

橋梁の耐震設計に用いる非線形動的解析プログラムの調査

矢部正明

正会員 (株)長大 構造事業部 構造防災室 (〒305-0821 茨城県つくば市春日 3-22-6)

1. まえがき

平成7年兵庫県南部地震を契機に、道路橋の耐震設計は、構造物の非線形性の効果を考慮した地震時保有耐力法が耐震設計の基本となっている。地震時保有耐力法では、対象とする構造系に生じる非線形応答を求める必要があり、エネルギー一定則や等価線形化法のような簡易法（近似解法）によって非線形応答を求めることが多い。しかし、ラーメン橋、アーチ橋、曲線橋のように、その地震応答を1自由度系に近似できない場合や、免震支承やゴム支承を用いた地震時水平力分散構造を有する橋のように、橋脚の非線形応答に支承の変形が大きな影響を及ぼすような場合には、非線形動的解析を行わなければならない。このような状況とパーソナルコンピュータの低廉化、高速化に伴い、非線形動的解析は急速に橋梁の耐震設計の分野に普及している。また、橋梁の耐震設計においても、性能設計への移行が検討されており、今後、非線形動的解析は、性能を検証する方法として益々その重要性が増すと考えられる。

実務設計の場で非線形動的解析が実施される機会が増えれば増える程、非線形動的解析ソフトウェアの使用性やその精度が問題となる。財土木研究センター内に設けられた耐震設計ソフトウェアに関する研究委員会（座長：川島一彦東京工業大学教授）では、構造物の同じ設計条件に対しても使用する解析ソフトウェアの問題で設計結果が異なってくることがないようにすることを目的に、道路橋の耐震設計に用いる解析ソフトウェアを対象に、数値解析上や運用上の課題を抽出し、数値解析上の考え方やモデル化について整理を行うとともに、統一的な取り扱い法に関する検討が実施されている。^{1) 2)}非線形動的解析ソフトウェアに関しては、非線形性の制御方法等各解析ソフトウェアが独自のアルゴリズムやノウハウを有しているため、数値解析上の考え方について統一的な取り扱いを行える部分

は少なく、同一構造物の非線形動的解析を行った際に、各解析ソフトウェアの解析結果に生じる差異が実用上十分小さいかが議論的となった。具体的には、非線形せん断バネと非線形梁要素から構成される免震支承一橋脚系モデル、非線形梁要素と線形梁要素からなる鋼アーチ橋モデルを対象に、現在、橋梁の耐震設計に多く用いられている5種類の動的解析ソフトウェアを用いて非線形動的解析を行い、各解析ソフト間の解に現れる差異が±10%以内になることを確認した。これらの成果は、文献1)、2)にまとめられている。

本報告は、耐震設計ソフトウェアに関する研究委員会のWG作業を進める過程で得られた、非線形梁要素を用いて非線形動的解析を行う場合に、各解析ソフトウェア間の解析結果に現れる差異がどのような原因で現れるかを調査・整理したものである。

2. 調査対象解析ソフトウェアと調査方法

現在、橋梁の耐震設計において使用実績が多い市販・私有の非線形動的解析ソフトウェア5種類を抽出し、それらを開発もしくは販売している企業の技術者に比較計算を依頼した。使用した解析ソフトウェアは、市販されているものが4種類、私有のものが1種類である。ここでは、各解析ソフトウェアの名称を、任意にA社、E社、F社、G社、H社としている。

調査対象とした解析ソフトウェアにおける、非線形梁要素の非線形性の制御方法は、部材中央位置の曲げモーメントと曲率を制御するものが3種類（A社、F社、H社）、部材両端部位置の曲げモーメントと曲率を制御するものが1種類（E社）、部材両端部位置と部材内複数点位置の曲げモーメントと曲率を制御するものが1種類（G社）である。調査は、図-1に示すRC橋脚と図-2に示すコンクリート充填鋼製橋脚を非線形梁要素で表した動的解析モデルに対して、非線形動的解析を行い、上部構造をモデル化した質点1における応答変位、応答

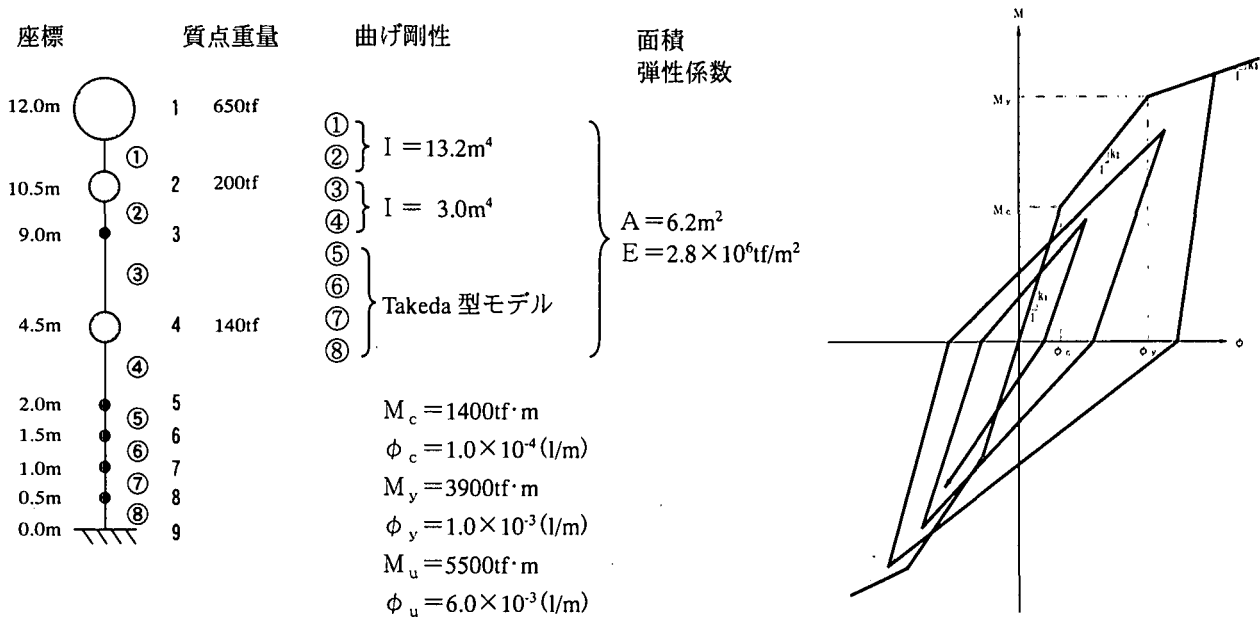


図-1 検討対象としたRC橋脚

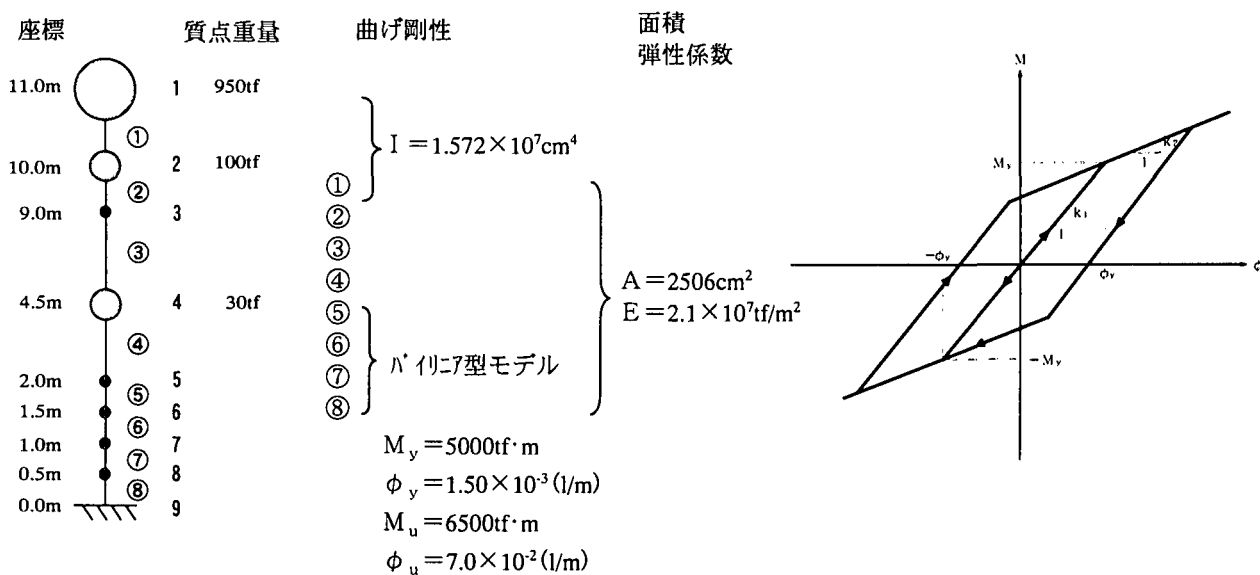


図-2 検討対象とした鋼製橋脚

加速度、橋脚基部から2mの範囲をモデル化した非線形梁要素⑤～⑧に生じる曲げモーメントと曲率を比較した。入力地震動は、道路橋示方書Ⅴ耐震設計編における標準加速度応答スペクトルにその加速度応答スペクトル特性を適合させたタイプⅡ地震動の標準加速度波形Ⅱ-I-1、Ⅱ-II-1、Ⅱ-III-1の3種類である。

非線形動的解析を行うにあたり、各社に依頼した解析条件は、以下のとおりである。

1)積分時間間隔 $\Delta t = 1/100$ 秒

2)不平衡力の処理

①収束計算を行い、誤差を次のステップに持ち越す場

合（不平衡力処理）

②収束計算を行わず、不平衡力を次のステップに持ち越す場合（不平衡力非処理）

3)減衰マトリックス

初期剛性比例型 $\beta \mathbf{K}_0$ とする。構造減衰定数 $h = 2\%$ とする RC 橋脚では $\beta = 2.68383 \times 10^{-3}$ ，構造減衰定数 $h = 1\%$ とするコンクリート充填鋼製橋脚では $\beta = 2.36729 \times 10^{-3}$ となる。

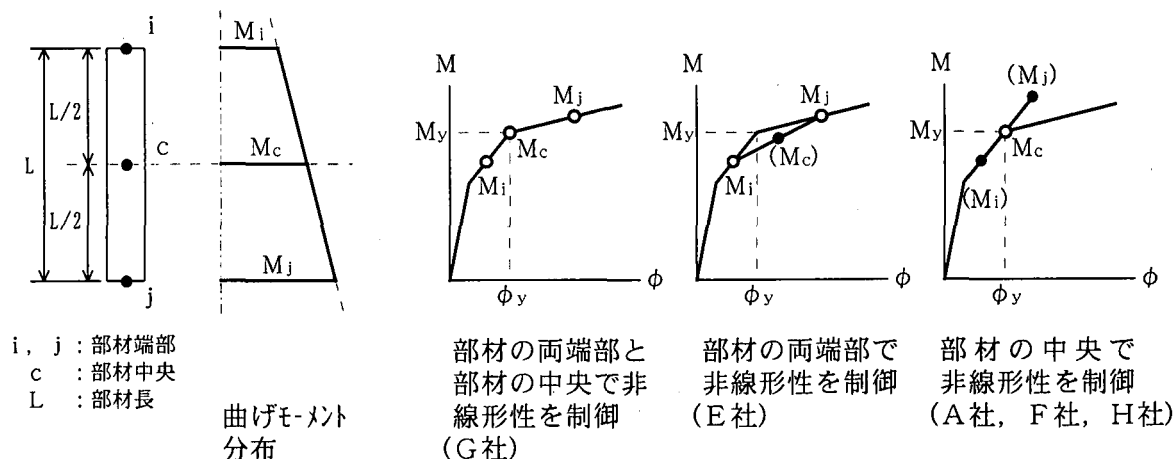


図-3 部材軸方向の曲げモーメント分布と非線形性の制御方法の概念図

3. 非線形梁要素の非線形性の制御方法

図-3 は、調査対象とした 5 種類の解析ソフトウェアで採用されている非線形梁要素の曲げモーメント M と曲率 ϕ によって表される非線形性の制御方法を概念的に示したものである。

部材両端部位置と部材中央位置で非線形性を制御する方法では、部材両端部位置と部材中央位置の曲げモーメント M と曲率 ϕ は、常に履歴モデルの骨格曲線を逸脱することはない。部材両端部位置で非線形性を制御する方法では、部材両端部位置の曲げモーメント M と曲率 ϕ は、常に履歴モデルの骨格曲線を逸脱することはない。また、部材中央位置の曲げモーメント M と曲率 ϕ は、部材軸方向の曲げモーメント分布を直線分布としているため、両端部位置の平均値となり、履歴モデルの骨格曲線よりもその値が大きくなることはない。調査対象とした解析ソフトウェアで最も多く採用されている部材中央位置で非線形性を制御する方法では、部材中央位置の曲げモーメント M と曲率 ϕ は、常に履歴モデルの骨格曲線を逸脱することはない。ただし、部材両端部位置のいずれかの曲げモーメント M や曲率 ϕ は、履歴モデルで与えられた骨格曲線よりも大きい値となることがある。一般に、曲げによって部材に生じる損傷は、部材内の全ての断面が瞬時に同じ損傷を受けることはなく、損傷はある断面を起点に広がって行くと考えられる。図-3 に示した非線形性の制御方法の内、同一部材内の損傷過程を最も忠実に評価しようとしたのが、部材両端部位置と部材内の複数位置（ここでは、部材中央位置）で非線形性を制御する方法である。しかし、他の非線形性の制御方法によっても、それぞれの制御方法にあったモデル化を行えば、

実際に生じるであろう損傷過程をある程度忠実にモデル化できるため、部材の損傷過程の評価という点では、図-3 に示した非線形性の制御法の違いは、実用上問題とならない。

4. 非線形最大応答値の比較

実務設計の場では、最大応答値に基づいて対象とする構造が十分な耐震性能を有しているかを判断するため、橋脚の上部構造慣性力作用位置（桁）に生じる加速度、変位、橋脚基部に生じる曲げモーメント、曲率の最大応答値を比較した結果を、表-1、表-2 に示す。なお、非線形梁要素の非線形性を部材中央位置で制御する解析ソフトウェアは、部材番号⑧の中央位置に生じる曲げモーメントと曲率を橋脚基部に生じる値とした。これは、前述したように、部材中央位置で非線形性を制御する解析ソフトウェアでは、部材に与えた骨格曲線に沿って変化（応答）するのは、部材中央位置の値であり、部材端部の値は部材に与えた骨格曲線を逸脱するからである。表-1 は材料の非線形特性を Takeda モデルで表した RC 橋脚、表-2 は材料の非線形性をバイリニアモデルで表したコンクリート充填鋼製橋脚の結果を、それぞれ示している。

剛性低下を伴う Takeda モデルを用いた場合の最大応答値は、不平衡力の処理、非処理に関係なく各解析ソフトウェア間での差は小さいことがわかる。部材両端部位置で非線形性を制御する E 社の最大応答値を基準にした場合、各解析ソフトウェアより得られる最大応答値は、E 社の応答値の $\pm 10\%$ 以内にあり、最大応答値を用いて耐震設計を行う上で実用上何ら問題がないといえる。

剛性低下を伴わないバイリニアモデルを用いた場合

表-1 最大応答値の比較一覧（RC橋脚）

入力地震動	着目量		不平衡力	E社	A社	F社	G社	H社
Ⅱ-I-1	桁位置	応答 加速度 (gal)	処 理	-706.14 (5.63)	-705.75 (5.63)	-709.69 (5.63)	-700.46 (5.63)	-705.76 (5.63)
			非処理	-706.05 (5.63)	-703.99 (5.64)	-709.96 (5.63)	-700.47 (5.64)	-704.04 (5.64)
		応答 変位 (cm)	処 理	16.423 (5.71)	16.394 (5.71)	16.074 (5.71)	16.567 (5.71)	16.396 (5.71)
			非処理	16.418 (5.71)	16.312 (5.71)	16.107 (5.71)	16.566 (5.71)	16.314 (5.71)
	橋脚基部	曲率 (rad/m)	処 理	8.124E-03 (5.72)	7.711E-03 (5.71)	7.391E-03 (5.71)	8.146E-03 (5.71)	7.710E-03 (5.71)
			非処理	8.122E-03 (5.72)	7.679E-03 (5.71)	7.438E-03 (5.70)	8.143E-03 (5.72)	7.680E-03 (5.71)
		曲げ モーメント (tf・m)	処 理	6178.97 (5.72)	6047.61 (5.71)	5945.30 (5.70)	6184.94 (5.72)	6050.00 (5.71)
			非処理	6178.82 (5.72)	6037.58 (5.71)	5960.50 (5.70)	6184.08 (5.72)	6037.75 (5.71)
Ⅱ-II-1	桁位置	応答 加速度 (gal)	処 理	-741.64 (5.82)	-742.02 (5.82)	-749.93 (5.82)	-737.35 (5.82)	803.40 (8.63)
			非処理	-741.53 (5.82)	-740.70 (5.82)	-742.81 (5.82)	-737.40 (5.82)	806.15 (8.64)
		応答 変位 (cm)	処 理	22.883 (5.92)	22.899 (5.92)	22.769 (5.91)	22.556 (5.92)	-23.662 (8.70)
			非処理	22.876 (5.92)	22.823 (5.92)	22.644 (5.92)	22.566 (5.92)	-23.615 (8.70)
	橋脚基部	曲率 (rad/m)	処 理	1.130E-02 (5.93)	1.081E-02 (5.93)	1.058E-02 (5.91)	1.103E-02 (5.92)	-1.104E-02 (8.71)
			非処理	1.129E-02 (5.93)	1.078E-02 (5.93)	1.061E-02 (5.91)	1.115E-02 (5.92)	-1.102E-02 (8.71)
		曲げ モーメント (tf・m)	処 理	7194.87 (5.93)	7040.22 (5.93)	6967.40 (5.91)	7110.47 (5.92)	-7112.83 (8.71)
			非処理	7194.10 (5.93)	7029.68 (5.93)	6977.30 (5.91)	7148.30 (5.92)	-7106.02 (8.71)
Ⅱ-Ⅲ-1	桁位置	応答 加速度 (gal)	処 理	-719.76 (7.51)	-720.67 (7.51)	-722.50 (7.50)	-719.89 (7.51)	-720.56 (7.51)
			非処理	-719.64 (7.51)	-719.77 (7.51)	-723.14 (7.51)	-719.82 (7.51)	-719.68 (7.51)
		応答 変位 (cm)	処 理	21.813 (7.58)	21.856 (7.58)	21.437 (7.56)	22.009 (7.58)	21.851 (7.58)
			非処理	21.806 (7.58)	21.809 (7.58)	21.897 (7.58)	22.005 (7.58)	21.804 (7.58)
	橋脚基部	曲率 (rad/m)	処 理	1.081E-02 (7.59)	1.035E-02 (7.59)	9.957E-03 (7.56)	1.099E-02 (7.59)	1.034E-02 (7.59)
			非処理	1.081E-02 (7.59)	1.032E-02 (7.59)	1.032E-02 (7.58)	1.098E-02 (7.59)	1.032E-02 (7.59)
		曲げ モーメント (tf・m)	処 理	7038.92 (7.59)	6890.76 (7.59)	6766.70 (7.56)	7096.63 (7.59)	6889.96 (7.59)
			非処理	7038.11 (7.59)	6884.02 (7.59)	6884.30 (7.58)	7093.93 (7.59)	6883.24 (7.59)

注) 上段：最大応答値，下段：最大応答値発生時刻（秒）

には、橋脚基部に生じる曲率に解析ソフトウェアの違いによる有意な差が生じることがある。部材両端部位置で非線形性を制御する E 社の最大応答値を基準にした場合、各解析ソフトウェアより得られる橋脚基部の曲率の最大応答値は次のようになる。入力地震動として標準加速度波形Ⅱ-I-1を用いた時の不平衡力処理では A 社は 88%、F 社は 76%、G 社は 127%、H 社は 92%、不平

衡力非処理では A 社は 85%、F 社は 85%、G 社は 90%、H 社は 85%となる。標準加速度波形Ⅱ-II-1を用いた時の不平衡力処理では A 社 86%、F 社は 68%、G 社は 108%、H 社は 88%、不平衡力非処理では A 社は 85%、F 社は 85%、G 社は 104%、H 社は 85%となる。標準加速度波形Ⅱ-III-1を用いた時の不平衡力処理では A 社 87%、F 社は 59%、G 社は 115%、H 社は 85%、不平衡力非処理

表-2 最大応答値の比較一覧（鋼製橋脚）

入力地震動	着目量		不平衡力	E社	A社	F社	G社	H社
Ⅱ-I-1	桁位置	応答 加速度 (gal)	処 理	-539.75 (5.57)	-541.14 (5.57)	-583.06 (5.58)	-537.10 (5.56)	-539.09 (5.56)
			非処理	-545.81 (5.57)	-625.60 (5.57)	-623.87 (5.57)	-534.71 (5.56)	-625.99 (5.57)
		応答 変位 (cm)	処 理	22.448 (5.80)	22.290 (5.80)	16.374 (5.78)	22.341 (5.80)	22.372 (5.80)
			非処理	22.219 (5.80)	22.311 (5.80)	22.495 (5.80)	22.364 (5.80)	22.318 (5.80)
	橋脚基部	曲率 (rad/m)	処 理	1.690E-02 (5.82)	1.483E-02 (5.81)	-1.278E-02 (5.39)	2.142E-02 (5.82)	1.561E-02 (5.81)
			非処理	1.821E-02 (5.82)	1.538E-02 (5.81)	1.539E-02 (5.80)	1.648E-02 (5.82)	1.538E-02 (5.81)
		曲 げ モーメント (tf・m)	処 理	5337.31 (5.82)	5290.90 (5.81)	-5246.90 (5.39)	5433.89 (5.81)	5308.90 (5.81)
			非処理	5365.40 (5.82)	5302.85 (5.81)	5304.00 (5.80)	5334.88 (5.81)	5303.94 (5.81)
Ⅱ-II-1	桁位置	応答 加速度 (gal)	処 理	526.10 (5.19)	527.33 (5.19)	-544.84 (5.88)	-523.32 (5.62)	534.24 (5.19)
			非処理	528.71 (5.19)	554.99 (5.19)	555.33 (4.52)	-524.12 (5.62)	555.17 (5.19)
		応答 変位 (cm)	処 理	30.760 (6.10)	30.541 (6.10)	33.175 (6.08)	29.230 (6.10)	30.007 (6.10)
			非処理	29.819 (6.10)	29.872 (6.10)	30.027 (6.10)	29.221 (6.10)	29.862 (6.10)
	橋脚基部	曲率 (rad/m)	処 理	2.772E-02 (6.11)	2.384E-02 (6.11)	1.876E-02 (6.08)	2.996E-02 (6.11)	2.438E-02 (6.11)
			非処理	2.863E-02 (6.11)	2.435E-02 (6.11)	2.424E-02 (6.10)	2.980E-02 (6.11)	2.434E-02 (6.11)
		曲 げ モーメント (tf・m)	処 理	5572.91 (6.11)	5488.17 (6.11)	5377.40 (6.08)	5623.19 (6.11)	5501.09 (6.11)
			非処理	5594.06 (6.11)	5499.32 (6.11)	5497.80 (6.10)	5619.78 (6.11)	5500.21 (6.11)
Ⅱ-III-1	桁位置	応答 加速度 (gal)	処 理	-529.86 (9.87)	-532.91 (9.87)	541.51 (6.92)	-524.61 (9.86)	-531.82 (9.87)
			非処理	-533.83 (9.87)	-583.44 (6.37)	-583.27 (6.37)	-525.22 (6.36)	-583.70 (6.37)
		応答 変位 (cm)	処 理	23.759 (10.04)	24.199 (10.04)	-24.090 (7.04)	24.289 (10.04)	23.709 (10.04)
			非処理	23.676 (10.04)	23.670 (10.04)	23.120 (10.04)	24.220 (10.04)	23.672 (10.04)
	橋脚基部	曲率 (rad/m)	処 理	2.259E-02 (7.81)	1.974E-02 (7.81)	-1.338E-02 (7.03)	2.596E-02 (7.82)	1.912E-02 (7.81)
			非処理	2.308E-02 (7.81)	1.897E-02 (7.81)	-1.855E-02 (7.05)	2.431E-02 (7.81)	1.896E-02 (7.81)
		曲 げ モーメント (tf・m)	処 理	5460.59 (7.81)	5392.55 (7.81)	-5257.50 (7.03)	5535.67 (7.81)	5385.92 (7.81)
			非処理	5472.52 (7.81)	5381.41 (7.81)	-5373.30 (7.05)	5499.56 (7.81)	5382.31 (7.81)

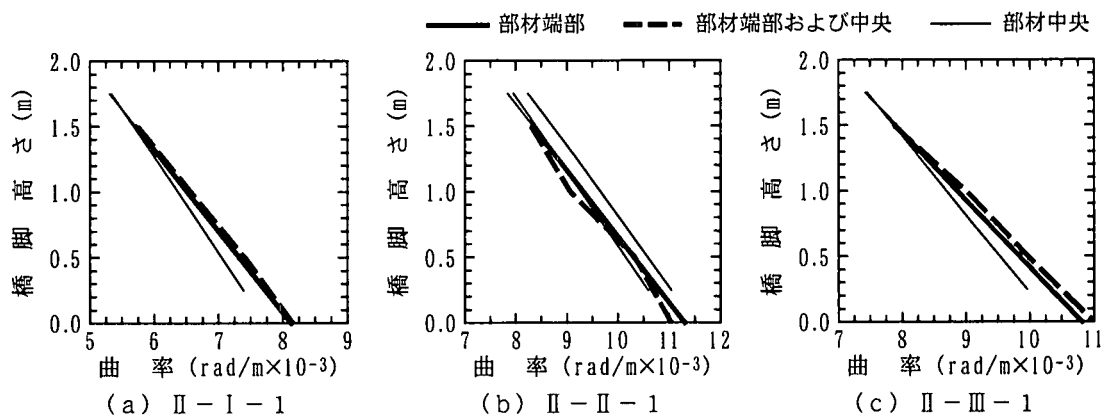
注) 上段：最大応答値，下段：最大応答値発生時刻（秒）

では A 社は 82%，F 社は 80%，G 社は 105%，H 社は 82%となる。この結果で注目すべきは、運動方程式に現れる誤差をできるだけ小さくする処理を行った不平衡力処理よりも、誤差を小さくする処理を行っていない不平衡力非処理の方が各解析ソフトウェア間に生じる差が小さいという点である。もうひとつは、非線形梁要素の非線形性を部材中央位置で制御している 3 種類の解

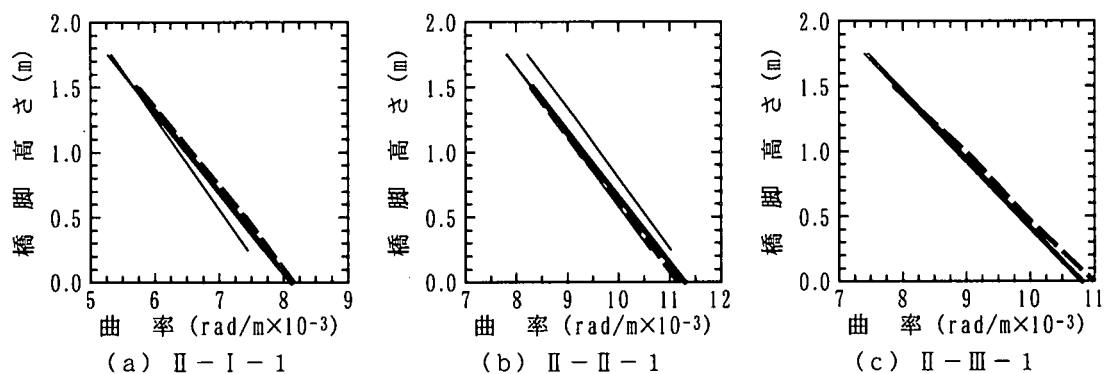
析ソフトウェア内でも大きな差が生じることがあるという点である。このような結果となるのは、1)各解析ソフトウェアにおける不平衡力の処理方法の違い、2)非線形性を部材中央位置で制御している各解析ソフトウェアの部材両端部の曲げモーメントと増分せん断力の算出方法の違いが原因と考えられる。

なお、バイリニアモデルを用いた場合でも、積分時

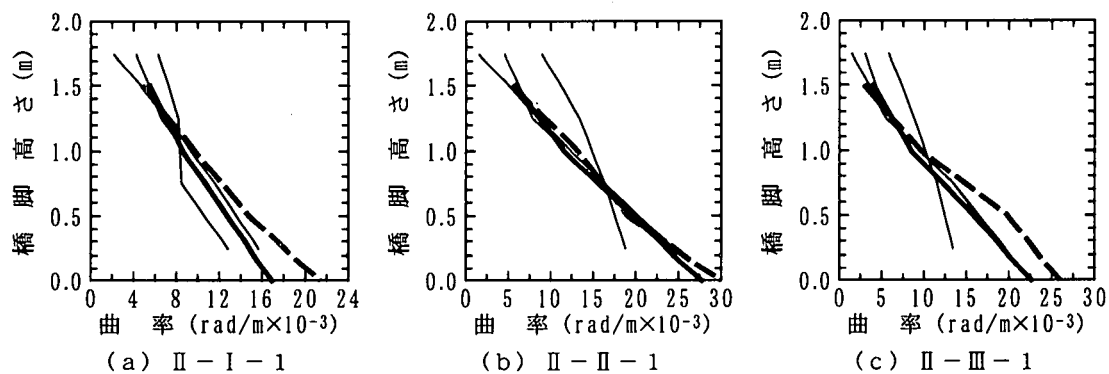
間隔を $\Delta t = 1/1000$ 秒とし、不平衡力非処理とすれば、 ことができることが確認されている。²⁾
 各解析ソフトウェア間に生じる差を $\pm 10\%$ 以内とする



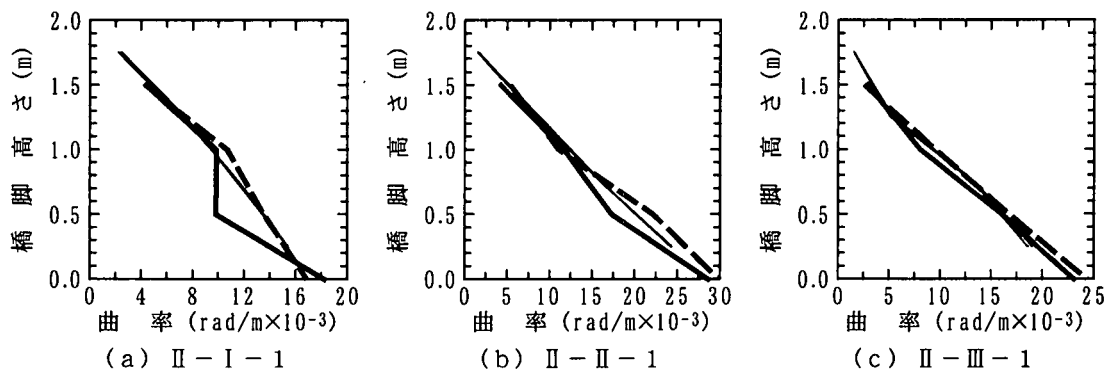
(1) R C 橋脚(不平衡力処理)



(2) R C 橋脚(不平衡力非処理)



(3) 鋼製橋脚(不平衡力処理)



(4) 鋼製橋脚(不平衡力非処理)

図-4 橋脚高さ方向の最大応答曲率分布の比較

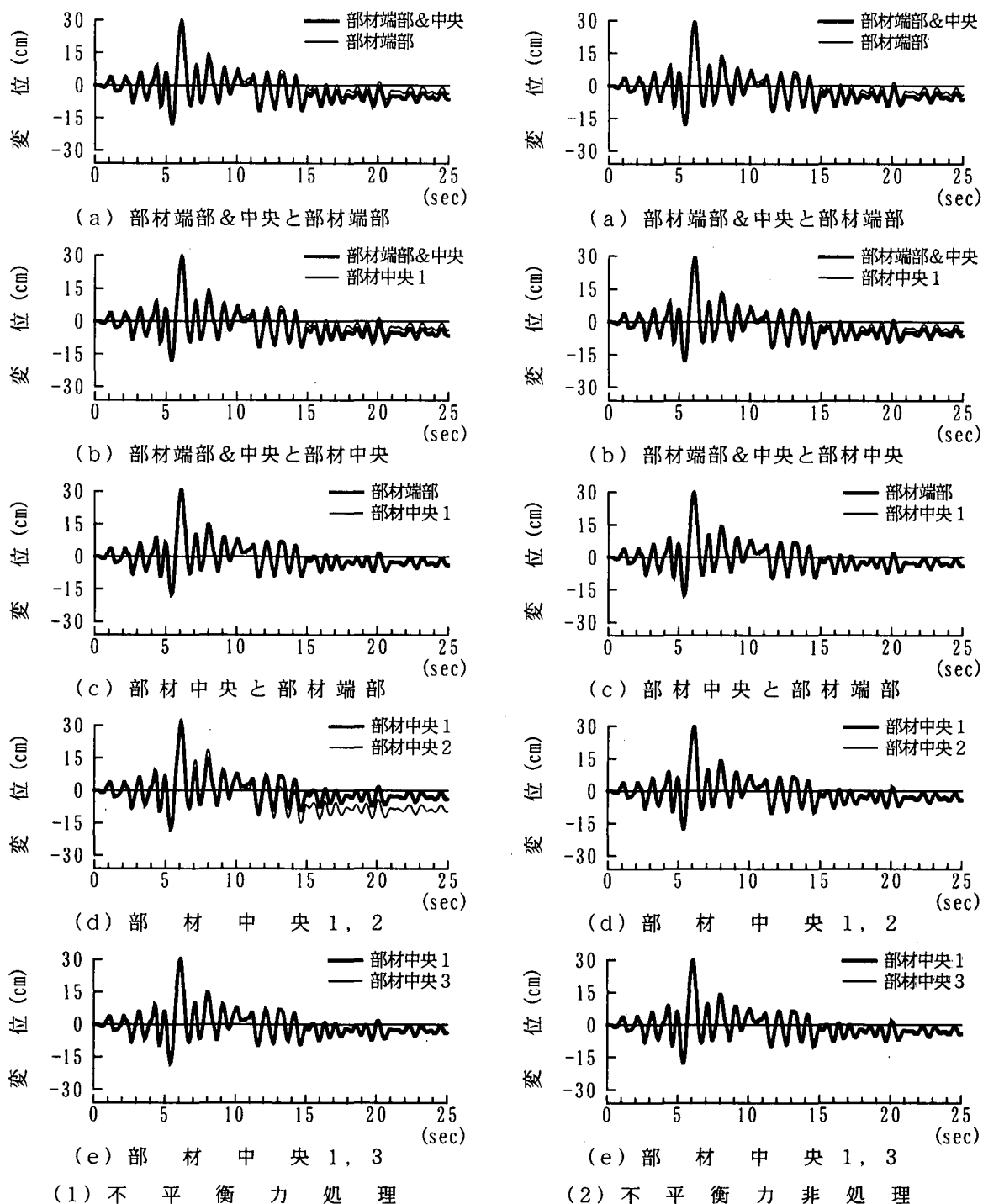


図-5 コンクリート充填鋼製橋脚の上部構造慣性力作用位置（桁）に生じる非線形応答変位（II-II-1）

5. 曲率分布（損傷分布）の比較

前節では、各解析ソフトウェアによって求められる最大応答値を比較したが、ここでは橋脚に生じる損傷分布を比較する。図-4は、RC橋脚、コンクリート充填鋼製橋脚の各部材に生じる曲率の最大応答値を高さ方向に示したものである。非線形梁要素の非線形性を部材中央位置で制御している解析ソフトウェアは、各部材の中央位置に生じる曲率を示している。

剛性低下を伴うTakedaモデルを用いたRC橋脚では、部材中央位置で非線形性を制御している解析ソフトウェアの内の1つが、他の解析ソフトウェアとは若干異なる値を示しているが分布形状には各解析ソフトウェア間に大きな差は生じていない。

剛性低下を伴わないバイリニアモデルを用いたコンクリート充填鋼製橋脚では、不平衡力処理時に、各解析ソフトウェア間の曲率分布に差が生じている。不平衡力非処理では、非線形梁要素の非線形性を部材両端部位置

で制御している解析ソフトウェアと、部材両端部位置と部材中央位置で制御している解析ソフトウェアに、部材中央位置で非線形性を制御している解析ソフトウェアとは異なる分布が生じている。その差は、入力地震動によっても変化している。

6. 非線形応答変位波形の比較

表-1、表-2において、耐震設計上重要な橋脚の上部構造慣性力作用位置（桁）に生じる最大応答変位に着目すると、コンクリート充填鋼製橋脚に標準加速度波形Ⅱ-I-1を入力し不平衡力処理を行った時のF社の解析結果を除けば、橋脚基部の曲率の最大応答値に解析ソフトウェアの違いによる差が生じて、桁に生じる最大応答変位には、解析ソフトウェアの違いによる差がほとんど生じないことがわかる。

図-5は、コンクリート充填鋼製橋脚の桁に生じる応答変位の波形を、地震開始から25秒間を示したものである。何れの場合も、地震開始から最大応答値発生後の数秒間は、応答波形に解析ソフトウェアの違いによる差が現れていないが、応答振幅が小さくなる地震応答の後半部に解析ソフトウェアの違いが現れている。その差は、不平衡力処理時の方が大きく、不平衡力非処理時の方が小さいことがわかる。

ここには示さないが、剛性低下を伴うTakedaモデルでは、解析ソフトウェアの違いによって非線形応答変位波形に有意な差が生じることはなかった。

7. あとがき

橋梁の耐震設計での使用実績が多い市販・私有の非線形動的解析ソフトウェア5種類を用いて、非線形梁要素によってモデル化されたRC橋脚とコンクリート充填鋼製橋脚の非線形動的解析を行い、各解析ソフトウェア間に生じる差とその原因を調査・整理した。今回の調査でわかったことは、次の2点である。

1) 剛性低下を伴うTakedaモデルを用いた非線形動的解析では、各解析ソフトウェア間に生じる差は小さく、その差は実用上無視できる。

2) 剛性低下を伴わないバイリニアモデルを用いた非線形動的解析では、収束計算を行わず、不平衡力を次のステップに持ち越すという条件で解析を行う方が、各解析ソフトウェア間に生じる差を小さくできる。但し、その時の積分時間間隔は入力地震動のサンプリング間隔よりも小さくする必要がある。例えば、標準加速度波形を

入力地震動とする場合は、 $\Delta t = 1/1000$ 秒程度にするのが良い²⁾。

3) 同一の構造を異なる解析ソフトウェアを用いて非線形動的解析を行う場合、各解析ソフトウェアより得られる非線形応答に生じる差を小さくするためには、それぞれの解析ソフトウェアに適したモデル化と解析条件を設定する必要がある。すなわち、同一モデル、同一解析条件が異なる解析ソフトウェアによって得られる解を等しくするための必要十分条件とはならない。

今後、非線形動的解析をより信頼性の高いツールとして橋梁の耐震設計に定着させて行くためには、各解析ソフトウェアのノウハウとされている部分を情報公開していく必要がある。

謝辞：ここで用いた非線形動的解析結果は、(株)構造計画研究所為広尚起氏、(株)CRC総合研究所泉和伸氏、(株)日本電子計算佐々木拓也氏、(株)富士通IT・AI・IP-牧秀彦氏、(株)長大臺原直氏に実施していただいたものです。ここに記して、厚く御礼申し上げます。

参考文献

- 1) 財土木研究センター：平成8年度耐震設計ソフトウェアに関する研究委員会報告書、平成9年5月
- 2) 財土木研究センター：平成9・10年度耐震設計ソフトウェアに関する研究委員会報告書、平成11年4月
- 3) 辻英一、魚木晴夫、中川佳久、山浦普弘、大谷圭一、桜井譲爾：標準建物モデルによる実用構造計算プログラムの調査研究その1；一次設計部分、日本建築学会構造系論文報告集、第422号、1991.4.
- 4) 辻英一、魚木晴夫、中川佳久、山浦普弘、大谷圭一、桜井譲爾：標準建物モデルによる実用構造計算プログラムの調査研究その2；二次設計部分、日本建築学会構造系論文報告集、第430号、1991.12.
- 5) 矢部正明：耐震設計のモデル化と留意事項、橋梁の耐震設計法に関する講習会－海外から見た日本の耐震設計法－、pp.29～81、1998.9.