

非線形ばねによる衝突問題の解析に関する基礎的検討

袴田文雄¹・伊津野和行²

1 正会員 工修 阪神高速道路公団 (〒559-0034 大阪市住之江区南港北1-14-16)

2 正会員 工博 立命館大学 理工学部土木工学科 (〒525-8577 滋賀県草津市野路東1-1-1)

1. はじめに

兵庫県南部地震以降、日本では、耐震設計の観点からゴム支承が積極的に採用されるようになってきた。一般に、ゴム支承を用いると、金属支承を用いた場合よりも、地震時における上部工の変位応答は大きくなる。また、レベルⅡの地震動を考えると、橋脚は非線形挙動を許すので、柱基部などで大きなじん性率を示す結果、橋脚天端において大きな水平変形をもたらす、桁衝突の可能性を増やしている。桁衝突を起さないためのもっとも簡便な方法は十分な離隔を取ることである。しかし、桁間を大きく取ること、騒音や振動、桁間における床版の健全性に問題を発生するのは望ましいことではない。また、隣接する構造物の振動系が異なったり、伸縮装置の現実的な技術対応が可能な範囲から制約を受け、地震時の桁衝突が避けられない場合がある。このため、橋梁上部工における衝突をより現実的なものと捉え、衝突が生じる場合の構造物の挙動をより現実的で、明確に把握できる解析手段が望まれている。このとき構造物は非線形挙動することも考えなければならない。一方で、衝突問題は剛性の急激な変化を伴うので、地震動の入力時間間隔、衝突前後における剛性の取り方などが明らかでない。問題点があるならば、どのような事例のときに問題が生じるのか、合理的な解析方法があるのか具体的に考える必要がある。以下では衝突問題について、オフセットを持つ非線形ばね問題として解く事例を述べる。

橋の桁間での衝突など地震時衝撃を取り扱った研究事例は多い。たとえば、以下のとおりである。

文献 1)ではコンクリートとコンクリートの衝突の時刻歴挙動をさまざまな表面形状について実験的に求めた。この結果弾塑性接触に関する時刻歴モデルが提案されている。

文献 2)では衝撃振動子を用いて隣接する建築物の衝突を検討した。非線形衝撃剛性は Hertz 型の接触力の関係を用いている。

文献 3)では建築構造物の多自由度運動方程式における

衝突問題を定式化し計算した。衝突ばねの取り扱いには線形ばねと考えられる。

文献 4)では、多径間曲線 PC 箱桁橋の地震時振動計測を行った。橋桁の加速度記録には、ジョイントにおける圧縮時の衝突、あるいは引張時の耐震連結の拘束が引き起こしたことに起因するスパイク記録が観察されたとしている。

文献 5)では、地震時における衝突問題を SDOF として、線形、非線形問題を扱った。衝突のモデル化は Hertz 型の接触力にてモデル化している。

文献 6)では、橋梁の伸縮継手の地震時挙動を解析し、衝突が全体変形に与える影響、柱に与える影響を評価した。ここでは衝撃力が部材降伏を超えないとしている。

文献 7)では衝突を解析する時の要素数、解析時間間隔について検討した。線形現象を対象にしている。

文献 8)では、高架橋において、隣接する上部工が地震時に桁端にて衝撃を発生する問題の解析を行った。支承は非線形挙動をモデル化した。扱っているばねは線形である。

以上、衝突する物体の接触力は線形で扱われるか、Hertz 型の接触力をモデル化した非線形で扱われるかに分類される。ここで、Hertz 型の接触力とは振動子の質量の半径 a を考え、質点の変位 x が $x > a$ のとき、接触力 F は、

$$F = b(x-a)^{3/2} \quad (1)$$

などで与えられるというものである³⁾。ただ、 b のとり方は簡単ではない。また、入力時間間隔が離散的に与えられているときの接触の扱いが必ずしも明確に述べられているわけではない。あるいは、部材の塑性変形の扱いが簡便なものでもない。

衝突問題を衝突ばねで評価する方法は文献 9)に見ることができる。衝突ばねで評価することで、衝突現象をひとつの構造部材として評価できることになり、衝突に際してのモデル化を著しく簡略化することができる。このとき非線形ばねを用いることができれば、さらに、各種の履歴特性を持つ構造部材の評価が容易であり、復元力、変位、速度、エネルギー消費を含め、各種応答特性の評価など汎用性ある課題に対応することができることにな

る。

本文では、接触面における2つの物体の衝突時における荷重変位関係を、部材端における剛性の変化として与えることで、これらの問題に一般的で、現実的に対応する方法を検討したものである。このことで、衝突問題における簡便で普遍的な取り扱いの可能性を探るのが目的である。

2 モデル化

2.1 衝突問題における剛性と収束の取り扱い

2.1.1 衝突問題における剛性

いま、Figure 1 のように一次元のばねを考える。両端の2つの節点でそれぞれ1つずつ自由度を持っている。部材変形は、

$$x = u_i - u_j \quad (2)$$

で与えられるとする。 $x > \text{offset}$ で始めて反力を得て、それまでは自由運動になる。



Figure 1 Spring Model with Offset

Figure 2(1)は線形剛性を示している。但し、オフセットを持っている。すなわち、初期値 $x=0$ ($u_i = u_j = 0$) から始まって、 $x = \text{offset}$ のとき、衝突が始まる。復帰過程では往路を逆向きにたどった非線形弾性問題になる。解析では、時間が離散的に与えられるので、状態が変化するときの収束が問題になる。ここでは、ステップを接触前と接触中の2段階で考えた。特殊なケースとしては、 $\text{offset} \rightarrow \infty$ のとき自由落下など質量 m だけの剛体運動になり、 $\text{offset}=0$ かつ $x < 0$ でも線形の復元力を持つときが1質点の弾性問題になる。

Figure 2(2)は一部塑性変形を伴う場合で、衝突後の復帰過程のときに、剛性が増大する場合を述べている。この場合は4つのステップで構成される。復帰過程では新たな弾性経路をたどることになる。衝突問題が塑性変形をおこすときには、復帰過程で剛性が高まり、残留変形が生じることが見られる。このときには図示するように新しいoffset量が必要になって、読み替えが必要になる。再び载荷時に、点Bで既往最大変位を超えるときには、初期载荷過程となり元の剛性に復帰する。

Figure 2(3)では、特殊な履歴を持つもので、衝突後材料が降伏過程を示す場合である¹⁰⁾。この場合は5つのステップで構成される。復帰過程では(2)と同じように元の剛性より大きな剛性を示す。また、offsetの読み替えがあること、A-Y間での载荷・除荷経路はFigure 2(2)に同じである。いずれのモデルでも変形の最大点を超えることは

できない。

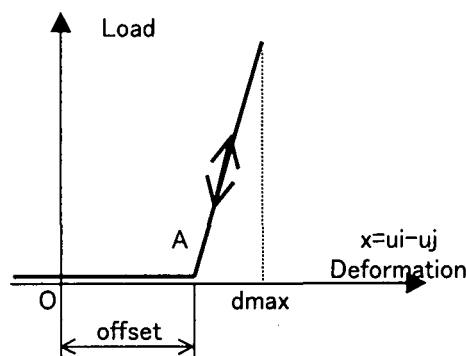


Figure 2 (1) Model(1)

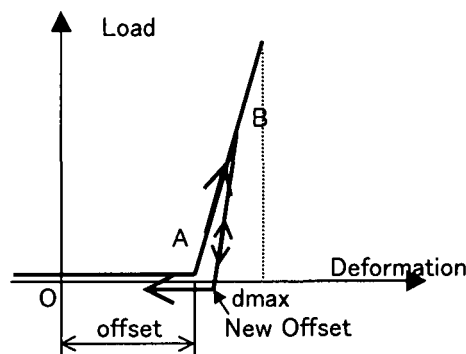


Figure 2(2) Model(2)

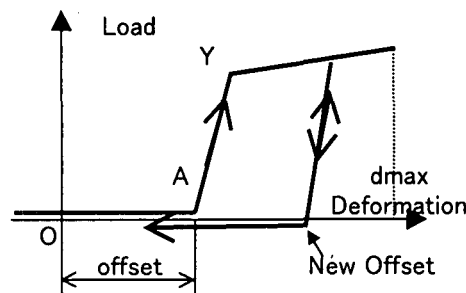


Figure 2 (3) Model(3)

2.1.2 衝突における収束問題

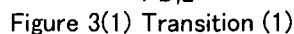
衝突問題は急激な剛性の変化を伴う非線形問題であると考えたので、短時間間隔のうちに、剛性が不連続に変化することを考える。このとき、2つの状態の間を力の釣合条件を満足させつつ移行することを考える必要がある。繰り返し計算を行なって、非線形問題の解を求める必要が生じる。以下2つの場合に分けて考察する。

(a) 非接触→接触の場合

入力加速度は離散的に与えられる。このため接触は任意の時間間隔内で行われると考える必要がある。ばね要素では、Figure 3(1)のような剛性硬化型のばねを考える。十分に小さい時間間隔を与え、隣接する時間ではせいぜい隣り合うステップにしか移動しないと考える。

以下部材における荷重変位関係の図において、荷重を P で、変位(変形)を x で示す。また、時間 $t+1$ における

今、時間 t のとき、部材座標系の荷重変位関係で P_t の位置に解が得られたとする。次のステップでも荷重変位関係式上に解が得られなければならない。時間 $t+1$ における初期値、荷重 $P_{t+1,1}$ は剛性がゼロなので水平線の上に解が得られるから、明らかに対応する荷重 $P_{D,1}$ を下回るところに得られる。この意味から左の変位境界 x_L は明らかである。



範囲の設定のとき、水平軸を外れた時点で質点は接触領域に入ることが明らかであるように見えるが、多自由度の時には同時に他の要素が非線形領域に入ることがあるので、範囲の左端は初期値の x 座標とするのが良い。

この接触問題は局所的に見れば一種の弾性非線形の剛

以上は異なる直線をわたる場合であって，同一直線区間では，収束計算の実行は不要である．ただし，多自由度系でほかの要素が非直線区間のときには，繰り返しの収束計算を行って釣り合い点を求める必要がある．

3.1 一自由度系の落下・反発問題

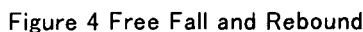


Figure 5(1)はオフセットを持つ線形ばねの場合の応答値である。最初に(a)部材座標系の荷重変位関係、次に(b)部材作用荷重の時刻歴応答、最後に(c)変位の時刻歴応答を示す。変形が 50cm のところから接触が始まることがわかる。荷重では 1.3 秒すぎから、再び非接触の時間が現れる。減衰 0 の場合には、変形が一度 0 (初期値) にま

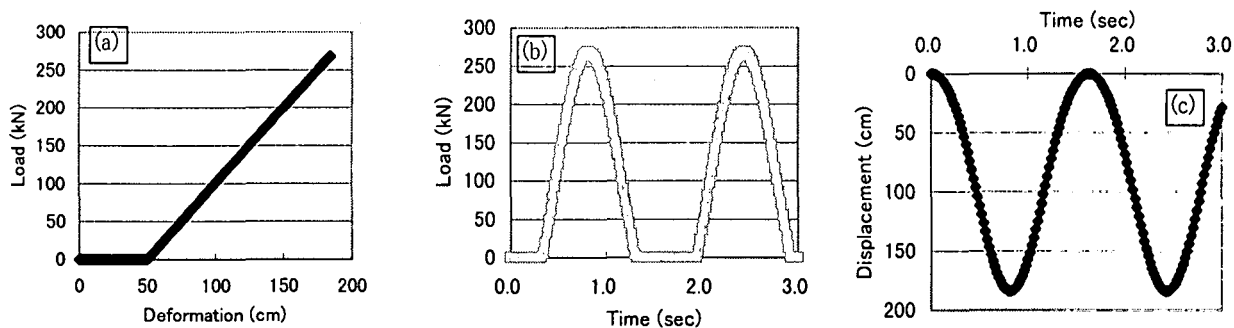


Figure 5(1) Responses by Model (1)

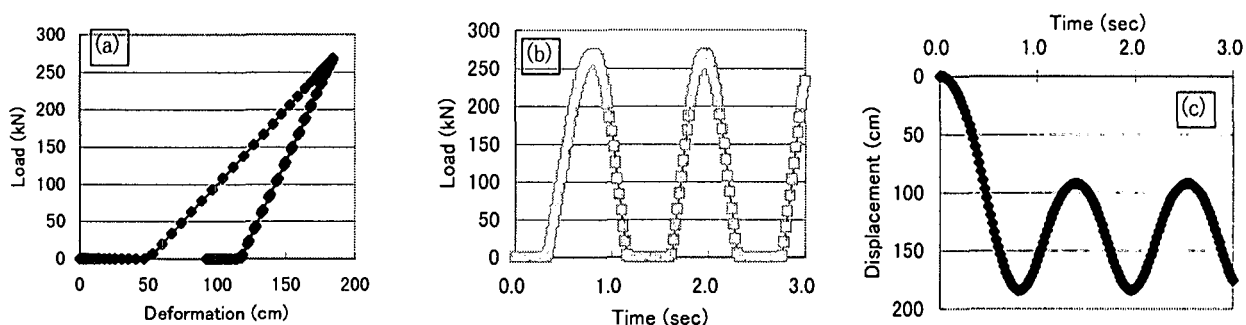


Figure 5(2) Responses by Model (2)

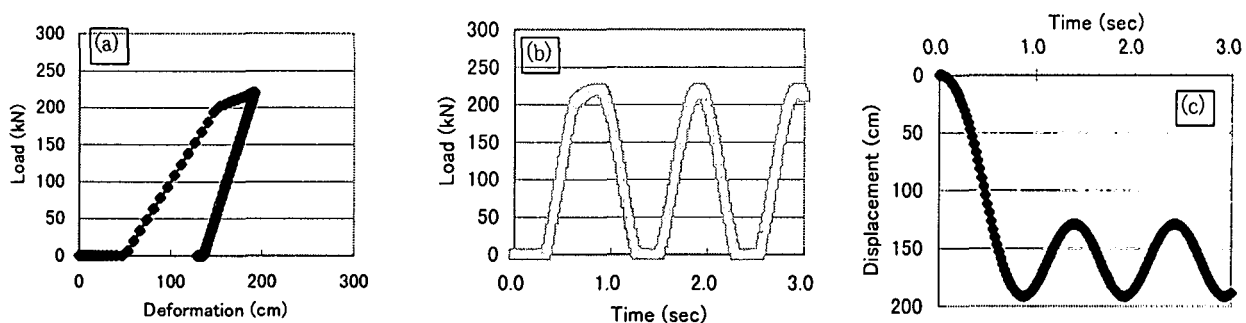


Figure 5(3) Responses by Model (3)

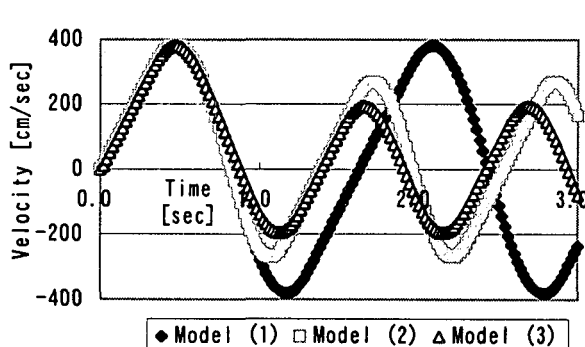


Figure 5(4) Mass Velocities

で戻ることがわかる。この系の静的釣合点は $\text{offset} + mg/k = 99\text{cm}$ である。

次に Figure 5(2)で、復帰過程で剛性硬化する非線形ばねの場合を考える。最初は部材座標系における荷重変位関係である。復帰過程では初期値のばねの2倍をとっている。一部非接触の領域に至ることがわかる。荷重の時刻歴記録でも同様である。変形時刻歴結果から、部材が荷重変位関係において非線形関係を示すので、変位応答振幅が(1)に比べ、小さくなっていることがわかる。

次に Figure 5(3)で、降伏域を持つ非線形ばねの場合を考える。降伏域を持つ非線形ばねモデルは10)などの新しい構造部材の解析を目的に設定された。このとき、部材は200kNの外力作用時に降伏し、降伏剛性 $k=0.5[\text{kN/cm}]$ を持っている。この時には、部材反力が低減され、部材変位振幅はさらに小さくなるのがわかる。

3つのモデルにおける速度の履歴は Figure 5(4)に得られる。反発係数は二つの物体の衝突前後の速度差比であると考え、最初の反発時と比較して反発係数はそれぞれ1.00, 0.707, 0.511であり、塑性変形が大きくなると反発係数が小さくなっていくのわかる。

Figure 5(5) はモデル(3)の場合を例にとって、部材系に

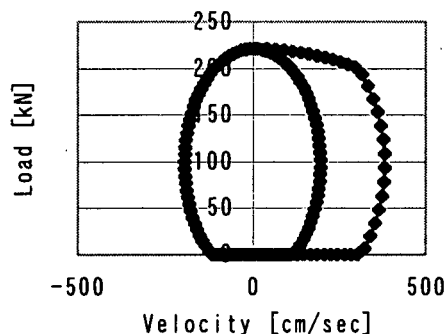


Figure 5(5) Load and Velocity

3.2 多自由度系における衝突問題

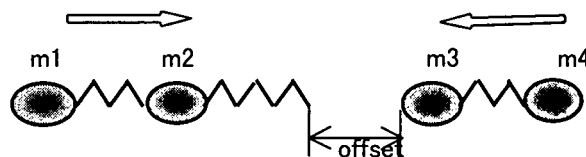


Figure 6 Four Degrees of Freedom Model

多自由度系の扱いも同等である。いま、Figure 6に示すように、4つの節点質量 m_1, m_2, m_3, m_4 があって、それぞれ $m = 0.1[\text{kN sec}^2/\text{cm}]$ を持っている。両端の2つ m_1, m_2 及

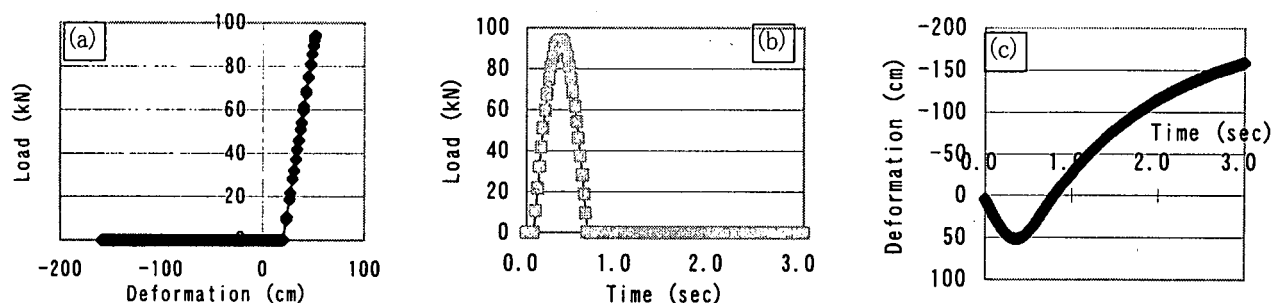


Figure 7(1) Responses by Model (1)

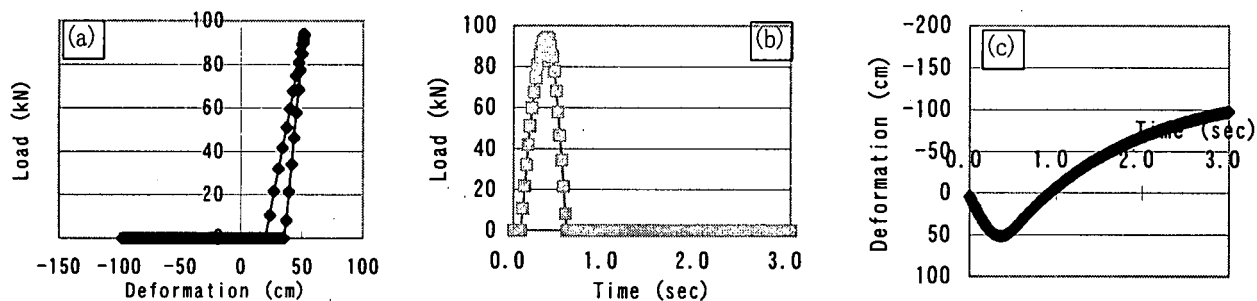


Figure 7(2) Responses by Model (2)

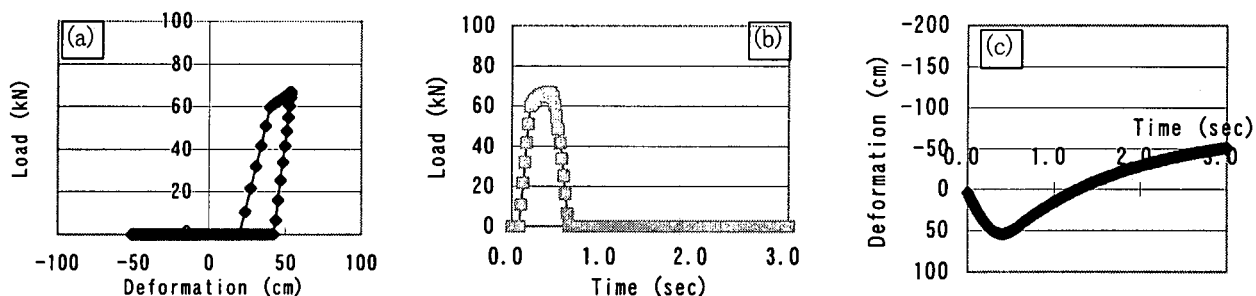


Figure 7(3) Responses by Model (3)

び m_3, m_4 が $k=100[\text{kN/cm}]$ の弾性ばねで結合されている。中間の m_2, m_3 がオフセット 20cm をもつ非線形ばね (初期剛性 $k=3[\text{kN/cm}]$, 部材における最大可能変位は 75cm) で結合されている。減衰は質量比例とし, $c=0.0707[\text{kN sec/cm}]$ を与えた。 m_1, m_2 が右向きに初期速度 $v=100\text{cm/sec}$ で与えられている。 m_3, m_4 は逆向きに初期速度 $v=-100\text{cm/sec}$ で与えられている。このときの部材の荷重変位関係は(1)オフセット 20cm と $k=3[\text{kN/cm}]$ をもつ線形ばね, (2)さらに復帰過程で $k=6[\text{kN/cm}]$ に剛性硬化する非線形ばね, (3)さらに降伏域における 2 次剛性 $k=0.5[\text{kN/cm}]$ を持つ非線形ばね で考えることとする。入力は 0 を 0.02 秒間隔で 150 個, 3 秒間考える。

Figure 7(1) はオフセットをもつ線形ばね問題である。接触時間は 0.58 秒である。例では質量比例の減衰項があるので, 非接触になっても速度が低減し, 一定になることはない。Figure 7(2)は復帰過程で剛性硬化する非線形ばね, Figure 7(3)は降伏域を持つ非線形ばねでの部材での荷重変位関係, 荷重, 変位の時刻歴応答を示す。

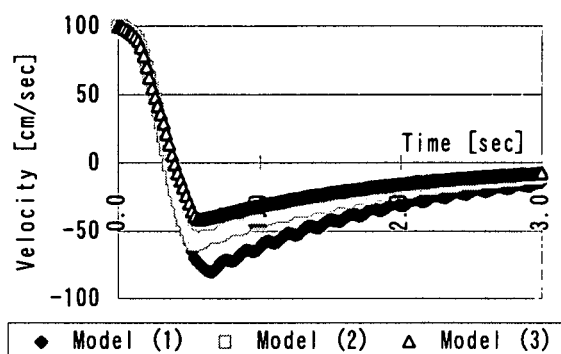


Figure 7(4) Mass Velocities

Figure 7(4)は質点 1 に着目して衝突前後の速度時刻歴を 3 つのモデルについてみたものである。いずれの質点も動いているので質点 4 との相対的な速度比を見る。ところが質点 1 と質点 4 は対称系なので, 質点 1 における衝突前後の速度比に等しい。最初の反発時で比較すると, 反発係数はそれぞれ 0.780, 0.570, 0.408 であり, 塑性変形が大きくなると反発係数が小さくなっていくのがわかる。

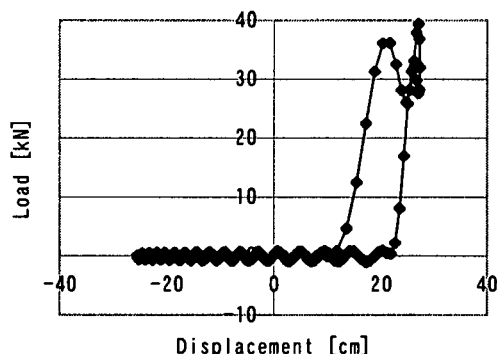


Figure 7(5) Global Load and Displacement

Figure 7(5) はモデル(1)の節点 3 における部材の変位荷重関係と節点の変位荷重関係である。一自由度系の場合は, 節点における変位荷重関係は部材系における変位荷重関係と変わらない。しかし, 多自由度系の場合には, 両者は大きく異なる。図に見るように集中マス系における多自由度系の節点荷重応答では, 非線形要素の荷重変位関係スケルトンの相似系に, 高い周波数成分が重なったゆれが見られるのが特徴である。このモデルでは非線形要素が直線の組み合わせで表されるので, ステップ間の移動を伴うとき荷重の作用に不連続性があり, 高周波成分が引き起こされると考えている。非接触になってからは, 固定支持のない系の固有周期運動が卓越し, 小さな振動が継続する。

4 まとめ

衝突問題を節点におけるオフセットを持つ非線形ばねとして解く方法について検討を加えた。衝突による塑性変形を含めてばねにより評価したものである。非線形ばねに関しては, 線形ばねと 2 つの非線形ばねについて考えた。剛性が大きく変化するとき, 2 つの場合に分けて, それぞれの収束方法について示した。SDOF, MDOF それぞれの簡単なモデル化と計算事例を示した。実際の衝突現象がこのようなモデル化で追跡できるか今後検討を加えていく必要がある。本プログラムは <https://iw.nifty.ne.jp/iw/nifty/civil/lib/> にて公開しながら開発を進めている。

参考文献

- 1) J.G.M. van Mier, et al.: Load-time Response of Colliding Concrete Bodies, ST, ASCE, Vol.117, No.2, Feb.1991
- 2) Davis, R.O.: Pounding of Buildings Modeled by an Impact Oscillator, EESD, Vol.21, 253-274, 1992
- 3) Maison, B.F., Kasai, K.: Dynamics of Pounding when Two buildings Collide, EESD, Vol.21, pp771-786, 1992
- 4) Malhotra, P.K., et al.: Seismic Interaction at Separation Joints of an Instrumented Concrete Bridge, EESD, Vol.24, 1055-1067, 1995
- 5) Pantelides, C.P., Nonlinear Seismic Pounding of Inelastic Structures, 11th World Conference on earthquake Engineering, Acapulco, Mexico, June, 1996
- 6) Malhotra, P.K., Dynamics of Seismic Pounding at Expansion Joints of Concrete Bridges, ME, ASCE, 794-802, July 1998.
- 7) 渡邊学歩, 川島一彦: 衝突ばねを用いた桁間衝突の解析精度, 第 2 回地震時保有水平耐力法に基づく橋梁の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集, PP443-448, 1998.12
- 8) R.Jankowski, et al.: Pounding of Superstructure Segments in Isolated Elevated Bridge Structure During Earthquakes, EESD, 27, pp487-502, 1998
- 9) 川島一彦: 動的解析における衝突のモデル化に関する一考察, 土木学会論文集, Vol.308, pp123-126, 1981.4
- 10) 野々村千里, 鎌田賢, 上東泰, 野島昭二: 落橋防止装置用熱可塑性エラストマー緩衝材の圧縮変形挙動, 土木学会 53 回年報, pp316-317, H10.10