

部材減衰を直接的に考慮したレーリー減衰使用による 動的解析法

西森孝三¹・足立幸郎²

¹正会員 (株)総合技術コンサルタント 大阪支社(〒533-0033 大阪市東淀川区東中島3-5-9)

²正会員 工修 阪神高速道路公団 工務部(〒541-0056 大阪市中央区久太郎町4-1-3)

1. はじめに

多自由度系の直接積分法による地震応答解析では減衰性の与え方として、レーリー減衰がその簡便性のため一般に多用されている。

この場合、全体減衰行列(C)は、式(1)のとおりレーリー減衰係数(α, β)を全体の質量行列(M)と剛性行列(K)にそれぞれ乗じて作成される。そして、係数 α, β は、実務的には道路橋示方書・耐震設計編¹⁾(以下、道示と略記)に示されるひずみエネルギー比例によるモード減衰定数を基に、地震応答に影響の大きい2つの固有振動数とそのモード減衰定数を用いて式(2),(3)により設定されている。ただし、モード減衰定数の算定に際しては、部材ごとの減衰定数は振動数に無関係に一定として与えている。

$$C = \alpha \cdot M + \beta \cdot K \quad (1)$$

$$\alpha = 4\pi \cdot f_1 \cdot f_2 \cdot (h_1 \cdot f_2 - h_2 \cdot f_1) / (f_2^2 - f_1^2) \quad (2)$$

$$\beta = (h_1 \cdot f_2 - h_2 \cdot f_1) / \{\pi \cdot (f_2^2 - f_1^2)\} \quad (3)$$

ここに、 f_1, f_2 : それぞれ採用する2つの固有振動数(Hz)であり、 $f_1 < f_2$ の関係である。 h_1, h_2 : f_1, f_2 にそれぞれ対応するモード減衰定数である。

この方法によると、骨組みモデルに剛な部材を組み込むことが実務上多々あるが、本来その減衰性は無視すべきと考えられるにもかかわらず、結果的には相対的に大きな減衰性を与えることとなり、不合理なモデル化となる場合がある。また、採用する固有振動数とそのモード減衰定数によっては係数 α, β のいずれかが負の値になるという不都合な場合も実際には生じている。

これらの不都合を解消する方法として、ここでは、部材単位のレーリー減衰係数を提案し、その適用性について線形モデルを対象に直接積分法による時刻歴解析にて、減衰係数の与え方をパラメータとして

検討した。

2. 部材単位のレーリー減衰係数

部材単位のレーリー減衰係数の設定に際し、以下の仮定を設けた。

(イ)部材*i*の減衰定数(h_i)は、上記のひずみエネルギー比例によるモード減衰定数算定時と同様に、振動数に無関係に一定とする。

(ロ)部材レーリー減衰係数(α_i, β_i)の設定には、同じく、2つの支配的な固有振動数が使用できるものとする。

(ハ)式(1)は部材単位でも適用可能なものとする。

これらの仮定により、式(1)~(3)に代わり、部材単位については次のように表すことができる。

$$c_i = \alpha_i \cdot m_i + \beta_i \cdot k_i \quad (4)$$

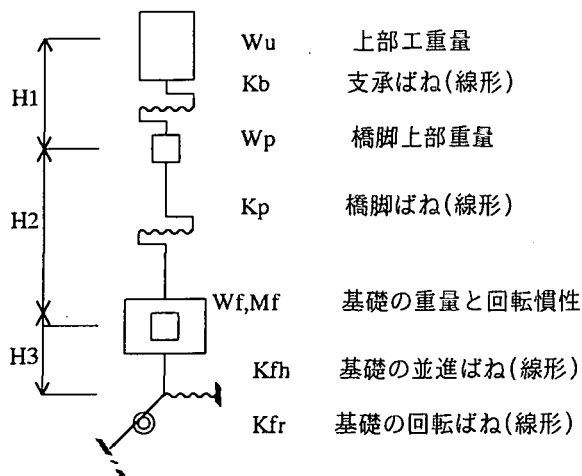
$$\alpha_i = 4\pi \cdot f_1 \cdot f_2 \cdot h_i / (f_2^2 - f_1^2) \quad (5)$$

$$\beta_i = h_i / \{\pi \cdot (f_2^2 - f_1^2)\} \quad (6)$$

ここに、 c_i, m_i, k_i : それぞれ部材*i*の減衰行列、質量行列、剛性行列である。

式(4)~(6)を用いることにより、部材ごとの減衰定数が直接使用できるので、減衰定数を部材に応じて任意にコントロールできることとなり、各部材は各部材に与えた減衰定数に支配されて挙動する可能性がある。また、減衰係数(α_i, β_i)が負になることもなくなり、前述の不都合は解消される。さらには、モード減衰定数の算定も不要となる。そして、式(4)をすべての部材について重ね合わせることにより全体減衰行列(C)が作成できる。

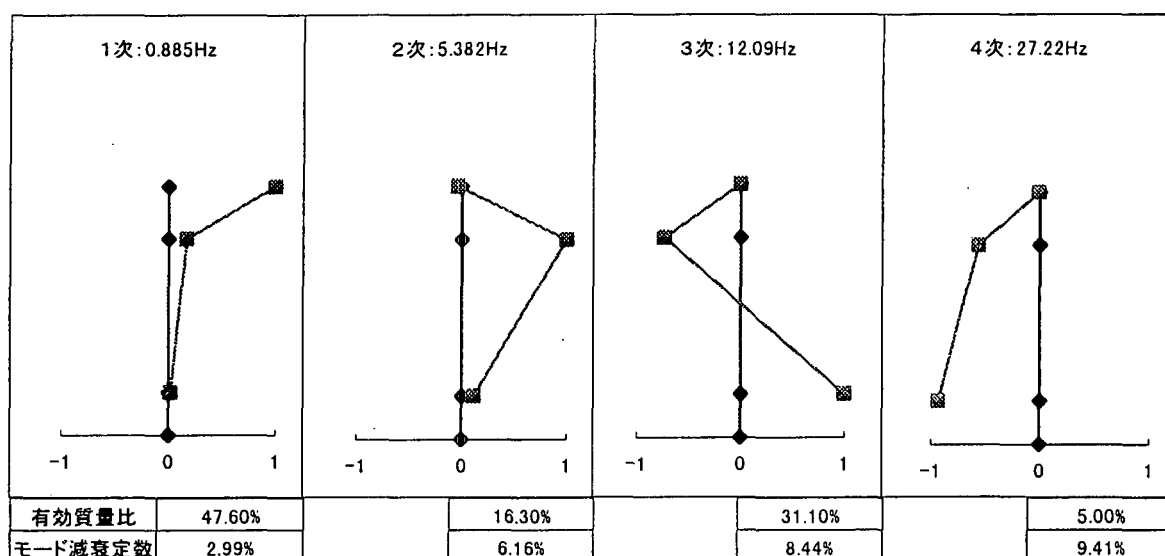
式(1)~(3)と式(4)~(6)の関係は、各部材すべての減衰定数が同じ場合には、ひずみエネルギー比例によるモード減衰定数がすべて同じになるため、両者の全体減衰行列(C)は同一のものとなる。



	重量	質点高さ
上部工 (ton)	817.22	H1= 4.0m
橋脚上部 (ton)	163.44	H2= 11.9m
基礎並進 (ton)	913.00	H3= 3.3m
基礎回転 (tm ²)	8642.00	-----

	ばね係数	減衰定数
支承 (kN/m)	31099.3	0.02
橋脚 (kN/m)	241976.9	0.05
基礎並進 (kN/m)	6.566×10^6	0.10
基礎回転 (kNm/r)	1.274×10^8	0.10

図－１ 力学モデル



図－２ 固有振動モード

３．適用性の検討

(1)検討モデル

この考え方の適用性について、橋梁を上部工、橋脚上部および基礎の並進と回転を有する線形４自由度系にモデル(図－１)化した場合を対象に検討した。諸元は図中に示すとおりであり、支承、橋脚および基礎の部材減衰定数をそれぞれ $\eta=2, 5, 10\%$ とした。また、「上部工重量と支承ばね」、「橋脚上部重量と橋脚ばね」、「基礎重量と並進ばね」および「基礎回転慣性と回転ばね」の組み合わせをそれぞれ１つの部材と見なした。

モデルの振動モードとひずみエネルギー比例によるモード減衰定数を図－２に示す。１次は支承ばねの、２次は橋脚ばねの、３次は基礎の並進ばねの変位がそれぞれ支配的なモードである。なお、４次は基礎の回転ばね変位が支配的であるが、並進変位成

分で基準化したため、モード図として多少不自然となっている。有効質量比については、１次モードが 48 %と大きく、全体の最大応答にはこのモードが支配的になることがわかる。

(2)正弦波入力の場合の適用性

このモデルに対して、まず、振動数ごとの応答を見ることにして、正弦波を、初期の過渡応答の影響を除くため、式(7)の方法で入力させた。計算は 0.01 秒刻みの 30 秒間とした。

$$\begin{aligned}
 A_c(t) &= A_{\max} \cdot t / 10 \cdot \sin(2\pi f \cdot t) \quad t \leq 10 \text{sec} \\
 &= A_{\max} \cdot \sin(2\pi f \cdot t) \quad 10 < t
 \end{aligned} \quad (7)$$

ここに、 $A_c(t)$ ：時刻 t の入力加速度、 $A_{\max}=200\text{gal}$ 、 f ：入力振動数(0.1～30Hz)である。

結果をばね変位の共振曲線として図－３に示す。同図には比較のため、全部材の減衰定数を 2, 5, 10 %

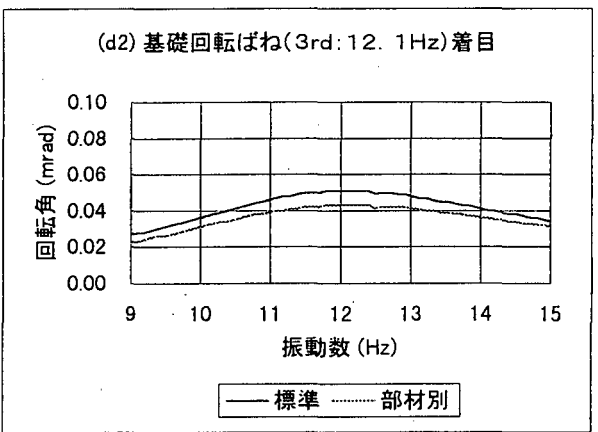
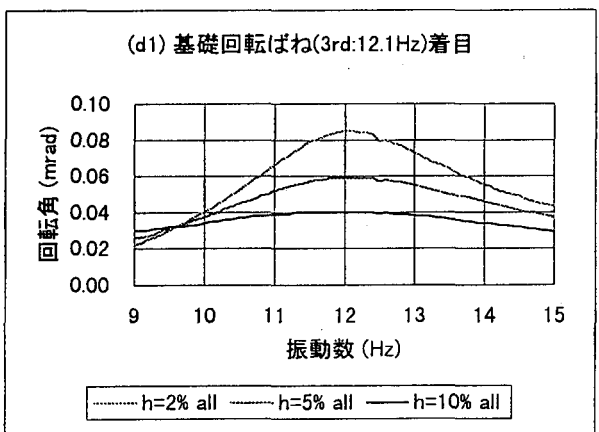
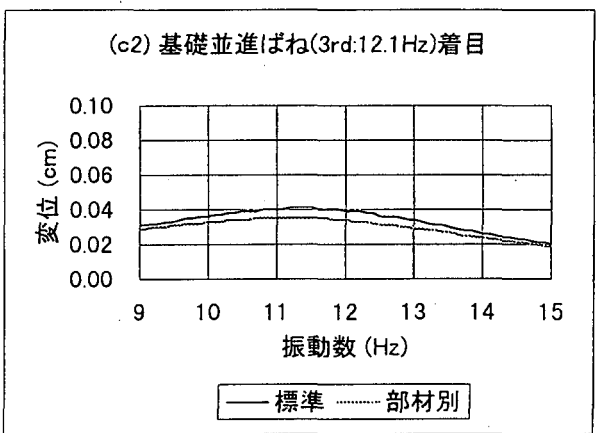
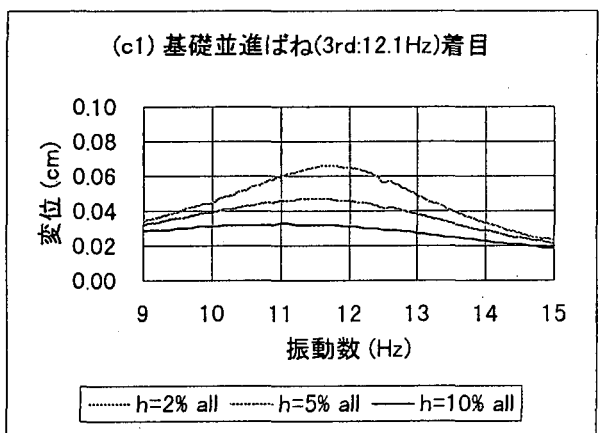
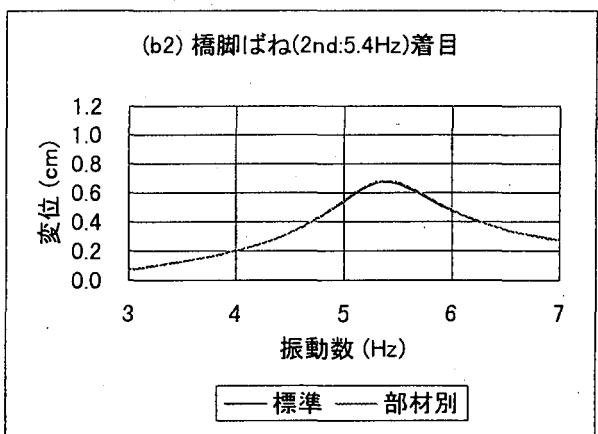
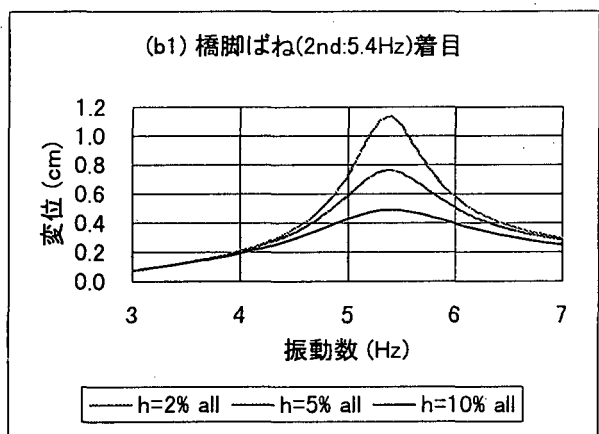
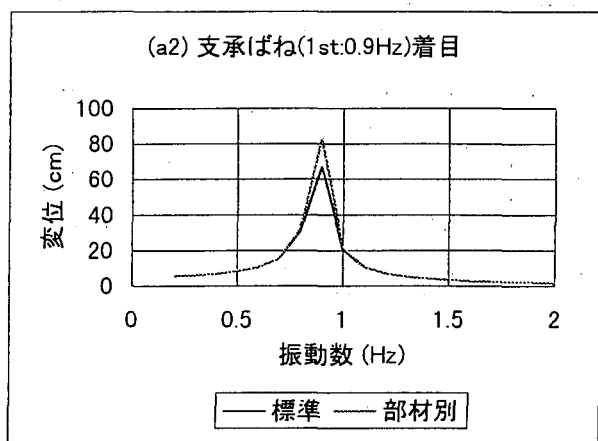
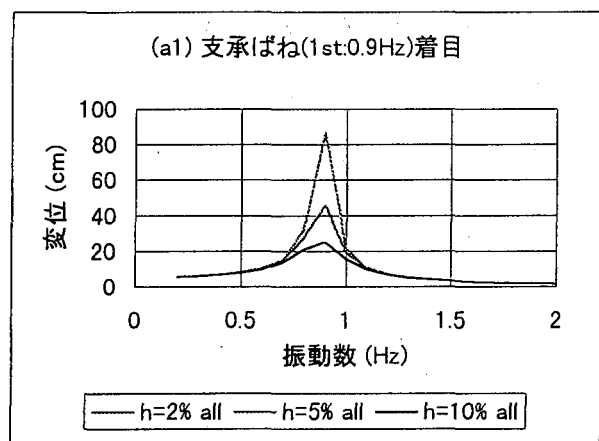


図-3 正弦波入力によるばね変位の共振曲線

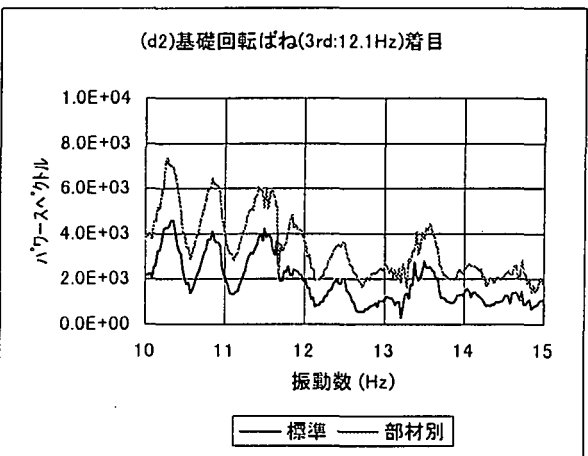
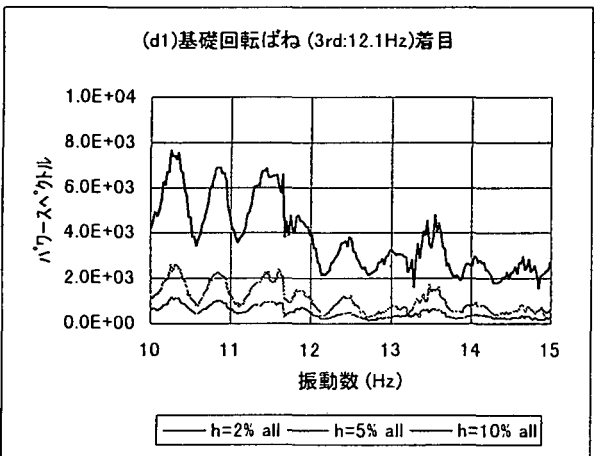
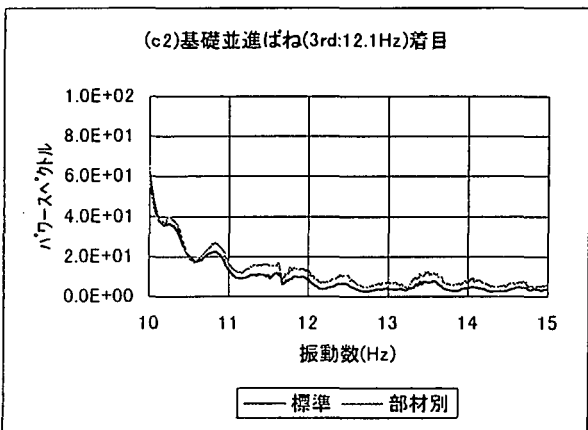
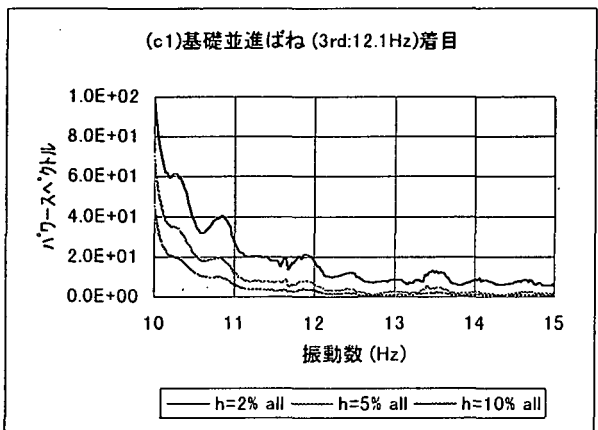
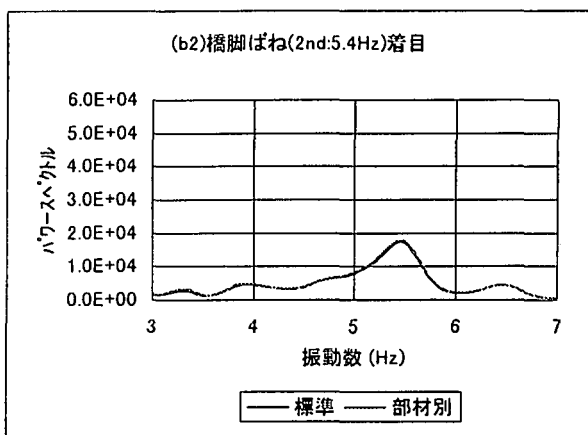
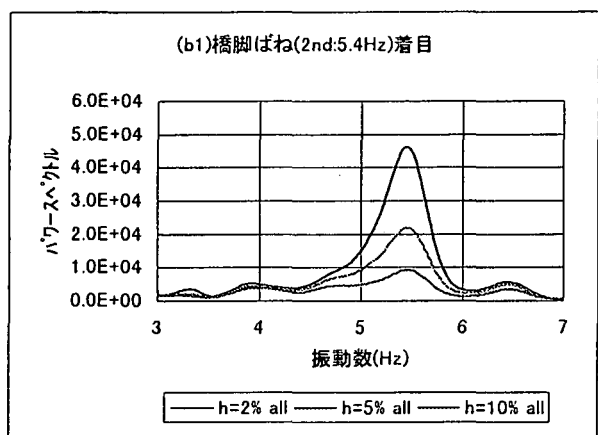
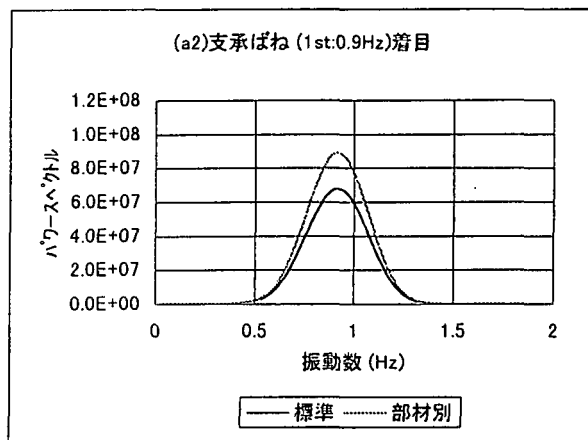
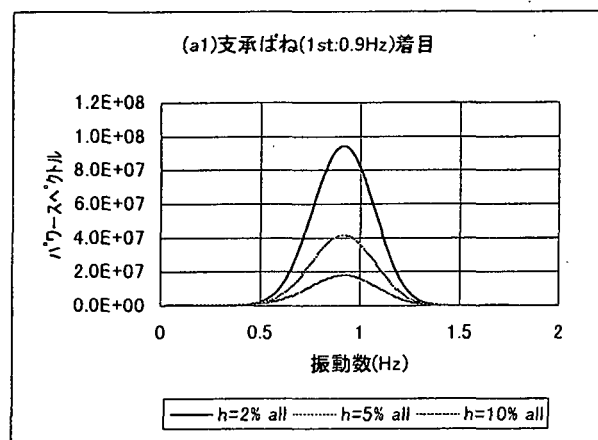


図-4 地震波入力によるばね作用力のパワースペクトル(0.5Hz バンドパスフィルター使用)

表－1 地震波入力による最大ばね変位の比較（地震タイプII・2種地盤スペクトル適合波）

	(a)標準	(b)部材別	(c)全部材 2 %	(d)全部材 3 %	a/b	a/d	b/c
支 承(cm)	58.784	65.333	67.126	58.779	0.900	1.000	0.973
橋 脚(cm)	7.815	8.695	8.969	7.851	0.899	0.995	0.969
基礎並進(cm)	0.303	0.336	0.349	0.305	0.894	0.993	0.963
基礎回転(mrad)	2.850	3.169	3.262	2.862	0.899	0.996	0.971

と同じとした場合、さらに、モード減衰定数を用いた式(1)～(3)による標準的なレーリー減衰係数を採用した場合(以下、「標準」と略記)のケースも示す。なお、レーリー減衰の設定には1次と2次の固有振動数を採用した。

ここで、全部材に同じ減衰定数を与えた場合との比較を行うのは、着目部材の支配的な振動数成分については妥当な解を与えると考え、その応答と提案の「部材別」の応答が、着目部材の支配的な振動モード応答ごとに、どのような関係にあるかを見るためである。

この観点から図－3を見ると、着目部材の支配的な固有振動数ごとに、「標準」の場合よりも「部材別」の方が、部材に与えた減衰性がモードごとに効果的に現れている様子が認められる。すなわち、

1次(0.9Hz)は支承の応答が支配的であり、全部材 $\eta=2\%$ とした場合の応答に「部材別」の方がより近い。一方、「標準」の方法はモード減衰として3%が採られるため、幾分小さめの応答となっている。

2次(5.4Hz)は橋脚の応答であり、「標準」と「部材別」の両応答がほぼ一致し、全部材 $\eta=5\%$ の応答をわずかに下回り、モード減衰6%程度の応答と見なすことができる。このことは、「部材別」の方法では、おのずとモード減衰的な影響が考慮された応答になると考えることができる。

3次(12.1Hz)は基礎の並進が卓越しており、「部材別」の方が基礎並進の減衰性をより強く発揮して、全部材 $\eta=10\%$ の応答に近い。3次の基礎回転については回転ばねの共振点ではないが、並進に連動して生じたものであり、「部材別」の方が全部材 $\eta=10\%$ の場合の応答とほぼ一致している。

なお、4次(27.2Hz)については高振動数のためピークが現れないので示していない。

以上のことは、地震波入力による解析の際に、着目部材の応答において、その部材固有の振動数成分には、その部材に与えた減衰性が適切に反映されることを示唆しているものと考えられる。

なお、「標準」の方法は、採用した2つの振動数に対応する部材について精度よく減衰性が現れているが、それ以上の高次モードについては、 η として第2番目に与えた減衰性の影響が、剛性比例減衰項の

影響もあって、強く現れる傾向である。

(3)地震波入力による場合の適用性

同じモデルに対して正弦波入力の場合と全く同様にして、道示の地震タイプII、2種地盤のスペクトル適合波1波入力による解析を行った。その結果を、ばねの応答作用力についてのパワースペクトルとして図－4に示す。なお、パワースペクトルは共振点を見やすくするため0.5Hzのバンドパスフィルターを掛けている。また、着目を変位でなく力にしたのは、パワースペクトルの算定に際し変位の場合よりも値が大きいので、共振点が捉え安いと考えたためである。

図－4の1次と2次の共振点については、正弦波入力の場合と全く同じ傾向であり、支承と橋脚ばねに与えた減衰性が良く現れていることがわかる。

一方、3次については12.1Hzと高振動数のため有効質量比が比較的高いにもかかわらず、入力地震そのもののパワーが弱いためと考えられるが、定常正弦波入力の場合と異なり、基礎の共振現象は生じていない。このため基礎自身に与えた減衰性はあまり現れず、支承や橋脚の高周波数域での応答に従属的な挙動をしていると考えられる。

次に、最大応答値としてばね変位について、減衰定数の与え方4ケースを比較して、表－1に示す。このモデルの場合、1次モードの有効質量比が48%と大きく、最大応答への影響が支配的なため、「標準」の方法による応答は全部材 $\eta=3\%$ の場合と、当然のことながら個々の部材とも良く一致している。

一方、「部材別」の方法では全部材 $\eta=2\%$ の場合をわずかに下回る応答となっている。このことは、提案の方法である後者の方が、支承の減衰定数として与えた $\eta=2\%$ の減衰性をより適切に表現していると解釈される。

逆に、支承以外の部材の最大応答に、それらに与えた減衰の影響が小さいのは、基本的に支承応答に従属的に挙動しているためと理解される。換言すれば、2次モードの有効質量比が1次に比べ約1/3と小さく、さらに3次以降の高次については、入力のパワーそのものが小さく、部材固有の振動の程度がともに小さいためと考えられる。

4. おわりに

ここでは、直接積分法による地震応答解析時に多用される減衰行列として、系の全体質量行列と全体剛性行列に適用されるレーリー減衰係数の設定方法に代え、部材減衰定数を直接的に考慮した設定方法を提案し、その適用性について検討した。

提案の方法では、モード減衰定数を必要とせず、かつ、部材ごとに適切な減衰性を与えることができるので、より合理的なモデル化が可能になると考え

られる。

結果として、提案の方法では着目部材の卓越する振動モードにおいて、その部材に与えた減衰性が、全体行列に適用されるレーリー減衰係数の場合よりも、より効果的に現れていることを示した。

参考文献

- 1)(社)日本道路協会：道路橋示方書・同解説Ⅴ耐震設計編、丸善、1996,12