \end{bmatrix} = [k_e] \cdot \begin{bmatrix} \Delta u_i \\ \Delta v_i \\ \Delta \theta_i \\ \Delta u_j \\ \Delta v_j \\ \Delta \theta_j \end{bmatrix} \quad (17)$$

ここで、

$$[K_e] = \begin{bmatrix} K_{aa} & K_{ab} \\ K_{ba} & K_{bb} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$[k_{aa}] = \begin{bmatrix} \frac{EA^*}{L} & & \\ 0 & \frac{12EI^*}{L^3(1+T_y)} & \\ -\frac{EG^*}{L} & \frac{6EI^*}{L^2(1+T_y)} & \frac{EI^*(4+T_y)}{L(1+T_y)} \end{bmatrix} \quad \text{sym.}$$

$$[k_{ba}] = [K_{ab}]^T$$

$$= \begin{bmatrix} -\frac{EA^*}{L} & 0 & \frac{EG^*}{L} \\ 0 & -\frac{12EI^*}{L^3(1+T_y)} & -\frac{6EI^*}{L^2(1+T_y)} \\ -\frac{EA^*}{L} & \frac{6EI^*}{L^2(1+T_y)} & \frac{EI^*(2-T_y)}{L(1+T_y)} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$[k_{bb}] = \begin{bmatrix} \frac{EA^*}{L} & 0 & \\ 0 & \frac{12EI^*}{L^3(1+T_y)} & \\ -\frac{EG^*}{L} & -\frac{6EI^*}{L^2(1+T_y)} & \frac{EI^*(4+T_y)}{L(1+T_y)} \end{bmatrix} \quad \text{sym.}$$

式(18)は、一般のはりの剛性行列にせん断変形、軸力と曲げモーメントの連成項が加わったものである。

3. ひび割れ面の有効せん断剛性

コンクリート構造物にせん断力が作用してひび割れが生じた場合には、この面は平滑な面ではないため、ひび割れ面方向に相対的なずれが生じるとかみあいによるせん断抵抗力が発生する。その大きさは、ひび割れ幅が小さいほど、ひび割れ面の凹凸が大きいほど、またコンクリート強度が大きく骨材を支持できるほど大きくなると考えられている⁷⁾。

また、Timoshenko は理論におけるせん断変形およびせん断ひずみは、せん断剛性 GA の劣化状態によって大きく左右されるため、せん断剛性をどのように決めるか重要なポイントとなる。

そこで、本解析では、以下の仮定に基づきせん断剛性を設定する。

- 1) 鉄筋コンクリート部材のせん断抵抗は、本来コンクリートの圧縮ブロックおよびひび割れ面のかみ合わせによる抵抗力だけでなく、主鉄筋のダウエル効果や中間帯鉄筋、せん断補強鉄筋による抵抗力があるが、ここではコンクリートと主鉄筋の剛性を考慮し、その他の影響は無視する。
- 2) コンクリートに生じる引張縁ひずみが、ひび割れひずみ以上となった時点からせん断剛性の劣化が生じ

ると仮定し、劣化の度合いを引張縁ひずみとひび割れひずみを用いて以下のように与える。

$$\gamma_f = \frac{GA_e}{GA} = \begin{cases} 1.0 & (\varepsilon_{cr} > \varepsilon_t) \\ \frac{\varepsilon_{cr}}{\varepsilon_t} & (\varepsilon_{cr} \leq \varepsilon_t) \end{cases} \quad (20)$$

ここで、

γ_f : せん断剛性の劣化度

GA_e : 有効せん断剛性

GA : 初期せん断剛性

ε_{cr} : コンクリートのひび割れひずみ

ε_t : コンクリートに生じる引張縁ひずみ

3) 式(20)では、 ε_t に応じて GA_e は変化するが、このようにするとイテレーションが必要とならないから、ここでは簡単のため、コンクリートに作用するせん断力によらず、 ε_t を一定値として扱うこととした。仮定した ε_t に相当する有効せん断剛性 GA_e を用いて式(5)を以下のように求める。

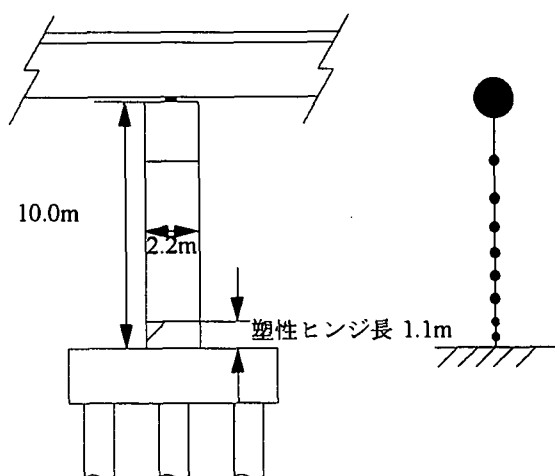
$$\gamma_{xy} = -\frac{kEI}{GAe} \frac{dv}{dx} \quad (21)$$

後述する解析対象橋脚では、コンクリートの設計基準強度を 21MPa としているため、道路橋示方書の地震時保有水平耐力法に基づいて鉄筋初降伏時、終局時のコンクリート引張縁ひずみを計算すると、それぞれ 1613 μ 、35426 μ となり、コンクリートのひび割れひずみは 324 μ であることから、せん断剛性劣化度は、鉄筋初降伏時で 0.2、終局時で 0.009 となる。これを参考にして、ここではせん断剛性劣化度 γ_f を任意に 1/10、1/20、1/50、1/100 の 4 通りに変化させることとした。

4. 解析対象橋脚および解析条件

以上に示したせん断変形を考慮したファイバー要素を用いて、RC 橋脚のせん断変形を考慮した橋のプッシュオーバー解析を行う。解析対象としたのは、図-3 に示す橋脚高さ 10m、橋軸方向幅 2.2m×橋軸直角方向 5m、せん断支間比 4.5 の矩形断面を有する RC 単柱式橋脚で支持された桁橋である。橋軸方向の変形を検討する。これは、橋長 5@40m の 5 径間連続鋼 I 桁橋の一部を取り出したもので、この橋脚は桁の全死荷重 32MN のうち約 7MN を支持している。桁はゴム支承により弾性支持されている。コンクリートの設計基準強度は 21MPa である。

橋脚断面の配筋を図-4 に示す。軸方向鉄筋としては D32(SD295)が配置されており、軸方向鉄筋比は 1.31% である。また、帯鉄筋、中間帯鉄筋には D16(SD295)が 300mm 間隔で配置されており、橋軸方向に関する有効長 $d=1000\text{mm}$ として、横拘束筋比 ρ_s を求めると 0.38% となる。道路橋示方書に基づいて地震時保有水



(a) 解析対象橋 (b) モデル化

図-3 解析対象橋およびファイバーモデル

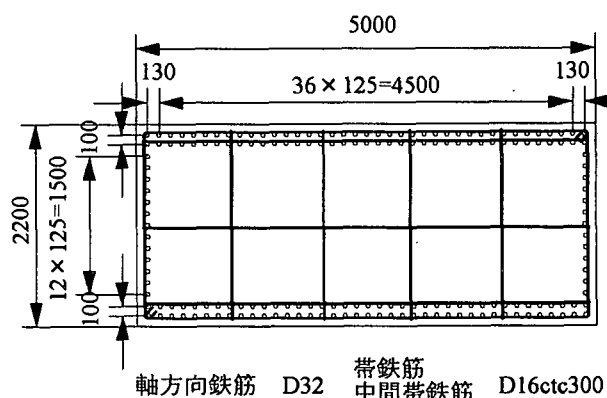


図-4 橋脚断面の配筋

平耐力の照査を行うと、この橋脚は曲げ損傷からせん断破壊に移行すると判定される。

この橋脚を図4(b)に示すように、10 節点、9 要素の骨組モデルとしてモデル化する。また、断面内の分割は横拘束筋で囲まれたコアコンクリートでは 40 分割、かぶりコンクリート領域では 2 分割とし、鉄筋は 1 本ずつモデル化した。基部から 1.1m の範囲を塑性ヒンジと見なし、ファイバー要素によりこの区間を 2 分割する。塑性ヒンジから上部の張り出し梁下面までは、約 1m 間隔でファイバー要素により、張り出し部の躯体部分は弾性梁要素によりそれぞれモデル化した。また橋脚基部は完全拘束とした。

コンクリートおよび鉄筋の応力度-ひずみ関係は、道路橋示方書に基づいて横拘束を考慮して設定した。また、本解析は予備的検討であることから、かぶりコンクリートもコアコンクリートと同一の応力度-ひずみ関係を仮定した。以上のようにして求めたコンクリートの応力度-ひずみ関係を図-5 に示す。最大圧縮応

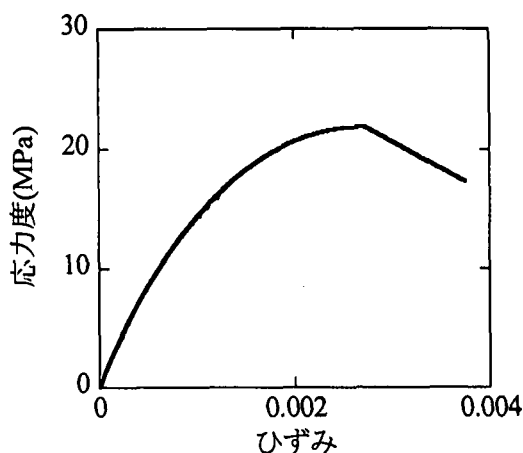


図-5 コンクリートの応力度-ひずみ曲線

度は 21.9MPa、終局ひずみは 3710 μ である。

また、解析では、コンクリートには 0.82MPa、鉄筋には 8.4MPa に相当する自重を作用させた状態で、橋脚基部の圧縮側鉄筋位置におけるコンクリートが終局ひずみに達するまで、変位制御により橋脚天端位置を水平方向に変位させた。解析には TDAPⅢを用いた。

5. 有効せん断剛性を用いた解析

図-6 は、せん断剛性劣化度 γ_f を 1/10, 1/20, 1/50, 1/100 とした場合の、橋脚天端における水平力-水平変位関係を示した結果である。図中には、せん断変形の影響を考慮しない場合の結果も比較のために示している。せん断剛性劣化度 γ_f を順次小さくさせると、ひび割れ時から降伏・終局時に至る間で剛性が低下していく。せん断剛性劣化度が 1/20 以上であれば、これを無視した場合の剛性とほとんど変わりはない。降伏後の曲げ耐力はせん断剛性劣化度が 1/10~1/100 の範囲で変化してもほとんど変わらない。

図-7 は、せん断剛性劣化度 γ_f を変化した場合の降伏変位および終局時の橋脚天端における変位を示した結果である。せん断剛性劣化度 γ_f が 1/100 となると、これを無視した場合と比較して、終局変位は 207mm から 235mm へと 14%増加する。

図-8、図-9 はそれぞれ圧縮側鉄筋位置におけるコンクリートの軸方向ひずみ、引張側鉄筋ひずみが、水平変位の増加につれてどのように変化するかを示した結果である。せん断剛性劣化度 γ_f が小さくなる程上述したせん断変形が橋脚天端の水平変位に寄与するようになる結果、同一水平変位におけるコンクリートの圧縮ひずみ、引張鉄筋ひずみは小さくなる。

6. 結論

曲げ損傷からせん断破壊型に移行する単柱式鉄筋コンクリート橋脚を解析対象として、せん断変形を考慮した Timoshenko はり理論を用いたファイバー要素を開発してプッシュオーバー解析を行い、せん断剛性劣

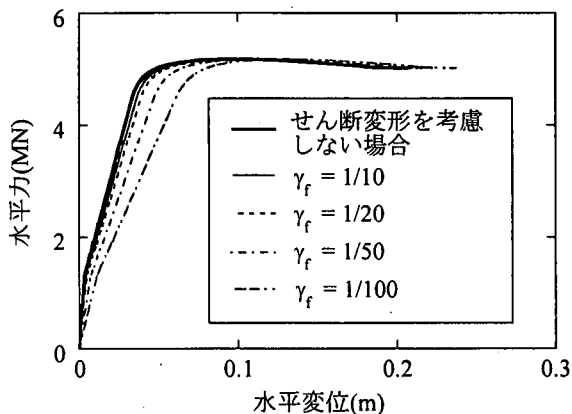


図-6 水平力-水平変位関係

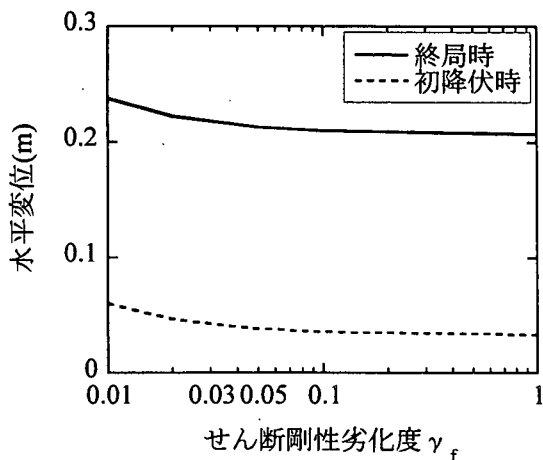


図-7 せん断剛性劣化度 γ_f - 水平変位の関係

化度が水平力-水平変位の曲げ履歴に与える影響を検討した。本解析から以下の点が指摘できる。

- 1) 有効せん断剛性は、ひび割れ時から鉄筋降伏時に至るまでの橋脚の剛性には影響を与えるが、鉄筋降伏時から終局時に至る曲げ耐力にはほとんど影響しない。
- 2) せん断剛性劣化度 γ_f が 1/20 程度までであれば、これを無視した場合に比較して、ひび割れ時から鉄筋降伏時に至るまでの剛性に与える影響は顕著ではない。
- 3) せん断剛性劣化度 γ_f を小さくすると、橋脚の終局変位は増大し、圧縮側コンクリートおよび引張側鉄筋のひずみはともに小さくなる。

参考文献

- 1) (社)日本コンクリート協会：コンクリートの破壊特性の試験方法に関する調査研究委員会報告，コンクリート工学年次論文集，Vol. 23，No.1，pp. 19-28，2001.
- 2) 長沼一洋，栗本修，江戸宏彰：鉄筋コンクリート壁体の FEM による正負繰返しおよび動的解析，日本建築学会構造系論文報告集，第 544 号，pp. 125-132，2001.
- 3) 田所敏弥，佐藤靖彦，上田多門：鉄筋コンクリート部材のせん断耐力に及ぼす圧縮軟化の影響，コンクリート工学年次論文集，Vol. 23，No. 3，pp. 61-66，2001.
- 4) 園部了，田辺忠顕：大変形解析によるティモシェンコはりのせん断変形およびせん断耐力，コンクリート工学年次論文集，Vol. 22，No. 3，2000
- 5) Bernardo A. Lejano：Study on the flexural and shear behavior of high strength reinforced concrete columns subjected to high and fluctuating axial load，1995
- 6) O.C.Zienkiewicz 著，吉識雅夫，山田嘉昭監訳：基礎工学におけるマトリックス有限要素法，培風館
- 7) 田辺忠顕，檜貝勇，梅原秀哲，二羽淳一郎：コンクリート構造，朝倉書店，1996

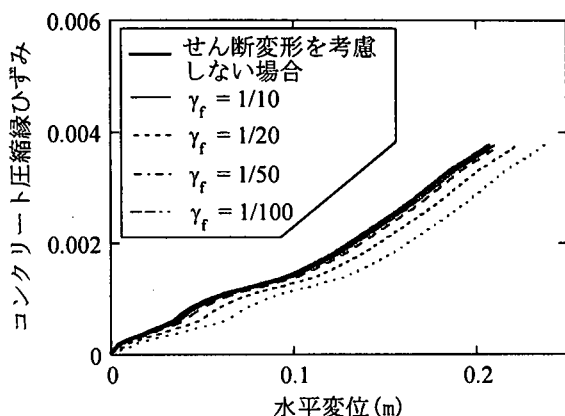


図-8 コンクリート圧縮縁ひずみ-水平変位関係

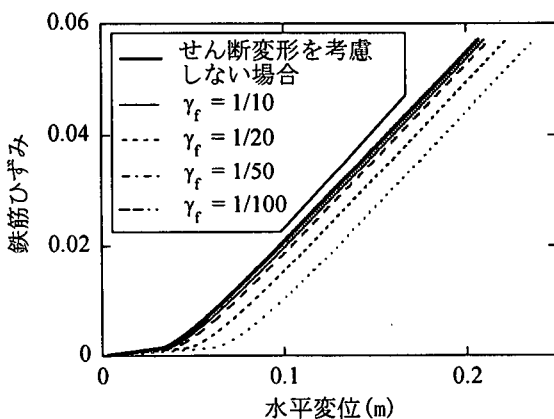


図-9 引張側鉄筋ひずみ-水平変位関係