

不規則振動理論を用いた橋梁の応答予測法

横川 英彰¹・阿部 雅人²

¹ 正会員 工修 オイレス工業株式会社 免制震カンパニー 支承設計部 (〒105-8586 東京都港区芝大門1-3-2)

² 正会員 Ph.D. 東京大学助教授 大学院工学系研究科 社会基盤工学専攻 (〒113-8656 東京都文京区本郷7-3-1)

1. はじめに

耐震設計の初期段階においての時刻歴応答解析の適用は、時間やコストがかかり、不経済である。

そこで、いくつかの等価線形化法が提案されてきた。過去の研究によると、宇佐美らの研究¹⁾では、鋼製ラーメン橋脚の Pushover 解析の結果から等価1自由度系を算出し、非線形時刻歴応答解析から、2自由度系の応答を求めている。建設省土木研究所の方法²⁾では、単橋脚の2自由度モデルについてモード解析を行い、モードベクトルに基づき応答を求めている。多径間の橋梁を等価1自由度系に変換して変位応答を求め、損傷度の簡易算定を行った研究³⁾もある。この研究は、Pushover 解析を元にした等価1自由度系で応答解析を行っており、部材ごとの応答に減衰による低減を考慮していない。

いずれの方法も Pushover 解析の結果を反映させたり、多径間橋梁のうちの1橋脚を切出してモデル化するなど、適用範囲が限定される。

本研究では、等価線形化された多自由度系の運動方程式に基づく不規則振動理論を用いることにより多径間橋梁にも Pushover 解析や、1橋脚の切出しを行わなくても適用でき、しかも、減衰による振幅の低減を適切に評価可能である手法(以下提案方法)を構築した。さらに、減衰効果を期待する免震支承を用いた橋梁に適用し、有効性を検証した。

2. 応答予測方法

不規則振動理論は、周波数分布が一様である白色雑音を入力として仮定して応答を予測する理論である。地震などの予想が難しい外力による応答などを予測するには有効な方法であると考えられる。ここでは、応答を予測するまでの計算過程を示した。

運動方程式は式(1)で示される。

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = -M\ddot{a} \quad (1)$$

ここで、 M は質量行列、 C は減衰行列、 K は剛性行列で、 $\ddot{x}$ は加速度ベクトル、 $\dot{x}$ は速度ベクトル、 x は変位ベクトルである。式(1)の右辺にある $\ddot{a}$ は入力

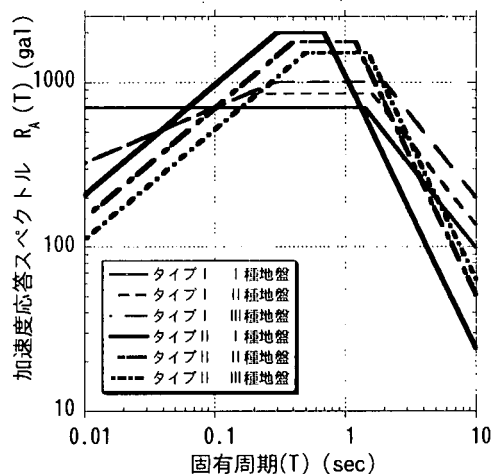


図1 応答スペクトル

加速度である。また、速度ベクトル $\dot{x}$ 、変位ベクトル x をまとめた変数は状態変数と呼ばれ、式(2)のように示される。

$$X = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ x \end{bmatrix} \quad (2)$$

運動方程式を状態変数の形式に書き換えると、式(3)のように示される。

$$\dot{X} = AX + B\ddot{a} \quad (3)$$

また、式(3)の行列 A 、 B を式(4-a)、式(4-b)に示す。

$$A = \begin{bmatrix} -M^{-1}C & -M^{-1}K \\ I & 0 \end{bmatrix} \quad (4-a)$$

$$B = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4-b)$$

式(5)のように状態変数を2乗した成分を持つ行列(共分散行列)を P とする。

$$P = [X^T \cdot X] \quad (5)$$

行列 P の解は白色雑音密度 Q を与えることにより、

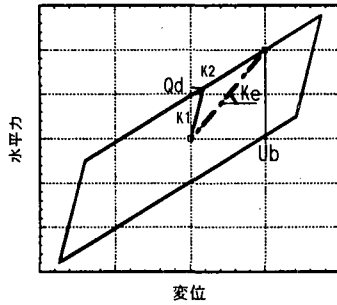


図-2 バイリニア特性と等価剛性

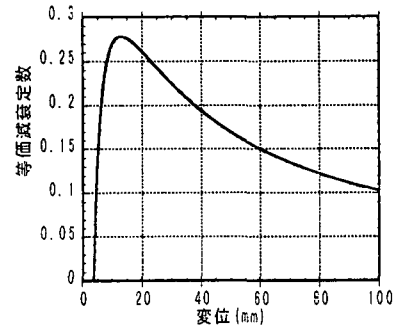


図-3 等価減衰定数

式(6)に示すリアブノフ方程式で求められる。

$$PA^T + AP = B^T QB \quad (6)$$

式(6)は解析ツールを用いることにより簡単に解くことができる。式(6)から求められた行列 P から求められる変位 2 乗平均応答は振幅比の意味しか持たないため、地震応答に変換を行わなくてはならない。そこで、変位応答を求めるために、図 1 に示す道路橋示方書⁴⁾に基づく加速度応答スペクトルと、式(7)に示す基準となる 1 自由度系の変位 2 乗平均応答を用いる。ここで、加速度応答スペクトルの減衰定数に基づき h を 0.05 とした。

$$R_{\xi, SDOF} = \frac{Q}{4\pi h \left(\frac{2\pi}{T} \right)^3} \quad (7)$$

式(8)によって、加速度応答スペクトル $R_A(T)$ から変位応答スペクトル $R_D(T)$ に変換される。ここで、 T は最も影響の大きいモードの固有周期である。

$$R_D(T) = \frac{R_A(T)}{\left(\frac{2\pi}{T} \right)^2} \quad (8)$$

また、式(9)より、変位 2 乗平均応答値 R_{ξ_i} から各部の応答 γ_i を求めている。

$$\gamma_i = \sqrt{\frac{R_{\xi_i}}{R_{\xi, SDOF}}} \cdot R_D(T) \quad (9)$$

3. 非線形動的解析との比較

動的解析は保有水平耐力法（以下保耐法）で設計された免震支承のバイリニア特性を入力して解析を行い、その結果から照査を行うことが多い。

ここでは、はじめにバイリニア特性から等価剛性 K_e 、等価減衰係数 C_e を求める方法について説明し、次に簡易解析モデルによる応答解析を行い、既往の方法との比較を行う。

3.1 バイリニアの等価減衰係数の導出

提案方法用いる場合、免震支承の等価剛性 K_e と、

等価減衰定数 C_e を求めなくてはならない。はじめに、バイリニア特性から等価減衰定数 h_e 、等価剛性 K_e を求める。図-2 にバイリニア特性を示す。等価剛性 K_e は免震支承の変位応答 U_B と原点を結ぶ線の傾きとした。等価減衰定数は、エネルギー損失の関係から式(10)で示される。

$$h_e = \frac{1}{4\pi} \frac{\Delta W}{W} \quad (10)$$

h_e は減衰定数、 ΔW は 1 サイクルに消費するエネルギー、 W は 1 サイクル中のひずみエネルギーである。また、 W は式(11)のように示される。

$$W = \frac{1}{2} K_e U_B^2 \quad (11)$$

ここで、 K_e は免震支承の等価剛性である。

これらの関係から、バイリニア特性の等価減衰定数 h_e ⁴⁾ は式(12)のように示される。

$$h_e = \frac{2 \cdot Q_d \{U_B + Q_d / (K_2 - K_1)\}}{\pi \cdot U_B \cdot (Q_d + U_B \cdot K_2)} \quad (12)$$

ここで、 Q_d は免震支承の降伏荷重、 K_1 は一次剛性、 K_2 は二次剛性、 U_B は免震支承の変位である。

図-3 に変位 U_B と減衰定数 h_e との関係の一例を示す。

つぎに、等価減衰定数 h_e から、等価減衰係数 C_e を求める。等価減衰係数は式(13)のように示される。

$$C_e = \frac{\Delta W}{\pi \cdot \omega \cdot U_B^2} \quad (13)$$

式(11)、式(12)、式(13)からの関係から等価減衰係数を式(14)で示すことができる。

$$C_e = \frac{2 \cdot h_e \cdot K_e}{\omega} \quad (14)$$

また、式(14)の角振動数 ω は、式(15)で示される。

$$\omega = \sqrt{\frac{R_{VB\xi}}{R_{DB\xi}}} \quad (15)$$

ここで、 $R_{VB\xi}$ は免震支承部の速度 2 乗平均応答、

表-1 橋梁の諸元

		A1	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	A2
設計寸法(橋軸方向)	(mm)	950	1450	1550	1550	1550	1450	1650	1650	1450	1550	1450	950
設計寸法(橋軸方向)	(mm)	950	1450	1550	1550	1550	1450	1650	1650	1450	1550	1450	950
1層厚	(mm)	22	33	36	36	36	33	38	38	33	36	33	22
層数	-	11	7	5	5	5	6	4	4	6	6	7	11
全層厚	(mm)	242	231	180	180	180	198	152	152	198	216	231	242
鉛プラグ径	(mm)	140	210	225	225	225	210	240	240	210	225	210	140
鉛プラグ本数	-	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
橋脚質量	(t)	210.5	414.0	455.8	522.6	539.3	589.0	916.2	1106.1	817.7	464.1	363.9	467.0
橋脚剛性	(kN/m)	246833381	169165	76188	62468	56575	43385	159260	89142	44610	159358	236929	1305265115
khe	-	0.40											
上部構造質量	(t)	33954.7											

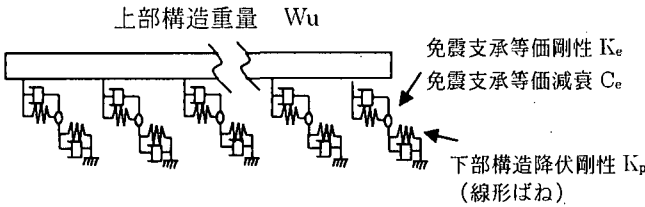


図-4 橋梁の簡易モデルの概念図

$R_{DB\xi}$ は、免震支承部の変位 2 乗平均応答である。

等価剛性 K_e 、等価減衰係数 C_e ともに変位に依存するため、繰り返し計算を行って変位応答を求めている。免震支承の変位応答誤差の平均が 10^{-3} 以下を収束値として計算を行った。

3. 2 橋梁モデル

通常、橋梁の動的解析を行う際には上部構造、下部構造もより要素などを用いてモデル化するが、ここでは簡易なモデルとして、上部構造の剛性を考慮せず、下部構造は降伏剛性を用いた線形ばねを用い、減衰定数は 20% とした。概念図を図-4 に示す。

また、この橋梁は上部構造：PC、下部構造：RC で設計されており、橋長は 726m で、免震支承には、LRB (鉛プラグ入り積層ゴム支承) を用いた。

なお、地域区分は A 区分、地盤種は I 種地盤で、免震時固有周期は 2.35 秒である。解析に用いた諸元を表-1 に示す。

3. 3 応答解析パターン、解析条件

提案方法との比較の対象として、保耐法で設計された免震支承のバイリニア特性での非線形時刻歴応答 (標準 3 波平均値)、保耐法で設計された免震支承の等価剛性を用いて算出した 1 次モードのモード形状と、1 次モードの減衰定数による低減を考慮した変位応答スペクトルの両者を乗じて変位応答を求める方法 (以下 1 次モード法)、そして、静的解析である保耐法による応答を用いた。なお、1 次モード法モード減衰定数は、保耐法で設計された免震支承の減衰定数、橋脚の減衰定数から、ひずみエネルギー比例型減衰を用いて求めた。

また、提案方法も非線形時刻歴応答解析と同様に

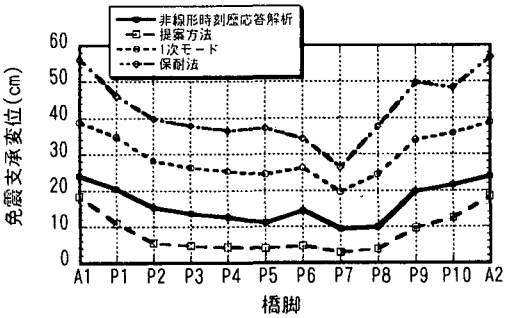


図-5 免震支承変位 (保耐法 Type-I)

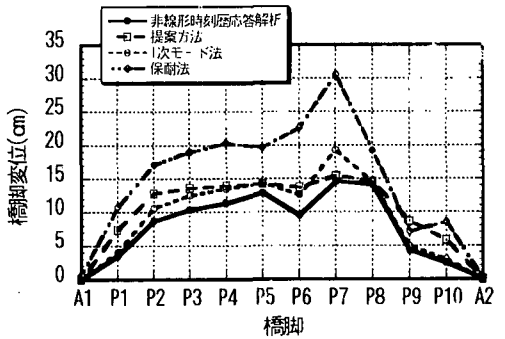


図-6 橋脚変位 (保耐法 Type-I)

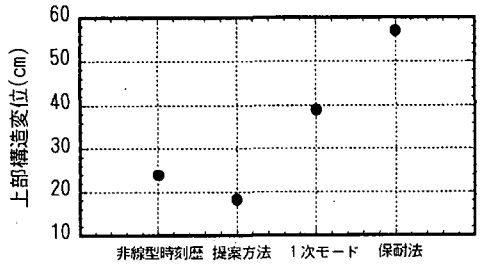


図-7 上部構造変位 (保耐法 Type-I)

保耐法で設計された免震支承のバイリニア特性を用いている。なお、保耐法タイプ I、タイプ II 両方について解析を行った。

橋脚の減衰は、非線形時刻歴応答解析、提案方法ともにひずみエネルギー比例型減衰を用いて減衰行列を求めた。等価減衰行列に必要な免震支承の剛性は、1 次剛性を用いた。

また、式(8)における周期 T は免震支承の一次剛性を用いて求め、1.5 秒としている。

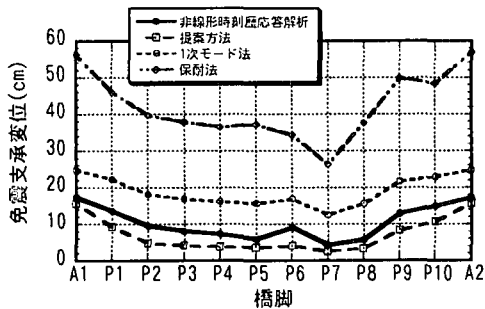


図-8 免震支承変位 (保耐法 Type-II)

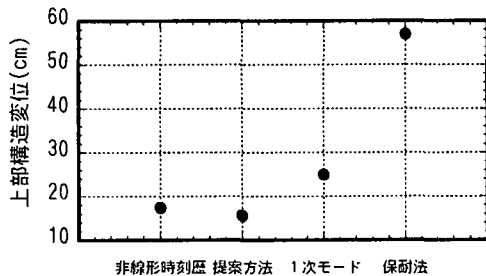


図-10 上部構造変位 (保耐法 Type-II)

3. 4 応答解析結果と考察

保耐法 Type-I の応答解析の結果を図-5, 図-6, 図-7, 保耐法 Type-II の応答解析の結果を図-8, 図-9, 図-10 に示す。

Type-I 応答が Type-II の応答と比べて変位が大きい。理由として橋梁の固有周期が長周期領域で推移しており Type-I の方が応答スペクトル領域で大きな値となっているためである。

また、保耐法応答が最大で 55cm と大きく出ている。これは、等価設計震度(khe)が、構造系の周期から算出される本来の震度ではなく、0.40 という下限値震度で計算されているためである。

図-5, 図-8 に免震支承変位を示す。非線形時刻歴応答解析と提案方法と比較を行うと Type-I では、全体的に 5cm ほど小さく、Type-II では 1~3cm ほど小さい。この差は変位 2 乗平均応答を求める際に白色雑を入力仮定としているためである。入力に地震のスペクトルに対応するフィルターを設けることにより、応答を非線形時刻歴応答解析に近づけることが可能である。また、1 次モード法との比較を行うと、Type-I, Type-II ともに、提案方法と比較して大きな値となっている。これは、質量と剛性の関係だけで求められるモードベクトルで応答変位計算を行っており、免震支承の履歴減衰や、構造減衰による応答低減は部材ごとではなく加速度応答スペクトルのみで行われているために、このような大きな変位応答が出ると考えられる。

図-6, 図-9 に橋脚変位を示す。橋脚変位は提案方法では、数 cm 大きいながらも、おおむね同じような傾向で推移している。橋脚の固有周期、変位応答スペクトルの誤差が比較的小さいと考えられる。

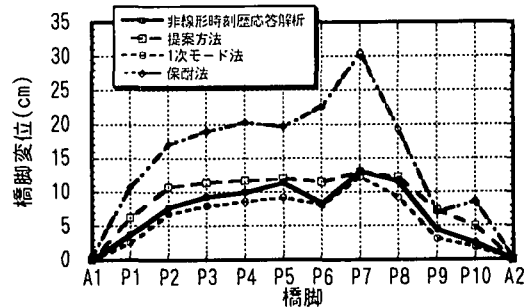


図-9 橋脚変位 (保耐法 Type-II)

図-7, 図-10 に上部構造変位を示す。提案方法は非線形時刻歴応答解析と比較してやや小さいながらも近い値となっている。しかし、1 次モード法は Type-I, Type-II ともに非線形時刻歴応答解析と比較して大きな値となっている。これは、免震支承の変位同様にモード形状のみで変位計算されており、部材ごとの減衰による応答の低減がされていないためであると考えられる。

4. まとめ

- 1) 不規則振動理論による応答解析方法を示した。多自由度系の 2 乗平均応答を求める方法を示し、変位 2 乗平均応答と、変位応答スペクトルを用いて変位応答を求める方法を示した。
- 2) 免震支承の特性 (バイリニア特性) の等価線形化の手法を示した。等価線形化には、既往の免震支承の減衰特性式と、免震支承の等価剛性を用いて、等価減衰係数を求める手法を示した。
- 3) 提案方法で保耐法 Type-I, Type-II の応答解析を行った。その結果、このモデルでは非線形時刻歴応答と比較して、免震支承の変位、橋脚の変位ともに数 cm 程度の誤差であることが確認された。

参考文献

- 1) 宇佐美 勉, 鄭 沂, 葛 漢彬: Pushover 解析と等価 1 自由度モデルによる鋼製ラーメン橋脚の耐震照査法: 土木学会論文集 No. 626/I-48, pp. 231-240, 1999. 7
- 2) 建設省土木研究所: ゴム支承を用いた地震時水平力分散構造を有する道路橋の非線形型地震応答の簡易推定法 1999. 3
- 3) 曾我部直樹, 平尾 潔, 成行義文: 等価 1 自由度系を用いた多自由度系構造物の地震時損傷度の簡易推定法に関する一研究. 構造工学論文集 Vol. 46A pp. 675-684, 2000. 3
- 4) 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説, V 耐震設計編 1996. 12
- 5) 阿部雅人, 藤野陽三: 高架橋構造全体系の耐震性能の向上を考えたバッシブ制震装置の最適化. 土木学会論文集 No. 605/I-45, pp. 241-252, 1998. 10