

荷重低減係数の固有周期依存性

渡邊 学歩¹⁾・川島 一彦²⁾

1) 学生会員 東京工業大学大学院博士課程後期 理工学研究科 土木工学専攻
(〒152-8552 東京都目黒区大岡山2-12-1)

2) フェロー会員 工博 東京工業大学教授 工学部土木工学科 (同上)

1. まえがき

地震時保有耐力法など橋脚の非線形領域での地震応答を考慮した耐震設計法では、弾性応答から求められる地震力を荷重低減係数 R_μ で除して弾塑性系の要求耐力を設定する。その際、荷重低減係数 R_μ はエネルギー一定則や変位一定則などの経験則に基づいて設定されることが多い。荷重低減係数 R_μ を大きくすると、橋脚に生じる応答じん性率は大きくなるが、応答じん性率が橋脚の許容じん性率よりも小さければ橋脚は倒壊を免れることができる。

荷重低減係数 R_μ に関して初期の段階で定式化を行ったのはNewmark and Hall¹⁾らである。Newmarkらは短周期構造物ではエネルギー一定則が、また長周期構造物では変位一定則の適用性が良いことを指摘し、その後の多くの国の耐震基準に影響を与えた²⁾。その後、荷重低減係数 R_μ に関する研究はMiranda and Bertero³⁾やNassar and Krawinkler⁴⁾など多くの研究者らによって行われてきた。なかでもMiranda and Berteroは荷重低減係数 R_μ に関する既往の研究の詳細なレビューを行うとともに、自らも地盤条件を考慮した荷重低減係数 R_μ の定式化を行っている。わが国でも山本⁵⁾らがわが国で観測された地震動記録をもとに同様の研究を行っている。しかし、これらの研究では R_μ の定式化が行われていなかったり、定式化されていても強震記録の特性との適合性が十分ではないものが多い。

このような観点から、本研究では荷重低減係数 R_μ の固有周期および地盤条件依存性について解析するとともに、荷重低減係数 R_μ の新しい定式化を提案し、これに基づいて R_μ の推定法を提案する。

2. 荷重低減係数の定義とその定式化

1 自由度の完全弾塑性系でモデル化された構造系にお

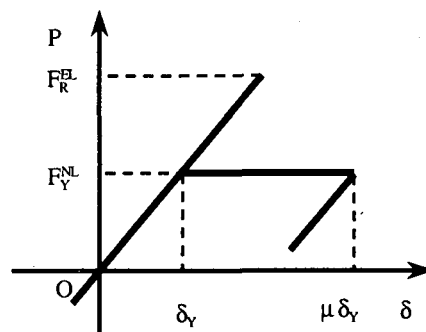


図-1 弾塑性系の復元力応答

いて、荷重低減係数 R_μ は図-1に示す弾性応答から求まる復元力の最大値 F_R^{EL} を弾塑性系の降伏耐力 F_Y^{NL} で除して求められる。したがって、構造系に生じると予想されるじん性率(以下、目標じん性率と呼ぶ)を μ_T とするとき、固有周期 T の系における荷重低減係数 $R_\mu(T, \mu_T)$ は次式で定義される。

$$R_\mu(T, \mu_T, h_{EL}, h_{NL}) = \frac{F_R^{EL}(T, h_{EL})}{F_Y^{NL}(T, \mu_T, h_{NL})} \quad (1)$$

なお、弾性および弾塑性の系に生じる復元力の最大値 F_R^{EL} 、 F_R^{NL} を質量 m で叙して、固有周期ごとに示したものを弾性、弾塑性復元力スペクトル S_F^{EL} 、 S_F^{NL} とすれば式(1)は、

$$R_\mu(T, \mu_T, h_{EL}, h_{NL}) = \frac{S_F^{EL}(T, h_{EL})}{S_F^{NL}(T, \mu_T, h_{NL})} \quad (2)$$

となり、荷重低減係数 R_μ は弾塑性復元力スペクトルの弾性復元力スペクトルからの低減率ともいえる。

また h_{EL} および h_{NL} は弾性系および弾塑性系の減衰定数である。これら減衰定数の与え方は、荷重低減係数をどのように定義するかによって変化するものである。本研究では、弾性系の減衰定数 h_{EL} を2%、弾塑性系の減衰定数 h_{NL} を5%と定義した。

なお、復元力特性が荷重低減係数に与える影響を検討

するために、復元力特性としてバイリニアモデルを用いる。

荷重低減係数を固有周期 T やさまざまなパラメーターで定式化する試みはさまざまな研究者たちにより行われている。その中でも、Miranda および Nassar, Krawinkler らの定式化が有名である。

Miranda and Bertero は 124 成分の地震動記録に対する弾塑性応答から、地盤条件別に次式のように荷重低減係数 R_μ を定式化した³⁾。

$$R_\mu = \frac{\mu - 1}{\Phi} + 1 > 1 \quad (3)$$

ここで、 Φ は地盤条件ごとに、じん性率 μ および固有周期 T の関数として以下のように与えられている。

$$\Phi = \begin{cases} 1 + \frac{1}{10T - \mu T} - \frac{1}{2T} \exp \left[-\frac{3}{2} \left(\ln T - \frac{3}{5} \right)^2 \right] & \text{(岩盤)} \\ 1 + \frac{1}{12T - \mu T} - \frac{2}{5T} \exp \left[-2 \left(\ln T - \frac{1}{5} \right)^2 \right] & \text{(沖積層)} \\ 1 + \frac{T_g}{3T} - \frac{3T_g}{4T} \exp \left[-3 \left(\ln \frac{T}{T_g} - \frac{1}{4} \right)^2 \right] & \text{(軟弱地盤)} \end{cases} \quad (4)$$

ここで T_g は地震動の卓越周期（減衰定数 0.05 の速度応答スペクトルがピークをとる周期）である。Miranda らが荷重低減係数 R_μ を式(3)、式(4)のように与えたのは、以下の条件を満足するためである。

$$\lim_{T \rightarrow 0} R_\mu = 1 ; \lim_{T \rightarrow \infty} R_\mu = \mu \quad (5)$$

Miranda らは、 $h_{EL} = h_{NL} = 0.05$ と仮定している。

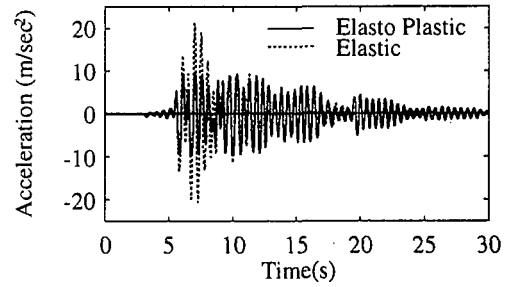
また、Nassar and Krawinkler は $h_{EL} = h_{NL} = 0.05$ と仮定し、15 成分の地震動記録に対する完全弾塑性系の応答から、荷重低減係数 R_μ を次式のように定式化した⁴⁾。

$$R_\mu = [c(\mu - 1) + 1]^{1/c} \quad (6)$$

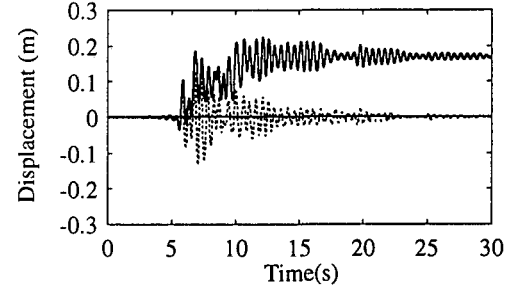
ここで、

$$c(T, \alpha) = \frac{T^a}{1 + T^a} + \frac{b}{T} \quad (7)$$

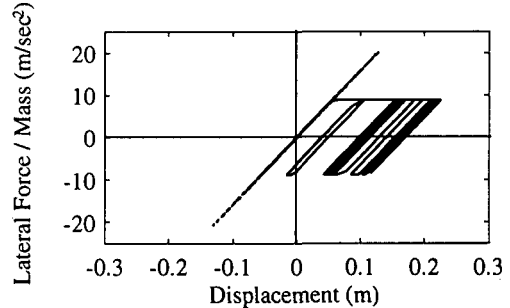
ここで α は初期剛性に対する二次剛性の比である。Nassar and Krawinkler は剛性劣化型の履歴特性が荷重低減係数 R_μ に及ぼす影響について検討し、履歴特性の違いは荷重低減係数 R_μ に大きな影響を与えないが、剛性比 α は



(a) 加速度応答



(b) 変位応答



(c) 荷重～変位の履歴

図-2 目標じん性率を4とした場合の固有周期 0.5 秒の系の応答

荷重低減係数 R_μ に影響を与えるとして、異なる剛性比 α ごとに式(7)の係数 a 、 b を与えている。

3. 荷重低減係数の固有周期特性

図-2 は、1995 年兵庫県南部地震の際の神戸海洋気象台での NS 成分記録⁶⁾ に対して、固有周期 $T = 0.5$ 秒、目標じん性率 $\mu_T = 4$ とした場合の非線形応答を線形応答とともに示した結果である。

非線形応答には 0.17m の残留変位を伴う。荷重低減係数の増加と残留変位の増加は表裏一体の関係にあり、地震時保有耐力法による耐震設計では目標じん性率の設定に際しては残留変位の存在を考慮しておく必要のあることが指摘されている⁷⁾、ただし、この影響は別に扱うものとしここでは考慮しない。

式(2)に従って荷重低減係数を求めると、 $S_F^{EL} = 20.8$

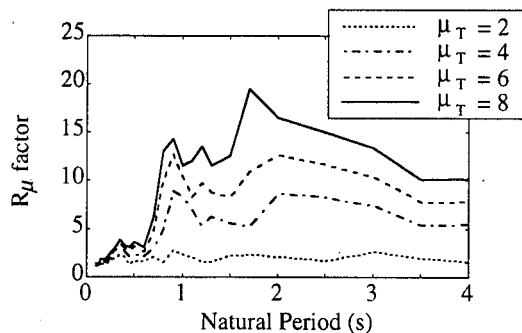
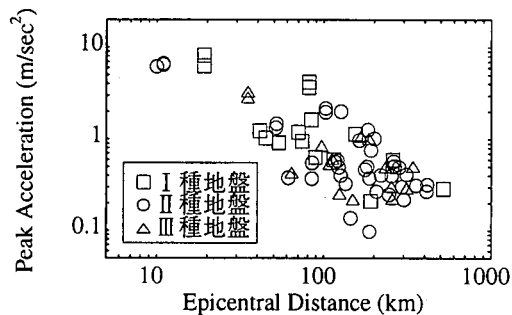
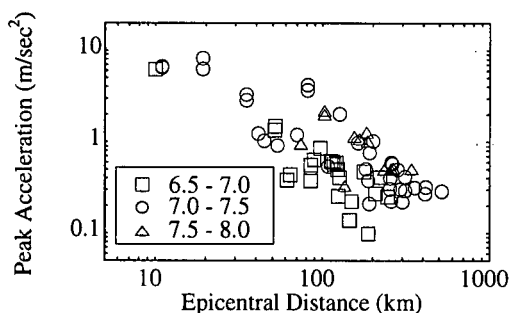


図-3 神戸海洋気象台NS成分記録に対する荷重低減係数



(a) 地盤種別の影響



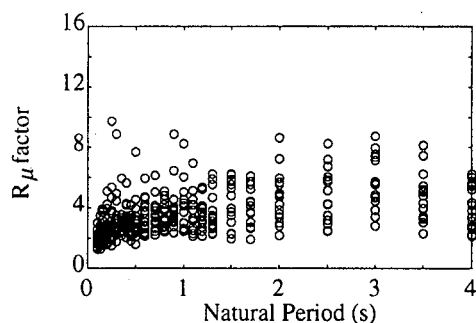
(b) マグニチュードの影響

図-4 解析に用いた地震動特性

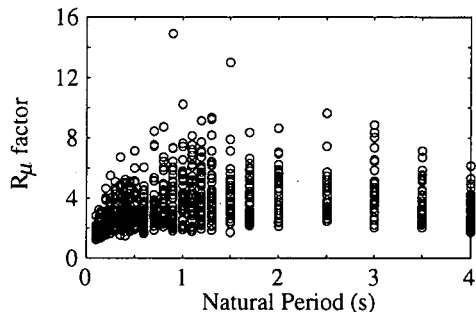
m/sec^2 , $S_Y^{NL}=8.80m/sec^2$ であるから, $R_\mu=2.36$ となる。

以上のような解析を多数の固有周期と目標じん性率に対して行い, 荷重低減係数を求めた結果が図-3である。目標じん性率 μ_T が4, 6, 8の場合には, いずれも固有周期 T が0.7秒を境としてこれ以上の固有周期では荷重低減係数 R_μ はこれ以下の固有周期の場合と比較して3倍程度増加する。

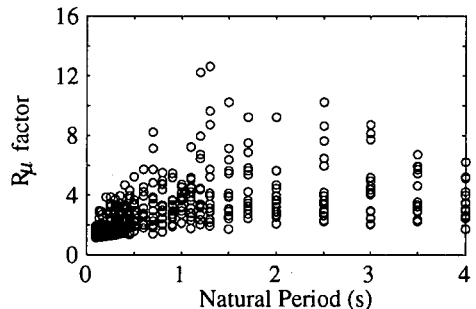
固有周期 $T=1.0$ 秒の値に着目すると目標じん性率 $\mu_T=4, 6, 8$ の荷重低減係数はそれぞれ $R_\mu=8.25, 10.7, 15.0$ であり, エネルギー一定則から推定される荷重低減係数 $R_\mu=\sqrt{2\mu-1}=2.65, 3.32, 3.87$ はもちろん, 変位一定則から推定される $R_\mu=\mu=4, 6, 8$ をも大きく上回っている。



(a) I種地盤



(b) II種地盤



(c) III種地盤

図-5 地震動ごとの荷重低減係数のばらつき

4. 多数の地震波記録に対する荷重低減係数

以上のような解析をわが国の地盤上で観測された70成分の強震記録に対して行った。記録数はI種, II種, III種地盤に対して, それぞれ16, 39, 15成分である。震源深さ60km以浅の浅発地震を対象としている。図-4は解析に用いたデータセットの特性を示すため, 最大加速度～震央距離の関係を地盤種別およびマグニチュードをパラメーターとして示したものである。最大加速度は $0.1\sim 8m/sec^2$, 震央距離は10～500kmの範囲にある。

図-5は, 目標じん性率 μ_T を4とした場合の荷重低減係数 R_μ を各地盤種別ごとに示した結果である。荷重低減係数は地震動ごとに大きなばらつきがあり, 目標じん性率 μ_T が大きくなるとばらつきも大きくなる。荷重低減係数は地盤種別によっても変化するが, 地震動ごとのばらつきに比較すると, 地盤種別による変化は必ずしも

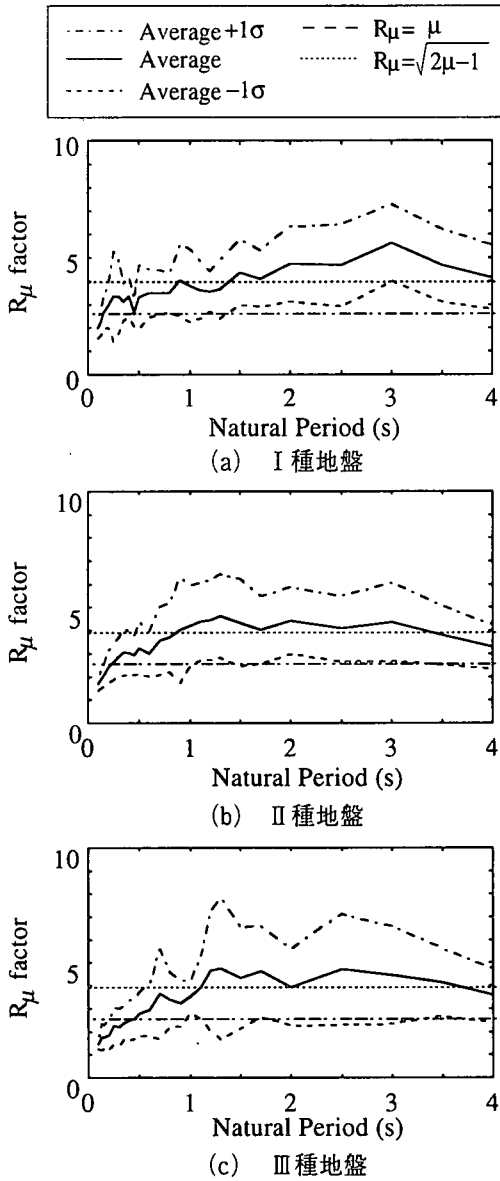


図-6 荷重低減係数の平均値

大きくない。I 種地盤では固有周期 0.5 秒までは、全体として固有周期の増大に伴って荷重低減係数 R_μ は増加するが、その後固有周期 $T=1.5$ 秒まではほぼ一定となる。これに対して、II 種地盤、III 種地盤の場合にはそれぞれ固有周期 1.2 秒、1.5 秒程度までは荷重低減係数 R_μ は固有周期の増大とともに増加する。

図-6 には全地震動記録に対する荷重低減係数の平均値と平均値 $\pm$ 標準偏差 σ を示した結果である。図中には後述するエネルギー一定則および変位一定則から推定される荷重低減係数の値も示している。いずれの場合にも荷重低減係数の平均値は固有周期の増加により緩やかな漸増傾向を示している。また、短周期領域では小さく、これがある固有周期 (0.5~1.5 秒) に至るまでは徐々に増加していき、その後は固有周期の増加に伴って緩や

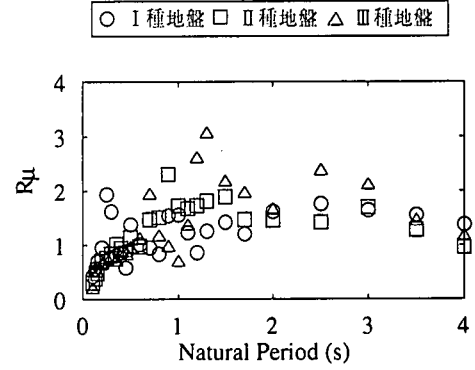


図-7 荷重低減係数の標準偏差の固有周期依存性

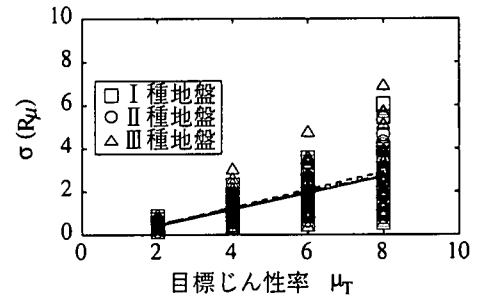


図-8 荷重低減係数の標準偏差～目標じん性率の関係

かに減少するかはほぼ一定値となる。固有周期が 4 秒程度と長くなると、 $\mu_T=4$ の場合には $R_\mu=4$ に収れんし、変位一定則によって与えられる値に近づく。またエネルギー一定則による値はこの解析で求められた平均値-標準偏差に近い値を与える。

図-7 は荷重低減係数の標準偏差が固有周期によってどのように変化するかを示した結果である。荷重低減係数の標準偏差の固有周期依存性は上述した荷重低減係数自体の固有周期依存性と似ており、固有周期 1~3 秒程度で最も大きく、これよりも短周期側、長周期側ではともに小さくなる。これは地盤種別によってはあまり変化しない。図-8 には、荷重低減係数の標準偏差が目標じん性率によってどのように変化するかを示す。目標じん性率 μ_T が大きくなると、標準偏差 σ も大きくなり、これを回帰すると、以下ようになる。

$$\sigma(R_\mu) = \begin{cases} -0.328 + 0.379 \cdot \mu_T & (\text{I 種地盤}) \\ -0.292 + 0.378 \cdot \mu_T & (\text{II 種地盤}) \\ -0.354 + 0.409 \cdot \mu_T & (\text{III 種地盤}) \end{cases} \quad (8)$$

ここで、回帰式の相関係数は、I 種、II 種、III 種地盤に対してそれぞれ 0.78, 0.71, 0.70 である。式(8)による値も図-8 に示しているが、これによれば I 種~III 種地盤間の標準偏差に大きな違いはない。したがって、式(8)

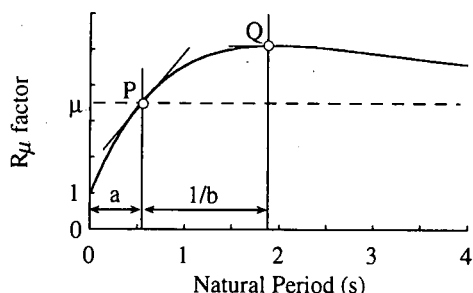


図-9 回帰モデルの係数 a および $1/b$ の物理的意味

はおおよそ以下のように与えることができる。

$$\sigma(R_\mu) \approx -0.3 + 0.4 \mu_T \quad (9)$$

5. 荷重低減係数の定式化

図-6 に示した荷重低減係数 R_μ の平均値を定式化するため、ここではこれを以下のように近似する。

$$R_\mu = (\mu - 1) \cdot \Psi(T) + 1 \quad (10)$$

ここで、

$$\Psi(T) = \frac{T - a}{ae^{bT}} + 1 \quad (11)$$

荷重低減係数を式(10)、式(11)のように与えたのは、図-9 に示すように $R_\mu = \mu$ となる点を P とすれば、原点と点 P の水平距離は a となるためである。また、

$$\frac{dR_\mu}{dT} = (\mu - 1) \cdot \frac{1 - b(T - a)}{ae^{bT}} \quad (12)$$

であるから、点 $P(a, \mu)$ での接線勾配は $(\mu - 1)/ae^{bT}$ となり、さらに、 R_μ が最大となる点を Q とすれば原点から点 Q までの水平距離が $a + 1/b$ 、すなわち、点 P と点 Q の水平距離が $1/b$ となるためである。Miranda らによる式(3)や Krawinkler らによる式(6)と比較すると、式(10)、(11)の形は簡単であり、また、係数 a 、 b の物理的意味もはっきりしている。

また荷重低減係数 R_μ は長周期領域においては変位一定則による推定値 μ に収束する必要があるが、式(10)では自動的に次式の条件が満足される。

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \Psi(T) = 1 \quad (13)$$

以下、本研究では式(10)、式(11)を用いて非線形回帰分析を行った。表-1 には地盤条件、目標じん性率 μ_T ご

表-1 荷重低減係数の回帰係数

μ_T	係数	地盤条件		
		I 種	II 種	III 種
2	a	1.29	1.12	2.35
	b	2.77	2.18	1.69
4	a	1.24	0.989	1.52
	b	2.39	1.62	1.05
6	a	1.34	1.03	1.85
	b	2.15	1.24	0.821
8	a	1.36	1.20	1.74
	b	1.67	1.11	0.611

表-2 荷重低減係数の相関係数

μ_T	地盤条件		
	I 種	II 種	III 種
2	0.379	0.701	0.851
4	0.673	0.842	0.886
6	0.717	0.869	0.878
8	0.776	0.899	0.895

とに係数 a 、 b の値を、表-2 には回帰式の相関係数を示す。相関係数はI種地盤で目標じん性率 $\mu_T = 2$ の場合には0.379と低いが、その他の場合には0.65以上あり一応の精度はあると見てよい。なお、後述するようにI種地盤で $\mu_T = 2$ の場合には相関係数は小さいが、計算値と式(10)、式(11)との一致度は必ずしも悪くない。これは、回帰式が平均値の特徴はうまく表わしているが、平均値まわりのばらつきについては係数 a 、 b を変化させるだけではうまく説明することはできないためである。

図-10 は係数 a 、 $a + 1/b$ の値を示した結果である。これによれば、係数 a はIII種地盤では目標じん性率 μ_T の増大とともに小さくなるが、I種、II種地盤では μ_T によらず、ほぼ一定値をとる。III種地盤の場合が係数 a は最も大きく、I種とII種地盤では同程度の値となる。図-9 に示したように、係数 a は荷重低減係数が μ 、すなわち、変位一定則で予測される値に達するときの固有周期を表している。したがって係数 a は変位一定則の精度が最もよい固有周期帯を表わしており、I種およびII種地盤では1.~1.4秒程度、III種地盤では1.5~2.4秒程度が変位一定則の適用性が良い領域とみることができる。ただし、上述したようにIII種地盤の場合には目標じん性率が大きくなる程この固有周期は短くなる。

次に、 R_μ が最大となる固有周期 $a + 1/b$ をみるとI、II種ではほぼ同程度で、1.5~2秒、III種地盤ではこれよりも長く2.5~3.5秒程度である。いずれの地盤でも、目標じん性率 μ_T が大きくなるにつれて、荷重低減係数は漸増する。したがって、III種地盤で $\mu_T > 6$ の場合を除

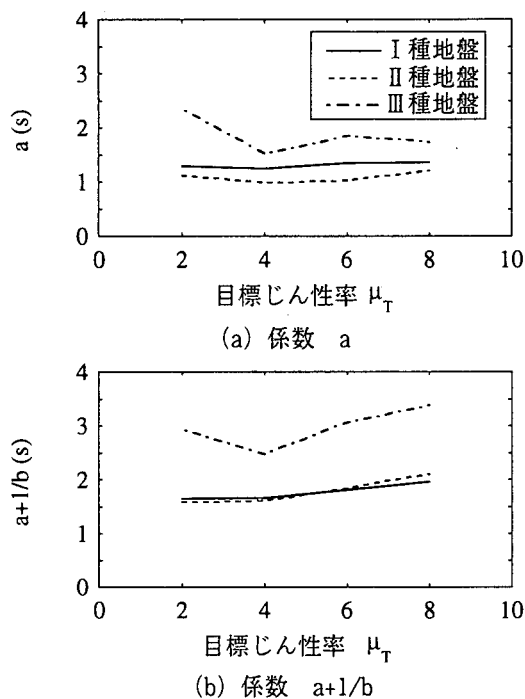


図-10 式(11)の係数 a および $a+1/b$

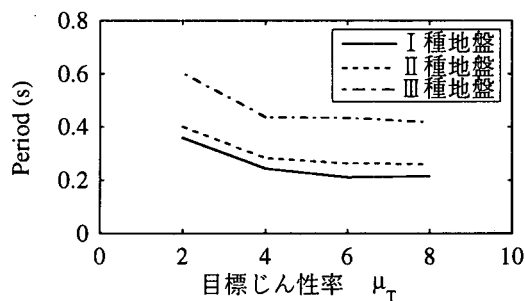


図-11 荷重低減係数がエネルギー一定則による推定値に等しくなる固有周期

けば、変位一定則の適用性の良い固有周期領域からわずかに固有周期が伸びたあたりで荷重低減係数は最大値をとることが分る。

式(10)、式(11)で与えられる荷重低減係数 R_μ がエネルギー一定則による推定値 $R_\mu = \sqrt{2\mu - 1}$ と等しくなる固有周期を計算すると図-11 のようになる。これによれば、エネルギー一定則の適用性が高い固有周期はI種地盤では0.2~0.36秒、II種地盤では0.26~0.4秒、III種地盤では0.4~0.6秒と地盤が軟質になるほど大きく、また、いずれの場合にも目標じん性率が大きくなると、この固有周期が短くなる。図-10に示した変位一定則の適用性が良い固有周期に比較すると、エネルギー一定則の適用

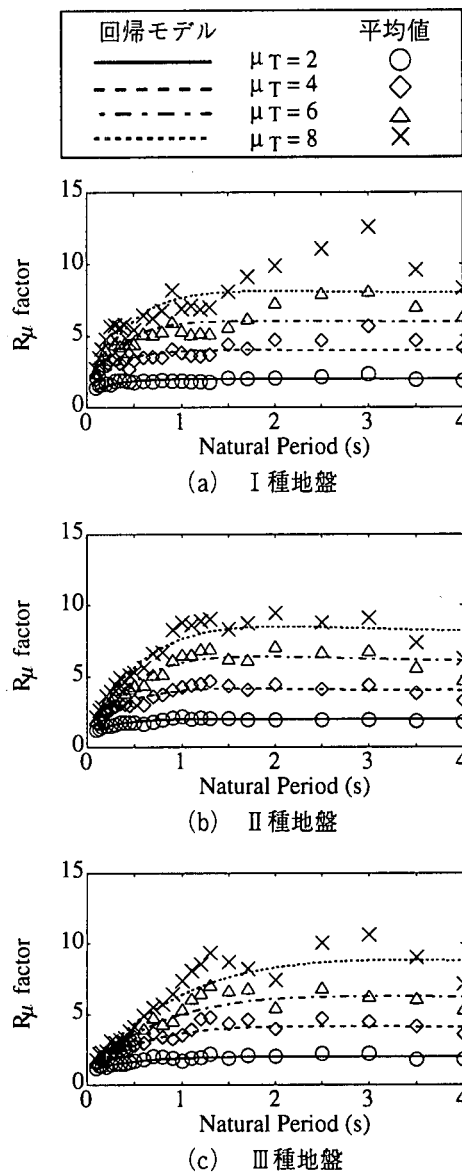
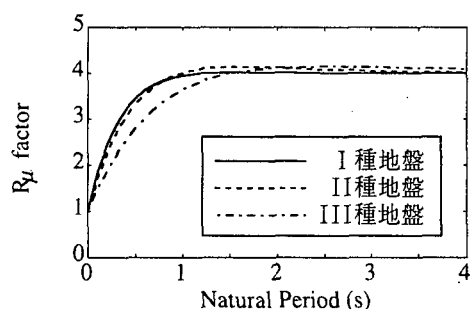


図-12 式(10)による回帰モデルと地震動ごとに計算された荷重低減係数の平均値

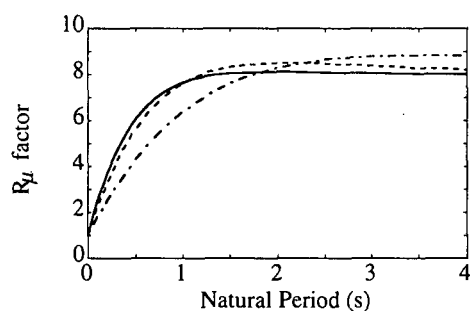
性が良い固有周期はかなり短い。

図-12は、式(10)、式(11)の回帰式から求められる荷重低減係数 R_μ と図-6に示した荷重低減係数 R_μ の平均値を比較した結果である。I種地盤で $\mu_T=8$ や6の場合には固有周期 $T=2.5\sim3.5$ 秒付近で、また、III種地盤で固有周期 $T=1.2$ 秒、 $2.5\sim3.5$ 秒付近では、荷重低減係数が大きくなる箇所があり、こうした箇所は式(10)による回帰式では表わしていないが、こうした箇所を除けば回帰式は荷重低減係数の特徴を良く与えているといえる。特にII種地盤ではいずれの固有周期帯においても荷重低減係数の平均値の特徴を良く表している。

図-13は式(10)による回帰式が地盤条件によってどのように変化するかを示した結果である。前述したように地



(a) $\mu_T = 4$ の場合



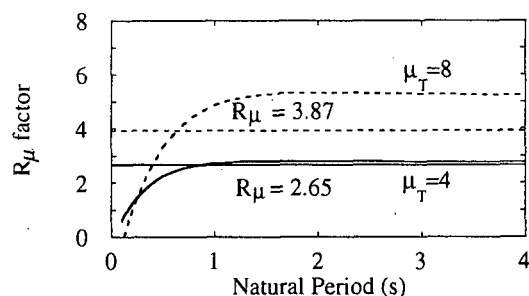
(b) $\mu_T = 6$ の場合

図-13 回帰モデルの地盤種別依存性

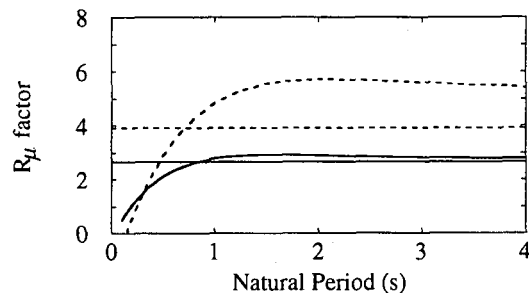
盤種別がⅠ種からⅡ種、Ⅲ種になるにつれて、また、目標じん性率が大きくなるにつれて、 $R_\mu = \mu$ となる固有周期 a が長くなるのがわかる。

以上より、荷重低減係数の回帰モデルが得られたが、これはあくまで荷重低減係数の平均値を与えるものである。図-5 に示したように、地震動ごとに荷重低減係数には大きなばらつきがあり平均値だけでは荷重低減係数を過大に評価する場合もある。このため、式(10)、(11)によって与えられる荷重低減係数の平均値から式(9)によって与えられる標準偏差の1倍の変動分を差し引いた値を求めた例が図-14 である。図中にはエネルギー一定則による推定値 $R_\mu = \sqrt{2\mu - 1}$ も比較のために示している。

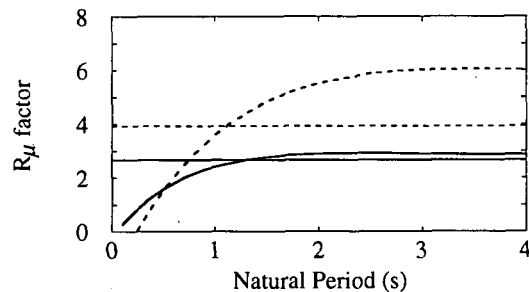
これによれば、目標じん性率 $\mu_T = 4$ の場合には、固有周期がⅠ種およびⅡ種地盤では0.5秒以上、Ⅲ種地盤では1.2秒以上の領域では、エネルギー一定則による値は、本解析で求めた荷重低減係数の平均値－標準偏差の値に近い値を与える。ただし、これよりも短周期側ではエネルギー一定則は荷重低減係数を過大評価する。 $\mu_T = 8$ の場合には本解析で求めた荷重低減係数の平均値－標準偏差の値は最大で5.5～6程度であるのに対して、エネルギー一定則はこれを過小評価するが、固有周期が0.5～1.5秒程度であれば、それほど大きな誤差がある訳ではない。以上の点からみて、荷重低減係数に含まれる地震動ごとの大きなばらつきを標準偏差の1倍を差し引くという形で



(a) Ⅰ種地盤



(b) Ⅱ種地盤



(c) Ⅲ種地盤

図-14 荷重低減係数の回帰モデル－標準偏差の分布

評価すると、固有周期が0.5～1.5秒程度の領域においては、エネルギー一定則はそこそこの近似を与えることができる。

6. 既往の研究結果との比較

図-15 は目標じん性率 μ_T を4とした場合の荷重低減係数 R_μ の平均値を、本文で提案した式(10)の回帰モデル、式(3)のMirandaらのモデル、式(6)のNassarらのモデルと地盤種別ごとに比較して示したものである。ただし、減衰定数としては、Nassarら、Mirandaらの解析条件と整合させるために、70成分の強震記録から求めた荷重低減係数も含めてここでは全て $h_{EL} = h_{NL} = 0.05$ とした場合を示している。また、地盤種別の定義は各モデルで必ずしも同じではないが、ここでは硬い、中程度、柔らかいと大まかにくりになっていると考え、これら

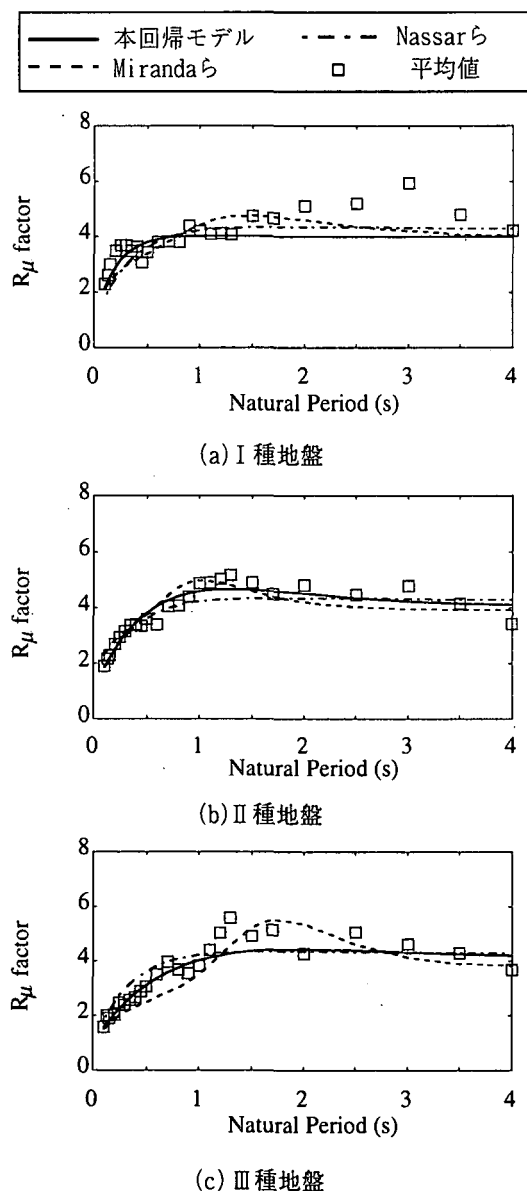


図-15 式(3), (6), (10)による荷重低減係数の回帰モデルと平均値の比較

の地盤種別ごとに相互に比較することとしたものである。式(4)に示したように Miranda らのモデルでは軟弱地盤に対する荷重低減係数を求めるためには、地震動の卓越周期 T_g を与える必要があり、ここでは、 $T_g = 1.5$ 秒と仮定した。

図-15によれば、I種地盤やIII種地盤では70成分の強震記録から求めた荷重低減係数はある特定の固有周期で大きな値となる箇所があるが、このような特性はいずれの回帰式でも再現できていない。しかし、これを除けば全体として、式(10)の提案式は Nassar らのモデル、Mirada らのモデルと良く似た特性を示す。

7. 結論

わが国の地盤上で観測された70成分の地震動記録に基づいて、荷重低減係数の特性を検討するとともにその推定式を提案した。本研究結果をまとめると、以下のようになる。

- (1) 荷重低減係数 R_μ の推定式として式(10)を提案した。この式では、係数 a は $R_\mu = \mu$ となる固有周期を、また係数 $a+1/b$ は R_μ が最大となる固有周期をそれぞれ表わしており、係数の物理的意味が明確である。
- (2) 式(10)により定式化された荷重低減係数は図-12のように与えられる。エネルギー一定則の適用が良い固有周期は、I種地盤では0.2~0.36秒、II種地盤では0.26~0.4秒、III種地盤では0.4~0.6秒とかなり短いのに対して、変位一定則の適用性が良い固有周期はI種およびII種地盤では1~1.4秒、III種地盤では1.5~2.4秒と長い。
- (3) 上記(2)は70成分に対する荷重低減係数の平均値から求めた場合であり、平均値-標準偏差に相当する荷重低減係数を求めると、エネルギー一定則の適用性が良い固有周期は0.5~1.5秒程度となる。
- (4) 式(10)より求めた荷重低減係数は Nassar らや Miranda らによる提案式とよく似た特徴を示している。

参考文献

- 1) Newmark, N.M. and Hall, W.J.: Seismic Design Criteria for Nuclear Reactor Facilities, Report No. 46, Building Practices for Disaster Mitigation, National Bureau of Standards, U.S. Department of Commerce, pp.209-236, 1973
- 2) 社団法人日本道路協会:道路橋示方書・同解説V 耐震設計編, 1996
- 3) Miranda, E. and Bertero, V.: Evaluation of Strength Reduction Factors for Earthquake Resistant Design, *Earthquake Spectra*, 10 (2), pp.357-379, 1994
- 4) Nassar, A.A. and Krawinkler, H.: Seismic Demands for SDOF and MDOF Systems, Report No.95, The John A. Blume Earthquake Engineering Center, Stanford University, California, 1991.
- 5) 山本浩一, 本田利器, 田村敬一, 中尾吉宏: リダクションファクターによる弾塑性系の応答評価, 第10回日本地震工学シンポジウム論文集, pp.2335-2340, 1998
- 6) (財)日本気象協会: 気象庁87型電磁式強震計データ, 平成7年兵庫県南部地震神戸海洋気象台記録, 1995
- 7) Kawashima, K., MacRae, G. A., Hoshikuma, J. and Nagaya, K.: Residual Displacement Response Spectra, *Journal of Structural Engineering*, 124(5), pp.513-530, ASCE, 1998